Ciência da Computação e Sistemas de Informação

PESQUISA OPERACIONAL (PO)

MÉTODO SIMPLEX

Prof. Arthur

arthur.battaglia@docente.unip.br

2021/2

Fonte: Pesquisa Operacional – 2a edição – Daniel Augusto Moreira

DEFINIÇÃO

O Simplex é uma metodologia que envolve uma sequência de cálculos repetitivos por meio dos quais é possível chegar à solução de um problema de programação linear.

VARIÁVEIS DE FOLGA

Vamos retomar o caso estudado no Exemplo 1:

Maximização do lucro na venda dos produtos A e B

Há 3 restrições:

- **Quantidade de horas disponíveis da máquina M1**
- **Quantidade de horas disponíveis da máquina M2**
- **Limite da demanda do produto B**

VARIÁVEIS DE FOLGA

A formulação completa é:

- Maximizar $80x + 60y$
- $4x + 6y \leq 24$
- $4x + 2y \leq 16$
- $0x + 1y \leq 3$ (é o mesmo que $y \leq 3$)
- $x \geq 0$
- $y \geq 0$

VARIÁVEIS DE FOLGA

É possível transformar as inequações (que refletem as restrições) em equações, acrescentando novas variáveis a cada uma delas.

Por exemplo:

- **De: $4x + 6y \leq 24$**
- **Para: $4x + 6y + s_1 = 24$**

Essa nova variável s_1 é chamada de variável de folga.

O nome folga é dado porque muitas vezes pode-se associar essa variável a recursos não utilizados ou não aproveitados.

VARIÁVEIS DE FOLGA

No caso da equação $4x + 6y + s_1 = 24$, a variável s_1 representa o total de horas disponíveis na máquina M1 não utilizado.

Por exemplo, se $x=0$ e $y=3$ (o ponto T(0,3) no gráfico do Exemplo 3) temos:

$$4(0) + 6(3) + s_1 = 24$$

ou seja

$$s_1 = 24 - 18 = 6$$

Isto significa que no ponto T (vide Exemplo 3) haverá 6 horas de disponibilidade da máquina M1 que não serão utilizadas.

VARIÁVEIS DE FOLGA

Continuando na mesma linha de raciocínio para as demais inequações:

$$4x + 2y + s_2 = 16$$

$$0x + 1y + s_3 = 3$$

A variável s_2 representa a quantidade de horas disponíveis da máquina M2 e que não serão utilizadas.

A variável s_3 representa a demanda possível do produto B que não será atendida (o máximo são 3 unidades do produto B).

VARIÁVEIS DE FOLGA

Utilizando o mesmo ponto T (vide Exemplo 3) como exemplo, temos:

$$4x + 2y + s_2 = 16$$

$$4(0) + 2(3) + s_2 = 16$$

$$S_2 = 16 - 6 = 10$$

o que significa que no ponto T haverá 10 horas disponíveis na máquina M2 não utilizadas.

VARIÁVEIS DE FOLGA

Utilizando o mesmo ponto T (vide Exemplo 3) como exemplo, temos:

$$0x + 1y + s_3 = 3$$

$$0 + 1(3) + s_3 = 3$$

$$s_3 = 3 - 3 = 0$$

o que significa que no ponto T são produzidas 3 unidades do produto B.

VARIÁVEIS DE FOLGA

Quando uma variável de folga não aparecer em uma inequação, adota-se coeficiente 0 (zero).

Na função objetivo todas as variáveis de folga devem constar com coeficiente zero.

Retomando o caso do Exemplo 1, a função objetivo é maximizar:

$$80x + 60y + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

considerando:

$$4x + 6y + 1s_1 + 0s_2 + 0s_3 = 24$$

$$4x + 2y + 0s_1 + 1s_2 + 0s_3 = 16$$

$$0x + 1y + 0s_1 + 0s_2 + 1s_3 = 3$$

VARIÁVEIS DE FOLGA

O que temos aqui é um sistema indeterminado, ou seja, há 5 incógnitas (x, y, s_1, s_2 e s_3) e apenas 3 equações:

$$80x + 60y + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

$$4x + 6y + 1s_1 + 0s_2 + 0s_3 = 24$$

$$4x + 2y + 0s_1 + 1s_2 + 0s_3 = 16$$

$$0x + 1y + 0s_1 + 0s_2 + 1s_3 = 3$$

Um sistema é indeterminado quando a quantidade de incógnitas é maior que o número de equações.

SOLUÇÃO NÃO BÁSICA

Se fixarmos os valores de algumas variáveis o número de variáveis desconhecidas torna-se igual ao número de equações, e o sistema torna-se determinado, ou seja, será possível determinar o valor das variáveis desconhecidas restantes.

No caso do Exemplo 1, vamos fixar o valor de duas variáveis para obter o valor das outras três.

