

数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを 一つだけ 選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の「解答コース」の「コース1」を \circ で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。

< 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

I

問 1 2 次関数

$$f(x) = x^2 - 2(a+1)x + 2a^2$$

の $0 \leq x \leq 2$ における最大値 M と最小値 m について考える。ただし、 a は $0 \leq a \leq 3$ を満たす定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標は

$$(a + \boxed{A}, a^2 - \boxed{B}a - \boxed{C})$$

である。

(2) 次の文中の **D** ~ **H** には、下の選択肢 ① ~ ⑨の中から適するものを選びなさい。

最大値 M 、最小値 m を軸の位置に応じて求めると

$0 \leq a < \boxed{D}$ のとき

$$M = \boxed{E}, \quad m = \boxed{F}$$

$\boxed{D} \leq a \leq 3$ のとき

$$M = \boxed{G}, \quad m = \boxed{H}$$

である。

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ $a^2 - 2a$

⑥ $a^2 - 2a - 1$

⑦ $2a^2 - 2a - 1$

⑧ $2a^2 - 4a$

⑨ $2a^2 - 6a + 3$

(3) m が最大となるのは $a = \boxed{I}$ のときであり、このときの m の値は **J** である。

また、 m が最小となるのは $a = \boxed{K}$ のときであり、このときの m の値は **LM** である。

- 計算欄 (memo) -

数学-4

問 2 1 個のさいころを 3 回投げて、1 回目、2 回目、3 回目に出る目の数をそれぞれ a, b, c とする。この a, b, c を用いて、2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を考える。

(1) $b = 4$ かつ 2 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつ確率は $\frac{\boxed{N}}{\boxed{OPQ}}$ である。

(2) $f(10) > 453$ となる確率を求めよう。

$f(10) > 453$ となる (a, b, c) の場合の数を求めるとき、次のようにある。

$a = 4$ かつ $b = 5$ のとき、 \boxed{R} 通り

$a = 4$ かつ $b = 6$ のとき、 \boxed{S} 通り

$a = 5$ のとき、 \boxed{TU} 通り

$a = 6$ のとき、 \boxed{VW} 通り

よって、求める確率は $\frac{\boxed{X}}{\boxed{Y}}$ である。

注) さいころ : dice

- 計算欄 (memo) -

の問題はこれで終わりです。 の解答欄 はマークしないでください。

数学-6

II

問 1 $x = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}, y = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$ とする。

(1) $x = \boxed{\mathbf{A}} + \sqrt{\boxed{\mathbf{B}}}, y = \boxed{\mathbf{C}} - \sqrt{\boxed{\mathbf{D}}}$ である。したがって

$$x + y = \boxed{\mathbf{E}}, \quad xy = \boxed{\mathbf{F}}, \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \boxed{\mathbf{GH}}$$

である。

また

$$5(x^2 - 4x) + 3(y^2 - 4y + 1) = \boxed{\mathbf{IJ}}$$

となる。

(2) $\frac{m}{x} + \frac{n}{y} = 4 + 4\sqrt{3}$ となる整数 m, n の値は

$$m = \boxed{\mathbf{KL}}, \quad n = \boxed{\mathbf{M}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

数学-8

問 2 3 つの 2 次関数

$$f(x) = -x^2 - 2x + 1, \quad g(x) = -x^2 + 4x, \quad h(x) = 2x^2 + ax + b$$

を考える。

(1) 2 次方程式 $h(x) - f(x) = 0$ の判別式を D_1 , $h(x) - g(x) = 0$ の判別式を D_2 とすると

$$D_1 = \boxed{\text{N}}, \quad D_2 = \boxed{\text{O}}$$

である。ただし, $\boxed{\text{N}}$, $\boxed{\text{O}}$ には, 次の選択肢 ① ~ ⑤の中から適するものを選びなさい。

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① $a^2 + 4a - 3b + 7$ | ② $a^2 - 8a - 12b + 16$ | ③ $a^2 + 4a - 12b + 16$ |
| ④ $a^2 + 8a + 12b + 16$ | ⑤ $a^2 - 4a + 12b + 16$ | ⑥ $a^2 - 8a - 3b + 7$ |

(2) 2 つの方程式 $f(x) = h(x)$, $g(x) = h(x)$ の両方がただ 1 つの解をもつような a, b は

$$a = \boxed{\text{P}}, \quad b = \frac{\boxed{\text{Q}}}{\boxed{\text{R}}}$$

である。また, そのときの $f(x) = h(x)$ の解は $x = -\frac{\boxed{\text{S}}}{\boxed{\text{T}}}$ であり, $g(x) = h(x)$ の

解は $x = \frac{\boxed{\text{U}}}{\boxed{\text{V}}}$ である。

(3) $b = 3$ とする。このとき, すべての x に対して, $f(x) < h(x)$ かつ $g(x) < h(x)$ が成り立つような a の値の範囲は $\boxed{\text{W}}$ である。ただし, $\boxed{\text{W}}$ には, 次の選択肢 ① ~ ⑤の中から適するものを選びなさい。

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| ① $-2 - 2\sqrt{6} < a < 10$ | ② $a < -2 - 2\sqrt{6}, \quad 10 < a$ |
| ③ $-2 < a < -1 + \sqrt{6}$ | ④ $-2 < a < -2 + 2\sqrt{6}$ |
| ⑤ $-1 - \sqrt{6} < a < 10$ | |

注) 判別式 : discriminant

- 計算欄 (memo) -

II の問題はこれで終わりです。II の解答欄 X ~ Z はマークしないでください。

III

次の問い合わせに答えなさい。

- (1) 1400 を素因数分解すると

$$1400 = \boxed{A}^{\boxed{B}} \times \boxed{C}^{\boxed{D}} \times \boxed{E}^{\boxed{F}}$$

