

数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを 一つだけ 選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の「解答コース」の「コース1」を \circ で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。

< 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	0

選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

I

問 1 a, b は実数であり, $a > 0$ とする。2つの2次関数

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 5, \quad g(x) = x^2 + ax + b$$

を考える。

関数 $g(x)$ が次の2つの条件を満たすとき, a, b の値を求めよう。

- (i) $g(x)$ の最小値は $f(x)$ の最小値より 8 だけ小さい
- (ii) $f(x) = g(x)$ を満たす x がただ 1 つ存在する

$f(x)$ の最小値は A であるから, 条件 (i) より, 等式

$$b = \frac{a^2}{\boxed{B}} - \boxed{C}$$

を得る。

よって, $f(x) = g(x)$ を満たす x を求める方程式は

$$x^2 - (a + \boxed{D})x - \frac{a^2}{\boxed{E}} + \boxed{FG} = 0$$

である。

したがって, 条件 (ii) と $a > 0$ より

$$a = \boxed{H}, \quad b = \boxed{IJ}$$

を得る。このとき, $f(x) = g(x)$ を満たす x は K である。

- 計算欄 (memo) -

数学-4

問 2 集合 $A = \{4m \mid m \text{ は自然数}\}$, $B = \{6m \mid m \text{ は自然数}\}$ を考える。

(1) 次の **L** ~ **O** には, 下の ① ~ ③ の中から適するものを選びなさい。

n は自然数とする。

- (i) $n \in A$ であることは, n が 2 で割り切れるための **L**。
- (ii) $n \in B$ であることは, n が 24 で割り切れるための **M**。
- (iii) $n \in A \cup B$ であることは, n が 3 で割り切れるための **N**。
- (iv) $n \in A \cap B$ であることは, n が 12 で割り切れるための **O**。

- ① 必要十分条件である
② 必要条件であるが, 十分条件ではない
③ 十分条件であるが, 必要条件ではない
④ 必要条件でも十分条件でもない

(2) $C = \{m \mid m \text{ は } 1 \leq m \leq 100 \text{ を満たす自然数}\}$ とする。

$(\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C$ の要素の個数は **PQ** であり, $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C$ の要素の個数は **RS** である。ただし, \bar{A} , \bar{B} はそれぞれ, 全体集合を自然数の全体としたときの A , B の補集合を表す。

注) 全体集合 : universal set, 補集合 : complement

- 計算欄 (memo) -

□ の問題はこれで終わりです。□ の解答欄 □ T ~ □ Z はマークしないでください。

II

問 1 単語の POSITION を構成する 8 文字を横一列に並べ替えることを考える。

- (1) 2 つの I が隣り合い, 2 つの O も隣り合うような並べ方は **ABC** 通りある。
- (2) 2 つの I がそれぞれ左右の両端に位置し, 2 つの O が隣り合うような並べ方は **DEF** 通りある。
- (3) 2 つの I がそれぞれ左右の両端に位置するような並べ方は **GHI** 通りある。
- (4) I, I, O, O の 4 文字だけを横一列に並べる並べ方は **J** 通りある。また, N, P, S, T の 4 文字だけを横一列に並べる並べ方は **KL** 通りある。
したがって, 8 文字の並べ方のうち, どちらかの端には I か O が位置し, N, P, S, T のどの 2 つの文字も隣り合わないような並べ方は **MNO** 通りある。

- 計算欄 (memo) -

数学-8

問 2 整数 x と実数 y が等式

$$2(y+1) = x(8-x) \quad \dots \quad ①$$

と不等式

$$5x - 4y + 1 \leq 0 \quad \dots \quad ②$$

の両方を満たしているとする。このとき、 y の最大値 M と最小値 m を求めよう。

まず、等式 ① を変形して

$$y = -\frac{1}{P} (x - Q)^2 + R$$

を得る。また、①, ② より、 x についての不等式

$$2x^2 - STx + U \leq 0 \quad \dots \quad ③$$

を得る。

よって、整数 x が ③ を満たすとき、 y のとり得る値の範囲を考えると、 y の値は $x = V$ のとき最大、 $x = W$ のとき最小となり

$$M = X, \quad m = \frac{Y}{Z}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

