UNIP – Universidade Paulista

Ciência da Computação e Sistemas de Informação

Disciplina: Pesquisa Operacional

Exemplo 04: Minimização

Fonte:
Pesquisa Operacional – Curso Introdutório – 2ª edição - Daniel Augusto Moreira – Página 28

A estruturação do problema é a mesma apresentada no Exemplo 02, cujo enunciado é repetido abaixo. A solução, porém, neste caso, será gráfica e não algébrica. Cada restrição é representada por uma reta num plano cartesiano. A área comum a todos os gráficos indicará a solução.

Enunciado

Uma granja quer misturar dois tipos de alimentos para criar um tipo especial de ração para suas galinhas poedeiras. A primeira característica a ser atingida com a nova ração é o menor preço possível por unidade de peso.

Cada um dos alimentos contém os nutrientes necessários à ração final (nutrientes X, Y e Z), porém em proporções variáveis.

- Cada 100 g do Alimento 1 possui 10 g do nutriente X, 40 g do nutriente Y e 50 g do nutriente Z. Essas 100 g do Alimento 1 custam, para a granja, R$0,60.
- Cada 100 g do Alimento 2 possui 20 g do nutriente X, 60 g do nutriente Y e 20 g do nutriente Z. Essas 100 g do Alimento 2 custam, para a granja, R$0,80.

Sabe-se que a ração final deve conter, no mínimo, 2 g do nutriente X, 64 g do nutriente Y e 34 g do nutriente Z.

Solução

As variáveis de decisão são as quantidades que devem ser misturadas dos Alimentos 1 e 2 para minimizar o custo: x gramas do Alimento 1 e y gramas do Alimento 2.

Sumarizando o problema em uma tabela temos:

	Composição por 100 g		Composição de nutrientes (mínima em gramas)
	Alimento 1	Alimento 2	
Nutriente X	10	20	2
Nutriente Y	40	60	64
Nutriente Z	50	20	34
Custo por 100 g	R$0,60	R$0,80	

Função objetivo

Representaremos:

- x = quantidade (em gramas) do Alimento 1
- y = quantidade (em gramas) do Alimento 2
- x + y = quantidade em gramas da nova ração
- x + y devem ter um custo mínimo

Como 100 g do Alimento 1 custam R\$0,60 então 1 grama = R\$0,006 (0,60/100). Da mesma forma, 1 grama do Alimento 2 custa R\$0,008 (0,80/100). A função a ser minimizada é:

