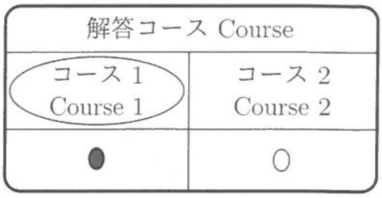
数学 コース 1
（基本コース）

（コース2は 15 ページからです）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の「解答コース」の「コース1」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

＜ 解答用紙記入例 ＞



選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

I

問 1　x の 2 次関数

$$y=-\frac{1}{8}x^2+ax+b \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

を考える。関数 ① のグラフの頂点の座標を (p,q) とすると

$$p=\boxed{\text{A}}\,a,\quad q=\boxed{\text{B}}\,a^2+b$$

である。

(1)　点 (p,q) が直線 $x+y=1$ の上を動くとき，a,b は

$$b=\boxed{\text{CD}}\,a^2-\boxed{\text{E}}\,a+\boxed{\text{F}}$$

を満たす。

このとき，$8a+b$ は $a=\boxed{\text{G}}$ で最大値 $\boxed{\text{H}}$ をとる。

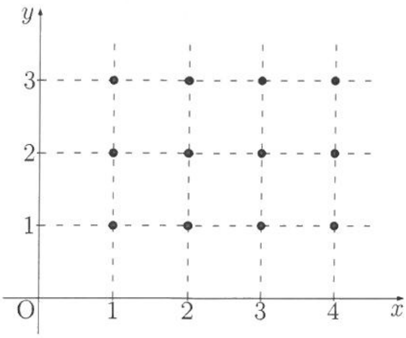
(2)　関数 ① のグラフが x 軸に接するとき，$a+b$ の値の範囲は

$$a+b\leqq\frac{\boxed{\text{I}}}{\boxed{\text{J}}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

問 2　座標平面上に，右の図のように 12 個の点が並んでいる。これらの点から 3 個の点を選び，それらを頂点とする三角形を作る。このとき，三角形が全部で何個できるかを調べよう。



まず，12 個の点から 3 個の点を選び出す場合の数は **KLM** 通りである。

次に，12 個の点のうち，3 個以上が一直線上に並ぶ場合の数を数えよう。

このような直線のうち

(i)　4 点を通る直線は **N** 本ある。

(ii)　3 点を通る直線は **O** 本ある。

したがって，同一直線上にあり，三角形の頂点とならない 3 点の組み合わせは，(i) の場合は **PQ** 通りあり，(ii) の場合は **R** 通りある。

以上より，求める三角形は **STU** 個である。

特に，点 $(1, 1)$ を A，点 $(4, 1)$ を B とするとき，線分 AB 上に 2 つの頂点をもつ三角形は **VW** 個である。

\- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\mathrm{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\mathrm{I}}$ の解答欄 $\boxed{\mathsf{X}}$ ～ $\boxed{\mathsf{Z}}$ はマークしないでください。

II

問 1　$15x^2-2xy-8y^2-11x+22y+a$ が x, y の 1 次式の積に因数分解できるような a の値を求めよう。

上の式の x, y に関する 2 次の項の部分は

$$15x^2-2xy-8y^2 = \left(\boxed{\mathsf{A}}\,x-\boxed{\mathsf{B}}\,y\right)\left(\boxed{\mathsf{C}}\,x+\boxed{\mathsf{D}}\,y\right)$$

と因数分解される。

したがって

$$\begin{aligned}&15x^2-2xy-8y^2-11x+22y+a\\&=\left(\boxed{\mathsf{A}}\,x-\boxed{\mathsf{B}}\,y+b\right)\left(\boxed{\mathsf{C}}\,x+\boxed{\mathsf{D}}\,y+c\right)\quad\cdots\cdots\cdots\quad ①\end{aligned}$$

とおくとき，等式 ① の右辺は

$$15x^2-2xy-8y^2+\left(\boxed{\mathsf{E}}\,b+\boxed{\mathsf{F}}\,c\right)x+\left(\boxed{\mathsf{G}}\,b-\boxed{\mathsf{H}}\,c\right)y+bc$$

と展開できる。この式の係数と等式 ① の左辺の係数を比較すると

$$b=\boxed{\mathsf{I}},\quad c=-\boxed{\mathsf{J}}$$

であり，$a=-\boxed{\mathsf{KL}}$ が得られる。

注）因数分解する：factorize

- 計算欄 (memo) -

問 2　$a+9$ が 7 の倍数，$a+8$ が 13 の倍数となる 2 桁（けた）の自然数 a を求めよう。

$a+9,\ a+8$ は自然数 $m,\ n$ を用いて

$$a+9=\boxed{\mathsf{M}}\,m,\quad a+8=\boxed{\mathsf{NO}}\,n$$

と表される。この 2 つの式から

$$\boxed{\mathsf{M}}\,m-\boxed{\mathsf{NO}}\,n=\boxed{\mathsf{P}}\qquad\cdots\cdots\cdots\ ①$$

を得る。$m=\boxed{\mathsf{Q}}$，$n=\boxed{\mathsf{R}}$ は ① の整数解の 1 組であるから

$$\boxed{\mathsf{M}}\,(m-\boxed{\mathsf{Q}})=\boxed{\mathsf{NO}}\,(n-\boxed{\mathsf{R}})\qquad\cdots\cdots\cdots\ ②$$

