数学 コース 1
（基本コース）

（コース2は 15 ページからです）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース１」と「コース２」がありますので，どちらかのコースを<u>一つだけ</u>選んで解答してください。「コース１」を解答する場合は，右のように，解答用紙の「解答コース」の「コース１」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

＜ 解答用紙記入例 ＞

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

<u>選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。</u>

I

問 1　2 つの実数 a, b が

$$a^3 = \frac{1}{\sqrt{5}-2}, \quad b^3 = 2-\sqrt{5}$$

を満たすとき，$a+b$ の値を求めよう。

$a+b=x$ とおくと

$$x^3 = (a+b)^3 = a^3 + b^3 + \boxed{\text{A}}\,ab(a+b)$$

となる。また，$ab = \boxed{\text{BC}}$ であるから，この x は

$$x^3 + \boxed{\text{D}}\,x - \boxed{\text{E}} = 0$$

を満たすことが分かる。この方程式の左辺は

$$\begin{aligned} x^3 + \boxed{\text{D}}\,x - \boxed{\text{E}} &= \left(x^3 - \boxed{\text{F}}\right) + \boxed{\text{D}}\left(x - \boxed{\text{F}}\right) \\ &= \left(x - \boxed{\text{F}}\right)\left(x^2 + x + \boxed{\text{G}}\right) \end{aligned}$$

と因数分解できる。ここで

$$x^2 + x + \boxed{\text{G}} = \left(x + \frac{\boxed{\text{H}}}{\boxed{\text{I}}}\right)^2 + \frac{\boxed{\text{JK}}}{\boxed{\text{L}}} > 0$$

であるから，$x = a+b = \boxed{\text{M}}$ を得る。

注）因数分解する：factorize

- 計算欄 (memo) -

問 2　2 つの関数 $y = x^2 + ax + a$ と $y = x + 1$ を考える。

(1)　2 つの関数のグラフの共有点の個数は，下記のように a と数 $\boxed{\mathrm{Q}}$，$\boxed{\mathrm{R}}$ との関係によって定まる。次の文中の $\boxed{\mathrm{N}}$ ～ $\boxed{\mathrm{P}}$ には，下の ⓪ ～ ② から適するものを選びなさい。

(i)　2 つの関数のグラフが異なる 2 点で交わるための条件は $\boxed{\mathrm{N}}$ である。

(ii)　2 つの関数のグラフが 1 点で接するための条件は $\boxed{\mathrm{O}}$ である。

(iii)　$y = x^2 + ax + a$ のグラフがつねに $y = x + 1$ のグラフの上方にあるための条件は $\boxed{\mathrm{P}}$ である。

⓪　$\boxed{\mathrm{Q}} < a < \boxed{\mathrm{R}}$

①　$a = \boxed{\mathrm{Q}}$　または　$a = \boxed{\mathrm{R}}$

②　$a < \boxed{\mathrm{Q}}$　または　$\boxed{\mathrm{R}} < a$

(2)　a の値が条件 $\boxed{\mathrm{P}}$ を満たすとき，2 つの関数の値の差 $g(x) = x^2 + ax + a - (x + 1)$ の最小値 m を考えよう。このとき，m は

$$m = -\frac{\boxed{\mathrm{S}}}{\boxed{\mathrm{T}}}\left(a^2 - \boxed{\mathrm{U}}\,a + \boxed{\mathrm{V}}\right)$$

と表される。この m が最大となるのは $a = \boxed{\mathrm{W}}$ のときであり，その値は $m = \boxed{\mathrm{X}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{I}}$ の解答欄 $\boxed{\text{Y}}$，$\boxed{\text{Z}}$ はマークしないでください。

II

問 1　1 から 6 までの番号がつけられた 6 つの箱がある。これらの箱に大きさの異なる 4 個の球を入れる。

(1)　球の入れ方は全部で $\boxed{\text{A}}^{\boxed{\text{B}}}$ 通りある。

(2)　4 個の球を別々に 4 つの箱に入れる方法は $\boxed{\text{CDE}}$ 通りある。

(3)　4 個の球のうち 3 個を 1 つの箱に入れ，残りの 1 個の球を他の箱に入れる方法は $\boxed{\text{FGH}}$ 通りある。

(4)　1 番の箱に少なくとも 1 個の球を入れる方法は $\boxed{\text{IJK}}$ 通りある。

- 計算欄 (memo) -

問 2　x の 2 次方程式

$$x^2 + (4a - 6)x + 2a + b + 5 = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

が 1 つの解として -1 をもち，他の解が不等式

$$|x + 2a| < a + 1 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

を満たすための条件を求めよう。

(1)　方程式 ① が，1 つの解として -1 をもつための条件は

$$b = \boxed{\text{L}}\,a - \boxed{\text{MN}} \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ③$$

である。また，他の解を α とおき，a を用いて表すと

$$\alpha = \boxed{\text{OP}}\,a + \boxed{\text{Q}}$$

となる。

(2)　$a > \boxed{\text{RS}}$ のとき不等式 ② は解をもち，その解は

$$\boxed{\text{TU}}\,a - \boxed{\text{V}} < x < -a + \boxed{\text{W}}$$

である。したがって，求める条件は a と b が ③ を満たし，a が

$$\boxed{\text{X}} < a < \boxed{\text{Y}}$$

を満たすことである。

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{II}}$ の解答欄 $\boxed{\ \text{Z}\ }$ はマークしないでください。

