

SPEKTRALNI I MONOKROMATSKI PRISTUP DEFINIRANJU HIDRODINAMIČKOG OPTEREĆENJA NA VERTIKALNE PILOTE

Doc.dr.sc. Vanja Travaš, dipl.ing.građ.

Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
vanja.travas@gradri.hr

Nino Krvavica, dipl.ing.građ.

Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka

U radu je provedena komparativna studija između hidrodinamičkih opterećenja vjetrovnih valova na cilindrične pilote dobivenih za slučaj nailaska harmonijskog vala (monokromatski pristup) i grupe valova (spektralni pristup). U svrhu kvantifikacije opterećenja koristila se Morisonova jednadžba te se sukladno navedenom razmatranja odnose na hidraulički transparentne pilote. Spektralni pristup je baziran na sintetičkom generiranju relevantnih kinematičkih veličina iz usvojene funkcije gustoće spektra valova. Metodologija uključuje višefaznu narav valovanja, stohastički otklon faznih komponenti, stohastičku orijentaciju rasprostiranja faznih komponenti te funkcijsku zavisnost kinematike gibanja čestica mora obzirom na dubinu na kojoj se nalaze. Rezultirajući algoritmi za oba pristupa su implementirani u programski paket MathCAD 15. Kako bi se ukazao značaj komparativne analize, ista je provedena za slučajeve relevantnih valova u Jadranskom moru. U skladu s očito većom vjerodostojnosti kinematike gibanja mora u spektralnom pristupu, ustanovljen je raspon valnih karakteristika unutar kojih monokromatski pristup predviđa manje konzervativna opterećenja.

Ključne riječi: hidrodinamičko opterećenje, monokromatski val, Morisonova jednadžba, sintetičko generiranje površine mora, Tabainov spektar

1. UVOD

Važnost kvantificiranja hidrodinamičkog opterećenja vjetrovnih morskih valova slijedi iz zahtjeva za optimalnim dimenzioniranjem pomorskih građevinskih objekata. Pritom, s obzirom na kompleksnu dinamiku rasprostiranja morskih valova, postupak rješavanja ovog zadatka redovito počiva na nizu pojednostavljenja koja najčešće dovode do vrlo konzervativnih vrijednosti opterećenja. U prilog iskazu o mehaničkoj složenosti morskih valova, u nastavku se navodi citat Richarda Feynmana (1986.) preuzet iz predavanja klasične fizike: *«A sada pogledajmo sljedeći tip valova, one koji su vidljivi svima i koji se vrlo često koriste u predavanjima kao primjer valova. Kako ćemo uskoro vidjeti, oni su najgori mogući primjer, jer niti u jednom aspektu nisu poput zvučnih ili svjetlosnih valova; oni imaju sve kompleksnosti koje valovi uopće i mogu imati.»*

U povijesnom se smislu postupak proračuna hidrodinamičkog djelovanja morskih valova progresivno razvijao na način da se broj temeljnih pretpostavki postepeno reducirao te su se time predlagali proračunski modeli koji su imali veću vjerodostojnost od onih ranije korištenih. Razvoj proračunskih modela je i u današnje vrijeme aktualan te kao i nekad počiva na razvoju eksperimentalnih metoda, a u novije vrijeme je još obogaćen i razvojem računalne tehnologije (npr. Park et al., 2004.). Jasno je da porastom vjerodostojnosti proračunskih modela raste i njihova kompleksnost (npr. Dean, 1977.). Kako bi se sistematizirali proračunski modeli, najčešće se njihova primjena odnosi na strogo definirane geometrijske i kinematičke uvjete toka. Na taj način se i razmatranja u ovom radu ograničavaju na kvantifikaciju hidrodinamičkog djelovanja vjetrovnih valova na vertikalne cilindrične pilote koji svojom geometrijom zadovoljavaju uvjet hidrauličke transparentnosti, odnosno na pilote koji svojim promjerom D minimiziraju učinak mehaničke interakcije sa morem. Takvi piloti su definirani zahtjevom da $D/\lambda < 0,05$, gdje je λ valna duljina. U slučaju da ovakve okolnosti nisu ostvarene, potrebno je uračunati i doprinos sile nastao difrakcijom valova.

Ishod analize opterećenja mora definirati mjerodavne rezne sile prema kojima se kasnije provodi postupak dimenzioniranja pilota. Pritom valja napomenuti da izmjena morskih mijena i gibanje morskih valova može direktno ili indirektno uzrokovati gotovo sve kombinacije opterećenja. Naravno, adekvatno dimenzioniranje uronjenih pilota mora predvidjeti sve najnepovoljnije kombinacije opterećenja koje obzirom na varijabilnost gibanja vodene mase mora čine zadatak kvantifikacije opterećenja još složenijim. U radu će se razmatranja odnositi na kvantifikaciju poprečnih sila na vertikalne cilindrične pilote te momenta sile u temelju pilota. U tu svrhu će se statička shema pilota prikazati u vidu trodimenzionalne konzole opterećene poprečnim silama. U praktičnom smislu navedeno vrijedi za slučaj da se

na pilot oslanja relativno lagana kolnička konstrukcija bez krute spojne veze. Iako, treba primijetiti da sve u nastavku vrijedi i za drugačije uvjete oslanjanja. Naime, poznavajući vanjsko hidrodinamičko opterećenje, postupak definiranja reaktivnih sila slijedi iz statičke analize konstrukcije.

U svrhu predikcije horizontalnog hidrodinamičkog opterećenja morskih valova na vertikalne cilindrične pilote, Morison i suradnici (Morison et al., 1950.) su predložili model sile sastavljen od aditivne kompozicije linearne komponente inercijalne sile F_M i kvadratne komponente sile otpora F_D . Rezultirajuća sila $f(x,y,z,t)$ po jedinici duljine cilindra je ovim modelom definirana jednadžbom:

$$f(x,y,z,t) = \rho C_M \frac{D^2 \pi}{4} \frac{dv(x,y,z,t)}{dt} + \frac{1}{2} \rho C_D D v(x,y,z,t) |v(x,y,z,t)| \quad (1)$$

u kojoj je C_M koeficijent inercije, C_D koeficijent otpora, v vektor brzine čestice vode u neposrednoj blizini cilindra, D promjer cilindra te ρ gustoća mora na koordinati z za koju se računa hidrodinamičko opterećenje. Ukupna horizontalna sila $F(t)$ se definira integracijom doprinosa sile $df(x,y,z,t)$ po svim koordinatama z te će se značaj navedenog uvidjeti u spektralnom pristupu kvantifikacije hidrodinamičkog opterećenja. Morisonova jednadžba (1) predviđa da su doprinosi sile inercije i sile otpora u međusobnom faznom odmaku od 90° , što za slučaj oscilatornog gibanja slijedi kao direktna posljedica istovjetnog faznog odmaka brzine $v(x,y,z,t)$ i akceleracije $dv(x,y,z,t)/dt$. Osim navedenog, model sile (1) pretpostavlja da krutost uronjenog cilindra opravdava uvođenje pretpostavke o zanemarivim deformacijama istog. U protivnom, potrebno je uvažiti činjenicu da postoji relativan odnos između gibanja čestica vode u okolici cilindra i samog cilindra (Holthuijsen, 2007.).

