Formale Beschreibungsverfahren (WiSe 2019/20)

Probeklausur / Lösungen

Norman Markgraf

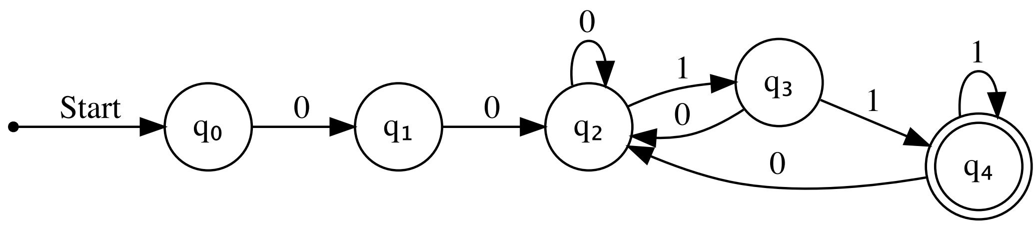
9.12.2019

Lösung zur Aufgabe 1

Es ist Ihnen feigestellt hier eine **totale** oder **partielle** Übergangsfunktion zu wählen.

a) Der Automat lässt sich beschreiben als $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ mit
- Zustandsmenge $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
- Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$
- *partielle* Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ wie unten.
- Startzustand $s = q_0 \in Q$
- Endzuständen $F = \{q_4\} \subseteq Q$

b) Der Graph zur Übergangsfunktion lautet:



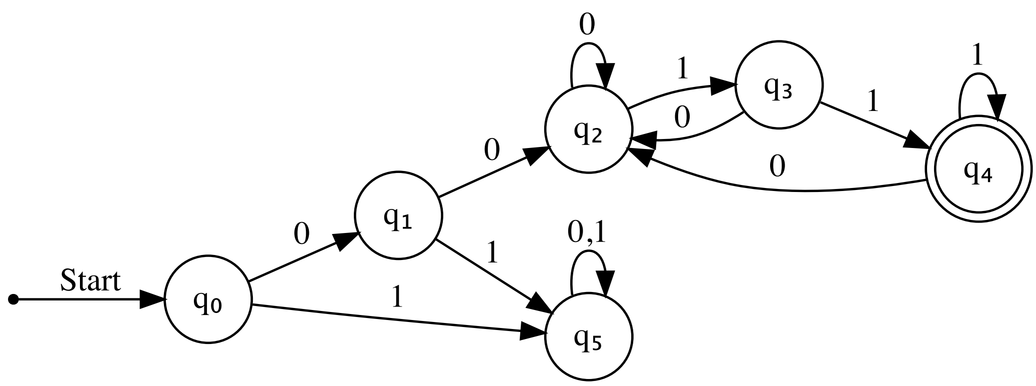
c) Die Übergangsfunktion als Tabelle:

	0	1
$\to q_0$	q_1	$\perp$
q_1	q_2	$\perp$
q_2	q_2	q_3
q_3	q_2	q_4
$* \ q_4$	q_2	q_4

Alternativ können Sie auch mit einer *totalen* statt einer *partiellen* Übergangsfunktion arbeiten:

a) Der Automat lässt sich beschreiben als $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ mit
   - Zustandsmenge $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$
   - Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$
   - *totale* Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ wie unten.
   - Startzustand $s = q_0 \in Q$
   - Endzuständen $F = \{q_4\} \subseteq Q$

b') Der Graph zur (totalen) Übergangsfunktion lautet:



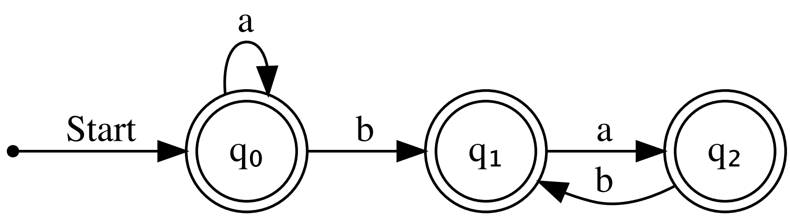
c') Die Übergangsfunktion als Tabelle:

	0	1
$\longrightarrow q_0$	q_1	q_5
q_1	q_2	q_5
q_2	q_2	q_3
q_3	q_2	q_4
$* \; q_4$	q_2	q_4
q_5	q_5	q_5

Lösung zur Aufgabe 2

a) $L_A = \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists n, m \in \mathbf{N}_0 . w = lvr . l = a^n \wedge v = (ab)^m \wedge (r = b \vee r = \epsilon)\}$

