

数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを 一つだけ 選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の「解答コース」の「コース1」を○で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。

< 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

I

問 1 a, b を定数とし, $a > 0$ とする。2 次関数

$$y = 4x^2 + 2ax + b$$

のグラフを x 軸方向に a , y 軸方向に $1 - 7a$ だけ平行移動する。平行移動したグラフが点 $(0, 4)$ を通るとき

$$b = \boxed{AB}a^2 + \boxed{C}a + \boxed{D}$$

であり、そのグラフを表す 2 次関数は

$$y = \boxed{E}x^2 - \boxed{F}ax + \boxed{G} \quad \dots\dots\dots \quad ①$$

である。

2 次関数 ① のグラフが x 軸に接するとき, $a = \frac{\boxed{H}}{\boxed{I}}$ であり、そのときの接点の x 座標は

$x = \boxed{J}$ である。

- 計算欄 (memo) -

問 2 多項式

$$P = x^2 + 2(a - 1)x - 8a - 8$$

を考える。

- (1) a を有理数とする。 $x = 1 - \sqrt{2}$ に対して、 P の値が有理数になるのは $a = \boxed{\text{K}}$ のときであり、そのときの P の値は $P = \boxed{\text{LM}}$ である。

- (2) x, a を正の整数とする。 P の値が素数になるような x, a をみつけよう。

P を因数分解して

$$P = (x - \boxed{\text{N}})(x + \boxed{\text{O}}a + \boxed{\text{P}})$$

を得る。したがって、 $x = \boxed{\text{Q}}$ である。

さらに、 P の値が素数になるような a の中で最小のものは $a = \boxed{\text{R}}$ であり、そのときの P の値は $P = \boxed{\text{ST}}$ である。

注) 有理数 : rational number, 因数分解する : factorize

- 計算欄 (memo) -

の問題はこれで終わりです。 の解答欄 ~ はマークしないでください。

II

問 1 座標平面上の点 P は、最初は原点 $(0, 0)$ にあり、次の規則に従って平面上を移動する。

規則：1 個のサイコロを投げて、3 の倍数の目が出れば、点 P は x 軸の正の方向に 1 だけ移動し、3 の倍数でない目が出れば、点 P は y 軸の正の方向に 1 だけ移動する。

サイコロを 4 回投げるとする。

(1) P が点 $(3, 1)$ に到達する確率は $\frac{\text{A}}{\text{B} \times \text{C}}$ である。

(2) P が到達し得る点は、全部で \boxed{D} 個あり、それらの点の座標は整数 k を用いて

$$(k, \boxed{E} - k) \quad (\boxed{F} \leq k \leq \boxed{G})$$

と表すことができる。

このとき、P が点 $(k, \boxed{E} - k)$ に到達する確率を p_k とすると、 p_k の最大値は

$\frac{\text{H} \times \text{I}}{\text{B} \times \text{C}}$ であり、最小値は $\frac{\text{J}}{\text{B} \times \text{C}}$ である。

(3) P が点 $(1, 1)$ を通り、点 $(2, 2)$ に到達する確率は $\frac{\text{K} \times \text{L}}{\text{B} \times \text{C}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

数学-8

問 2 三角形 ABC の 3 辺 AB, BC, CA を $k : (1 - k)$ の比に内分する点をそれぞれ D, E, F とする。ただし、 $0 < k \leq \frac{1}{2}$ である。

(1) $k = \frac{1}{3}$ のとき、三角形 ABC の面積は三角形 DEF の面積の何倍になるかを考えよう。

$$\triangle ADF = \triangle BED = \triangle CFE = \frac{\boxed{M}}{\boxed{N}} \triangle ABC$$

