数学 コース 1
(基本コース)

(コース 2 は 15 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース 1」と「コース 2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース 1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の「解答コース」の「コース 1」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

< 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

I

問 1　x, y は

$$3x + y = 18, \quad x \geqq 1, \quad y \geqq 6$$

を満たすとする。このとき，xy の最大値と最小値を求めよう。

xy を x で表すと

$$xy = \boxed{\text{AB}}\left(x - \boxed{\text{C}}\right)^2 + \boxed{\text{DE}}$$

である。

また，x のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{F}} \leqq x \leqq \boxed{\text{G}}$$

である。

よって，xy の値は

$x = \boxed{\text{H}}$ のとき最大となり，その値は $\boxed{\text{IJ}}$

$x = \boxed{\text{K}}$ のとき最小となり，その値は $\boxed{\text{LM}}$

である。

- 計算欄 (memo) -

問 2　正の実数 a, b は

$$a^2 = 3 + \sqrt{5}, \quad b^2 = 3 - \sqrt{5}$$

を満たすとする。$a + b$ の小数部分を c とするとき，$\dfrac{1}{c} - c$ の値を求めよう。

(1)　$(ab)^2 = \boxed{\mathsf{N}}$，$(a+b)^2 = \boxed{\mathsf{OP}}$ である。

(2)　$\boxed{\mathsf{Q}} < a + b < \boxed{\mathsf{Q}} + 1$ であるから，c の値は $\sqrt{\boxed{\mathsf{RS}}} - \boxed{\mathsf{T}}$ である。

よって，$\dfrac{1}{c} - c = \boxed{\mathsf{U}}$ となる。

注）小数部分：fractional portion

\- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{I}}$ の解答欄 $\boxed{\text{V}}$ ～ $\boxed{\text{Z}}$ はマークしないでください。

II

問 1　1 から 9 までの整数が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードが，箱の中に入っている。その箱の中から 2 枚のカードを同時に取り出す。

取り出された 2 枚のカードに書かれている数の和を S とおく。

(1)　S が 5 以下になる確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{A}}}{\boxed{\mathsf{B}}}$ である。いま，S が 5 以下のときは得点として $10-S$ を与え，S が 5 より大きいときは得点として 2 を与えるものとする。このとき，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\mathsf{CD}}}{\boxed{\mathsf{EF}}}$ である。

(2)　箱の中から 2 枚のカードを同時に取り出す試行を 2 回行う。ただし，1 回目に取り出した 2 枚のカードは 2 回目を行う前に箱に戻すものとする。

(i)　2 回とも S が 5 以下になる確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{G}}}{\boxed{\mathsf{HI}}}$ である。

(ii)　少なくとも 1 回は，S が 5 以下になる確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{JK}}}{\boxed{\mathsf{LM}}}$ である。

注）期待値：expected value，試行：trial

- 計算欄 (memo) -

問 2　a は定数とする。x の 2 つの関数

$$f(x) = 2x^2 + x + a - 2$$
$$g(x) = -4x - 5$$

に対して，$f(x) = g(x)$ となるような実数 x と，そのときの関数の値を調べよう。

(1)　次の文中の $\boxed{\text{N}}$，$\boxed{\text{O}}$，$\boxed{\text{P}}$ には，下の ⓪ ～ ⑧ のうちから適するものを選びなさい。

$\boxed{\text{N}}$ のとき，$f(x) = g(x)$ となるような実数 x は 2 つ存在する。

$\boxed{\text{O}}$ のとき，$f(x) = g(x)$ となるような実数 x はただ 1 つ存在する。

$\boxed{\text{P}}$ のとき，$f(x) = g(x)$ となるような実数 x は存在しない。

⓪ $a > \dfrac{1}{8}$　① $a = \dfrac{17}{8}$　② $a = \dfrac{1}{6}$　③ $a < \dfrac{1}{6}$　④ $a < \dfrac{17}{8}$

⑤ $a < \dfrac{1}{8}$　⑥ $a > \dfrac{1}{6}$　⑦ $a = \dfrac{1}{8}$　⑧ $a > \dfrac{17}{8}$

(2)　$\boxed{\text{N}}$ のとき，$f(x) = g(x)$ となる x は $\dfrac{-\boxed{\text{Q}} \pm \sqrt{\boxed{\text{R}} - \boxed{\text{S}}\,a}}{\boxed{\text{T}}}$ であって，そのときの 2 つの関数の値は $\mp\sqrt{\boxed{\text{U}} - \boxed{\text{V}}\,a}$ (複号同順) である。

$\boxed{\text{O}}$ のとき，$f(x) = g(x)$ となる x は $-\dfrac{\boxed{\text{W}}}{\boxed{\text{X}}}$ であって，そのときの 2 つの関数の値は $\boxed{\text{Y}}$ である。