Iremos fixar o valor das variáveis (duas a duas) como 0 (zero). As duas variáveis igualadas a zero são chamadas de uma solução não básica.

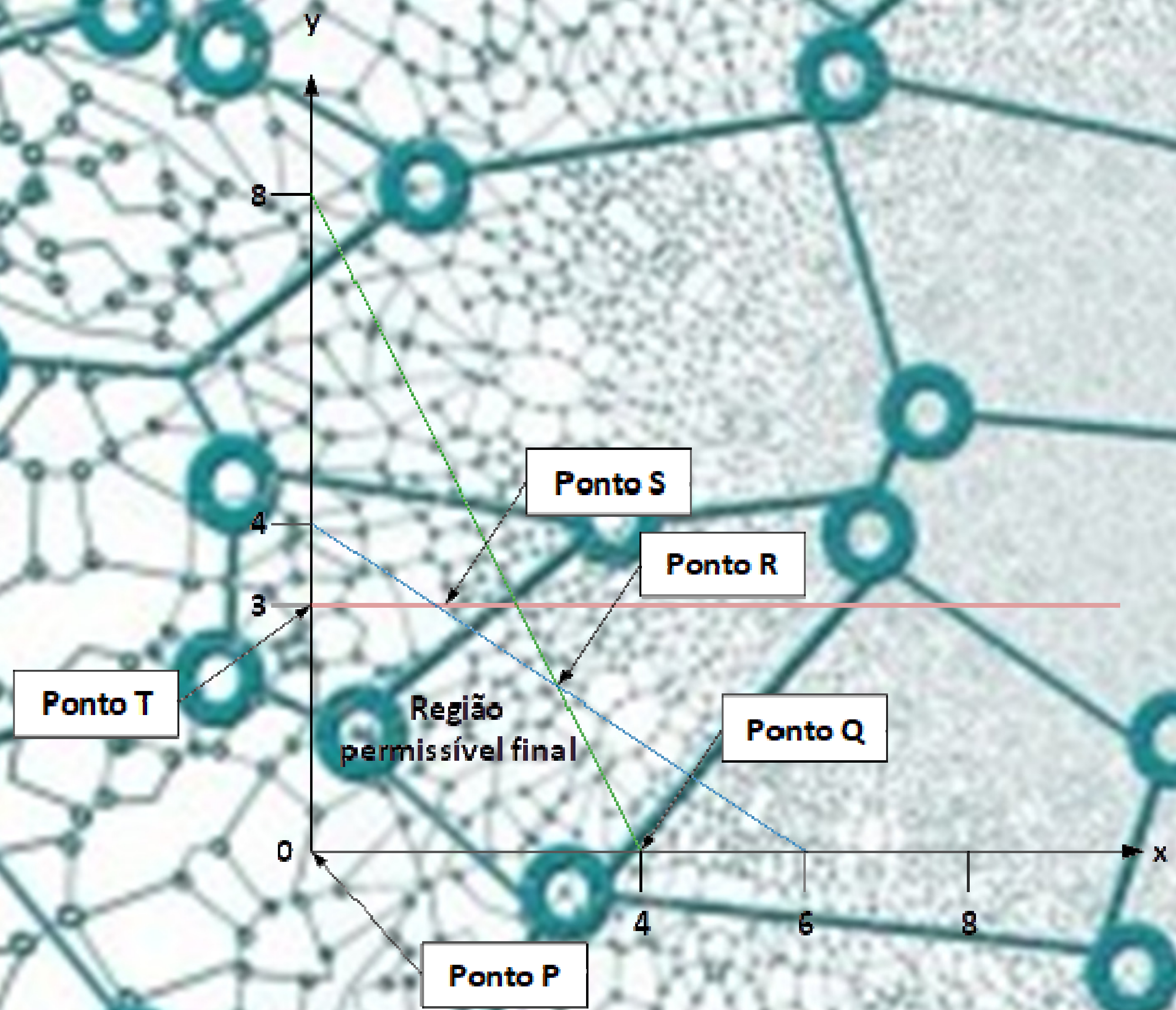
SOLUÇÃO BÁSICA

As variáveis restantes calculadas são chamadas de uma **solução básica**.

Uma solução básica pode ser possível, ou não, dependendo das restrições.

Voltando ao caso do Exemplo 3, temos o gráfico da solução final:

MÉTODO SIMPLEX



MÉTODO SIMPLEX

O gráfico mostra a região permissível (de solução) e os pontos extremos para a maximização.

Cada ponto extremo tem um par de coordenadas (x,y).

A solução de um problema de programação linear está em um dos pontos extremos da região permissível.

Ciência da Computação e Sistemas de Informação

PESQUISA OPERACIONAL (PO)

MÉTODO SIMPLEX

Prof. Arthur

arthur.battaglia@docente.unip.br

2021/2

Fonte: Pesquisa Operacional – 2a edição – Daniel Augusto Moreira