

数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は13ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース1」を○で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

< 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース1 Course 1	コース2 Course 2
●	○

I

問 1 放物線 $y = 2x^2 + 4x + 5$ を x 軸方向に 4, y 軸方向に b だけ平行移動して得られる放物線を C とする。 x の値の範囲が $a \leq x \leq 2$ のとき、 C をグラフとする2次関数の最小値が 1 で最大値が 49 となるような定数 a, b を求めよう。

$y = 2x^2 + 4x + 5$ は

$$y = 2(x + \boxed{A})^2 + \boxed{B}$$

と変形できる。したがって、 C をグラフとする2次関数は

$$y = 2(x - \boxed{C})^2 + \boxed{B} + b$$

である。この関数が $a \leq x \leq 2$ において最小値 1 と最大値 49 をもつから

$$b = \boxed{DE}$$

であり、 a は

$$(a - \boxed{C})^2 = \boxed{FG}$$

を満たす。これより

$$a = \boxed{HI}$$

を得る。

数学-4

問 2 整式 $P = a^4 - 2a^2 + 1$ に対して、整式 Q は

$$3P + 2Q = 3a^4 + 6a - 9$$

を満たす。このとき

(1) $Q = \boxed{\text{J}} a^2 + \boxed{\text{K}} a - \boxed{\text{L}}$ である。

(2) P, Q はそれぞれ

$$P = (a - \boxed{\text{M}})^2(a + \boxed{\text{N}})^2, \quad Q = \boxed{\text{O}}(a - \boxed{\text{P}})(a + \boxed{\text{Q}})$$

と因数分解できる。

(3) 集合 A, B をそれぞれ

$$A = \left\{ |a - \boxed{\text{M}}|, |a + \boxed{\text{N}}| \right\}, \quad B = \left\{ |a - \boxed{\text{P}}|, |a + \boxed{\text{Q}}| \right\}$$

とする。集合 X に含まれる異なる要素の個数を $n(X)$ で表すとき

(i) $n(B) = 1$ ならば、 $a = \frac{\boxed{\text{R}} \boxed{\text{S}}}{\boxed{\text{T}}}$ である。

(ii) $a = 0$ ならば、 $n(A \cup B) = \boxed{\text{U}}$, $n(A \cap B) = \boxed{\text{V}}$ である。

□ の問題はこれで終わりです。□ の解答欄 □ ~ □ には何も書かないでください。

II

問 1 3種類の花の種が1個ずつある。それらの種の発芽する確率は、それぞれ $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{4}{5}$ とする。

(1) 3個とも発芽する確率は $\frac{\boxed{A}}{\boxed{B} \boxed{C}}$ であり、3個とも発芽しない確率は $\frac{\boxed{D}}{\boxed{E} \boxed{F} \boxed{G}}$ である。

(2) 少なくとも2個が発芽する確率は $\frac{\boxed{H} \boxed{I}}{\boxed{J} \boxed{K} \boxed{L}}$ である。

(3) どれか1個だけが発芽する確率は $\frac{\boxed{M}}{\boxed{N} \boxed{O}}$ である。

数学-6

問 2 $\sqrt{24}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。このとき

$$a = \boxed{\mathbf{P}}, \quad b = \boxed{\mathbf{Q}} \sqrt{\boxed{\mathbf{R}}} - \boxed{\mathbf{S}}$$

である。

(1) $x = a + \sqrt{a+1}$ のとき, x は

$$x^2 - 8x + \boxed{\mathbf{T} \mathbf{U}} = 0$$

を満たす。これを用いて

$$x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 8x + 18 = \boxed{\mathbf{V}}$$

を得る。

(2) c, d は有理数とし, $c > 0$ とする。

$$\frac{c}{1-b} - \frac{b+2}{c} = d$$

ならば, $c = \boxed{\mathbf{W}}$, $d = \boxed{\mathbf{X}}$ である。

注) 有理数 : rational number

- 計算欄 (memo) -

II の問題はこれで終わりです。II の解答欄 Y, Z には何も書かないでください。

III

$\triangle ABC$ において

$$AB = 7, \quad BC = 9, \quad CA = 8$$

とする。このとき

$$\cos A = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}, \quad \sin A = \frac{\boxed{C}}{\boxed{E}} \sqrt{\boxed{D}}$$

