UNIP – Universidade Paulista

Ciência da Computação e Sistemas de Informação

Disciplina: Pesquisa Operacional

Exemplo 03: Maximização

Fonte:
Pesquisa Operacional – Curso Introdutório – 2ª edição - Daniel Augusto Moreira – Página 22

A estruturação do problema é a mesma apresentada no Exemplo 01, cujo enunciado é repetido abaixo. A solução, porém, neste caso, será gráfica e não algébrica. Cada restrição é representada por uma reta num plano cartesiano. A área comum a todos os gráficos indicará a solução.

Enunciado

Uma fábrica produz dois produtos: A e B. Cada um deles deve ser processado por duas máquinas: M1 e M2. Devido à programação de outros produtos, que também utilizam essas máquinas, a máquina M1 tem 24 horas de tempo disponível para os produtos A e B, enquanto a máquina M2 tem 16 horas de tempo disponível.

Para produzir uma unidade do produto A são gastos 4 horas em cada uma das máquinas M1 e M2. Para produzir uma unidade do produto B são gastos 6 horas na máquina M1 e 2 horas na máquina M2.

Cada unidade vendida do produto A gera um lucro de R$80,00 e cada unidade do produto B gera um lucro de R$60,00. Existe uma previsão máxima de demanda para o produto B de 3 unidades, não havendo restrição quanto à demanda do produto A.

Quantas unidades de A e B devem ser produzidas de forma a maximizar o lucro?

Solução

As variáveis de decisão são as quantidades que devem ser fabricadas dos produtos A e B para maximizar o lucro.

Sumarizando o problema em uma tabela temos:

Produto	Horas gastas em M1	Horas gastas em M2	Demanda máxima	Lucro unitário (R$)
A	4	4	ilimitada	80
B	6	2	3	60
Horas disponíveis	24	16		

Função objetivo

Relembrando:

- x = quantidade de produtos A
- y = quantidade de produtos B

$$80x + 60y$$

já que cada unidade de A gera um lucro de R$80,00 e cada unidade de B gera um lucro de R$60,00.

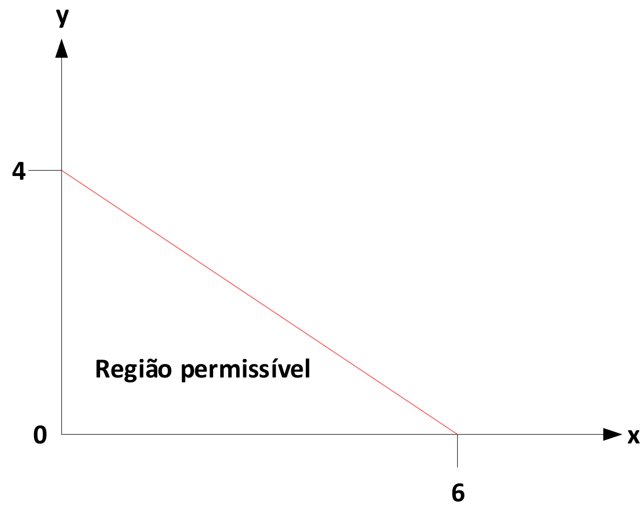
É essa função, então, que deve ser maximizada. Mas as restrições devem ser observadas.

Restrições

Reunindo todos os parâmetros e restrições temos:

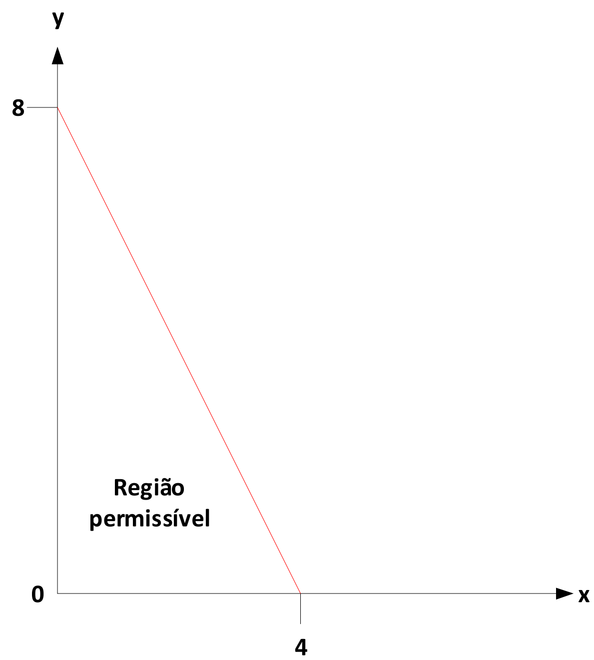
- $4x + 6y \leq 24$ (1)
- $4x + 2y \leq 16$ (2)
- $0x + 1y \leq 3$ (é o mesmo que $y \leq 3$)
- $x \geq 0$
- $y \geq 0$