Koeficijenti C_D i C_M u jednadžbi (1) će se u nastavku definirati u skladu sa preporukama iz relevantne literature (Burcharth i Hughes, 2003.). Iako je lako zaključiti da će se iznos koeficijenta C_D i C_M mijenjati u vremenu, i to kao direktna posljedica promjene lokalne kinematike gibanja mora, u svakom vremenskom koraku Δt će se usvojiti da su koeficijenti jednoliko raspoređeni po visini pilota. Njihov iznos će se definirati obzirom na maksimalni Reynolds-ov broj R ostvaren u pojedinom vremenskom koraku Δt . Obzirom da je R definiran omjerom $|v|D/\nu$, u kojem ν predstavlja kinematičku viskoznost mora, u svakom vremenskom koraku će se prvo odrediti najveća magnituda vektora brzine $|v|$, ostvarene na nekoj dubini pilota z , te će se potom definirati R za isti vremenski korak. Iznos koeficijenta C_D se određuje u skladu s uvjetima:

$$C_D = \begin{cases} 1,2 - \frac{R - 2 \cdot 10^5}{6 \cdot 10^5} & \text{za } 2 \cdot 10^5 < R < 5 \cdot 10^5 \\ 0,7 & \text{za } R \geq 5 \cdot 10^5 \end{cases} \quad (2)$$

te vrijednost koeficijenta C_M u skladu s uvjetima:

$$C_M = \begin{cases} 2.5 - \frac{R}{5 \cdot 10^5} & \text{za } 2.5 \cdot 10^5 < R < 5 \cdot 10^5 \\ 1.5 & \text{za } R \geq 5 \cdot 10^5 \end{cases} \quad (3)$$

2. MONOKROMATSKI PRISTUP

Monokromatski pristup kvantifikacije hidrodinamičkog opterećenja valova (Tadejević i Prišić, 1981.) ulazi u osnovnu naobrazbu hidrotehničkih inženjera te stoga ne iziskuje posebnu pažnju. Pritom, kako bi se provela konzistentna usporedba spektralnog i monokromatskog pristupa, prikladno je navesti osnovne pretpostavke i izraze zastupljene u ovoj metodi. Metoda se zasniva na pretpostavci da je pilot opterećen nailaskom jednog harmonijskog vala visine H , valne duljine λ i perioda T . Izbor ovih parametara u monokromatskom pristupu definira *projektni val*.

2.1 Definiranje ukupne sile $F(t)$

Kvantifikacija ukupne sile $F(t)$ na pilot se provodi slično kao i ranije (1), ali sa odsustvom potrebe da se provede integracija doprinosa sile df po visini pilota z . Naime, kako se monokromatski pristup bazira na pretpostavci nailaska samo jednog vala, monokromatskog, odnosno harmonijskog vala, u Morisonovu jednadžbu (1) se najčešće uvode korekcijski koeficijenti kojima se izbjegava potreba za integracijom. U tu svrhu se koristi prilagođena forma jednadžbe (1) u obliku (Burcharth i Hughes, 2003.):

$$F(t) = C_M H \rho g \frac{\pi D^2}{4} K_M + C_D H^2 \frac{1}{2} \rho g D K_D \quad (4)$$

u kojem su K_M i K_D bezdimenzionalni parametri čije vrijednosti ovise o usvojenoj valnoj teoriji. U slučaju valne teorije prvog reda (linearna teorija), bezdimenzionalni koeficijenti su definirani u obliku:

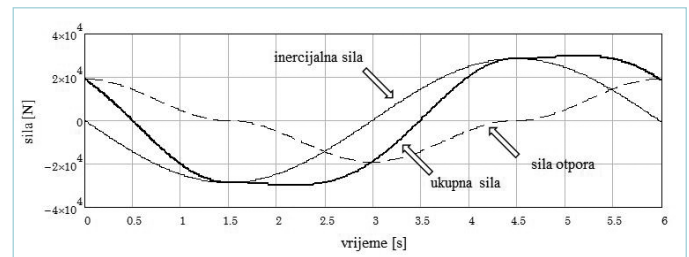
$$K_M(t) = \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \sinh\left(-\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (5)$$

$$K_D(t) = \frac{1}{4} n \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \left| \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right| \quad (6)$$

u kojem je konstanta n definirana za zadani val i lokalnu dubinu mora h jednadžbom:

$$n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\frac{4\pi h}{\lambda}}{\sinh\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right)} \right) \quad (7)$$

Treba primijetiti da se vremenska izmjena magnituda sile $F_M(t)$ i $F_D(t)$ odvija sa faznim odmakom od 90° . Primjer navedenog ilustriran je na slici 1, za harmonijski val na dubini od $h=10,0$ m definiran sa $H_s=3,0$ m i $\lambda=48,2$ m. Iz tog razloga će konzervativan pristup kvantifikacije ukupnog hidrodinamičkog djelovanja naložiti da se mjerodavna sila $F(t)$ definira kao zbroj maksimalnih doprinosa inercijalne sile $F_M(t)$ i sile otpora $F_D(t)$ ostvarenih u periodu T trajanja valovanja (Burcharth i Hughes, 2003.). Pritom, u svrhu provedbe konzistentne komparacije između razmatranih pristupa, u nastavku će se uvažiti fazni pomak ovih komponenti te će se kao mjerodavna vrijednost sile $F(t)$ odabrati maksimalna vrijednost definirana jednadžbom (4) u periodu T .



Slika 1. Primjer vremenske varijabilnosti komponenti ukupne sile $F(t)$ na uronjeni cilindrični pilot u vremenu trajanja perioda usvojenog harmonijskog vala za visinu vala $H_s=3$ m i dubinu $h=10$ m.

2.2 Definiranje ukupnog momenta sile $M(t)$

Momenti sile $M(t)$ na temelju pilota se definiraju superpozicijom momenta sile $M_M(t)$ nastalog djelovanjem ukupne inercijalne sile $F_M(t)$ i momenta sile $M_D(t)$ nastalog djelovanjem ukupne sile otpora $F_D(t)$. U tu svrhu treba primijetiti da prvi član u jednadžbi (4) predstavlja inercijalnu silu $F_M(t)$, a drugi član definira nastalu silu otpor $F_D(t)$. Koristeći navedeno, moment sile $M(t)$ na temelju pilota proizlazi iz jednadžbe:

$$M(t) = F_M(t) h S_M + F_D(t) h S_D \quad (8)$$

u kojoj S_M predstavlja bezdimenzionalnu konstantnu veličinu definiranu sa:

$$S_M = 1 + \frac{1 - \cosh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)}{\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \sinh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)} \quad (9)$$

te S_D bezdimenzionalnu konstantnu veličinu definiranu sa:

$$S_D = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n} \left(\frac{1}{2} + \frac{1 - \cosh\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right)}{\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right) \sinh\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right)} \right) \quad (10)$$

3. SPEKTRALNI PRISTUP

Za razliku od monokromatskog pristupa, u kojem se razmatra jedan monokromatski val, u nastavku će se izložiti kratki pregled spektralnog pristupa, odnosno proračuna u vremenskoj domeni i to u nastojanju da se uvaži stohastička narav valovanja. Naime, osnova za tzv. sintetičko modeliranje morskih valova je funkcija gustoće spektra valova S . Izbor funkcije S zavisi o podneblju za koje se provodi analiza (JONSWAP, Pierson-Moskowitz, itd.) te će se u tu svrhu u nastavku koristiti Tabainov valni spektar jer je najprimjereniji za stohastički opis morskih valova u otvorenom Jadranskom moru (Tabain, 1974.).