が成り立つ。② より，① を満たす自然数 n は

$$n=\boxed{\mathsf{S}}\,k+\boxed{\mathsf{T}}\qquad(k\ \text{は整数})$$

と表される。

したがって

$$a=\boxed{\mathsf{UV}}\,k+\boxed{\mathsf{W}}$$

であるから，求める 2 桁の自然数 a は $\boxed{\mathsf{XY}}$ である。

注） 2 桁：two-digit

\- 計算欄 (memo) -

II の問題はこれで終わりです。 II の解答欄 **Z** はマークしないでください。

III

2 つの関数

$$f(x) = x^2 + 2ax + 4a - 3$$
$$g(x) = 2x + 1$$

を考える。

すべての x に対して $f(x) \geqq g(x)$ が成り立つための a に関する条件を求めよう。また，その条件のもとで，$f(x)$ の最小値がとる値の範囲を求めよう。

すべての x に対して

$$x^2 + \boxed{\text{A}}\left(a - \boxed{\text{B}}\right)x + \boxed{\text{C}}\,a - \boxed{\text{D}} \geqq 0$$

が成り立つための条件を求めればよい。

次の文中の $\boxed{\text{E}}$ ～ $\boxed{\text{H}}$ にはそれぞれ，各設問の下の ⓪ ～ ⑦ の中から適するものを選びなさい。

(1)　その条件は，a が 2 次不等式 $\boxed{\text{E}}$ を満たすことである。よって，a が $\boxed{\text{F}}$ の範囲にあることである。

⓪ $a^2 - 5a + 4 \geqq 0$　① $a^2 - 6a + 5 \geqq 0$　② $a^2 - 5a + 4 \leqq 0$
③ $a^2 - 6a + 5 \leqq 0$　④ $a \leqq 1$ または $5 \leqq a$　⑤ $1 \leqq a \leqq 5$
⑥ $1 \leqq a \leqq 4$　⑦ $a \leqq 1$ または $4 \leqq a$

(2)　$f(x)$ の最小値を m とする。このとき，$m = \boxed{\text{G}}$ であるから，(1) で求めた条件のもとで，m がとる値の範囲は $\boxed{\text{H}}$ である。

⓪ $a^2 + 4a - 3$　① $4a^2 + 4a - 3$　② $-a^2 + 4a - 3$
③ $2a^2 - 4a + 3$　④ $-5 \leqq m \leqq 1$　⑤ $-8 \leqq m \leqq 1$
⑥ $-8 \leqq m \leqq -1$　⑦ $-5 \leqq m \leqq -1$

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\text{I}}$ ～ $\boxed{\text{Z}}$ はマークしないでください。

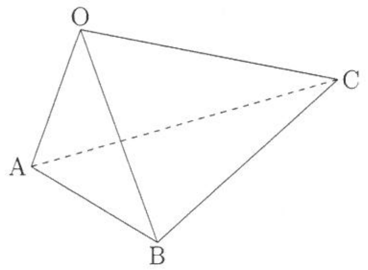
IV

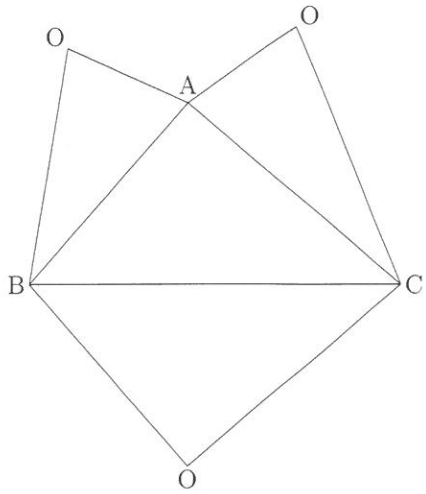
下の右図は，四面体 OABC の展開図である。四面体 OABC において

$$BC = 10, \quad AC = 8, \quad \sin\angle ACB = \frac{3}{4}$$

$$OA = 4, \quad \triangle ABC \equiv \triangle OBC$$

が成り立つとする。





(1)　三角形 ABC の面積は $\boxed{\mathrm{AB}}$ である。

(2)　点 A から辺 BC におろした垂線を AH とすると，AH の長さは $\boxed{\mathrm{C}}$ である。

(3)　平面 ABC と平面 OBC のなす角を θ とすると

$$\cos\theta = \frac{\boxed{\mathrm{D}}}{\boxed{\mathrm{E}}}, \quad \sin\theta = \frac{\boxed{\mathrm{F}}\sqrt{\boxed{\mathrm{G}}}}{\boxed{\mathrm{H}}}$$

である。

(4)　四面体 OABC の体積は $\dfrac{\boxed{\mathrm{IJ}}\sqrt{\boxed{\mathrm{K}}}}{\boxed{\mathrm{L}}}$ である。

注） 展開図：net

〈数　学〉Mathematics

コース1 Course 1			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	A	4
		B	2
		CDEF	−241
		G	1
		H	3
		IJ	18
	問 2	KLM	220
		N	3
		O	8
		PQ	12
		R	8
		STU	200
		VW	48
II	問 1	ABCD	5432
		EFGH	3524
		I	3
		J	4
		KL	12
	問 2	M	7
		NO	13
		P	1
		Q	2
		R	1
		ST	71
		UVW	915
		XY	96
III		ABCD	2144
		E	3
		F	5
		G	2
		H	5
IV		AB	30
		C	6
		DE	79
		FGH	429
		IJKL	8023

コース2 Course 2			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	A	4
		B	2
		CDEF	−241
		G	1
		H	3
		IJ	18
	問 2	KLM	220
		N	3
		O	8
		PQ	12
		R	8
		STU	200
		VW	48
II	問 1	AB	−6
		CD	32
		EFGH	4639
		IJK	172
	問 2	LM	12
		NO	25
		PQR	101
		STU	102
		VWXY	1212
III		AB	23
		CD	66
		E	0
		FG	26
		HIJK	1212
		LMNO	1236
		PQRS	3212
		T	0
		UVW	243
IV		A	3
		B	3
		CDE	122
		FG	18
		HIJ	233
		K	9