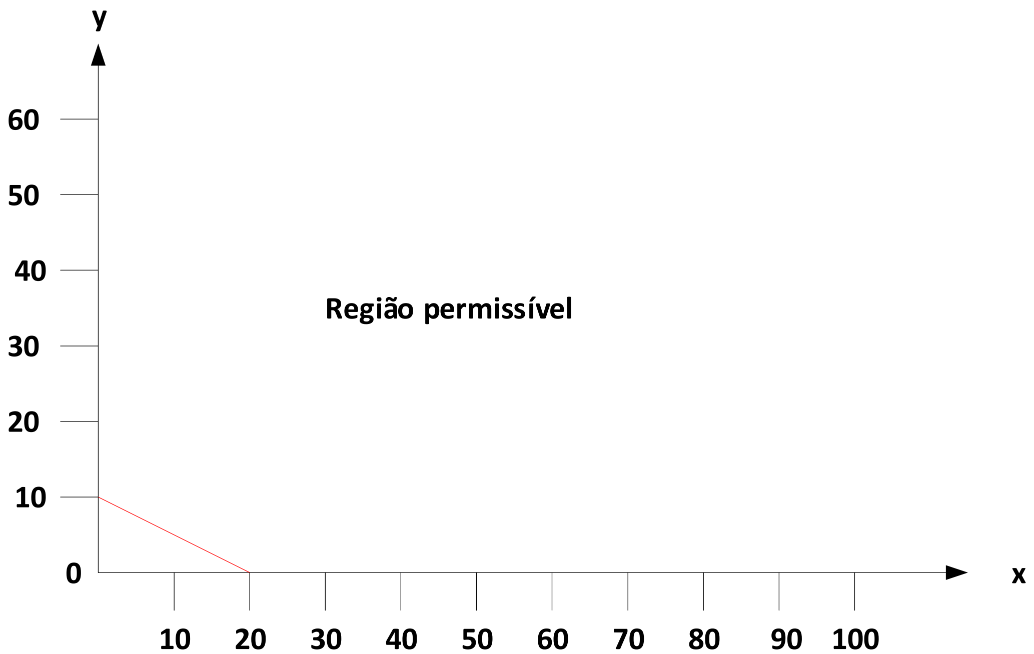
$$0{,}006x + 0{,}008y$$

Formulação completa

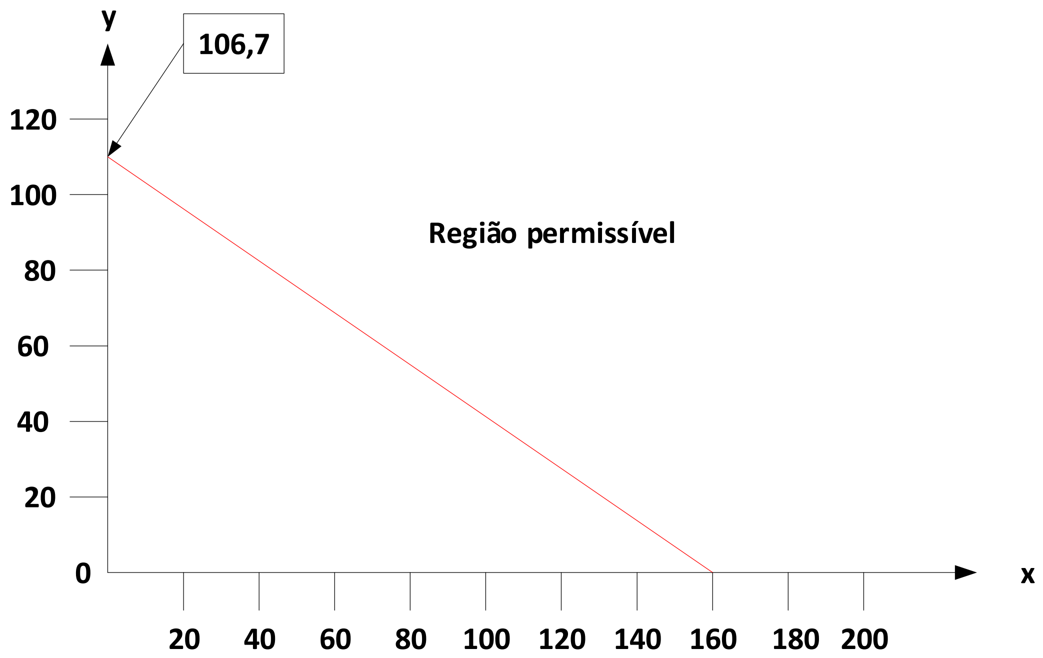
Reunindo todos os parâmetros e restrições temos:

- Minimizar $0{,}006x + 0{,}008y$
- $0{,}1x + 0{,}2y \geq 2$
- $0{,}4x + 0{,}6y \geq 64$
- $0{,}5x + 0{,}2y \geq 34$
- $x \geq 0$
- $y \geq 0$