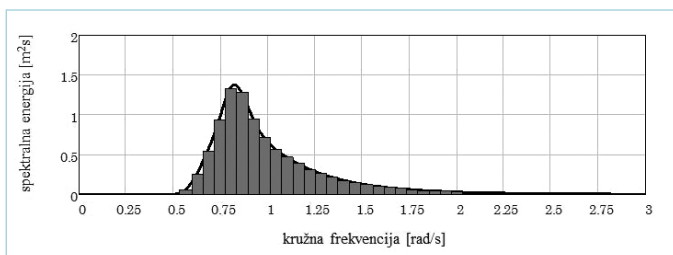
Proračun hidrodinamičkog opterećenja će se provesti za dinamiku valovanja prethodno definiranu jednačbom (1). Relevantne kinematičke veličine valova, u neposrednoj blizini pilota, će se definirati sumom faznih komponenti iz funkcije gustoće spektra valova S .

3.1 Tabainov spektar

Imajući u vidu da se gibanje površine mora može tumačiti kao ishod superpozicije mnogo faznih monokromatskih komponenti valovanja (harmonijskih komponenti), najkraće rečeno; funkcija gustoće spektra valova S se može definirati funkcijom distribucije valnih energija po različitim frekvencijama prisutnih faznih komponenti. Ukoliko se za argument spektra koristi kružna frekvencija ω , Tabainov valni spektar $S(\omega)$ se definira funkcijom (Tabain, 1997.):

$$S(\omega) = 0.862 \frac{0.0135 g^2}{\omega^5} \exp\left(\frac{5.186}{H_s^2 \omega^4}\right) \gamma^{p(\omega)} \quad (11)$$

u kojoj H_s predstavlja značajnu visinu vala, g ubrzanje sile teže te $\gamma^{p(\omega)}$ parametar koji najčešće varira u rasponu od 1 do 10 te definira širinu spektra, odnosno njegovu «oštrinu» za slučaj otvorenog mora, a ovom radu je odabran s vrijednosti $\gamma^{p(\omega)} = 1.63$ prema Tabainovim preporukama za Jadransko more. Pritom, funkcija $p(\omega)$ se definira u obliku:



Slika 2. Primjer kontinuiranog Tabainovog valnog spektra za visinu vala $H_s = 3$ m i njegove diskretne aproksimacije dobivene sa $n\Delta\omega$ segmenta ekvidistantne širine $\Delta\omega$.

$$p(\omega) = \exp\left(\frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\sigma(\omega)^2 \omega_p^2}\right) \quad (12)$$

u kojoj $\sigma(\omega)$ predstavlja parametar koji definira oblik spektra $S(\omega)$ te se definira binarno (13), ovisno o relativnom odnosu argumenta spektra ω i vršne kružne frekvencije u spektru ω_p .

$$\sigma(\omega) = \begin{cases} 0.08 & \text{za } \omega \leq \omega_p \\ 0.10 & \text{za } \omega > \omega_p \end{cases} \quad (13)$$

Regresijskom analizom je utvrđeno da se vršna kružna frekvencija spektra ω_p može dovesti u vezu sa značajnom visinom vala H_s i to putem empirijskog izraza:

$$\omega_p = 0.32 + \frac{1.8}{H_s + 0.6} \quad (14)$$

te se na taj način zadavanje spektra $S(\omega)$ svodi samo na definiranje značajne visine vala H_s . Primjer kontinuiranog valnog spektra $S(\omega)$ i njegove diskretne aproksimacije, koja će se kasnije koristiti u svrhu modeliranja površine mora, je prikazana na slici 2.

3.2 Modeliranje površine mora

Jednodimenzionalni model harmonijskog vala, koji se u vremenu t rasprostire uzduž koordinatne osi x , se zasniva na jednačbi $\eta(x,t) = A \cos(kx - \omega t + \Theta)$ u kojoj $\eta(x,t)$ predstavlja valni odmak od ravnotežnog stanja na koordinati x u trenutku t , A predstavlja amplitudu valovanja, k valni broj te Θ fazni kut. Na analogan način se definira dvodimenzionalno rasprostiranje valu u xy ravnini u obliku:

$$\eta(x, y, t) = A \cos(k(x \cos(\theta) + y \sin(\theta)) - \omega t + \Theta) \quad (15)$$

u kojem θ predstavlja kut napredovanja vala u globalnim koordinatama. S obzirom da se doprinos snage ΔP pojedine fazne komponente u spektru sa kružnom frekvencijom $\Delta\omega$ može izraziti putem amplitude faze u obliku $0.5A^2$, te s obzirom da je sam spektar $S(\omega)$ definiran omjerom $\Delta P / \Delta\omega$, amplituda pojedine fazne komponente se može definirati u obliku $A(\omega) = (2S(\omega)\Delta\omega)^{0.5}$. Koristeći ovu činjenicu te princip superpozicije valova, jednačba (15) se može koristiti u svrhu definiranja površine mora za više faznih komponenti valovanja i to u obliku:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2S(\omega_n)\Delta\omega} \cos(k_n(x \cos(\theta_n) + y \sin(\theta_n)) - \omega_n t + \Theta_n) \quad (16)$$

u kojem indeks n označava pojedinu faznu komponentu. Varijabilnost u faznim pomacima se ostvaruje putem generatora slučajnih brojeva koji definira fazni odmak Θ_n u rasponu od 0 do 2π (Goda, 1988.). Pritom, kako bi se uključila i varijabilnost u orijentaciji napredovanja pojedinih faznih komponenti, funkcija gustoće spektra valova se obogaćuje argumentom θ te se tada definira u obliku $S(\omega, \theta) = S(\omega) \cdot M(\theta)$ gdje $M(\theta)$ predstavlja Gaussovu funkciju rasipanja (Lloyd, 1989.). Funkcija $M(\theta)$ se definira za raspon kuta θ od $-\pi/2$ do $\pi/2$ u obliku:

$$M(\theta) = \frac{2^{(2s-1)} s! (s-1)!}{\pi (2s-1)!} \cos^{2s}(\theta - \theta_0) \quad (17)$$

