

# 数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 13 ページからです)

## 「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース1」を○で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

### < 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

I

問 1 放物線  $y = 2x^2 + 4x + 5$  を  $x$  軸方向に 4,  $y$  軸方向に  $b$  だけ平行移動して得られる放物線を  $C$  とする。 $x$  の値の範囲が  $a \leq x \leq 2$  のとき,  $C$  をグラフとする 2 次関数の最小値が 1 で最大値が 49 となるような定数  $a, b$  を求めよう。

$$y = 2x^2 + 4x + 5 \text{ は}$$

$$y = 2(x + \boxed{\text{A}})^2 + \boxed{\text{B}}$$

と変形できる。したがって,  $C$  をグラフとする 2 次関数は

$$y = 2(x - \boxed{\text{C}})^2 + \boxed{\text{B}} + b$$

である。この関数が  $a \leq x \leq 2$  において最小値 1 と最大値 49 をもつから

$$b = \boxed{\text{DE}}$$

であり,  $a$  は

$$(a - \boxed{\text{C}})^2 = \boxed{\text{FG}}$$

を満たす。これより

$$a = \boxed{\text{HI}}$$

を得る。

数学-4

問 2 整式  $P = a^4 - 2a^2 + 1$  に対して、整式  $Q$  は

$$3P + 2Q = 3a^4 + 6a - 9$$

を満たす。このとき

(1)  $Q = \boxed{\text{J}} a^2 + \boxed{\text{K}} a - \boxed{\text{L}}$  である。

(2)  $P, Q$  はそれぞれ

$$P = (a - \boxed{\text{M}})^2(a + \boxed{\text{N}})^2, \quad Q = \boxed{\text{O}}(a - \boxed{\text{P}})(a + \boxed{\text{Q}})$$

と因数分解できる。

(3) 集合  $A, B$  をそれぞれ

$$A = \{|a - \boxed{\text{M}}|, |a + \boxed{\text{N}}|\}, \quad B = \{|a - \boxed{\text{P}}|, |a + \boxed{\text{Q}}|\}$$

とする。集合  $X$  に含まれる異なる要素の個数を  $n(X)$  で表すとき

(i)  $n(B) = 1$  ならば、 $a = \frac{\boxed{\text{RS}}}{\boxed{\text{T}}}$  である。

(ii)  $a = 0$  ならば、 $n(A \cup B) = \boxed{\text{U}}$ 、 $n(A \cap B) = \boxed{\text{V}}$  である。

$\boxed{\text{I}}$  の問題はこれで終わります。 $\boxed{\text{I}}$  の解答欄  $\boxed{\text{W}} \sim \boxed{\text{Z}}$  には何も書かないでください。

II

問 1 3 種類の花の種が 1 個ずつある。それらの種の発芽する確率は、それぞれ  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{4}{5}$  とする。

(1) 3 個とも発芽する確率は  $\frac{\boxed{A}}{\boxed{BC}}$  であり、3 個とも発芽しない確率は  $\frac{\boxed{D}}{\boxed{EFG}}$  である。

(2) 少なくとも 2 個が発芽する確率は  $\frac{\boxed{HI}}{\boxed{JKL}}$  である。

(3) どれか 1 個だけが発芽する確率は  $\frac{\boxed{M}}{\boxed{NO}}$  である。

数学－6

問 2  $\sqrt{24}$  の整数部分を  $a$ ，小数部分を  $b$  とする。このとき

$$a = \boxed{\text{P}}, \quad b = \boxed{\text{Q}} \sqrt{\boxed{\text{R}}} - \boxed{\text{S}}$$

である。

(1)  $x = a + \sqrt{a+1}$  のとき， $x$  は

$$x^2 - 8x + \boxed{\text{TU}} = 0$$

を満たす。これを用いて

$$x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 8x + 18 = \boxed{\text{V}}$$

を得る。

(2)  $c, d$  は有理数とし， $c > 0$  とする。

$$\frac{c}{1-b} - \frac{b+2}{c} = d$$

ならば， $c = \boxed{\text{W}}$ ， $d = \boxed{\text{X}}$  である。

- 計算欄 (memo) -

II の問題はこれで終わります。II の解答欄 Y, Z には何も書かないでください。

III

△ABC において

$$AB = 7, \quad BC = 9, \quad CA = 8$$

とする。このとき

$$\cos A = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}, \quad \sin A = \frac{\boxed{C} \sqrt{\boxed{D}}}{\boxed{E}}$$