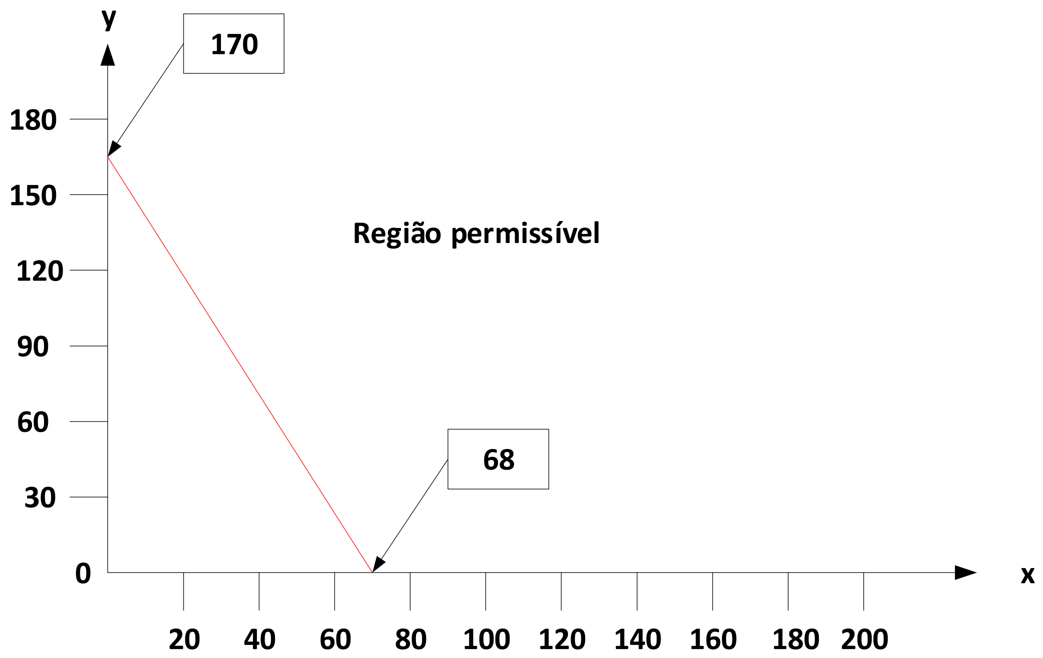
1. Restrição da quantidade mínima (2 g) de nutriente X que deve existir na quantidade final (x + y) da mistura: $0{,}1x + 0{,}2y \geq 2$. Se fizermos $y = 0$ teremos $x = 20$. Se fizermos $x = 0$ teremos $y = 10$:



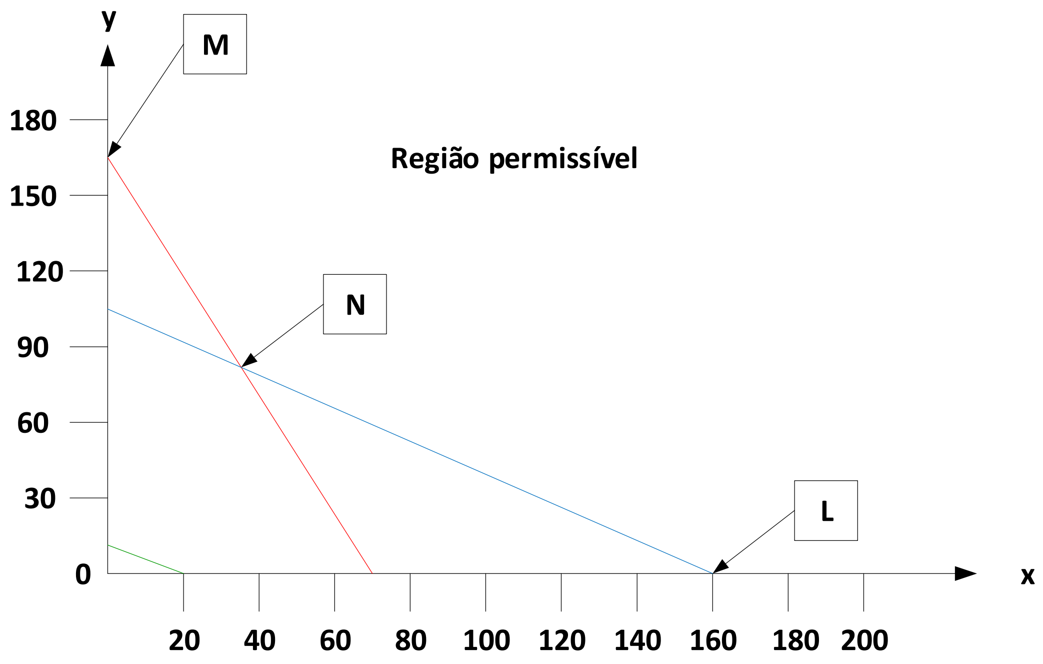
2. Restrição da quantidade mínima (64 g) de nutriente Y que deve existir na quantidade final (x + y) da mistura: $0{,}4x + 0{,}6y \geq 64$. Se fizermos y = 0 teremos x = 160. Se fizermos x = 0 teremos y = 106,7:



3. Restrição da quantidade mínima (34 g) de nutriente Z que deve existir na quantidade final (x + y) da mistura: $0{,}5x + 0{,}2y \geq 34$. Se fizermos y = 0 teremos x = 68. Se fizermos x = 0 teremos y = 170:



