

# 数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

## 「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の「解答コース」の「コース1」を○で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。

### < 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

I

問 1  $a, b$  は実数であり、 $a > 0$  とする。2 つの 2 次関数

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 5, \quad g(x) = x^2 + ax + b$$

を考える。

関数  $g(x)$  が次の 2 つの条件を満たすとき、 $a, b$  の値を求めよう。

- (i)  $g(x)$  の最小値は  $f(x)$  の最小値より 8 だけ小さい
- (ii)  $f(x) = g(x)$  を満たす  $x$  がただ 1 つ存在する

$f(x)$  の最小値は  $\boxed{\text{A}}$  であるから、条件 (i) より、等式

$$b = \frac{a^2}{\boxed{\text{B}}} - \boxed{\text{C}}$$

を得る。

よって、 $f(x) = g(x)$  を満たす  $x$  を求める方程式は

$$x^2 - (a + \boxed{\text{D}})x - \frac{a^2}{\boxed{\text{E}}} + \boxed{\text{FG}} = 0$$

である。

したがって、条件 (ii) と  $a > 0$  より

$$a = \boxed{\text{H}}, \quad b = \boxed{\text{IJ}}$$

を得る。このとき、 $f(x) = g(x)$  を満たす  $x$  は  $\boxed{\text{K}}$  である。

- 計算欄 (memo) -

問 2 集合  $A = \{4m \mid m \text{ は自然数}\}$ ,  $B = \{6m \mid m \text{ は自然数}\}$  を考える。

(1) 次の  ～  には, 下の ① ～ ③ の中から適するものを選びなさい。

$n$  は自然数とする。

(i)  $n \in A$  であることは,  $n$  が 2 で割り切れるための .

(ii)  $n \in B$  であることは,  $n$  が 24 で割り切れるための .

(iii)  $n \in A \cup B$  であることは,  $n$  が 3 で割り切れるための .

(iv)  $n \in A \cap B$  であることは,  $n$  が 12 で割り切れるための .

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが, 十分条件ではない

③ 十分条件であるが, 必要条件ではない

④ 必要条件でも十分条件でもない

(2)  $C = \{m \mid m \text{ は } 1 \leq m \leq 100 \text{ を満たす自然数}\}$  とする。

$(\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C$  の要素の個数は  であり,  $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C$  の要素の個数は  である。ただし,  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  はそれぞれ, 全体集合を自然数の全体としたときの  $A$ ,  $B$  の補集合を表す。

---

注) 全体集合 : universal set, 補集合 : complement

- 計算欄 (memo) -

☐ I の問題はこれで終わります。☐ I の解答欄 ☐ T ~ ☐ Z はマークしないでください。

II

問 1 単語の POSITION を構成する 8 文字を横一列に並べ替えることを考える。

- (1) 2 つの I が隣り合い、2 つの O も隣り合うような並べ方は **ABC** 通りある。
- (2) 2 つの I がそれぞれ左右の両端に位置し、2 つの O が隣り合うような並べ方は **DEF** 通りある。
- (3) 2 つの I がそれぞれ左右の両端に位置するような並べ方は **GHI** 通りある。
- (4) I, I, O, O の 4 文字だけを横一列に並べる並べ方は **J** 通りある。また、N, P, S, T の 4 文字だけを横一列に並べる並べ方は **KL** 通りある。
- したがって、8 文字の並べ方のうち、どちらかの端には I か O が位置し、N, P, S, T のどの 2 つの文字も隣り合わないような並べ方は **MNO** 通りある。

- 計算欄 (memo) -

## 数学-8

問 2 整数  $x$  と実数  $y$  が等式

$$2(y+1) = x(8-x) \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

と不等式

$$5x - 4y + 1 \leq 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

の両方を満たしているとする。このとき、 $y$  の最大値  $M$  と最小値  $m$  を求めよう。

まず、等式 ① を変形して

$$y = -\frac{1}{\boxed{\text{P}}} (x - \boxed{\text{Q}})^2 + \boxed{\text{R}}$$

を得る。また、①、② より、 $x$  についての不等式

$$2x^2 - \boxed{\text{ST}}x + \boxed{\text{U}} \leq 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

を得る。

よって、整数  $x$  が ③ を満たすとき、 $y$  のとり得る値の範囲を考えると、 $y$  の値は  $x = \boxed{\text{V}}$  のとき最大、 $x = \boxed{\text{W}}$  のとき最小となり

$$M = \boxed{\text{X}}, \quad m = \frac{\boxed{\text{Y}}}{\boxed{\text{Z}}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

