

# 数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

## 「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の「解答コース」の「コース1」を○で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。

### < 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

I

問 1 2 次関数  $y = ax^2 + bx + \frac{3}{a}$  は、次の 2 つの条件 (i), (ii) を満たすとする。

(i)  $x = 3$  のとき、 $y$  は最大値をとる。

(ii)  $x = 1$  のとき、 $y$  の値は 2 である。

このとき、 $a, b$  の値を求めよう。

条件 (i), (ii) を用いて、 $a, b$  の関係式

$$\begin{cases} b = \boxed{\mathbf{AB}} a \\ \boxed{\mathbf{C}} = a + b + \frac{\boxed{\mathbf{D}}}{a} \end{cases}$$

を得る。

上の 2 式より、方程式

$$\boxed{\mathbf{E}} a^2 + \boxed{\mathbf{F}} a - \boxed{\mathbf{G}} = 0$$

を得る。よって

$$a = \boxed{\mathbf{HI}}, \quad b = \boxed{\mathbf{J}}$$

である。このとき、この関数の最大値は  $\boxed{\mathbf{K}}$  である。

- 計算欄 (memo) -

## 数学－4

### 問 2 2つの整式

$$P = 2x^2 - x + 2, \quad Q = x^2 - 2x + 1$$

に対して

$$E = P^2 - 4Q^2 - 3P + 6Q$$

を考える。

(1)  $E$  の右辺を因数分解して

$$E = (P - \boxed{L}Q)(P + \boxed{M}Q - \boxed{N})$$

を得る。

(2)  $E$  を  $x$  の式で表すと

$$E = \boxed{O}x(x - \boxed{P})(\boxed{Q}x - \boxed{R})$$

となる。

(3)  $x = -\frac{1-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$  のとき、 $E$  の値は  $\boxed{S} + \boxed{T}\sqrt{\boxed{U}}$  である。

---

注) 因数分解する : factorize

- 計算欄 (memo) -

の問題はこれで終わりです。  の解答欄  ~  はマークしないでください。

## II

問 1 1 つの箱に,  $n$  個の赤球と  $(20 - n)$  個の白球が入っている。ただし,  $0 < n < 20$  とする。  
この箱から 1 球取り出し, その球の色を調べて元の箱に戻すという試行を繰り返す。

(1) 1 回の試行で赤球が取り出される確率を  $x$  とすると  $x = \frac{n}{\boxed{AB}}$  である。

(2) この試行を 2 回繰り返したとき, 少なくとも 1 回は白球が出る確率を  $p$  とおく。このとき  $p$  を (1) の  $x$  を用いて表すと  $p = \boxed{C} - x^{\boxed{D}}$  となる。

(3) この試行を 4 回繰り返したとき, 少なくとも 2 回は白球が出る確率を  $q$  とおく。このとき  $q$  を (1) の  $x$  を用いて表すと

$$q = \boxed{E} - \boxed{F} x^{\boxed{G}} + \boxed{H} x^{\boxed{I}}$$

となる。

(4) (2), (3) の  $p, q$  について,  $p < q$  となるような  $n$  の最大値を求めよう。

$p < q$  より, 不等式

$$\boxed{J} x^2 - \boxed{K} x + 1 > 0$$

を得る。これを解くと

$$x < \frac{1}{\boxed{L}}$$

となるから,  $n$  の最大値は  $\boxed{M}$  である。

注) 試行 : trial

- 計算欄 (memo) -

## 数学-8

問 2  $p$  を素数とし、 $x, y$  を正の整数とする。このとき

$$\frac{p}{x} + \frac{7}{y} = p$$

を満たす  $p, x, y$  の組をすべて求めよう。

与えられた式を変形して

$$(x - \boxed{N})(py - \boxed{O}) = \boxed{P}$$

を得る。これより

$$x - \boxed{N} = \boxed{Q} \quad \text{または} \quad \boxed{R} \quad (\text{ただし, } \boxed{Q} < \boxed{R})$$

である。したがって

$$x = \boxed{S} \quad \text{または} \quad \boxed{T} \quad (\text{ただし, } \boxed{S} < \boxed{T})$$

である。

まず、 $x = \boxed{S}$  のとき

$$p = \boxed{U}, \quad y = \boxed{V}$$

または

$$p = \boxed{W}, \quad y = \boxed{X} \quad (\text{ただし, } \boxed{U} < \boxed{W})$$