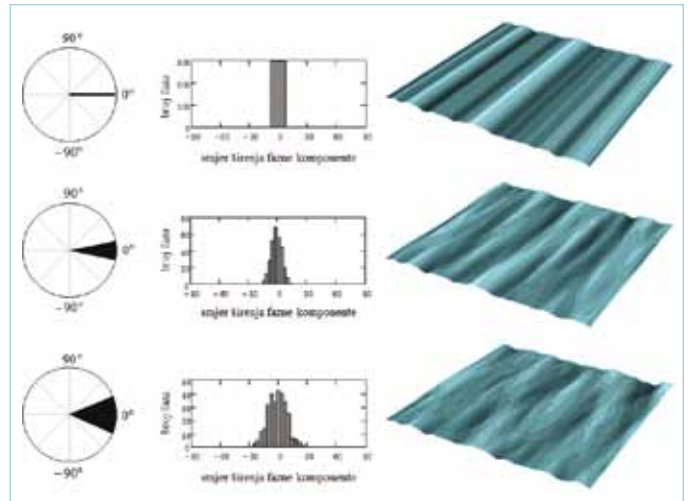
u kojem θ_0 predstavlja dominantni kut napredovanja faznih komponenti te s predstavlja parametar oblika funkcije $M(\theta)$ koji se najčešće kreće u rasponu od 1 do 2. Izvan navedenog intervala funkcija $M(\theta)$ poprima vrijednost 0. Uključujući navedeno, dinamika napredovanja morskih valova se može opisati jednadžbom:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sqrt{2S(\omega_n) M(\theta_m) \Delta\omega \Delta\theta} \cos(k_n(x \cos(\theta_m) + y \sin(\theta_m)) - \omega_n t + \Theta_{n,m}) \quad (18)$$

U slučaju da se gibanje vala odvija u moru relativno velike dubine ($h > \lambda/2$), veličina $\tanh(kh)$ postaje približno jednaka jedinici čime se poznata disperzijska relacija $\omega^2 = k \cdot g \cdot \tanh(kh)$ reducira na oblik $\omega^2 = k \cdot g$ pa se valni broj k može definirati omjerom ω^2/g (Holthuijsen, 2007.). Razmatranja u nastavku uvažavaju ovu pretpostavku. Primjer sintetički reproduciranih stanja valovanja morske površine je prikazan na slici 3. Na slici su prikazana tri slučaja definiranih raspona napredovanja faznih komponenti ($\Delta\theta = 0^\circ, \pm 10^\circ$ i $\pm 20^\circ$), i to u vidu usvojene funkcije $M(\theta)$ i rezultirajućih oblika ostvarenih morskih površina.

3.3 Kinematika valnih oscilacija

Kvantifikacija hidrodinamičkog opterećenja iziskuje definiranje vektora brzine $\mathbf{v}(x, y, z, t)$ i akceleracije $\mathbf{a}(x, y, z, t)$ čestica fluida u dodiru s uronjenim tijelima. Obzirom da je silu trenja opravdano zanemariti, radi relativno male viskoznosti mora, u nastavku će se promatrati dvo-dimenzionalni tok u xy ravnini okomit na vektor ubrzanja sile teže $\mathbf{g} = \{0, 0, -9.81 \text{ m/s}^2\}^T$. Uz pretpostavku da se tok mora može smatrati potencijalnim, odnosno da komponente brzine zadovoljavaju jednadžbu $\partial v_x / \partial x - \partial v_y / \partial y = 0$, mora postojati skalarno polje potencijala $\phi(x, y, z, t)$ koje zadovoljava Laplaceovu jednadžbu $\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial y^2 = 0$ i uvjete $v_x = \partial \phi / \partial x$ i $v_y = \partial \phi / \partial y$. Pritom, kako bi se rezultati spektralnog pristupa mogli direktno komparirati



Slika 3. Primjeri generiranih površina mora za isti spektar $S(\omega)$ te za različiti raspon kutova θ napredovanja faznih komponenti ($0^\circ, \pm 10^\circ$ i $\pm 20^\circ$) i različiti stohastički odmak u fazi valnih komponenta.

sa istima dobivenim iz monokromatskog pristupa, koji se bazira na teoriji prvog reda (linearnoj teoriji), u nastavku će se pretpostaviti da su rubni uvjeti Laplaceove jednadžbe definirani tako da skalarni potencijal $\phi(x, y, z, t)$ poprima oblik:

$$\phi(x, y, z, t) = -A \frac{g \cosh(k(h+z))}{\omega \cosh(kh)} \sin(k(x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega t) \quad (19)$$

U skladu sa teorijom potencijalnog strujanja (Holthuijsen, 2007.), derivacija skalarnog potencijala $\phi(x, y, z, t)$ po prostornim koordinatnim komponentama x i y će definirati pripadajuće komponente brzine. Pritom, za slučaj rasprostiranja grupe valova, i uz disperzijsku relaciju $k = \omega^2/g$, rezultirajuće komponente brzina će slijediti iz principa superpozicije u obliku:

$$v_x(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^N A_n \omega_n \frac{\cosh(k_n(h+z))}{\sinh(k_n h)} \cos(k_n(x \cos \theta_n + y \sin \theta_n) - \omega_n t + \Theta_n) \cos \theta_n \quad (20)$$

$$v_y(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^N A_n \omega_n \frac{\cosh(k_n(h+z))}{\sinh(k_n h)} \cos(k_n(x \cos \theta_n + y \sin \theta_n) - \omega_n t + \Theta_n) \sin \theta_n \quad (21)$$

u kojem se amplituda A_n pojedine fazne komponente n određuje iz usvojenog spektra u obliku $A_n(\omega_n) = (2S(\omega_n) \Delta\omega)^{0.5}$. Horizontalne komponente vektora akceleracije $\mathbf{a}(x, y, z, t)$ slijede iz same definicije akceleracije te se mogu napisati u obliku:

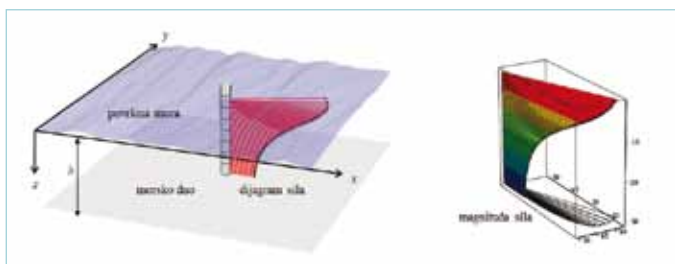
$$a_x(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^N A_n \omega_n^2 \frac{\cosh(k_n(h+z))}{\sinh(k_n h)} \sin(k_n(x \cos \theta_n + y \sin \theta_n) - \omega_n t + \Theta_n) \cos \theta_n \quad (22)$$

$$a_y(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^N A_n \omega_n^2 \frac{\cosh(k_n(h+z))}{\sinh(k_n h)} \sin(k_n(x \cos \theta_n + y \sin \theta_n) - \omega_n t + \Theta_n) \sin \theta_n \quad (23)$$

