数学 コース 1
(基本コース)

(コース2は 13 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース1」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

< 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

I

問 1　x 軸に接する放物線を C とする。C をグラフとする 2 次関数は $a,\ p$ を定数として

$$y = a(x-p)^2$$

と表される。

(1)　C が点 $(1,2)$ を通るとき，$a,\ p$ は

$$\boxed{\mathsf{A}} = a(\boxed{\mathsf{B}} - p)^2 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

を満たす。

(2)　さらに，C を x 軸方向に右へ 3 だけ平行移動すると，そのグラフは点 $(2,8)$ を通る。このとき，$a,\ p$ は

$$\boxed{\mathsf{C}} = a(\boxed{\mathsf{D}} + p)^2 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

を満たす。

(3)　① と ② より，a を消去すると

$$(\boxed{\mathsf{D}} + p)^2 = \boxed{\mathsf{E}}(\boxed{\mathsf{B}} - p)^2$$

である。よって，$p > 1$ を満たす p を求めると

$$p = \boxed{\mathsf{F}}$$

であり

$$a = \frac{\boxed{\mathsf{G}}}{\boxed{\mathsf{H}}}$$

となる。

問 2　a, b, k を実数とする。次の不等式を考える。

$$a^2+b^2 \leqq 21k-3k^2 \quad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

(1)　$a=b=0$ のとき，① が成り立つような k の値の範囲は

$$\boxed{\ \mathsf{I}\ } \leqq k \leqq \boxed{\ \mathsf{J}\ }$$

である。

(2)　$k>0$ とする。$a=b=0$ であることが，① が成り立つための必要十分条件となるのは $k=\boxed{\ \mathsf{K}\ }$ のときである。

(3)　$a=b=0$ であることが，① が成り立つための十分条件であって必要条件ではないような整数 k の最大値は $\boxed{\ \mathsf{L}\ }$ である。

I の問題はこれで終わりです。I の解答欄 $\boxed{\ \mathsf{M}\ }$ ～ $\boxed{\ \mathsf{Z}\ }$ には何も書かないでください。

II

問 1　次の各問に答えなさい。

(1)　有理数 x, y に対して

$$(2-\sqrt{3})(x+2\sqrt{3})=6+y\sqrt{3}$$

が成り立つのは，$x=$ $\boxed{\text{A}}$ ，$y=$ $\boxed{\text{BC}}$ のときである。

(2)　$P=2ab+6a-5b-15$ とする。

(i)　P を因数分解して，$P=(\boxed{\text{D}}\,a-\boxed{\text{E}})(b+\boxed{\text{F}})$ を得る。

(ii)　$a=-\dfrac{2}{1+\sqrt{3}}$，$b=-\dfrac{6}{3+\sqrt{3}}$ のとき，P の値は $\boxed{\text{GH}}-\boxed{\text{I}}\sqrt{3}$ である。

注）有理数：rational number，因数分解する：factorize

問 2　0, 1, 3, 5, 7 の中の異なる 3 つの数字を使って 3 桁(けた)の整数をつくる。このとき，3 桁の整数は全部で $\boxed{\mathrm{JK}}$ 個できる。そのうち，偶数は $\boxed{\mathrm{LM}}$ 個ある。ただし，013 などは 3 桁の整数でない。

いま，これら $\boxed{\mathrm{JK}}$ 個の整数をそれぞれ 1 つずつカードに記入して，箱の中に入れる。よくかき混ぜて，箱の中から 1 枚のカードを取り出す。

(1)　取り出したカードに記入されている整数が奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\mathrm{N}}}{\boxed{\mathrm{O}}}$ である。

(2)　取り出したカードに記入されている整数の各桁の数字の和が 9 以下である確率は $\dfrac{\boxed{\mathrm{PQ}}}{\boxed{\mathrm{RS}}}$ である。

注）3 桁：3-digit，偶数：even number，奇数：odd number

$\boxed{\mathrm{II}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\mathrm{II}}$ の解答欄 $\boxed{\mathrm{T}}$ ～ $\boxed{\mathrm{Z}}$ には何も書かないでください。

III

問 1　三角形 ABC において

$$AB = 1 + \sqrt{3}\ ,\quad BC = 2,\quad \angle B = 30^\circ$$

とする。このとき

$$AC = \sqrt{\boxed{\mathsf{A}}}$$

であるから，この三角形 ABC の外接円の半径 R は

$$R = \sqrt{\boxed{\mathsf{B}}}$$

である。さらに

$$\angle A = \boxed{\mathsf{CD}}^\circ,\quad \angle C = \boxed{\mathsf{EFG}}^\circ$$

である。また，辺 AC の中点を M とするとき

$$BM^2 = \frac{\boxed{\mathsf{H}}}{\boxed{\mathsf{I}}} + \sqrt{\boxed{\mathsf{J}}}$$