であるから

$$\triangle ABC = \boxed{O} \triangle DEF$$

である。

(2) 三角形 DEF の面積が三角形 ABC の面積の半分になるのは

$$k(1 - k) = \frac{\boxed{P}}{\boxed{Q}}$$

のとき、すなわち $k = \frac{\boxed{R} - \sqrt{\boxed{S}}}{\boxed{T}}$ のときである。

注) 内分する : divide internally

- 計算欄 (memo) -

II の問題はこれで終わりです。II の解答欄 U ~ Z はマークしないでください。

III

m を実数とする。O を原点とする座標平面上で、放物線 $y = x^2$ とその曲線上にある 2 点

$$A(a, ma + 1), \quad B(b, mb + 1) \quad (a < 0 < b)$$

を考える。

- (1) 2 点 A, B の x 座標 a, b は、 m を用いて

$$a = \frac{m - \sqrt{D}}{\boxed{A}}, \quad b = \frac{m + \sqrt{D}}{\boxed{B}}$$

と表される。ここで、 D の式は

$$D = m^2 + \boxed{C}$$

である。

- (2) 線分 AB と y 軸との交点の座標を $(0, c)$ とおくと、 $c = \boxed{D}$ である。

- (3) さらに、3 点 O, A, B を頂点とする三角形 OAB の面積 S を a, b を用いて表すと

$$S = \frac{1}{2} \boxed{E}$$

である。

ただし、 \boxed{E} には、次の ①～⑤ の中から適切なものを選びなさい。

$$\textcircled{0} \quad a + b \quad \textcircled{1} \quad a - b \quad \textcircled{2} \quad b - a \quad \textcircled{3} \quad a^2 + b^2 \quad \textcircled{4} \quad a^2 - b^2 \quad \textcircled{5} \quad b^2 - a^2$$

また、 m を用いて S を表すと

$$S = \frac{\boxed{F}}{\boxed{G}} \sqrt{m^2 + \boxed{H}}$$

であるから、 S が最小となるのは、 $m = \boxed{I}$ のときであり、その最小値は $S = \boxed{J}$ である。

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わりです。III の解答欄 K ~ Z はマークしないでください。

IV

a を実数とし, x の 2 次式

$$A = x^2 + ax + 1$$

$$B = x^2 + (a+3)x + 4$$

を考える。

(1) $A + B = 0$ を満たす実数 x が存在するような a のとり得る値の範囲は

$$a \leq -\sqrt{\boxed{AB}} - \frac{\boxed{C}}{\boxed{D}}, \quad \sqrt{\boxed{AB}} - \frac{\boxed{C}}{\boxed{D}} \leq a$$

である。

(2) $AB = 0$ を満たす実数 x が存在するような a のとり得る値の範囲は

$$a \leq \boxed{EF}, \quad \boxed{G} \leq a$$

である。

(3) $A^2 + B^2 = 0$ を満たす実数 x が存在するのは, $a = \boxed{H}$ のときに限り,

そのときの x の値は $x = \boxed{IJ}$ である。

- 計算欄 (memo) -

IV の問題はこれで終わりです。IV の解答欄 K ~ Z はマークしないでください。

コース 1 の問題はこれすべて終わりです。解答用紙の V はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか、
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数学〉

コース 1		
問	解答欄	正解
I	問1	ABCD
		EF
		G
		HI
		J
	問2	K
		LM
		NOP
		Q
		R
II	問1	ST
		ABC
		D
		E
		FG
	問2	HI
		J
		KL
		MN
		O
III	問1	PQ
		RST
		A
		B
		C
	問2	D
		E
		FGH
IV	問1	I
		J
		ABCD
	問2	EF
		G
		H
		IJ

コース 2		
問	解答欄	正解
I	問1	ABCD
		EF
		G
		HI
	問2	J
		K
		LM
		NOP
		Q
		R
II	問1	ST
		AB
		C
		DE
	問2	FGHI
		AB
		C
		DE
		F
III	問1	GH
		IJ
		K
		ABC
	問2	30
		3
		22
		4
		34
IV	問1	23
		1
		224
		28
	問2	4
		8
		4648
		24
		28412
		411
		121
		4