であり、 $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{F}\boxed{G}\sqrt{\boxed{H}}$ である。

- (1) 辺 AB 上に点 P、辺 AC 上に点 Q を、 $\triangle APQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{2}$ となるよう にとる。

$$AP = x, \quad AQ = y, \quad PQ = \ell$$

とすると

$$xy = \boxed{I}\boxed{J}, \quad \ell^2 = x^2 + y^2 - \boxed{K}\boxed{L}$$

である。

- (2) (1)において、 x, y が変化するとき、 ℓ の値が最も小さくなる場合を調べてみよう。
まず、 $(x - y)^2 \geq 0$ であるから

$$x^2 + y^2 \geq \boxed{M} xy = \boxed{N}\boxed{O}$$

となり

$$\ell^2 \geq \boxed{P}\boxed{Q}$$

である。ここで、 $\ell^2 = \boxed{P}\boxed{Q}$ となるのは、 $x - y = \boxed{R}$ のときであるから

$$x = \boxed{S}\sqrt{\boxed{T}}, \quad y = \boxed{U}\sqrt{\boxed{V}}$$

のとき ℓ の値は最も小さくなり、その値は $\boxed{W}\sqrt{\boxed{X}\boxed{Y}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わりです。III の解答欄 Z には何も書かないでください。

IV

a, b を実数の定数とする。 x の 2 次方程式

$$(x - 1)(x - 3) = m(x - a^2 - b^2) \quad \dots \dots \dots \quad ①$$

がすべての実数 m に対して実数解をもつための条件を考える。

いま、 $a^2 + b^2 = c$ とおくと、①は

$$x^2 - (m + \boxed{A})x + (cm + \boxed{B}) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad ②$$

となる。②が実数解をもつための条件は

$$m^2 - 2(\boxed{C}c - \boxed{D})m + \boxed{E} \geq 0 \quad \dots \dots \dots \quad ③$$

である。③がすべての実数 m について成り立つための条件は

$$\boxed{F} \leq c \leq \boxed{G}$$

である。すなわち

$$\boxed{F} \leq a^2 + b^2 \leq \boxed{G} \quad \dots \dots \dots \quad ④$$

である。

とくに、④を満たす負でない整数 a, b の組 (a, b) の個数は全部で \boxed{H} 個である。

注) 負でない : non-negative

- 計算欄 (memo) -

[IV] の問題はこれで終わりです。[IV] の解答欄 [I] ~ [Z] には何も書かないでください。

コース 1 の問題はこれすべて終わりです。

解答用紙の [V] の欄には何も書かないでください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数 学〉

コース 1

問	I											
	問 1						問 2					
解答欄	AB	C	DE	FG	HI	JKL	MN	OPQ	RST	U	V	
正解	13	3	-4	25	-2	336	11	312	-12	2	1	

問	II											
	問 1						問 2					
解答欄	ABC	DEFG	HJKL	MNO	P	QRS	TU	V	W	X		
正解	421	4105	73105	415	4	264	11	7	1	7		

問	III											
	AB	CDE	FGH	IJ	KL	M	NO	PQ	R	ST	UV	WXY
正解	27	357	125	28	16	2	56	40	0	27	27	210

問	IV											
	AB	CDE	FG	H								
正解	43	244	13	3								

コース 2

問	I											
	問 1						問 2					
解答欄	AB	C	DE	FG	HI	JKL	MN	OPQ	RST	U	V	
正解	13	3	-4	25	-2	336	11	312	-12	2	1	

問	II											
	ABCD	EFGH	IJK	L	MNO	PQ	RSTUV					
正解	4-27	1528	-47	5	599	47	32131					

問	III											
	A	B	C	D	EF	GHI	JKLM	N	OP	QRS		
正解	4	3	3	5	32	210	7210	5	35	215		

問	IV											
	問 1						問 2					
解答欄	AB	C	DEF	G	H	IJKL	MN	OP	Q	RS	T	
正解	-2	4	134	4	2	1634	16	22	2	22	2	