1. Restrição das horas disponíveis na máquina M1:



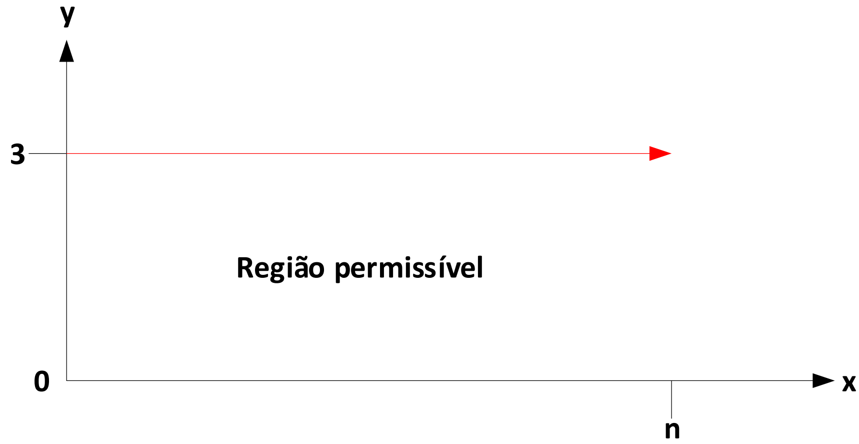
A região permissível é definida pela restrição $4x + 6y \leq 24$. Os pontos extremos da reta correspondem a $4x + 6y < 24$ e os pontos sobre a reta correspondem a $4x + 6y = 24$.

2. Restrição das horas disponíveis na máquina M2:

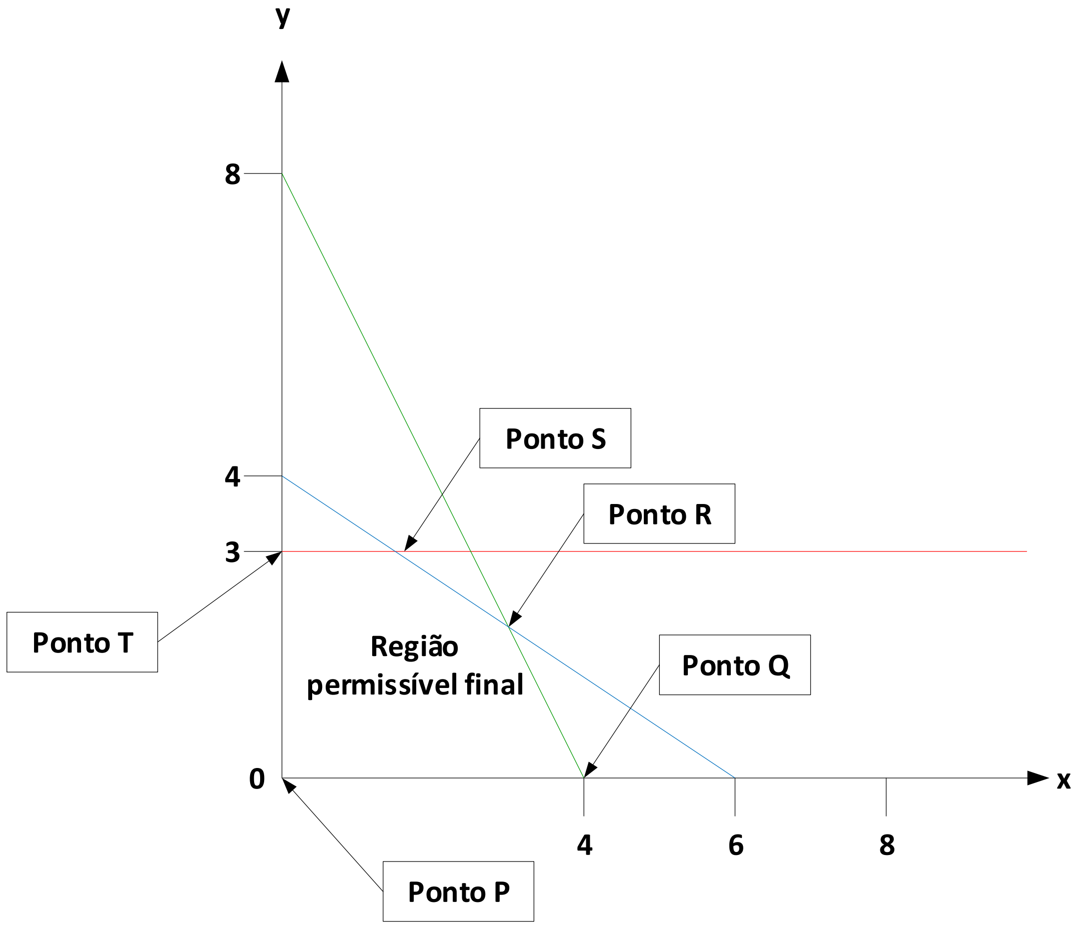


A região permissível é delimitada pelos eixos e pela reta. Para qualquer ponto da reta vale 4x + 2y = 16 e para qualquer outro ponto da região permissível vale 4x + 2y < 16.

3. Restrição da demanda máxima do produto B: y ≤ 3



4. Os gráficos das três restrições podem ser sobrepostos em um gráfico só para indicar a maximização:



As três restrições delimitam uma região comum, que é o polígono PQRST. Todos os pontos internos a essa região, ou sobre as retas, obedecem simultaneamente a todas as restrições.

Para se obter o ponto ótimo, basta as coordenadas dos pontos P. Q, R, S e T na função objetivo e verificar quais delas fornecem o valor máximo:

Ponto	Valor de x	Valor de y	Função objetivo 80x + 60y
P	0	0	0
Q	4	0	320
R	3	2	360
S	1,5	3	300
T	0	3	180

O ponto R é a solução do problema de maximização, com x = 3 (quantidade de produtos A) e y = 2 (quantidade de produtos B).