数学 コース 1

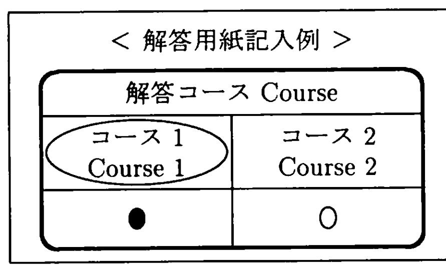
(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース1」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。



I

問 1　$6-\sqrt{5}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。このとき

$$a = \boxed{\mathsf{A}}, \qquad b + \frac{4}{b} = \boxed{\mathsf{B}}$$

である。

また

$$b^3 + \left(\frac{4}{b}\right)^3 = \left(b + \frac{4}{b}\right)^{\boxed{\mathsf{C}}} - \boxed{\mathsf{DE}}\left(b + \frac{4}{b}\right)$$

であるから

$$4a^3 - \left\{b^3 + \left(\frac{4}{b}\right)^3\right\} = \boxed{\mathsf{FGH}}$$

を得る。

- 計算欄 (memo) -

問 2　$a>0$ とし，x の 2 次関数

$$y=3ax^2 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

を考える。

(1)　① のグラフを x 軸方向に $2a$，y 軸方向に $12a$ だけ平行移動すると，そのグラフを表す 2 次関数は

$$y=3a(x-\boxed{\text{I}}\,a)^2+\boxed{\text{JK}}\,a$$

である。さらに，このグラフと直線 $y=12a$ に関して対称なグラフを表す 2 次関数は

$$y=\boxed{\text{LM}}\,a(x^2-\boxed{\text{N}}\,ax+\boxed{\text{O}}\,a^2-\boxed{\text{P}}) \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

となる。① と ② のグラフが異なる 2 点で交わるとき，a のとりうる値の範囲は

$$0<a<\sqrt{\boxed{\text{Q}}}$$

である。

(2)　(1) において，a が整数の場合を考える。このとき，① と ② のグラフの交点の x 座標は $\boxed{\text{R}}$ と $\boxed{\text{S}}$ である。ただし，$\boxed{\text{R}}<\boxed{\text{S}}$ とする。さらに，直線 $x=k$ $(\boxed{\text{R}}<k<\boxed{\text{S}})$ と ①, ② のグラフの交点をそれぞれ P, Q とする。線分 PQ の長さを k の式で表すと

$$\text{PQ}=-\boxed{\text{T}}\,k^2+\boxed{\text{UV}}\,k$$

となるから，$k=\boxed{\text{W}}$ のとき，PQ の値は最も大きくなる。

\- 計算欄 (memo) -

I の問題はこれで終わりです。 I の解答欄	X ～ Z	は空欄のままにしてください。

II

問 1　数直線上の点 P を次の約束に従って動かすとする：

大小 2 個のサイコロを同時に投げる試行を行うとき

- 両方の目の数が同じ場合，点 P は負の向きに 1 だけ移動する。
- 大きいサイコロの目の数が小さいサイコロの目の数より大きい場合，点 P は正の向きに 1 だけ移動する。
- その他の場合，点 P は移動しない。

(1)　この試行を 1 回行うとき

点 P が負の向きに 1 だけ移動する確率は $\dfrac{\boxed{\mathrm{A}}}{\boxed{\mathrm{B}}}$

点 P が正の向きに 1 だけ移動する確率は $\dfrac{\boxed{\mathrm{C}}}{\boxed{\mathrm{DE}}}$

点 P が移動しない確率は $\dfrac{\boxed{\mathrm{F}}}{\boxed{\mathrm{GH}}}$

である。

(2)　この試行を 2 回続けて行う。ただし，はじめ，点 P は原点にあるとする。このとき

点 P の座標が -2 となる確率は $\dfrac{\boxed{\mathrm{I}}}{\boxed{\mathrm{JK}}}$

点 P の座標が 0 となる確率は $\dfrac{\boxed{\mathrm{L}}}{\boxed{\mathrm{MN}}}$

である。

注）サイコロ：dice，試行：trial，原点：origin

- 計算欄 (memo) -

問 2　$0 < x < \dfrac{1}{2}$ とする。このとき，等式

$$4x + \frac{1}{x} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(x + \frac{1}{4x}\right)^2 - 1} = 4 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

を満たす x の値を求めよう。

① の $\sqrt{}$ 内を平方の形に直し，$0 < x < \dfrac{1}{2}$ に注意して左辺を変形すると

$$① \text{ の左辺} = \frac{\boxed{\text{O}}\,x}{\boxed{\text{P}}} + \frac{\boxed{\text{Q}}}{\boxed{\text{R}}\,x}$$