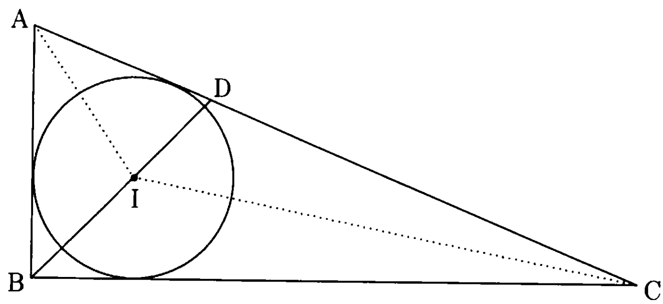
である。

注）外接円 : circumscribed circle

問 2　3 辺の長さが

$$AB = 5,\quad BC = 12,\quad CA = 13$$

である直角三角形 ABC の内接円の中心を I とする。



(1)　$\angle AIC = \boxed{\text{KLM}}°$ である。また，内接円 I の半径は $\boxed{\text{N}}$ である。

(2)　BI の延長線と，辺 AC との交点を D とすると

$$AD : DC = \boxed{\text{O}} : \boxed{\text{PQ}},\quad BI : ID = \boxed{\text{RS}} : \boxed{\text{TU}}$$

である。ただし，比は最も簡単な整数の比で表しなさい。

(3)　C を通り内接円 I と 2 点で交わる任意の直線を引き，その 2 つの交点を P, Q とすると

$$CP \cdot CQ = \boxed{\text{VWX}}$$

である。

注）内接円 : inscribed circle

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\ \text{Y}\ }$, $\boxed{\ \text{Z}\ }$ には何も書かないでください。

IV

問 1　x についての 2 つの 2 次不等式

$$x^2 - 4x - 5 \geqq 0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

$$x^2 - (3a - 2)x - 6a < 0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

を同時に満たす整数がちょうど 2 個存在するような定数 a の値の範囲を求めよう。

不等式 ① の解は　$x \leqq -\boxed{\text{A}}$, $\boxed{\text{B}} \leqq x$　である。

不等式 ② の解は

$$a > -\frac{\boxed{\text{C}}}{\boxed{\text{D}}} \text{ のとき,} \quad -\boxed{\text{E}} < x < \boxed{\text{F}}\,a$$

$$a < -\frac{\boxed{\text{C}}}{\boxed{\text{D}}} \text{ のとき,} \quad \boxed{\text{G}}\,a < x < -\boxed{\text{H}}$$

である。

したがって，求める a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{I}}}{\boxed{\text{J}}} < a \leqq \boxed{\text{K}}, \quad -\frac{\boxed{\text{L}}}{\boxed{\text{M}}} \leqq a < -\frac{\boxed{\text{N}}}{\boxed{\text{O}}}$$

である。

\- 計算欄 (memo) -

問 2　x, y の整式 $P = 4x^2 - 4xy + 10y^2 + 24y + 23$ を考える。

この整式 P は

$$P = (\boxed{\mathsf{P}}\,x - y)^2 + (\boxed{\mathsf{Q}}\,y + \boxed{\mathsf{R}})^2 + \boxed{\mathsf{S}}$$

と変形できる。

したがって，P の値が最も小さくなるのは $x = \dfrac{\boxed{\mathsf{TU}}}{\boxed{\mathsf{V}}}$, $y = \dfrac{\boxed{\mathsf{WX}}}{\boxed{\mathsf{Y}}}$ のときであり，そのときの P の値は $\boxed{\mathsf{Z}}$ である。

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。

解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ の欄には何も書かないでください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数　学〉

コース1

問	I									II				
	問1					問2				問1				
解答欄	AB	CD	E	F	GH	I	J	K	L	A	BC	DEF	GH	I
正解	21	81	4	3	12	0	7	7	6	6	−2	253	−6	3

問	II				III									
	問2				問1					問2				
解答欄	JK	LM	NO	PQRS	A	B	CD	EFG	HIJ	KLM	N	OPQ	RSTU	VWX
正解	48	12	34	1124	2	2	45	105	723	135	2	512	1713	100

問	IV											
	問1						問2					
解答欄	AB	CD	EF	GH	IJK	LMNO	P	QR	S	TUV	WXY	Z
正解	15	23	23	32	532	5343	2	34	7	−23	−43	7

コース2

問	I								
	問1					問2			
解答欄	AB	CD	E	F	GH	I	J	K	L
正解	21	81	4	3	12	0	7	7	6

問	II											
	問1						問2					
解答欄	AB	CD	E	F	GH	I	J	KL	MN	OPQR	ST	U
正解	42	11	3	7	41	6	2	44	21	2312	79	1

問	III											
	問1							問2				
解答欄	ABCD	EF	G	HI	JK	L	M	N	O	PQ	RST	U
正解	−121	01	1	54	36	6	4	0	1	30	352	1

問	IV											
	問1							問2				
解答欄	AB	CD	EF	G	HI	JK	L	MNO	P	QR	ST	U
正解	−1	12	14	2	12	34	2	246	3	64	33	3