

数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の「解答コース」の「コース1」を○で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。

＜ 解答用紙記入例 ＞

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

I

問 1 2 次関数 $y = ax^2 + bx + \frac{3}{a}$ は、次の 2 つの条件 (i), (ii) を満たすとする。

(i) $x = 3$ のとき、 y は最大値をとる。

(ii) $x = 1$ のとき、 y の値は 2 である。

このとき、 a, b の値を求めよう。

条件 (i), (ii) を用いて、 a, b の関係式

$$\begin{cases} b = \boxed{\text{AB}} a \\ \boxed{\text{C}} = a + b + \frac{\boxed{\text{D}}}{a} \end{cases}$$

を得る。

上の 2 式より、方程式

$$\boxed{\text{E}} a^2 + \boxed{\text{F}} a - \boxed{\text{G}} = 0$$

を得る。よって

$$a = \boxed{\text{HI}}, \quad b = \boxed{\text{J}}$$

である。このとき、この関数の最大値は $\boxed{\text{K}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

数学-4

問 2 2つの整式

$$P = 2x^2 - x + 2, \quad Q = x^2 - 2x + 1$$

に対して

$$E = P^2 - 4Q^2 - 3P + 6Q$$

を考える。

- (1) E の右辺を因数分解して

$$E = (P - \boxed{\text{L}}Q)(P + \boxed{\text{M}}Q - \boxed{\text{N}})$$

を得る。

- (2) E を x の式で表すと

$$E = \boxed{\text{O}}x(x - \boxed{\text{P}})(\boxed{\text{Q}}x - \boxed{\text{R}})$$

となる。

- (3) $x = -\frac{1-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$ のとき, E の値は $\boxed{\text{S}} + \boxed{\text{T}}\sqrt{\boxed{\text{U}}}$ である。

注) 因数分解する : factorize

- 計算欄 (memo) -

I の問題はこれで終わります。**I** の解答欄 **V** ～ **Z** はマークしないでください。

II

問 1 1つの箱に、 n 個の赤球と $(20 - n)$ 個の白球が入っている。ただし、 $0 < n < 20$ とする。

この箱から 1 球取り出し、その球の色を調べて元の箱に戻すという試行を繰り返す。

(1) 1 回の試行で赤球が取り出される確率を x とすると $x = \frac{n}{\boxed{\text{AB}}}$ である。

(2) この試行を 2 回繰り返したとき、少なくとも 1 回は白球が出る確率を p とおく。このとき p を (1) の x を用いて表すと $p = \boxed{\text{C}} - x^{\boxed{\text{D}}}$ となる。

(3) この試行を 4 回繰り返したとき、少なくとも 2 回は白球が出る確率を q とおく。このとき q を (1) の x を用いて表すと

$$q = \boxed{\text{E}} - \boxed{\text{F}}x^{\boxed{\text{G}}} + \boxed{\text{H}}x^{\boxed{\text{I}}}$$

となる。

(4) (2), (3) の p, q について、 $p < q$ となるような n の最大値を求めよう。

$p < q$ より、不等式

$$\boxed{\text{J}}x^2 - \boxed{\text{K}}x + 1 > 0$$

を得る。これを解くと

$$x < \frac{1}{\boxed{\text{L}}}$$

となるから、 n の最大値は $\boxed{\text{M}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

数学－8

問 2 p を素数とし, x, y を正の整数とする。このとき

$$\frac{p}{x} + \frac{7}{y} = p$$

を満たす p, x, y の組をすべて求めよう。

与えられた式を変形して

$$(x - \boxed{\text{N}})(py - \boxed{\text{O}}) = \boxed{\text{P}}$$

を得る。これより

$$x - \boxed{\text{N}} = \boxed{\text{Q}} \quad \text{または} \quad \boxed{\text{R}} \quad (\text{ただし, } \boxed{\text{Q}} < \boxed{\text{R}})$$

である。したがって

$$x = \boxed{\text{S}} \quad \text{または} \quad \boxed{\text{T}} \quad (\text{ただし, } \boxed{\text{S}} < \boxed{\text{T}})$$

である。

まず, $x = \boxed{\text{S}}$ のとき

$$p = \boxed{\text{U}}, \quad y = \boxed{\text{V}}$$

または

$$p = \boxed{\text{W}}, \quad y = \boxed{\text{X}} \quad (\text{ただし, } \boxed{\text{U}} < \boxed{\text{W}})$$

である。

また, $x = \boxed{\text{T}}$ のとき

$$p = \boxed{\text{Y}}, \quad y = \boxed{\text{Z}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

