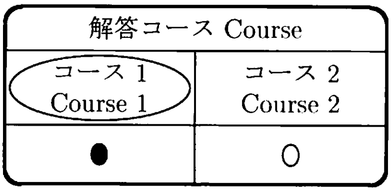
数学 コース 1
（基本コース）

（コース2は 15 ページからです）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース1」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

< 解答用紙記入例 >



選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

I

問 1　a を正の定数とし，x の 2 次関数

$$y = 2x^2 - 4(a+1)x + a^2 + 6a + 4$$

のグラフを F とする。

(1)　グラフ F の頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(a + \boxed{\textsf{A}},\ -a^2 + \boxed{\textsf{B}}\,a + \boxed{\textsf{C}}\right)$$

である。

(2)　グラフ F が x 軸と接するのは

$$a = \boxed{\textsf{D}} + \sqrt{\boxed{\textsf{E}}}$$

のときである。

(3)　(2) のグラフを x 軸方向に $-\sqrt{3}$，y 軸方向に 1 だけ平行移動して得られる放物線の方程式は

$$y = \boxed{\textsf{F}}\,x^2 - \boxed{\textsf{G}}\,x + \boxed{\textsf{H}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

問 2　a を実数とし

$$(x+2)|x-1| = |x+2|(x-1)+a$$

を満たす実数 x の集合を S で表す。

集合 S の要素の個数を調べるために，関数

$$f(x) = (x+2)|x-1| - |x+2|(x-1)$$

を考える。

この関数は

$x \leqq \boxed{\text{IJ}}$ のとき，$f(x) = \boxed{\text{K}}$

$\boxed{\text{IJ}} < x \leqq \boxed{\text{L}}$ のとき，$f(x) = -\boxed{\text{M}}x^2 - \boxed{\text{N}}x + \boxed{\text{O}}$

$\boxed{\text{L}} < x$ のとき，$f(x) = \boxed{\text{P}}$

である。

よって，S がただ 1 個の要素からなるような a の値は $a = \dfrac{\boxed{\text{Q}}}{\boxed{\text{R}}}$ で，S がちょうど 2 個の要素からなるような a の値の範囲は $\boxed{\text{S}} < a < \dfrac{\boxed{\text{T}}}{\boxed{\text{U}}}$ である。また，$a = \boxed{\text{V}}$ のとき，S の要素は無数にある。その他の a の値に対しては，S は空集合となる。

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\mathrm{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\mathrm{I}}$ の解答欄 $\boxed{\;\mathsf{W}\;}$ ～ $\boxed{\;\mathsf{Z}\;}$ はマークしないでください。

II

問 1　大きさの異なる 4 個のさいころを同時に投げるとき，出る目の積が 18 の倍数になる確率を求めよう。

(1)　さいころの目の出方の総数は $\boxed{\text{ABCD}}$ 通りである。

(2)　出る目の積が 9 の倍数にならないのは，次の 2 つの場合である。

(a)　4 個の目がどれも 3 の倍数ではない。

(b)　4 個のうち 3 個の目が 3 の倍数ではなく，残りの 1 個の目が 3 の倍数である。

(a) の場合の数は $\boxed{\text{EFG}}$ 通り，(b) の場合の数は $\boxed{\text{HIJ}}$ 通りである。

(3)　出る目の積が 2 の倍数にならない場合は，4 個の目がすべて奇数のときであるから $\boxed{\text{KL}}$ 通りである。

(4)　出る目の積が 2 の倍数にも 9 の倍数にもならないのは，次の 2 つの場合である。

(a)　4 個の目がどれも 2 の倍数でも 3 の倍数でもない。

(b)　4 個のうち 3 個の目が 2 の倍数でも 3 の倍数でもなく，残りの 1 個の目は 3 である。

(a) の場合の数は $\boxed{\text{MN}}$ 通り，(b) の場合の数は $\boxed{\text{OP}}$ 通りである。

以上より，出る目の積が 18 の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{QR}}}{144}$ である。

注）さいころ：dice

- 計算欄 (memo) -

問 2　$\alpha = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ とする。α の分母を有理化すると

$$\alpha = \frac{\boxed{\mathsf{S}} + \sqrt{\boxed{\mathsf{TU}}}}{\boxed{\mathsf{V}}}$$

となる。

また $\beta = \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ とおくと，2 つの解 α, β をもつ x の 2 次方程式で x^2 の係数が 1 であるものは

$$x^2 - \boxed{\mathsf{W}}\,x + \boxed{\mathsf{X}} = 0$$

である。

数直線上に 2 点 α, β をとり，α, β の間にある整数の個数を数えると $\boxed{\mathsf{Y}}$ 個あり，その中で最大のものは $\boxed{\mathsf{Z}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わりです。