(3)　$f(x) = g(x)$ となるような x における 2 つの関数の値の絶対値が 3 以上になる条件は，$a \leqq -\boxed{\text{Z}}$ である。

注）絶対値：absolute value

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わりです。

III

a は定数とし，x の 2 次関数

$$y = 2x^2 + ax + 3 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

を考える。① のグラフの頂点は第 1 象限にあるとする。

(1)　a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\mathsf{AB}}\sqrt{\boxed{\mathsf{C}}} < a < \boxed{\mathsf{D}}$$

であり，この不等式を満たす最小の整数 a は $\boxed{\mathsf{EF}}$ である。

(2)　① において，$a = \boxed{\mathsf{EF}}$ とし，① のグラフを x 軸方向に $-\dfrac{1}{n}$，y 軸方向に $\dfrac{6}{n^2}$ だけ平行移動したグラフの方程式を

$$y = 2x^2 + px + q$$

とする。このとき

$$p = \frac{\boxed{\mathsf{G}}}{n} - \boxed{\mathsf{H}}, \qquad q = \frac{\boxed{\mathsf{I}}}{n^2} - \frac{\boxed{\mathsf{J}}}{n} + \boxed{\mathsf{K}}$$

である。

(3)　(2) において p が整数となる自然数 n は，全部で $\boxed{\mathsf{L}}$ 個ある。

これらの n のうち q の値も整数となるものを考える。このとき，q が最小となるのは $n = \boxed{\mathsf{M}}$ のときであり，その値は $q = \boxed{\mathsf{N}}$ である。

注）第 1 象限 : first (upper right-hand) quadrant

\- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\ \text{O}\ }$ ～ $\boxed{\ \text{Z}\ }$ はマークしないでください。

IV

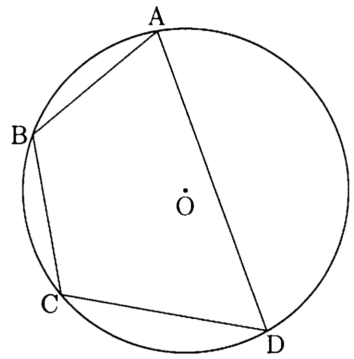
四角形 ABCD は円 O に内接し

$$AB = BC = \sqrt{2},\quad BD = \frac{3\sqrt{3}}{2},\quad \angle ABC = 120^\circ$$

を満たしている。ただし

$$AD > CD \quad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

とする。



(1)　$AC = \sqrt{\boxed{\text{A}}}$ であり，円 O の半径は $\sqrt{\boxed{\text{B}}}$ である。

(2)　$AD = x$ とおく。$\angle ADB = \boxed{\text{CD}}^\circ$ であるから，x は

$$4x^2 - \boxed{\text{EF}}\,x + \boxed{\text{GH}} = 0$$

を満たす。

また，$CD = y$ とおくと，同様にして，y は

$$4y^2 - \boxed{\text{IJ}}\,y + \boxed{\text{KL}} = 0$$

を満たす。

以上より，① に注意すれば

$$AD = \frac{\boxed{\text{M}} + \sqrt{\boxed{\text{N}}}}{\boxed{\text{O}}},\qquad CD = \frac{\boxed{\text{P}} - \sqrt{\boxed{\text{Q}}}}{\boxed{\text{R}}}$$

が得られる。

注）内接する：be inscribed

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{IV}}$ の解答欄 $\boxed{\textbf{S}}$ ～ $\boxed{\textbf{Z}}$ はマークしないでください。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか，
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数　学〉

コース 1			
問		解答欄	正解
I	問 1	ABCDE	−3327
		FG	14
		H	3
		IJ	27
		K	1
		LM	15
	問 2	N	4
		OP	10
		Q	3
		RST	103
		U	6
II	問 1	AB	19
		CDEF	2912
		GHI	181
		JKLM	1781
	問 2	N	5
		O	7
		P	0
		QRST	5184
		UV	18
		WX	54
		Y	0
		Z	1
III		ABC	−26
		D	0
		EF	−4
		GH	44
		IJK	843
		L	3
		M	2
		N	3
IV		A	6
		B	2
		CD	30
		EFGH	1819
		IJKL	1819
		MNO	954
		PQR	954

コース 2			
問		解答欄	正解
I	問 1	ABCDE	−3327
		FG	14
		H	3
		IJ	27
		K	1
		LM	15
	問 2	N	4
		OP	10
		Q	3
		RST	103
		U	6
II		AB	22
		C	2
		DEF	212
		GH	60
		IJK	201
		L	8
III		AB	24
		CDE	142
		FGHI	6236
		JKL	312
		MNOPQ	30125
		RS	05
IV	問 1	A	5
		BC	86
		DEFGHI	236136
		JKLM	6196
	問 2	N	3
		O	9
		PQRS	5427
		T	6
		U	3
		V	3
		WXY	942