Ⅱ の問題はこれで終わります。

III

x の 2 次関数

$$y = ax^2 + bx + c \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

関数 ① のグラフは 2 点 $(-1, -1)$, $(2, 2)$ を通るものとする。

- (1) b, c を a の式で表すと

$$b = \boxed{\text{A}} - a, \quad c = \boxed{\text{BC}} a$$

となる。

- (2) 関数 ① のグラフと x 軸との交点のうちの 1 つは、 $0 < x \leq 1$ の範囲内にあるとする。

このとき、 a の値の範囲は

$$\boxed{\text{D}} < a \leq \frac{\boxed{\text{E}}}{\boxed{\text{F}}} \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

である。

- (3) a の値が ② の範囲内を変化するとき、 $a + bc$ の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{GH}}}{\boxed{\text{I}}} \leq a + bc \leq \boxed{\text{J}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わります。III の解答欄 K ～ Z はマークしないでください。

IV

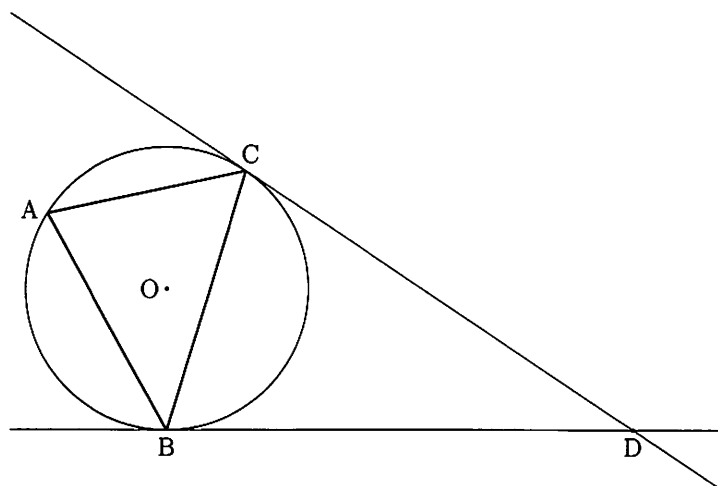
三角形 ABC は

$$AB=7, \quad BC=8, \quad CA=6$$

を満たしている。

三角形 ABC の外接円の中心を O, 半径を r とおく。

また, この外接円にそれぞれ点 B, C で接する 2 本の接線を引き, その交点を D とする。



このとき

$$\cos \angle BAC = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}, \quad \sin \angle BAC = \frac{\sqrt{\boxed{CD}}}{\boxed{E}},$$

$$r = \frac{\boxed{FG} \sqrt{\boxed{HI}}}{\boxed{JK}}, \quad BD = \boxed{LM}$$

である。

さらに, 外接円の円周上に点 P をとるとき, 線分 DP の最短の長さは $\frac{\boxed{NO} \sqrt{\boxed{PQ}}}{\boxed{R}}$ である。

注) 外接円 : circumscribed circle

- 計算欄 (memo) -

IV の問題はこれで終わります。**IV** の解答欄 **S** ～ **Z** はマークしないでください。

コース1の問題はこれですべて終わります。解答用紙の **V** はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース1」が正しくマークしてあるか、
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数 学〉 Mathematics

コース 1 Course 1			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	AB	-6
		CD	23
		EFG	523
		HI	-1
		J	6
		K	6
	問 2	LMN	223
		OPQR	3141
		STU	365
II	問 1	AB	20
		CD	12
		EFGHI	14334
		JK	34
		L	3
		M	6
	問 2	NOP	177
		QR	17
		ST	28
		UV	27
		WX	72
		YZ	24
III		A	1
		BC	-2
		D	0
		EF	12
		GHI	-18
		J	0
IV		AB	14
		CDE	154
		FGHIJK	161515
		LM	16
		NOPQR	16155

コース 2 Course 2			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	AB	-6
		CD	23
		EFG	523
		HI	-1
		J	6
		K	6
	問 2	LMN	223
		OPQR	3141
		STU	365
II		ABCDE	34112
		F	1
		G	3
		HIJK	4969
		LM	13
		NO	22
		PQR	223
III		ABC	-14
		DE	-1
		FGH	-12
		IJ	12
		K	3
		LMN	-13
IV	問 1	ABC	661
		DEF	961
		GH	31
		IJ	92
	問 2	KLMN	0844
		OPQ	556
		RSTU	9872
		VWX	646
		YZ	56