III

不等式

$$y \leqq -2x^2 + 5x + 3$$

を考える。

(1) この不等式を満たす 2 つの整数 x, y の組 (x, y) を考える。

$y = 0$ のとき，この不等式を満たす実数 x の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{AB}}}{\boxed{\text{C}}} \leqq x \leqq \boxed{\text{D}}$$

である。したがって，この不等式を満たす 2 つの整数の組 (x, y) の中で，$y = 0$ のものは $\boxed{\text{E}}$ 個ある。

また，この不等式を満たす 2 つの整数の組 (x, y) の中で，y が最も大きくなる組は

$$\left(\boxed{\text{F}}, \boxed{\text{G}}\right)$$

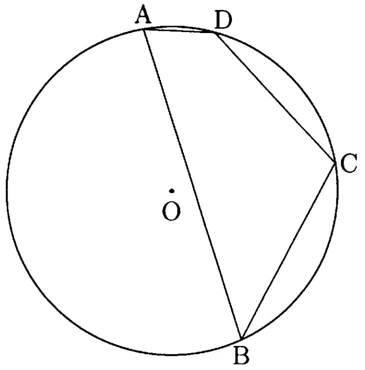
である。

(2) $-2 \leqq x \leqq 4$ を満たすすべての実数 x に対してこの不等式が成り立つような実数 y を考える。このような y の中で最も大きいものは $\boxed{\text{HIJ}}$ である。

\- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\text{K}}$ ～ $\boxed{\text{Z}}$ はマークしないでください。

IV



図のように四角形 ABCD が半径 $\sqrt{3}$ の円 O に内接している。ここで

$$AB=\sqrt{3}+\sqrt{2},\quad AD=\sqrt{3}-\sqrt{2},\quad \angle BAD<90^\circ$$

とする。四角形 ABCD の面積が $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ のとき，四角形 ABCD の周の長さを求めよう。

$\cos\angle BAD=t$ とおく。余弦定理を用いると

$$BD^2=\boxed{\mathsf{AB}}-\boxed{\mathsf{C}}\,t$$

が得られ，正弦定理を用いると

$$BD^2=\boxed{\mathsf{DE}}\left(\boxed{\mathsf{F}}-t^2\right)$$

が得られる。これより t の値は $t=\dfrac{\boxed{\mathsf{G}}}{\boxed{\mathsf{H}}}$ となるから，$\angle BAD=\boxed{\mathsf{IJ}}^\circ$ である。

次に，$BC=x$，$CD=y$ とする。$BD=\boxed{\mathsf{K}}$，$\angle BCD=\boxed{\mathsf{LMN}}^\circ$ より

$$(x+y)^2-xy=\boxed{\mathsf{O}}$$

となる。

さらに，四角形 ABCD の面積に着目すると $xy=\boxed{\mathsf{P}}$ であるから，求める周の長さは

$$\boxed{\mathsf{Q}}\sqrt{\boxed{\mathsf{R}}}+\sqrt{\boxed{\mathsf{ST}}}$$

である。

注） 内接する：be inscribed， 周：perimeter，

余弦定理：the law of cosines， 正弦定理：the law of sines

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{IV}}$ の解答欄 $\boxed{\text{U}}$ ～ $\boxed{\text{Z}}$ はマークしないでください。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか,
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数　学〉

コース1			
問		解答欄	正解
Ⅰ	問1	A	1
		BC	22
		DE	13
		FGH	289
	問2	IJ	−2
		K	0
		L	1
		MNO	224
		P	0
		QR	92
		STU	092
		V	0
Ⅱ	問1	ABCD	1296
		EFG	256
		HIJ	512
		KL	81
		MN	16
		OP	32
		QR	55
	問2	STUV	5212
		WX	51
		Y	4
		Z	4
Ⅲ		ABCD	−123
		E	4
		F	1
		G	6
		HIJ	−15
Ⅳ		ABC	102
		DEF	121
		GH	12
		IJ	60
		K	3
		LMN	120
		O	9
		P	2
		QRST	2311

コース2			
問		解答欄	正解
Ⅰ	問1	A	1
		BC	22
		DE	13
		FGH	289
	問2	IJ	−2
		K	0
		L	1
		MNO	224
		P	0
		QR	92
		STU	092
		V	0
Ⅱ		A	0
		B	7
		CD	23
		EFG	233
		HI	12
		JK	23
Ⅲ		ABCD	2210
		EFGH	2222
		IJK	394
		LM	32
		NO	35
		PQ	59
		RS	43
Ⅳ	問1	ABC	312
		D	1
		EFG	352
		HI	56
		J	4
		KLM	221
	問2	NO	41
		P	1
		Q	3
		RS	19
		TUVW	1032