U jednadžbama (20, 21, 22 i 23) je utjecaj raspršenja smjera valova definiran funkcijom $M(\theta)$, uključen u iznosu amplitude A_n svake fazne komponente koja se definira jednadžbom $A(\omega) = (2S(\omega)M(\theta)\Delta\omega\Delta\theta)^{0.5}$. Osim karakterističnih parametara faznih komponenti (A , ω , k , θ , Θ) i proteklog vremena t , uz neposrednu blizinu pilota na koordinati (x, y) navedene kinematičke veličine (20, 21, 22 i 23) zavise i o dubini mora z na kojoj se iste promatraju. Navedeno osigurava mogućnost provedbe vremenske, ali i prostorne kvantifikacije hidrodinamičkog opterećenja $df(z, t)$ po visini pilota. Navedeno iziskuje provedbu prostorne diskretizacije segmenta pilota koje se u trenutku t nalazi između površine mora, definirane jednadžbom (18), i morskog dna. Obzirom da se kota površine mora mijenja u vremenu, diskretizacijski postupak mora biti adaptivni, odnosno mora se provesti za svaki vremenski korak unutar kojeg se provodi proračun sile $df(z, t)$. U predmetnoj analizi segment pilota koji je izložen utjecaju sile $df(z, t)$ diskretizirao se u svakom vremenskom koraku s 25 prostorna koraka po visini pilota.

3.4 Dijagram horizontalnih sila

U okviru stohastičkog pristupa definiranja hidrodinamičkog opterećenja, kinematičke veličine u jednadžbi (1) će se definirati jednadžbama (20, 21, 22 i 23). Obzirom da iste definiraju dvodimenzionalne vektorske veličine brzine $v(x, y, z, t)$ i ubrzanja $a(x, y, z, t)$, za unaprijed definiranu dubinu mora z , jednadžba (1) će definirati vektor sile $df(z, t)$ u ravnini xy na visinskoj



Slika 4. Primjer dijagrama sila $f(z, t)$ koji u trenutku t djeluju na uronjeni cilindrični pilot za visinu vala $H_s = 3$ m i dubinu $h = 30$ m.

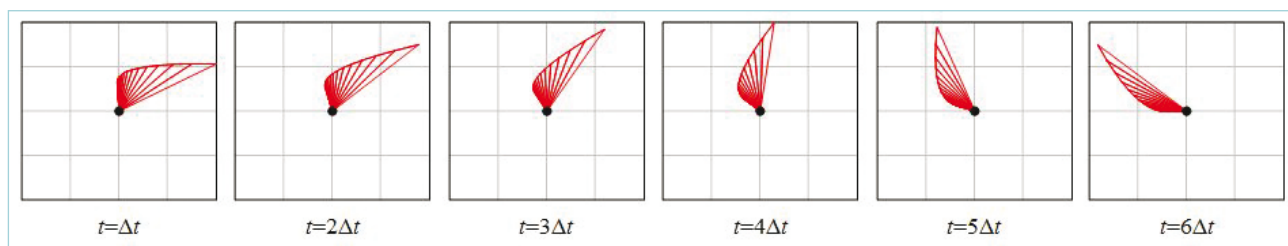
koordinati z . Provodeći isti postupak za svaki prostorni segment Δz , definirat će se dijagram sila $f(z, t)$ koje u zadanom trenutku t djeluju na pilot. Primjer takvog dijagrama sila $f(z, t)$ je prikazan na slici 4 za visinu vala $H_s = 3,0$ m na dubini od $h = 30,0$ m. Treba navesti da ukupna sila na pilot $F(t)$ slijedi iz prostorne integracije dijagrama sila $f(z, t)$.

Prikazana metodologija nudi mogućnost sintetičkog definiranja prostorne i vremenske varijabilnosti hidrodinamičkog opterećenja na uronjene pilote. Na taj način mjerodavna opterećenja za provedbu dimenzioniranja pilota se identificiraju u vidu maksimalno ostvarenih opterećenja u vremenskoj domeni analize. Pritom, kako bi se osigurao relevantan doprinos svih faznih komponenti iz usvojenog spektra, preporuča se da se spektar ekvidistantno diskretizira sa najmanje 300 faznih komponenti sa kružnom frekvencijom $\Delta\omega$. Neovisno o izboru vremenske domene, izbor vremenskog koraka Δt mora zadovoljiti Nyquistov teorem o uzorkovanju $\Delta t < T_{min}/2$, gdje je T_{min} minimalni period vala (Holthuijsen, 2007.). Kako bi se prikazala spomenuta dinamika razvoja hidrodinamičkog opterećenja, za primjer vala $H_s = 3,0$ na dubini $h = 30,0$ m, na slici 5 prikazana je tlocrtna projekcija dijagrama horizontalnih sila $f(z, t)$ koje u jednolikim vremenskim intervalima $\Delta t = 0,2$ s djeluju na uronjeni pilot. Na slici 6 je prikazana vremenska promjena valnog profila te ukupne sile i momenti na pilotu za iste valne parametre.

4. KOMPARATIVNA ANALIZA

Kako bi se kvantificirala razlika razmotrenih pristupa, za unaprijed definiran raspon ulaznih veličina, u nastavku se provodi usporedba između spektralnog pristupa (u kojem se generira dinamika morske površine iz spektra valova) i monokromatskog pristupa (u kojem se odabire samo jedan mjerodavan harmonijski val).

S obzirom da je ishod spektralnog pristupa dijagram opterećenja po visini pilota, komparirati će se samo maksimalna opterećenja ostvarena u vremenskoj domeni analize. Kako maksimalna visina vala, koja će se najvjerojatnije pojaviti u određenoj valnoj situaciji, ovisi o trajanju iste, odnos maksimalne i značajne visine vala u monokromatskom pristupu prilagodit će se trajanju simulacije u spektralnog pristupu. Komparacija će se provesti za ukupnu horizontalnu silu $F(t)$ te za ukupni moment sile $M(t)$ na temelju pilota i to za različite omjere dubine mora i visine vala h/H_s . U tu svrhu će se promatrati pilot promjera $D = 1,0$ m, a dubina mora h će varirati u rasponu od 5 do 30 m u inkrementima od 5 m. Značajna visina vala H_s se u provedenoj komparativnoj analizi razmatrala s vrijednostima 0,5 m, 1,0 m, 1,5 m, 2,0 m, 2,5 m i 3,0 m. Iako, treba napomenuti da



Slika 5. Primjeri dinamike razvoja dijagrama sile $f(z,t)$ na uronjenom pilotu. Na slici je prikazana točrtana projekcija dijagrama sile u jednolikim vremenskim odmacima $\Delta t=0,2$ s za visinu vala $H_s=3$ m i dubinu $h=30$ m.