II の問題はこれで終わりです。

III

次の問題文中の **A** ~ **D** にはそれぞれ、各設問の下の ① ~ ⑤ の中から適するものを選びなさい。

3つの2次不等式

$$x^2 + 3x - 18 < 0 \quad \dots \dots \dots \quad ①$$

$$x^2 - 2x - 8 > 0 \quad \dots \dots \dots \quad ②$$

$$x^2 + ax + b < 0 \quad \dots \dots \dots \quad ③$$

を考える。

(1) 不等式 ① と不等式 ② の両方を満たす x の範囲は **A** である。

また、①、② のどちらの不等式も満たさない x の範囲は **B** である。

$$\textcircled{①} \quad 3 \leq x \leq 4 \quad \textcircled{①} \quad -6 \leq x \leq -2 \quad \textcircled{②} \quad 3 < x < 4$$

$$\textcircled{③} \quad 2 < x < 6 \quad \textcircled{④} \quad -6 < x < -2 \quad \textcircled{⑤} \quad -4 \leq x \leq -3$$

(2) 不等式 ① と不等式 ③ の少なくとも一方を満たす x の範囲が $-6 < x < 7$ となるのは、 a, b が等式 **C** を満たし、 a が不等式 **D** を満たすときである。

$$\textcircled{①} \quad b = 6a - 36 \quad \textcircled{①} \quad b = 7a - 49 \quad \textcircled{②} \quad b = -7a - 49$$

$$\textcircled{③} \quad -10 < a \leq -3 \quad \textcircled{④} \quad -10 < a \leq -1 \quad \textcircled{⑤} \quad -1 \leq a < 3$$

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わりです。III の解答欄 E ~ Z はマークしないでください。

IV

円に内接する四角形 ABCD において

$$AB = \sqrt{2}, \quad BC = CD = 2, \quad DA = \sqrt{6}$$

とする。

(1) $\angle BAD = \theta$ とおくと、2つの等式

$$BD^2 = \boxed{A} - \boxed{B} \sqrt{\boxed{C}} \cos \theta$$

$$BD^2 = \boxed{D} + \boxed{E} \cos \theta$$

を得る。よって

$$\theta = \boxed{FG}^\circ, \quad BD = \boxed{H} \sqrt{\boxed{I}}$$

である。

(2) $\angle BAC = \boxed{JK}^\circ, \quad \angle BCA = \boxed{LM}^\circ$ であり、 $AC = \boxed{N} + \sqrt{\boxed{O}}$ である。

また

$$\sin \angle ADC = \frac{\sqrt{\boxed{P}} (\sqrt{\boxed{Q}} + \boxed{R})}{\boxed{S}}$$

である。

(3) 直線 AD と直線 BC の交点を E とすると、 $EB = \boxed{T} + \boxed{U} \sqrt{\boxed{V}}$ である。

注) 内接する : be inscribed

- 計算欄 (memo) -

IV の問題はこれで終わりです。IV の解答欄 W ~ Z はマークしないでください。

コース 1 の問題はこれすべて終わりです。解答用紙の V はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか、
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数 学〉 Mathematics

コース 1 Course 1			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	A	3
		BC	45
		DEFG	4410
		H	2
		IJ	-4
	問 2	K	3
		L	2
		M	1
		N	3
		O	0
II	問 1	PQ	92
		RS	67
		ABC	720
		DEF	120
		GHI	360
	問 2	J	6
		KL	24
		MNO	288
		PQR	247
		STU	115
III	問 1	V	4
		W	1
		X	7
		YZ	52
IV	問 1	A	4
		B	0
		C	2
		D	4
	問 2	ABC	843
		DE	88
		FG	90
		HI	22
		JK	45
		LM	30

コース 2 Course 2			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	A	3
		BC	45
		DEFG	4410
		H	2
		IJ	-4
	問 2	K	3
		L	2
		M	1
		N	3
		O	0
II	問 1	PQ	92
		RS	67
		ABC	212
		DE	32
	問 2	FGHI	9454
		JK	85
		AB	16
		CDEF	1213
III	問 1	G	0
		HI	63
		JK	62
		LMN	126
	問 2	ABCD	3223
		E	2
		FGHI	2744
		JKLM	2744
		N	1
IV	問 1	O	2
		PQ	72
		RS	12
		T	1
	問 2	UV	22
		WXY	121
		Z	4