数学 コース 1

（基本コース）

（コース2は 15 ページからです）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の「解答コース」の「コース1」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

＜ 解答用紙記入例 ＞

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

I

問 1　x の2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ が，次の条件【＊】を満たしているとする。

【＊】　$x = -1$ における値は $y = -8$ であり，$x = 3$ における値は $y = 16$ である。
さらに，区間 $-1 \leqq x \leqq 3$ において，x の値が増加すると共に y の値も増加する。

このとき，a, b, c に関する条件を求めよう。

条件【＊】より，b, c は a を用いて

$$b = \boxed{\text{AB}}\,a + \boxed{\text{C}} \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

$$c = \boxed{\text{DE}}\,a - \boxed{\text{F}} \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

と表される。よって，この 2 次関数のグラフの軸の方程式は

$$x = \boxed{\text{G}} - \frac{\boxed{\text{H}}}{a}$$

である。

したがって，求める条件は，a, b, c が関係式 ①, ② を満たし，さらに a が

$$0 < a \leqq \frac{\boxed{\text{I}}}{\boxed{\text{J}}} \quad \text{または} \quad \frac{\boxed{\text{KL}}}{\boxed{\text{M}}} \leqq a < 0$$

を満たすことである。

- 計算欄 (memo) -

問 2　a, b, c, d は $a < b < c < d$ を満たす実数とし，実数の部分集合

$$A = \{x \mid a \leqq x \leqq c\},\quad B = \{x \mid b \leqq x \leqq d\}$$

が

$$A \cap B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 \leqq 0\}$$

を満たしているとする。

次の (1), (2) の各場合について答えなさい。

(1)　A と B の和集合を

$$A \cup B = \{x \mid x^2 - 5x - 24 \leqq 0\}$$

とする。このときの a, b, c, d の値は

$$a = \boxed{\text{NO}},\quad b = \boxed{\text{P}},\quad c = \boxed{\text{Q}},\quad d = \boxed{\text{R}}$$

である。

(2)　A と B の補集合 $\overline{B}$ の共通部分を

$$A \cap \overline{B} = \{x \mid x^2 + 5x - 6 \leqq 0 \text{ かつ } x \neq 1\}$$

とし，A の補集合 $\overline{A}$ と B の共通部分を

$$\overline{A} \cap B = \{x \mid x^2 - 9x + 18 \leqq 0 \text{ かつ } x \neq 3\}$$

とする。このときの a, b, c, d の値は

$$a = \boxed{\text{ST}},\quad b = \boxed{\text{U}},\quad c = \boxed{\text{V}},\quad d = \boxed{\text{W}}$$

である。

注）部分集合：subset，補集合：complement

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{I}}$ の解答欄 $\boxed{\ \textbf{X}\ }$ ～ $\boxed{\ \textbf{Z}\ }$ はマークしないでください。

II

問 1　x, y の多項式

$$P = (3x + 4y + 1)^5$$

を考える。P の展開式における $x^n y$ の係数を a_n で表す。ただし，n は整数とする。なお，$x^0 = y^0 = 1$ である。

(1)　係数 a_1 の値を求めよう。まず

$$P = \{(3x + 1) + 4y\}^5$$

に注意して，二項定理を用いる。このとき，xy は項 $\boxed{\mathrm{AB}}(3x + 1)^{\boxed{\mathrm{C}}}y$ を展開したときに現れる。さらに，$(3x + 1)^{\boxed{\mathrm{C}}}$ の展開式における x の係数は $\boxed{\mathrm{DE}}$ である。よって

$$a_1 = \boxed{\mathrm{FGH}}$$

である。

(2)　n のとる値は全部で $\boxed{\mathrm{I}}$ 個ある。また，a_n は $n = \boxed{\mathrm{J}}$ のとき最も大きな値をとる。

注）二項定理：the binomial theorem

- 計算欄 (memo) -

問 2　整式

$$P=(x-1)^2(y+5)+(2x-3)(y+4)-(x-1)^2$$

を考える。

(1)　整式 P を変形して

$$P=\left(x^2-\boxed{\mathsf{K}}\right)\left(y+\boxed{\mathsf{L}}\right)$$

を得る。

(2)　$P=7$ となるような整数 $x,\ y$ の組 $(x,\ y)$ は

$$\left(\pm\boxed{\mathsf{M}},\ \boxed{\mathsf{NOP}}\right),\quad \left(\pm\boxed{\mathsf{Q}},\ \boxed{\mathsf{RS}}\right)$$

である。

(3)　a を有理数とする。$x=\sqrt{2}+2\sqrt{3}$, $y=a+\sqrt{6}$ のとき，P の値が有理数となるような a の値は $\boxed{\mathsf{TU}}$ である。

注） 有理数 : rational number

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{II}}$ の解答欄 $\boxed{\mathbf{V}}$ ～ $\boxed{\mathbf{Z}}$ はマークしないでください。