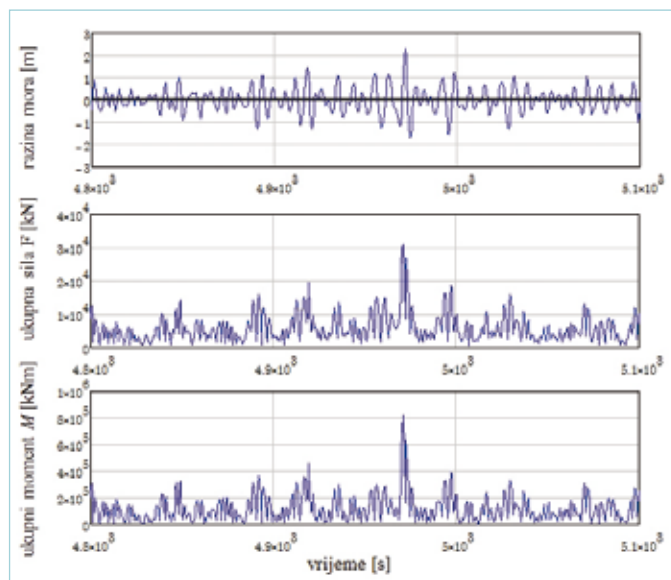
su provedenoj analizi izostavljeni slučajevi za veće značajne visine valova na manjim dubinama mora kada je opravdano pretpostaviti da će nastupiti lom vala (Burcharth i Hughes, 2003.).

Proračun hidrodinamičke sile je u oba slučaja proveden u skladu s jednačbom (1). Pritom se razlika između razmatranih pristupa u tom slučaju evidentira u direktnom i indirektnom definiranju brzine $v(x,y,z,t)$ i akceleracije $a(x,y,z,t)$. Naime, za slučaj spektralnog pristupa je moguće navedene veličine uključiti kao promjenjive veličine po visini pilota z i u vremenu t . S druge strane, monokromatski pristup razmatra samo jedan mjerodavan harmonijski val definiran visinom H i periodom T te se prostorna varijabilnost kinematičkih veličina po visini pilota z u tom slučaju uvodi putem bezdimenzionalnih koeficijenata (5 i 6).

4.1 Spektralni pristup

Spektralni pristup je implementiran u vidu numeričkog algoritma u programski paket MathCAD 15 (Mathsoft, 1993.). U okviru navedenog je dobro primijetiti da postizanje rezultata od relevantnog značaja u ovom pristupu iziskuje relativno gustu diskretizaciju funkcije gustoće valnog spektra i relativno veliku vremensku domenu prožetom vremenskim koracima Δt koji zadovoljavaju Nyquistov teorem o uzorkovanju (Holthuijsen, 2007.). S druge strane, lako se složiti da će navedeno podrazumijevati relativno velik broj potrebnih aritmetičkih operacija, što ovaj pristup čini manje atraktivnim za praktičnu primjenu. Iako, prikladna implementacija algoritma može bitno reducirati vrijeme izračuna i to putem jednokratnog provođenja i naknadnog izbjegavanja onih operacija čiji se ishod ne mijenja u vremenskoj domeni analize.

Numerički primjeri su provedeni za spektre definirane jednačbom (1) i značajnim visinama vala H_s u ranije navedenom rasponu. Svaki spektar $S(\omega)$ se potom diskretizirao na način da se kontinuirana domena kružnih frekvencija ω zamijenila diskretnom domenom definiranom sa $n\Delta\omega$ ekvidistantnih intervala veličine $\Delta\omega$. Dobro je primijetiti da će se redukcija broja $n\Delta\omega$ odraziti na rezultate u vidu diskutabilne vjerodostojnosti. S



Slika 6. Vremenska promjena valnog profila te ukupne sile i momenta savijanja za $H_s=3,0$ m na dubini od $h=30,0$ m

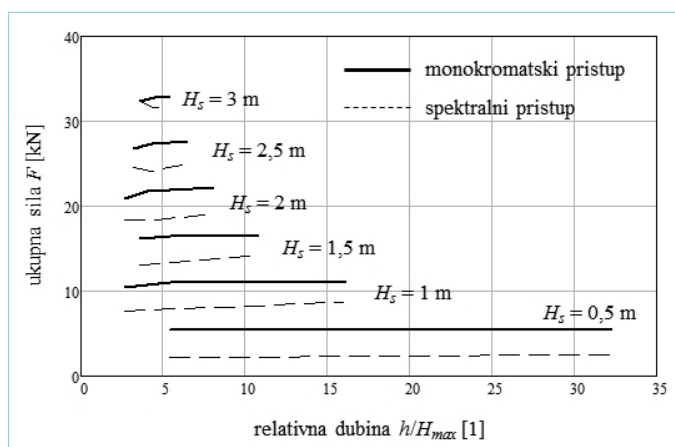
druge strane, porast broja inkremenata će se nepovoljno odraziti na vrijeme trajanja izračuna. Radi navedenog, ovom problemu se mora pristupiti kompromisom koji će istovremeno osigurati rentabilnost i pouzdanost analize. Provodeći više numeričkih simulacija, ustanovljeno je da se kompromisna situacija postiže u slučaju da se spektar diskretizira sa 300 inkremenata $\Delta\omega$. Vrijeme simulacije odabrano je na način da se omogući pojava 1000 valova. Kako se prosječni period vala razlikuje ovisno o visini vala, tako se i vrijeme simulacije zasebno računalo kao $t=1000T_{sr}$, gdje T_{sr} prosječni period vala izračunat prema izrazu $T_{sr}=2\pi(m_0/m_2)^{1/2}$, a m_0 i m_2 su nulti, odnosno drugi spektralni moment. U okviru navedenog provedena je kvantifikacija sile $f(z,t)$ po visini pilota za raspone varijabli komparativne analize. Kao ishod provedene analize određena su mjerodavna opterećenja kao maksimalne vrijednosti ukupne sile $F(t)$ i ukupnog momenta sile $M(t)$ koje su se dogodile u razmatranoj vremenskoj domeni. Dobiveni rezultati su u nastavku rezimirani i komparirani sa istima dobivenim monokromatskim pristupom.

4.2 Monokromatski pristup

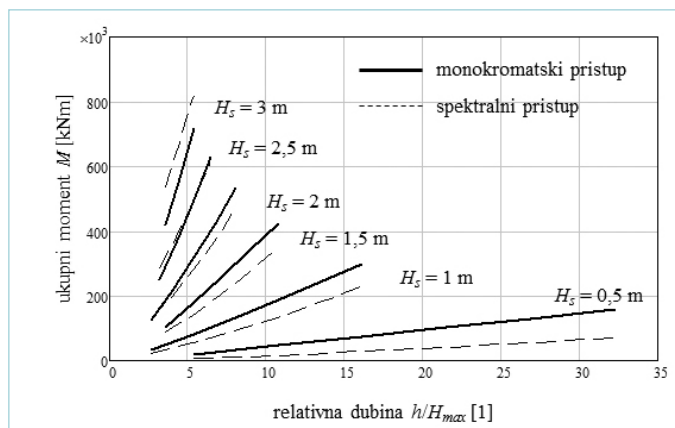
U svrhu izrade komparativne analize, projektni val se definirao maksimalnom visinom vala prema izrazu (Journée i Maasie, 2001.):

$$H_{max} = H_s \sqrt{\frac{1}{2} \ln(N)} \quad (24)$$

gdje je N broj valova, a za $N=1000$ prema (24) slijedi da je $H_{max} = 1.86 H_s$. Osim navedenog, razmatrali su se valovi strmine H_{max}/λ u rasponu od 1/10 do 1/20. Ovakav izbor nije slučajna te je proveden sa namjerom da se razmotre valovi koji čine dio Tabainovog spektra koji se razmatrao u spektralnom pristupu kvantifikacije opterećenja opisanom u prethodnom poglavlju. Osim navedenog, ovakav izbor ne treba čuditi jer je interes usporediti mjerodavna, odnosno maksimalna opterećenja valova. U nastavku se prilažu dobiveni rezultati koji su ujedno i komparirani sa spektralnom metodologijom predikcije opterećenja.