であり、△ABC の面積は  $\boxed{FG} \sqrt{\boxed{H}}$  である。

- (1) 辺 AB 上に点 P, 辺 AC 上に点 Q を, △APQ の面積が △ABC の面積の  $\frac{1}{2}$  となるようにとる。

$$AP = x, \quad AQ = y, \quad PQ = \ell$$

とすると

$$xy = \boxed{IJ}, \quad \ell^2 = x^2 + y^2 - \boxed{KL}$$

である。

- (2) (1) において,  $x, y$  が変化するとき,  $\ell$  の値が最も小さくなる場合を調べてみよう。

まず,  $(x - y)^2 \geq 0$  であるから

$$x^2 + y^2 \geq \boxed{M} xy = \boxed{NO}$$

となり

$$\ell^2 \geq \boxed{PQ}$$

である。ここで,  $\ell^2 = \boxed{PQ}$  となるのは,  $x - y = \boxed{R}$  のときであるから

$$x = \boxed{S} \sqrt{\boxed{T}}, \quad y = \boxed{U} \sqrt{\boxed{V}}$$

のとき  $\ell$  の値は最も小さくなり, その値は  $\boxed{W} \sqrt{\boxed{XY}}$  である。

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わります。III の解答欄 Z には何も書かないでください。



IV

$a, b$  を実数の定数とする。 $x$  の 2 次方程式

$$(x-1)(x-3) = m(x-a^2-b^2) \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

がすべての実数  $m$  に対して実数解をもつための条件を考える。

いま,  $a^2 + b^2 = c$  とおくと, ① は

$$x^2 - (m + \boxed{\text{A}})x + (cm + \boxed{\text{B}}) = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

となる。② が実数解をもつための条件は

$$m^2 - 2(\boxed{\text{C}}c - \boxed{\text{D}})m + \boxed{\text{E}} \geq 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

である。③ がすべての実数  $m$  について成り立つための条件は

$$\boxed{\text{F}} \leq c \leq \boxed{\text{G}}$$

である。すなわち

$$\boxed{\text{F}} \leq a^2 + b^2 \leq \boxed{\text{G}} \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

である。

とくに, ④ を満たす負でない整数  $a, b$  の組  $(a, b)$  の個数は全部で  $\boxed{\text{H}}$  個である。

- 計算欄 (memo) -

Ⅳ の問題はこれで終わります。Ⅳ の解答欄 Ⅰ ～ Ⅱ には何も書かないでください。

コース 1 の問題はこれですべて終わります。

解答用紙の Ⅴ の欄には何も書かないでください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

# <数 学>

## コース 1

問	I										
	問 1					問 2					
解答欄	AB	C	DE	FG	HI	JKL	MN	OPQ	RST	U	V
正解	13	3	-4	25	-2	336	11	312	-12	2	1

問	II									
	問 1				問 2					
解答欄	ABC	DEFG	HIJKL	MNO	P	QRS	TU	V	W	X
正解	421	4105	73105	415	4	264	11	7	1	7

問	Ⅲ												
解答欄	AB	CDE	FGH	IJ	KL	M	NO	PQ	R	ST	UV	WXY	
正解	27	357	125	28	16	2	56	40	0	27	27	210	

問	IV			
解答欄	AB	CDE	FG	H
正解	43	244	13	3

## コース 2

問	I										
	問 1					問 2					
解答欄	AB	C	DE	FG	HI	JKL	MN	OPQ	RST	U	V
正解	13	3	-4	25	-2	336	11	312	-12	2	1

問	II						
解答欄	ABCD	EFGH	IJK	L	MNO	PQ	RSTUV
正解	4-27	1528	-47	5	599	47	32131

問	III									
解答欄	A	B	C	D	EF	GHI	JKLM	N	OP	QRS
正解	4	3	3	5	32	210	7210	5	35	215

問	IV										
	問 1						問 2				
解答欄	AB	C	DEF	G	H	IJKL	MN	OP	Q	RS	T
正解	-2	4	134	4	2	1634	16	22	2	22	2