

数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の「解答コース」の「コース1」を○で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。

< 解答用紙記入例 >

| 解答コース Course | |
|----------------------------------|-----------------------|
| コース 1 Course 1 | コース 2 Course 2 |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |

選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

I

問 1 2 次関数

$$y = -x^2 - ax + 3 \quad \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

について考える。

- (1) $a > 0$ であって、関数 ① の最大値が 7 であるならば、 $a = \boxed{\text{A}}$ である。このとき、この関数のグラフの軸の方程式は $x = \boxed{\text{BC}}$ であり、また、このグラフと x 軸との交点の x 座標は $\boxed{\text{DE}} \pm \sqrt{\boxed{\text{F}}}$ である。
- (2) 関数 ① のグラフを x 軸方向に 2, y 軸方向に -3 だけ平行移動して得られる曲線が $(-3, -5)$ を通るならば、 $a = \boxed{\text{G}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

数学-4

問 2 設問 (1) の H , I と設問 (2) の J , K には, 下の ① ~ ③ のの中から適するものを選びなさい。

また, 設問 (3) の L ~ R には適する数を入れなさい。

実数 x, y について次の条件 p, q, r を考える。

p : x, y が等式 $(x+y)^2 = a(x^2+y^2) + bxy$ を満たしている。

ただし, a, b は実数で定数とする。

q : $x=0$ かつ $y=0$ である。

r : $x=0$ または $y=0$ である。

(1) 条件 p において, $a=b=1$ とする。このとき, p は q であるための H。

また, p は r であるための I。

(2) 条件 p において, $a=b=2$ とする。このとき, p は q であるための J。

また, p は r であるための K。

(3) 条件 p において, $a=2$ とすると, p の式は

$$\left(x + \frac{b - \text{L}}{\text{M}}y\right)^2 + \left(\text{N} - \frac{(b - \text{O})^2}{\text{P}}\right)y^2 = 0$$

と変形できる。したがって, p が q であるための必要十分条件となるのは, b が

$$\text{Q} < b < \text{R}$$

を満たすときに限る。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが, 十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが, 必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

- 計算欄 (memo) -

I の問題はこれで終わります。**I** の解答欄 **S** ～ **Z** はマークしないでください。

II

問 1 袋の中に白球が 1 個，赤球が 3 個，黒球が 5 個，計 9 個の球が入っている。この袋の中から同時に 2 個の球を取り出す。

いま，各球の点数を，白球が 5 点，赤球が 3 点，黒球が 1 点であるとする。このとき，この試行によって取り出された 2 つの球の点数の合計得点を考える。

(1) 最高の得点は \boxed{A} であり，それが起こる確率は $\frac{\boxed{B}}{\boxed{CD}}$ である。

(2) 得点が 6 になる確率は $\frac{\boxed{E}}{\boxed{F}}$ である。

(3) 得点の期待値は $\frac{\boxed{GH}}{\boxed{I}}$ である。

注) 試行 : trial, 期待値 : expected value

- 計算欄 (memo) -

数学-8

問 2 自然数 n が完全平方数であるとは、 $n = x^2$ を満たす自然数 x が存在することである。
同様に、 n が完全立方数であるとは、 $n = x^3$ を満たす自然数 x が存在することである。

次の 2 つの場合について、 n をそれぞれ求めよう。

(i) n を完全平方数とする。 n に 13 を加えた数も完全平方数である。

(ii) n を完全立方数とする。 n に 61 を加えた数も完全立方数である。

まず (i) を考える。完全平方数の定義より、 x を自然数として $n = x^2$ と表せる。また、
(i) の条件より、 y を自然数として

$$x^2 + 13 = y^2$$

と表せる。したがって、 $x < y$ であることから、 $y - x = \boxed{\text{J}}$ かつ $y + x = \boxed{\text{KL}}$
であることが分かり

$$x = \boxed{\text{M}}, \quad y = \boxed{\text{N}}$$

を得る。よって、 $n = \boxed{\text{OP}}$ である。

次に、(ii) を考える。(i) のときと同様に、(ii) の条件より、 x を自然数として $n = x^3$ 、
また、 y を自然数として

$$x^3 + 61 = y^3$$

と表すことができる。これを解いて

$$x = \boxed{\text{Q}}, \quad y = \boxed{\text{R}}$$

を得るから、求める完全立方数 n は $\boxed{\text{ST}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