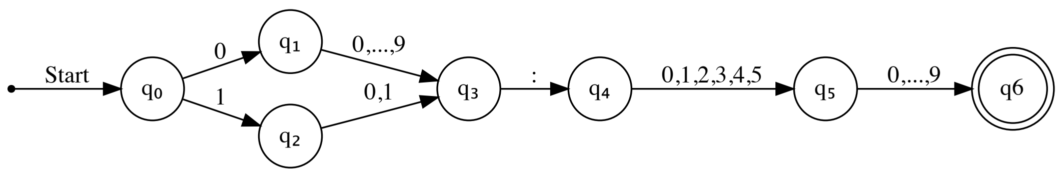
b) Ein möglicher Graph für einen DEA lautet:



Lösung zur Aufgabe 3

a) Der Automat lässt sich beschreiben als $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ mit
   - Zustandsmenge $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$
   - Alphabet $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, :\}$
   - *partielle* Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Sigma^* \to Q$ wie unten.
   - Startzustand $s = q_0 \in Q$
   - Endzuständen $F = \{q_6\} \subseteq Q$

b) Der Graph zur Übergangsfunktion lautet:



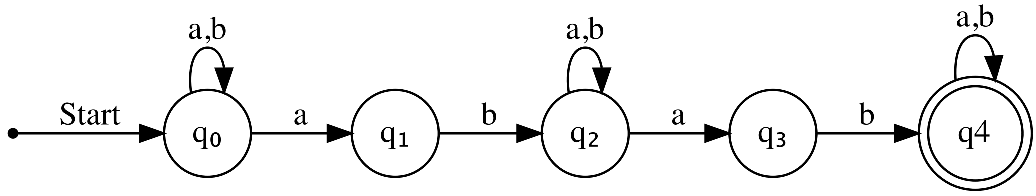
c) Die Übergangsfunktion als Tabelle:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:
$\longrightarrow q_0$	q_1	q_2	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
q_1	q_3	q_3	q_3	q_3	q_3	q_3	q_3	q_3	q_3	q_3	$\perp$
q_2	q_3	q_3	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
q_3	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	q_4
q_4	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
q_5	q_6	q_6	q_6	q_6	q_6	q_6	q_6	q_6	q_6	q_6	q_6
$* \, q_6$	q_2	q_4	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$

Lösung zur Aufgabe 4

a) Der Automat lässt sich beschreiben als $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ mit
   - Zustandsmenge $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
   - Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$
   - *partielle* Übergangsfunktion $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \to P(Q)$ wie unten.
   - Startzustand $s = q_0 \in Q$
   - Endzuständen $F = \{q_6\} \subseteq Q$

b) Der Graph zur Übergangsfunktion lautet:



c) Die Übergangsfunktion als Tabelle lautet dann:

	a	b
$\longrightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\emptyset$	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_2.q_3\}$	$\{q_2\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$
$*\, q_4$	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$

Lösung zur Aufgabe 5

a) Das 5-Tupel für den DEA lautet:

$$A = (\{\{q_0\}, \{q_0, q_1\}, \{q_0, q_2\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{q_0, q_2, q_4\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}\},$$
$$\{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{\{q_0, q_2, q_4\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}\})$$

b) Die Tabelle der Übergangsfunktion lautet:

	a	b
$\longrightarrow \{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_2, q_4\}$
$*\{q_0, q_2, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_2, q_4\}$
$*\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_2, q_4\}$

Wir ersetzen nun, damit es übersichtlicher wird, die Zustandsmengen in neue Zustände wie folgt:

- $z_0 = \{q_0\}$
- $z_1 = \{q_0, q_1\}$
- $z_2 = \{q_0, q_2\}$
- $z_3 = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
- $z_4 = \{q_0, q_2, q_4\}$
- $z_5 = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$

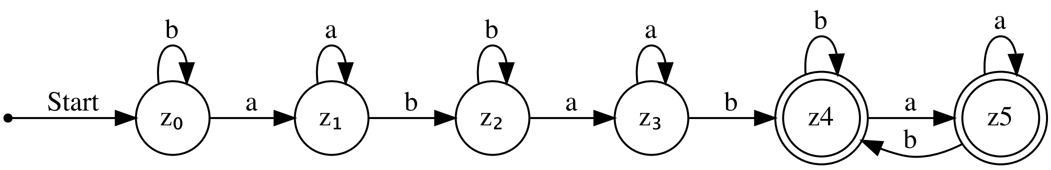
Damit erhalten wir den DEA:

$$A = (\{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5\}, \{a, b\}, \delta, \{z_0\}, \{z_4, z_5\})$$

mit der Übergangsfunktionstabelle:

	a	b
$\longrightarrow z_0$	z_1	z_0
z_1	z_1	z_2
z_2	z_3	z_2
z_3	z_3	z_4
$*z_4$	z_5	z_4
$*z_5$	z_5	z_4

b) Der Graph der Übergangsfunktion lautet



Lösung zur Aufgabe 6

a) **abab** wird akzeptiert! Lösung mit Konfigurationsübergängen:

$$(z_0, abab) \vdash (z_1, bab) \vdash (z_2, ab) \vdash (z_3, b) \vdash (z_4, \epsilon)$$