である。ただし、 $\boxed{A} < \boxed{C}$ となるように答えなさい。

- (2) 1400 の約数の個数は \boxed{FG} である。

- (3) a, b は 1400 の約数で、 $1 < a < b$ とする。このとき、 a と b が互いに素であって、
 $ab = 1400$ となるような a, b の組 (a, b) は \boxed{H} 組ある。その中で、 $b - a$ が最も
 大きくなるような a, b は

$$a = \boxed{I}, \quad b = \boxed{JKL}$$

である。

- (4) $a = \boxed{I}, \quad b = \boxed{JKL}$ のとき方程式

$$bx - ay = 1 \quad \dots \dots \dots \quad ①$$

を考える。①を変形して

$$y = \boxed{MN}x + \frac{\boxed{O}x - \boxed{P}}{\boxed{Q}}$$

を得る。したがって、方程式 ①を満たす正の整数 x, y の組の中で x が最小のものは

$$x = \boxed{R}, \quad y = \boxed{ST}$$

である。

注) 素因数分解 : factorization into prime number, 約数 : divisor,
 互いに素 : relatively prime

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わりです。III の解答欄 U ~ Z はマークしないでください。

IV

1 辺の長さが $\sqrt{2}$ であるひし形 ABCD において, $\angle ABC = 30^\circ$ とする。

$$(1) \quad AC^2 = \boxed{\mathbf{A}} - \boxed{\mathbf{B}} \sqrt{\boxed{\mathbf{C}}}, \quad BD^2 = \boxed{\mathbf{D}} + \boxed{\mathbf{E}} \sqrt{\boxed{\mathbf{F}}} \text{ である。}$$

一般に, 正数 a, b に対して

$$(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = a + b \pm 2\sqrt{ab} \quad (\text{複号同順})$$

が成り立つ。この結果を用いると

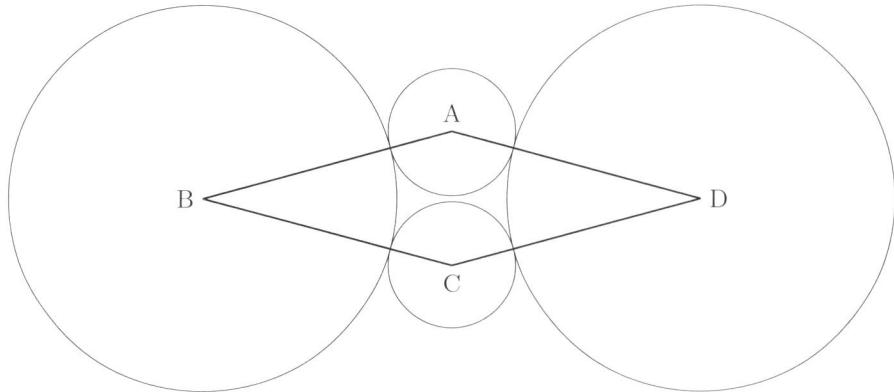
$$AC = \sqrt{\boxed{\mathbf{G}}} - \boxed{\mathbf{H}}, \quad BD = \sqrt{\boxed{\mathbf{I}}} + \boxed{\mathbf{J}}$$

である。

(IV)は次ページに続く)

注) ひし形 : rhombus

- (2) ひし形 ABCD の各頂点を中心として 4 つの円を描く。頂点 A, C を中心とする円の半径を r , 頂点 B, D を中心とする円の半径を $\sqrt{2} - r$ とし, 向かい合う頂点 (A と C, B と D) を中心とする円同士は, 接しても良いが, 交わらないものとする。



このとき, ひし形 ABCD と 4 つの円との共通部分の面積を S とすると

$$S = \pi \left(r^2 - \frac{\sqrt{\boxed{K}}}{\boxed{L}} r + \frac{\boxed{M}}{\boxed{N}} \right)$$

である。ただし, r の範囲は

$$\sqrt{\boxed{O}} - \frac{\sqrt{\boxed{P}} + \boxed{Q}}{\boxed{R}} \leqq r \leqq \sqrt{\boxed{S}} - \frac{\boxed{T}}{\boxed{U}}$$

である。

したがって, S は $r = \frac{\sqrt{\boxed{V}}}{\boxed{W}}$ のとき最小となり, その値は $\frac{\boxed{X}}{\boxed{YZ}} \pi$ である。

- 計算欄 (memo) -

IV の問題はこれで終わりです。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の V はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか,
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数学〉 Mathematic

コース1 Course1		
問Q.	解答番号 row	正解 A.
I	問1	ABC 121
		D 1
		E 6
		F 5
		G 6
		H 8
		I 3
		J 6
		K 1
		LM -2
II	問2	NOPQ 5216
		R 3
		S 6
		TU 36
		VW 36
		XY 38
		AB 23
III	問1	CD 23
		E 4
		F 1
		GH 14
		IJ -5
		KL -1
		M 3
		N 2
		O 1
		P 0
IV	問2	QR 43
		ST 13
		UV 23
		W 4
		ABCDE 23527
		FG 48
		H 3

コース2 Course2		
問Q.	解答番号 row	正解 A.
I	問1	ABC 121
		D 1
		E 6
		F 5
		G 6
		H 8
		I 3
		J 6
		K 1
		LM -2
II	問2	NOPQ 5216
		R 3
		S 6
		TU 36
		VW 36
		XY 38
		AB 28
III	問1	CD 45
		E 3
		FG 14
		HIJ -14
		KLM 141
		NO 14
		PQR 109
		STU 559
		V 0
		W 3
IV	問2	X 4
		Y 7
		ABCD 3211
		EF -1
		G 0
		H 1
		I 2