Ⅱ の問題はこれで終わります。

III

次の問題文中の **A** ～ **D** にはそれぞれ、各設問の下の ① ～ ⑤ の中から適するものを選びなさい。

3 つの 2 次不等式

$$x^2 + 3x - 18 < 0 \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

$$x^2 - 2x - 8 > 0 \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

$$x^2 + ax + b < 0 \quad \dots\dots\dots \text{③}$$

を考える。

(1) 不等式 ① と不等式 ② の両方を満たす  $x$  の範囲は **A** である。

また、①、② のどちらの不等式も満たさない  $x$  の範囲は **B** である。

①  $3 \leq x \leq 4$

②  $-6 \leq x \leq -2$

③  $3 < x < 4$

④  $2 < x < 6$

⑤  $-6 < x < -2$

⑥  $-4 \leq x \leq -3$

(2) 不等式 ① と不等式 ③ の少なくとも一方を満たす  $x$  の範囲が  $-6 < x < 7$  となるのは、 $a, b$  が等式 **C** を満たし、 $a$  が不等式 **D** を満たすときである。

①  $b = 6a - 36$

②  $b = 7a - 49$

③  $b = -7a - 49$

④  $-10 < a \leq -3$

⑤  $-10 < a \leq -1$

⑥  $-1 \leq a < 3$

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わります。III の解答欄 E ～ Z はマークしないでください。

IV

円に内接する四角形 ABCD において

$$AB = \sqrt{2}, \quad BC = CD = 2, \quad DA = \sqrt{6}$$

とする。

- (1)  $\angle BAD = \theta$  とおくと、2つの等式

$$BD^2 = \boxed{A} - \boxed{B} \sqrt{\boxed{C}} \cos \theta$$

$$BD^2 = \boxed{D} + \boxed{E} \cos \theta$$

を得る。よって

$$\theta = \boxed{FG}^\circ, \quad BD = \boxed{H} \sqrt{\boxed{I}}$$

である。

- (2)  $\angle BAC = \boxed{JK}^\circ$ ,  $\angle BCA = \boxed{LM}^\circ$  であり,  $AC = \boxed{N} + \sqrt{\boxed{O}}$  である。

また

$$\sin \angle ADC = \frac{\sqrt{\boxed{P}} (\sqrt{\boxed{Q}} + \boxed{R})}{\boxed{S}}$$

である。

- (3) 直線 AD と直線 BC の交点を E とすると,  $EB = \boxed{T} + \boxed{U} \sqrt{\boxed{V}}$  である。

- 計算欄 (memo) -

Ⅳ の問題はこれで終わります。Ⅳ の解答欄 **W** ～ **Z** はマークしないでください。  
 コース 1 の問題はこれですべて終わります。解答用紙の **V** はマークしないでください。  
 解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか、  
 もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数 学〉 Mathematics

コース 1 Course 1		
問 Q.	解答番号 row	正解 A.
I	問 1	A 3
		BC 45
		DEFG 4410
		H 2
		IJ -4
		K 3
	問 2	L 2
		M 1
		N 3
		O 0
		PQ 92
		RS 67
II	問 1	ABC 720
		DEF 120
		GHI 360
		J 6
		KL 24
		MNO 288
	問 2	PQR 247
		STU 115
		V 4
		W 1
		X 7
		YZ 52
III		A 4
		B 0
		C 2
		D 4
IV		ABC 843
		DE 88
		FG 90
		HI 22
		JK 45
		LM 30
		NO 13
		PQRS 2314
		TUV 223

コース 2 Course 2		
問 Q.	解答番号 row	正解 A.
I	問 1	A 3
		BC 45
		DEFG 4410
		H 2
		IJ -4
		K 3
	問 2	L 2
		M 1
		N 3
		O 0
		PQ 92
		RS 67
II		ABC 212
		DE 32
		FGHI 9454
		JK 85
III		AB 16
		CDEF 1213
		G 0
		HI 63
		JK 62
		LMN 126
IV	問 1	ABCD 3223
		E 2
		FGHI 2744
		JKLM 2744
	問 2	N 1
		O 2
		PQ 72
		RS 12
		T 1
		UV 22
		WXY 121
		Z 4