Und z_4 ist ein Endzustand!

b) *abaa* wird nicht akzeptiert! Lösung mit Konfigurationsübergängen:

$$(z_0, abaa) \vdash (z_1, baa) \vdash (z_2, aa) \vdash (z_3, a) \vdash (z_3, \epsilon)$$

Aber z_3 ist **kein** Endzustand!

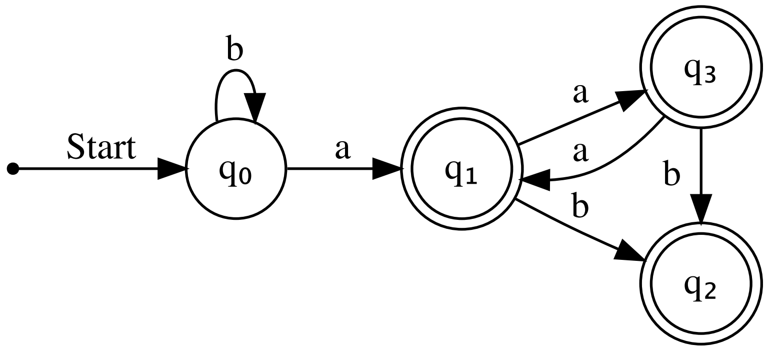
c) **abbaabb** wird akzeptiert: Lösung mit Konfigurationsübergängen:

$$\begin{aligned}(z_0, abbaabb) &\vdash (z_1, bbaabb) \vdash (z_2, baabb) \vdash (z_2, aabb)\\ &\vdash (z_3, abb) \vdash (z_3, bb) \vdash (z_4, b) \vdash (z_4, \epsilon)\end{aligned}$$

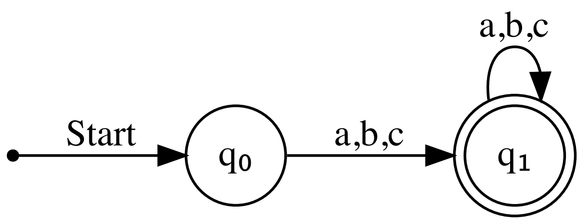
Und z_4 ist ein Endzustand!

Lösung zur Aufgabe 7

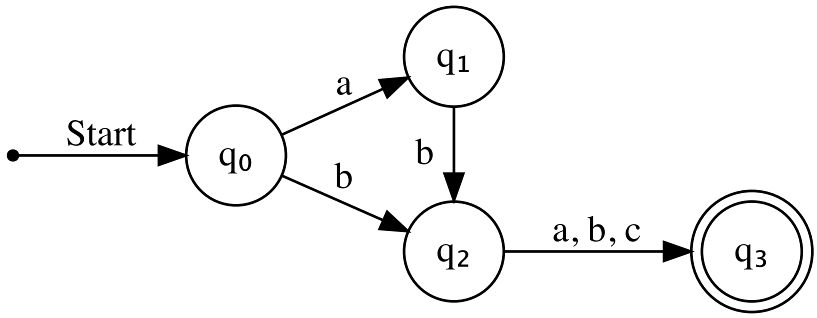
a) Übergangsgraph zu $(a + b)^*a(b + \epsilon)$:



b) Übergangsgraph zu $(a + b + c)^+$:



c) Übergangsgraph zu $(a+\epsilon)b(a+b+c)$:



Lösung zur Aufgabe 8

$a^*((ab)^* + (ba)^*(b+\epsilon)) = a^*(ba)^*(b+\epsilon)$

Lösung zur Aufgabe 9

a) Das 5-Tupel für den DEA lautet:

$$A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_3\})$$

b) Akzeptiert werden u.a. die Wörter “abc” und “baabbca”, nicht akzeptiert u.a. die Wörter “aaa”und “bbb”.

c) Die akzeptierte Sprache lautet:

$L_A = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \exists x \in \{b,c\}^*, y \in \{a,c\}^*, z \in \{a,b\}^*, t \in \{a,b,c\}^*.w = xaybzct\}$