III

2 つの 2 次関数

$$y = 2x^2 + 3ax + 4b \quad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

$$y = bx^2 + cx + d \quad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

を考える。① と ② のグラフは原点に関して互いに対称であるとする。

(1) 原点に関する対称性から

$$b = \boxed{\text{AB}}, \quad c = \boxed{\text{C}}\,a, \quad d = \boxed{\text{D}}$$

である。よって，② は

$$y = \boxed{\text{AB}}\,x^2 + \boxed{\text{C}}\,ax + \boxed{\text{D}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad ③$$

となる。

(2) $0 < a < 1$ とし，③ のグラフを考える。

x の値の範囲が $0 \leqq x \leqq \dfrac{3}{2}$ であれば，③ の y の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{E}}}{\boxed{\text{F}}}\,a + \frac{\boxed{\text{G}}}{\boxed{\text{H}}} \leqq y \leqq \frac{\boxed{\text{I}}}{\boxed{\text{J}}}\,a^2 + \boxed{\text{K}}$$

である。

(3) a がどのような値をとっても ③ のグラフの頂点はつねに 2 次関数

$$y = \boxed{\text{L}}\,x^2 + \boxed{\text{M}}$$

のグラフの上にある。

注） 対称：symmetry

- 計算欄 (memo) -

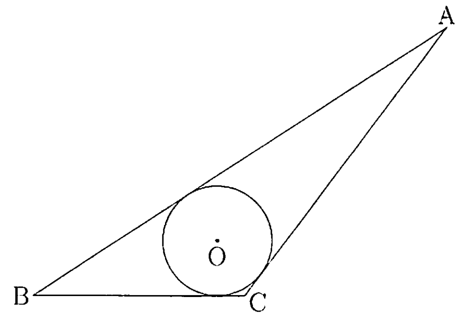
$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\text{N}}$ ～ $\boxed{\text{Z}}$ はマークしないでください。	

IV

三角形 ABC は

$$AB = 10, \quad \angle B = 30^\circ$$

を満たし，その内接円 O の半径は 1 とする。



(1)　BC $= a$，CA $= b$ とおく。三角形 ABC の面積 S は 2 通りの方法で求められ

$$S = \frac{\boxed{\text{A}}}{\boxed{\text{B}}}a$$

$$S = \frac{\boxed{\text{C}}}{\boxed{\text{D}}}\left(a + b + \boxed{\text{EF}}\right)$$

と表される。したがって

$$b = \boxed{\text{G}}\,a - \boxed{\text{HI}}$$

である。さらに，a と b の間には

$$b^2 = a^2 - \boxed{\text{JK}}\sqrt{\boxed{\text{L}}}\,a + \boxed{\text{MNO}}$$

が成り立つので

$$a = \frac{\boxed{\text{PQ}} - \boxed{\text{R}}\sqrt{\boxed{\text{S}}}}{3}, \qquad b = \frac{\boxed{\text{TU}} - \boxed{\text{V}}\sqrt{\boxed{\text{W}}}}{3}$$

である。

(2)　2 点 A, O を通る直線と線分 BC との交点を D とする。また，三角形 OBC の面積を S' とおく。このとき

$$S : S' = \boxed{\text{X}} : 1$$

であるから

$$\text{AO} : \text{OD} = \boxed{\text{Y}} : 1$$

である。

注）内接円 : inscribed circle

\- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{IV}}$ の解答欄 $\boxed{\ \text{Z}\ }$ はマークしないでください。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか，
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数　学〉

コース1			
問		解答欄	正解
I	問1	A	3
		BC	−1
		DE	34
		F	1
		G	4
		HIJKL	12154
		M	1
	問2	N	2
		O	1
		P	0
		QR	15
		STUV	1465
		W	3
		X	1
II	問1	AB	64
		CDE	360
		FGH	120
		IJK	671
	問2	LMN	212
		OPQ	−47
		RS	−1
		TUV	−31
		W	1
		X	2
		Y	8
III		AB	−2
		C	3
		D	8
		EFGH	9272
		IJK	988
		LM	28
IV		AB	52
		CDEF	1210
		GHI	410
		JKLMNO	103100
		PQRS	1623
		TUVW	3483
		X	5
		Y	4

コース2			
問		解答欄	正解
I	問1	A	3
		BC	−1
		DE	34
		F	1
		G	4
		HIJKL	12154
		M	1
	問2	N	2
		O	1
		P	0
		QR	15
		STUV	1465
		W	3
		X	1
II		AB	22
		CD	22
		EF	24
		G	2
		HIJ	584
		KL	45
		MNO	255
		P	8
III		AB	43
		CD	12
		E	4
		FG	45
		HI	13
		J	3
		KL	15
		MN	22
		OPQRS	15722
IV	問1	AB	56
		CD	76
		EFG	−12
		HI	12
		JK	33
		LM	33
	問2	NOPQR	18422
		S	1
		T	8
		UV	52
		WXYZ	2315