である。

また、 $x = \boxed{T}$  のとき

$$p = \boxed{Y}, \quad y = \boxed{Z}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

□ の問題はこれで終わりです。

## III

$x$  の 2 次関数

$$y = ax^2 + bx + c \quad \dots \quad ①$$

を考える。

関数 ① のグラフは 2 点  $(-1, -1)$ ,  $(2, 2)$  を通るものとする。

(1)  $b, c$  を  $a$  の式で表すと

$$b = \boxed{A} - a, \quad c = \boxed{BC} a$$

となる。

(2) 関数 ① のグラフと  $x$  軸との交点のうちの 1 つは,  $0 < x \leq 1$  の範囲内にあるとする。

このとき,  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{D} < a \leq \frac{\boxed{E}}{\boxed{F}} \quad \dots \quad ②$$

である。

(3)  $a$  の値が ② の範囲内を変化するとき,  $a + bc$  の値の範囲は

$$\frac{\boxed{GH}}{\boxed{I}} \leq a + bc \leq \boxed{J}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わりです。III の解答欄 K ~ Z はマークしないでください。

## IV

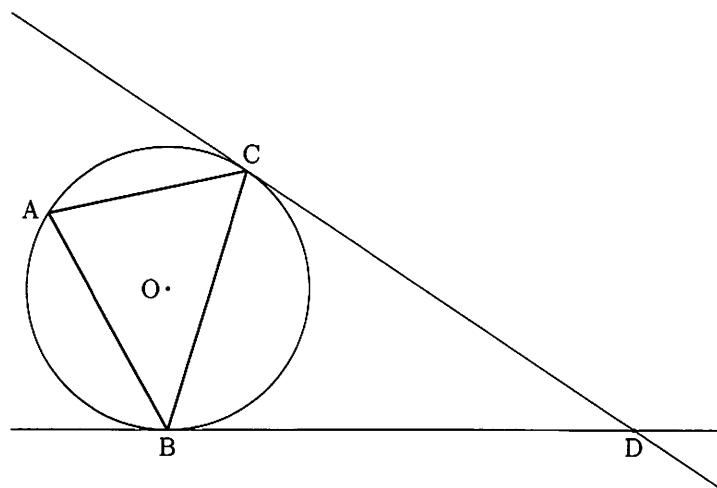
三角形 ABC は

$$AB = 7, \quad BC = 8, \quad CA = 6$$

を満たしている。

三角形 ABC の外接円の中心を O, 半径を  $r$  とおく。

また, この外接円にそれぞれ点 B, C で接する 2 本の接線を引き, その交点を D とする。



このとき

$$\cos \angle BAC = \frac{[A]}{[B]}, \quad \sin \angle BAC = \frac{\sqrt{[CD]}}{[E]},$$

$$r = \frac{[FG]\sqrt{[HI]}}{[JK]}, \quad BD = [LM]$$

である。

さらに, 外接円の円周上に点 P をとると, 線分 DP の最短の長さは

$$\frac{[NO]\sqrt{[PQ]}}{[R]}$$

である。

---

注) 外接円 : circumscribed circle

- 計算欄 (memo) -

[IV] の問題はこれで終わりです。[IV] の解答欄 [S] ~ [Z] はマークしないでください。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の [V] はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか、  
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数学〉 Mathematics

コース 1 Course 1			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	AB	-6
		CD	23
		EFG	523
		HI	-1
		J	6
		K	6
II	問 2	LMN	223
		OPQR	3141
		STU	365
III	問 1	AB	20
		CD	12
		EFGHI	14334
		JK	34
		L	3
		M	6
	問 2	NOP	177
		QR	17
		ST	28
		UV	27
		WX	72
		YZ	24
IV		A	1
		BC	-2
		D	0
		EF	12
		GHI	-18

コース 2 Course 2			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	AB	-6
		CD	23
		EFG	523
		HI	-1
		J	6
		K	6
II	問 2	LMN	223
		OPQR	3141
		STU	365
III	問 1	ABCDE	34112
		F	1
		G	3
		H I J K	4969
		LM	13
		NO	22
		PQR	223
		ABC	-14
		DE	-1
		FGH	-12
IV	問 2	I J	12
		K	3
		LMN	-13
		ABC	661
		DEF	961
		GH	31
		I J	92
		KLMN	0844
		OPQ	556
		RSTU	9872
		VWX	646
		YZ	56