となる。したがって，① から 2 次方程式

$$\boxed{\text{ST}}\,x^2 - \boxed{\text{UV}}\,x + \boxed{\text{W}} = 0$$

が得られる。この方程式の解のうち，$0 < x < \dfrac{1}{2}$ を満たすのは

$$x = \frac{\boxed{\text{X}}}{\boxed{\text{YZ}}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わりです。

III

x の 2 次不等式

$$x^2 + ax - b < 0 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

を満たす整数が $x = -1$, 0, 1 の 3 個だけであるとする。

(1)　① を満たす整数が $x = -1$, 0, 1 の 3 個だけであるための条件は,

a, b が次の 4 つの不等式

$$\begin{cases} b \leqq 4 - \boxed{\text{A}}\,a \\ \boxed{\text{B}} - a < b \\ \boxed{\text{C}} + a < b \\ b \leqq 4 + \boxed{\text{D}}\,a \end{cases}$$

を満たすことである。

(2)　特に，上の 4 つの不等式を満たす整数 a, b の組を求めると

$$(a, b) = (\boxed{\text{E}}, \boxed{\text{F}}),\ (\boxed{\text{G}}, \boxed{\text{H}}),\ (\boxed{\text{I}}, \boxed{\text{J}})$$

である。ただし，$\boxed{\text{F}} < \boxed{\text{H}} < \boxed{\text{J}}$ とする。

- 計算欄 (memo) -

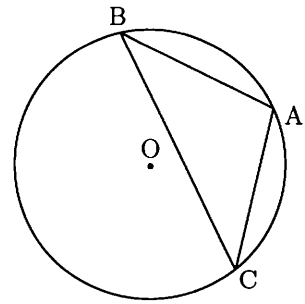
$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\text{K}}$ ～ $\boxed{\text{Z}}$ は空欄のままにしてください。

IV

半径 5 の円に内接し

$$AB = AC = 6$$

である三角形 ABC を考える。



(1)　このとき

$$\sin C = \frac{\boxed{\mathbf{A}}}{\boxed{\mathbf{B}}}, \quad \cos C = \frac{\boxed{\mathbf{C}}}{\boxed{\mathbf{D}}}, \quad BC = \frac{\boxed{\mathbf{EF}}}{\boxed{\mathbf{G}}}$$

である。

(2)　この円の点 A における接線と点 B における接線の交点を P とする。このとき

$$\cos\angle ABP = \frac{\boxed{\mathbf{H}}}{\boxed{\mathbf{I}}}$$

であるから

$$BP = \frac{\boxed{\mathbf{JK}}}{\boxed{\mathbf{L}}}$$

である。

また，この円の点 A における接線と点 C における接線の交点を Q とし，点 B における接線と点 C における接線の交点を R とする。このとき，$PQ : BC = \boxed{\mathbf{MN}} : 32$ であるから

$$BR = \frac{\boxed{\mathbf{OPQ}}}{\boxed{\mathbf{R}}}$$

である。

注）内接する：be inscribed

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{IV}}$ の解答欄 $\boxed{\ \text{S}\ }$ ～ $\boxed{\ \text{Z}\ }$ は空欄のままにしてください。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。

解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ は空欄のままにしてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数　学〉

コース1			
問		解答欄	正解
Ⅰ	問1	A	3
		B	6
		CDE	312
		FGH	-36
	問2	IJK	212
		LMNOP	-3444
		Q	2
		RS	02
		TUV	612
		W	1
Ⅱ	問1	AB	16
		CDE	512
		FGH	512
		IJK	136
		LMN	516
	問2	OPQR	9278
		STUVW	36327
		XYZ	718
Ⅲ		A	2
		B	1
		C	1
		D	2
		EF	02
		GH	03
		IJ	04
Ⅳ		AB	35
		CD	45
		EFG	485
		HI	45
		JKL	154
		MN	25
		OPQR	1207

コース2			
問		解答欄	正解
Ⅰ	問1	A	3
		B	6
		CDE	312
		FGH	-36
	問2	IJK	212
		LMNOP	-3444
		Q	2
		RS	02
		TUV	612
		W	1
Ⅱ		AB	42
		CD	64
		EF	22
		GHI	-42
		JKLM	8121
Ⅲ		ABC	-24
		DE	20
		FG	18
		HI	20
		JKL	-60
Ⅳ	問1	ABC	122
		DEFGH	10272
		I	2
	問2	J	4
		KL	31
		MN	31
		OPQR	9437