Slika 7. Usporedba ukupne sile $F(t)$ dobivene za različite visine valova H_s i relativne dubine mora h/H_{max} prema spektralnom i monokromatskom pristupu definiranja opterećenja valova na cilindrične pilote.



Slika 8. Usporedba ukupnog momenta $M(t)$ dobivenog za različite visine valova H_s i relativne dubine mora h/H_{max} prema spektralnom i monokromatskom pristupu definiranja opterećenja valova na cilindrične pilote.

4.3 Komparacija rezultata

U nastavku je prikazana i komentirana usporedba rezultata dobivenih putem spektralnog i monokromatskog pristupa u kvantifikaciji hidrodinamičkog opterećenja valova. Usporedba je provedena između ukupnih sila $F(t)$ i momenta savijanja $M(t)$. Pritom, obzirom da spektralni pristup definira dijagram sila $f(z,t)$ na pilot, koji ne leži nužno u vertikalnoj ravnini, ukupna sila $F(t)$ se definirala integracijom dijagrama sila $f(z,t)$ te se ukupni moment savijanja $M(t)$ definirao superponirajući doprinose momenta savijanja u x i y smjeru nastalih za svaku komponentu sile $f(z,t)$ u dijagramu sila. Usporedba maksimalno ostvarenih ukupnih sila $F(t)$ je prikazana na slici 7 te je usporedba maksimalnih momenta savijanja $M(t)$ prikazana na slici 8. U svim slučajevima monokromatski pristup vodi do većih vrijednosti ukupnih sila na pilot. Ukupni moment savijanja je također veći u monokromatskom pristupu, osim za visinu vala $H_s=2,0$ m kada su momenti približno podjednaki te za visinu vala $H_s=3,0$ m kada su momenti savijanja veći od onih dobivenih spektralnim pristupom. Za sve ispitane značajne visine valova H_s , razlika između razmotrenih pristupa raste sa povećanjem relativne dubine h/H_{max} (slika 7 i 8).

Kako bi se ustanovio relativni odnos ispitanih pristupa, na slici 9 i slici 10 je prikazan postotni omjer magnitude sila $F(t)$ te momenata savijanja $M(t)$ dobivenih spektralnim pristupom u odnosu na deterministički pristup. Treba primijetiti da spektralni pristup može definirati opterećenja koja su i do 60% manja, ali da može dati i veće momente savijanja koji su 20% veći od onih dobivenih monokromatskim pristupom za isti val.

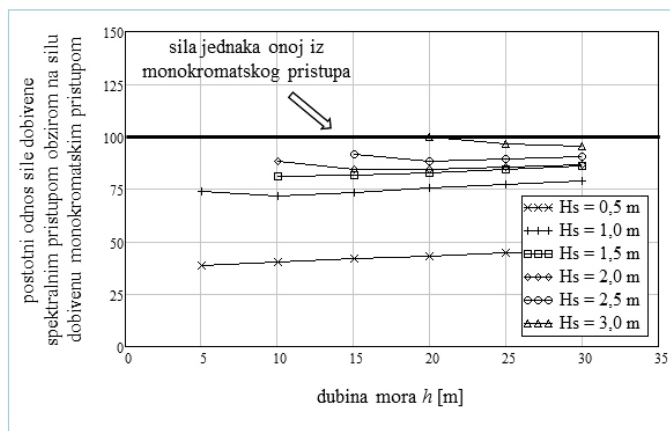
Osim za najviše valove, načelno se može utvrditi da spektralni pristup dovodi do manjih vrijednosti i ukupnih sila $F(t)$ i momenata savijanja $M(t)$ na temelju pilota. U slučaju valova 2,5 i 3,0 m spektralni pristup dovodi do manjih ukupnih sila $F(t)$, ali podjednakih ili čak većih momenata savijanja $M(t)$ na temelju pilota. Pritom su najveće razlike između ispitanih pristupa ustanovljene za slučaj najmanjeg vala visine $H_s=0,5$ m, gdje je evidentirano prosječno odstupanje u iznosu sile $F(t)$ od 42% te prosječno odstupanje u iznosu momenta $M(t)$ od 39%. Za val visine $H_s=2,5$ m, prosječno odstupanje sile iznosi 90%, odnosno 104% u slučaju momenta savijanja, dok za val visine $H_s=3,0$ m prosječno odstupanje sile iznosi 97%, odnosno čak 121% u slučaju momenta savijanja.

5. ZAKLJUČAK

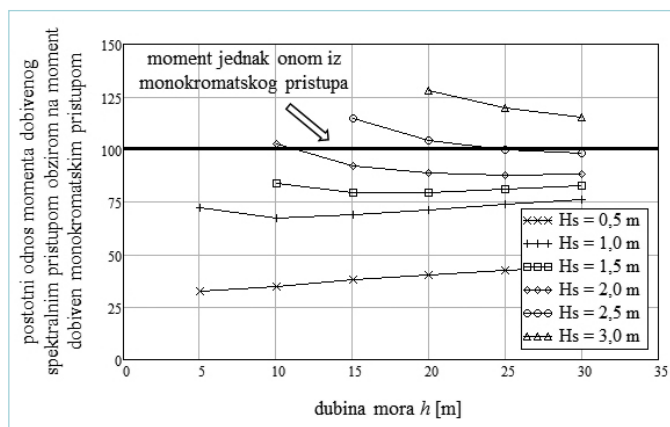
U radu je provedena komparativna analiza između hidrodinamičkog opterećenja valova na cilindrične pilote proračunatog putem nekonvencionalnog spektralnog pristupa i konvencionalnog monokromatskog pristupa. U svrhu evidentiranja polaznih pretpostavki ovih metoda, te osiguravanja konzistentnosti između ulaznih

podataka, izložen je sažet prikaz metodologija izrade proračuna. U svrhu izrade komparativne analize između razmotrenih pristupa, valne karakteristike i dubina mora se razmatrala u rasponima unutar kojih se svi ispitani valovi mogu opravdano interpretirati kao najnepovoljnije fazne komponente u funkciji gustoće spektra valova. S druge strane, u okviru izrade predikcije opterećenja, sa spektralnim pristupom se uvažila vremenska domena analize unutar koje je opravdano očekivati pojavnost najnepovoljnije fazne komponente, odnosno komponente sa maksimalnom amplitudom.