4. As representações gráficas das 3 restrições podem ser colocadas em um único gráfico:

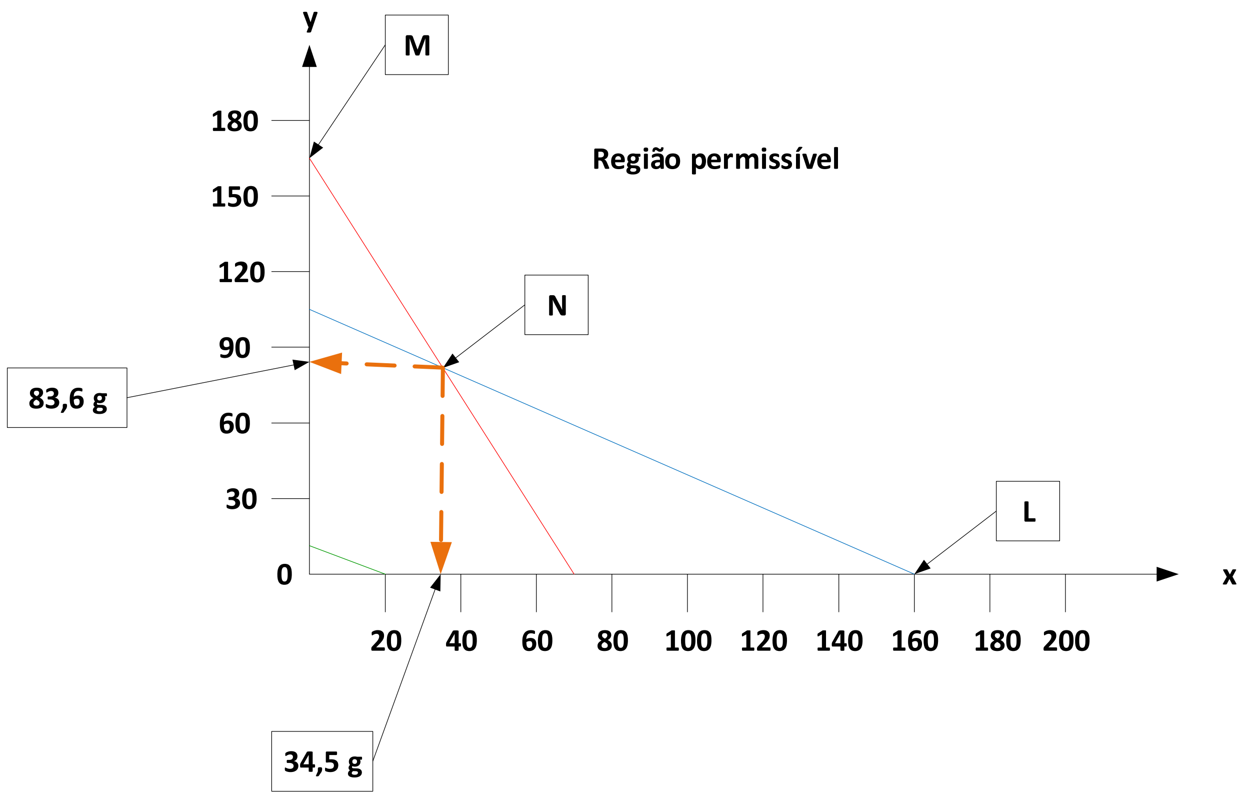


As 3 restrições delimitam uma região permissível, aberta à direita, e delimitada à esquerda pelos pontos MNL, pelo eixo y para valores maiores que M e, pelo eixo x, para valores maiores que L. Todos os pontos internos a essa região, ou sobre as retas MN e NL, obedecem simultaneamente a todas as restrições.

Calculando as coordenadas de cada ponto, e substituindo na função objetivo, obtém-se:

Ponto	**Valor de x**	**Valor de y**	**Função objetivo 0,006x + 0,008y**
M	0	170	1,36
N	34,5	83,6	0,88
L	160	0	0,96

O ponto N é, portanto, a solução do problema de minimização com x = 34,5 g e y = 83,6 g o que gera um custo de R$0,88.


y
M
180
150
120
90
60
30
0
Região permissível
N
83,6 g
L
x
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
34,5 g