III

設問 (1) ～ (4) の $\boxed{\text{A}}$ ～ $\boxed{\text{D}}$ にはそれぞれ，各問の ⓪ ～ ③ の中から適するものを選びなさい。また，設問 (5) の $\boxed{\text{E}}$ ～ $\boxed{\text{G}}$ には適する数を入れなさい。

a, b, c は整数とし，$a > 0$ とする。また，2 次関数 $y = ax^2 - 2bx + c$ のグラフは x 軸と共有点を持ち，それらはすべて区間 $0 < x < 1$ の中にあるとする。

(1) a と b の大小については，$\boxed{\text{A}}$ である。

⓪ $a > b$　① $a < b$

② $a = b$　③ 判定不可能

(2) b と c の条件については，$\boxed{\text{B}}$ である。

⓪ $b < 0,\ c < 0$　① $b < 0,\ c > 0$

② $b > 0,\ c < 0$　③ $b > 0,\ c > 0$

(3) $2b$ と $a + c$ の大小については，$\boxed{\text{C}}$ である。

⓪ $2b > a + c$　① $2b < a + c$

② $2b = a + c$　③ 判定不可能

(4) b と c の大小については，$\boxed{\text{D}}$ である。

⓪ $b > c$　① $b < c$

② $b = c$　③ 判定不可能

(5) a のとり得る最小の整数は $\boxed{\text{E}}$ であり，そのときの b の値は $\boxed{\text{F}}$，c の値は $\boxed{\text{G}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\textbf{H}}$ ～ $\boxed{\textbf{Z}}$ はマークしないでください。

IV

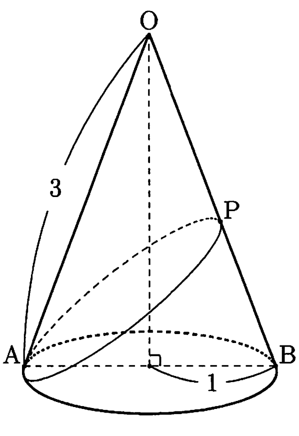
底面の半径 1，母線の長さ 3 の直円錐（ちょくえんすい）の頂点を O とする。

(1)　この直円錐の展開図は扇形と円からできている。この扇形の中心角は $\boxed{\mathbf{ABC}}^{\circ}$ であり，この扇形の面積は $\boxed{\mathbf{D}}\,\pi$ である。

(2)　底面の円周上に 2 点 A, B を線分 AB が直径となるようにとる。線分 OB 上に点 P をとり，直円錐の側面に沿って，点 A から出発して点 P を通り，A へ戻る道を考える。その道の長さを ℓ とおく。

(i)　OP＝2 のときの最小の ℓ は $\boxed{\mathbf{E}}\sqrt{\boxed{\mathbf{F}}}$ である。

(ii)　点 P を線分 OB 上の任意の点とする。ℓ が最小となるとき，OP＝$\dfrac{\boxed{\mathbf{G}}}{\boxed{\mathbf{H}}}$ であり，その ℓ の値は $\boxed{\mathbf{I}}\sqrt{\boxed{\mathbf{J}}}$ である。



注）底面：base，母線の長さ：slant height，直円錐：right circular cone，展開図：net，扇形：sector

〈数　学〉

コース1

問		解答欄	正解
Ⅰ	問1	ABC	−26
		DEF	−32
		GH	13
		IJ	32
		KLM	−32
	問2	NO	−3
		P	1
		Q	3
		R	8
		ST	−6
		U	1
		V	3
		W	6
Ⅱ	問1	AB	20
		C	4
		DE	12
		FGH	240
		I	5
		J	3
	問2	KL	24
		MNOP	1−11
		QRS	3−3
		TU	−7
Ⅲ		A	0
		B	3
		C	1
		D	0
		E	4
		F	2
		G	1
Ⅳ		ABC	120
		D	3
		EF	27
		GH	32
		IJ	33

コース2

問		解答欄	正解
Ⅰ	問1	ABC	−26
		DEF	−32
		GH	13
		IJ	32
		KLM	−32
	問2	NO	−3
		P	1
		Q	3
		R	8
		ST	−6
		U	1
		V	3
		W	6
Ⅱ		A	1
		B	2
		CD	12
		EF	32
		GH	13
		IJ	33
		KLM	333
		N	0
		OPQ	316
Ⅲ		A	2
		BC	23
		DE	33
		FG	33
		HI	63
		JK	33
		L	2
		MN	63
		OP	33

問		解答欄	正解
Ⅳ	問1	AB	13
		C	9
		D	7
		E	7
		FG	15
		H	2
		I	0
		J	7
		KL	41
		MN	01
		OP	22
	問2	Q	1
		R	2
		S	7
		T	2
		U	0
		V	4
		W	2
		X	0
		Y	2