Ⅱ の問題はこれで終わります。Ⅱ の解答欄 U ～ Z はマークしないでください。

III

a を定数とする。2 次不等式

$$x^2 - 2(a+2)x + 25 > 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

不等式 ① の左辺は

$$(x - a - \boxed{\text{A}})^2 - a^2 - \boxed{\text{B}}a + \boxed{\text{CD}}$$

と変形できる。したがって

(1) 不等式 ① がすべての実数 x に対して成り立つための条件は

$$\boxed{\text{EF}} < a < \boxed{\text{G}}$$

である。

(2) 不等式 ① が $x \geq -1$ を満たすすべての実数 x に対して成り立つための条件は

$$\boxed{\text{HIJ}} < a < \boxed{\text{K}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わります。III の解答欄 L ～ Z はマークしないでください。

IV

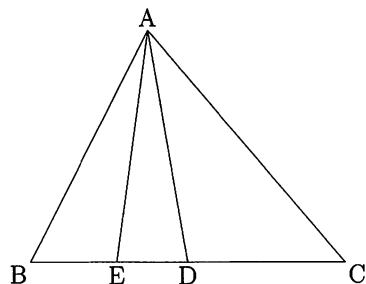
右の図において

$$AB = 4, \quad AC = 5, \quad \cos \angle BAC = \frac{1}{8}$$

であり、また

$$\angle BAD = \angle ACB, \quad \angle CAE = \angle ABC$$

であるとする。



- (1) $\triangle ABC$ の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{AB} \sqrt{\boxed{C}}}{\boxed{D}}$$

であり、また、 $BC = \boxed{E}$ である。

- (2) $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ の面積をそれぞれ S_1, S_2 とおくと

$$S : S_1 : S_2 = 1 : \frac{\boxed{F}}{\boxed{G}} : \frac{\boxed{HI}}{\boxed{JK}}$$

である。

- (3) $\triangle ADE$ の面積を T とおくと

$$T = \frac{\boxed{LM} \sqrt{\boxed{N}}}{\boxed{OP}}$$

である。また、 $DE = \frac{\boxed{Q}}{\boxed{R}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

IV の問題はこれで終わります。**IV** の解答欄 **S** ～ **Z** はマークしないでください。

コース 1 の問題はこれですべて終わります。解答用紙の **V** はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか、
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数 学〉

| コース 1 | | | |
|-------|----|-------|-------|
| 問 | | 解答欄 | 正解 |
| I | 問1 | A | 4 |
| | | BC | -2 |
| | | DEF | -27 |
| | 問2 | G | 4 |
| | | H | 1 |
| | | I | 0 |
| | | J | 0 |
| | | K | 2 |
| | | LMNOP | 22124 |
| | | QR | 04 |
| II | 問1 | A | 8 |
| | | BCD | 112 |
| | | EF | 29 |
| | | GHI | 389 |
| | 問2 | J | 1 |
| | | KL | 13 |
| | | M | 6 |
| | | N | 7 |
| | | OP | 36 |
| | | Q | 4 |
| III | | R | 5 |
| | | ST | 64 |
| | | ABCD | 2421 |
| | | EF | -7 |
| | | G | 3 |
| IV | | HIJ | -15 |
| | | K | 3 |
| | | ABCD | 1574 |
| | | E | 6 |
| | | FG | 49 |
| | | HIJK | 2536 |
| | | LMNOP | 25748 |
| | | QR | 56 |

| コース 2 | | | |
|-------|----|--------|--------|
| 問 | | 解答欄 | 正解 |
| I | 問1 | A | 4 |
| | | BC | -2 |
| | | DEF | -27 |
| | 問2 | G | 4 |
| | | H | 1 |
| | | I | 0 |
| | | J | 0 |
| | | K | 2 |
| | | LMNOP | 22124 |
| | | QR | 04 |
| II | | AB | -2 |
| | | C | 4 |
| | | DE | 32 |
| | | FG | 34 |
| | | HI | 14 |
| | | JKLM | 3643 |
| | | NO | 31 |
| | | | |
| III | | ABC | 132 |
| | | D | 2 |
| | | EFG | 132 |
| | | HI | 14 |
| IV | 問1 | AB | 12 |
| | | CD | 04 |
| | | E | 4 |
| | | FG | 21 |
| | | H | 9 |
| | | I | 7 |
| | 問2 | JKL | 142 |
| | | MNOPQR | 142232 |
| | | S | 1 |
| | | TU | 11 |