Usporedbom dobivenih rezultata se utvrdilo da u odnosu na monokromatski pristup, spektralni pristup je većim dijelom rezultirao manjim vrijednostima ukupne sile $F(t)$ i momenata savijanja $M(t)$. Najveće razlike između ispitanih pristupa su ustanovljene za slučaj najmanjeg vala visine 0,5 m (prosječno 42% manje sile i 39% manji momenti). U prvom redu ovakav ishod usporedbe se može opravdati navodeći da je spektralni pristup vjerodostojniji u opisivanju kinematike gibanja mora te nudi mogućnost nekolinearnog djelovanja sile na pilot. Naime, činjenica da dijagram sile $f(z,t)$ na pilot u spektralnom pristupu ne mora nužno biti definiran u vertikalnoj ravnini, umanjuje iznos ukupne sile $F(t)$ i momenata $M(t)$. Ispitani rasponi valnih karakteristika i dubina mora odgovaraju pomorskim uvjetima u otvorenom Jadranskom moru. Iz tog razloga se, osim kvalitativne razlike, ovim radom ustanovila kvantitativna razlika uspoređenih pristupa za proračun hidrodinamičkog djelovanja valova na vertikalne pilete. ■



Slika 9. Postotni iznos ukupne sile $F(t)$ dobivene putem spektralnog pristupa u odnosu na ukupnu silu dobivenu monokromatskim pristupom za različite visine valova H_s i dubine mora h .



Slika 10. Postotni iznos momenta $M(t)$ dobivenog putem spektralnog pristupa u odnosu na moment dobiven monokromatskim pristupom za različite visine valova H_s i dubine mora h .

LITERATURA

- Burcharth, H. F., Hughes, S. A. (2003.): Fundamentals of Design. Coastal Engineering Manual, Part VI, Poglavlje 5, Engineer Manual 1110-2-1100, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, DC.
- Dean, R.G. (1977.): Hybrid Method of Computing Wave Loading, Proc. Offshore Tech Conf., Houston, Paper No. OTC 3029, 483-492.
- Feynman, R. (1986.), The Feynman Lectures on Physics Vol. 1 Section 51.4.
- Goda, Y. (1988.): Statistical variability of sea state parameters as a function of a wave spectrum, Coastal Engineering in Japan, JSCE, Vol. 31, Br. 1, pp. 39-52. 483-492.
- Holthuijsen, L.H. (2007.): Waves in oceanic and costal waters, Cambridge Univerity Press, Cambridge.
- Journee, J. M. J., Massie, W. W. (2001.): Offshore Hydromechanics, Delft University of Technology
- Lloyd, A. R. M. J. (1989.): Seakeeping, behaviour in rough weather, Ellis Horwood Ltd.
- Mathsoft (1993.): Mathcad 15. User Guide. Mathsoft Inc., Cambridge, MA, 1993.
- Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W., Schaaf, S. A. (1950.): The force exerted by surface waves on piles, Petroleum Transactions (American Institute of Mining Engineers), 189, 149-154.
- Park, J. C., Uno, Y., Sato, T., Miyata, H., Chun, H. H. (2004.): Numerical reproduction of fully nonlinear multi-directional waves by a viscous 3D numerical wave tank, Ocean Engineering 31, 1549-1565.
- Tabain, T. (1974.): The Proposal for Standard of Sea State for the Adriatic; Brodogradnja 25, 3-4.
- Tabain, T. (1997.): Standard Wind Wave Spectrum for the Adriatic Sea Revisited (1977-1997), Brodogradnja 45(4), 303-313.
- Tadejević, Z., Pršić, M. (1981.): Pomorska hidraulika, I. dio – idealni valovi i struje, Fakultet građevinskih znanosti – Zagreb, Zagreb.

SPECTRAL AND MONOCHROMATIC APPROACH TO THE DEFINITION OF HYDRODYNAMIC LOAD ON VERTICAL PILES

Abstract. The paper presents a conducted comparative study between hydrodynamic loads of wind waves on cylindrical piles obtained for propagation of harmonic wave (monochromatic approach) and for a group of waves (spectral approach). The Morison equation was used for load quantification, and considerations are accordingly related to hydraulically transparent piles. The spectral approach is based on synthetic generation of relevant kinematic parameters from adopted spectrum density function of the waves. The methodology includes a multiphase character of undulation, stochastic variations of phase components, stochastic propagation of phase components and functional dependence of the kinematics of salt water particle motion on the depth at which they are located. The resulting algorithms for both approaches are implemented in the software package *MathCAD 15*. To show the significance of the comparative analysis, the same analysis was conducted for relevant waves in the Adriatic Sea. In accordance with an obviously higher reliability of the kinematics of sea motion in the spectral approach, the range of wave characteristics within which the monochromatic approach predicts less conservative loads was determined.

Key words: hydrodynamic load, monochromatic wave, Morison equation, generation of synthetic sea surface, Tabain's spectrum

SPEKTRALER UND MONOCHROMATISCHER ANSATZ ZUR FESTSTELLUNG DER HYDRODYNAMISCHEN BELASTUNG AUF VERTIKALE PFÄHLE

Zusammenfassung. Eine Vergleichsstudie zu den hydrodynamischen Belastungen von zylindrischen Pfählen durch Windwellen ist durchgeführt worden, in der die Belastungen für den Fall der Entstehung einer harmonischen Welle (monochromatischer Ansatz) und einer Wellengruppe (spektraler Ansatz) ermittelt wurden. Zur Quantifizierung der Belastungen wurde die Morison-Gleichung verwendet, so beziehen sich die Betrachtungen auf die hydraulisch transparenten Pfähle. Der spektrale Ansatz basiert auf der synthetischen Generierung von relevanten kinematischen Größen aus der angenommenen Funktion der Dichte des Wellenspektrums. Die Methodologie schließt folgendes ein: die Mehrstufigkeit der Wellenbewegung, stochastische Abweichung der Stufenkomponenten, stochastische Orientierung der Verbreitung von Stufenkomponenten sowie funktionale Abhängigkeit der Kinematik der Partikelbewegung von der Tiefe, in der sich die Partikel befinden. Die resultierenden Algorithmen für die beiden Ansätze wurden in das Programmpaket *MathCAD 15* importiert. Um die Bedeutung der Vergleichsanalyse zu zeigen, wurde eine solche Analyse für die Fälle von relevanten Wellen im Adriatischen Meer durchgeführt. Im Einklang mit der offensichtlich höheren Zuverlässigkeit der Kinematik der Meeresbewegung im spektralen Ansatz konnte eine Reihe von Welleneigenschaften festgestellt werden, unter welchen der monochromatische Ansatz weniger konservative Belastungen vorsieht.

Schlüsselwörter: hydrodynamische Belastung, monochromatische Welle, Morison-Gleichung, synthetische Generierung der Meeresoberfläche, Tabain-Spektrum