

平成31  
年第1  
回数学  
1

# 数 学 (80分)

【コース1(基本, Basic)・コース2(上級, Advanced)】

※ どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。

## I 試験全体に関する注意

1. 係員の許可なしに、部屋の外に出ることはできません。
2. この問題冊子を持ち帰ることはできません。

## II 問題冊子に関する注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見ないでください。
2. 試験開始の合図があったら、下の欄に、受験番号と名前を、受験票と同じように記入してください。
3. コース1は1~13ページ、コース2は15~27ページにあります。
4. 足りないページがあったら、手をあげて知らせてください。
5. メモや計算などを書く場合は、問題冊子に書いてください。

## III 解答方法に関する注意

1. 解答は、解答用紙に鉛筆(HB)で記入してください。
2. 問題文中のA, B, C, …には、それぞれー(マイナスの符号)、または、0から9までの数が一つずつ入ります。適するものを選び、解答用紙(マークシート)の対応する解答欄にマークしてください。
3. 同一の問題文中に[A], [BC]などが繰り返し現れる場合、2度目以降は、[A], [BC]のように表しています。

### 解答に関する記入上の注意

- (1) 根号( $\sqrt{\phantom{x}}$ )の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。  
(例： $\sqrt{32}$ のときは、 $2\sqrt{8}$ ではなく $4\sqrt{2}$ と答えます。)
- (2) 分数を答えるときは、符号は分子につけ、既約分数(reduced fraction)にして答えてください。

(例： $\frac{2}{6}$ は $\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{2}{\sqrt{6}}$ は $-\frac{2\sqrt{6}}{6}$ と分母を有理化してから約分し、 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ と答えます。)

(3)  $\begin{array}{|c|c|}\hline A & \sqrt{B} \\ \hline C & \end{array}$ に $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ と答える場合は、下のようにマークしてください。

(4) [DE]xに $-x$ と答える場合は、Dを-, Eを1とし、下のようにマークしてください。

### 【解答用紙】

A	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	⊖	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
C	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
D	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E	⊖	0	●	2	3	4	5	6	7	8	9

4. 解答用紙に書いてある注意事項も必ず読んでください。

※ 試験開始の合図があったら、必ず受験番号と名前を記入してください。

受験番号		*				*					
名前											

# 数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

## 「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを 一つだけ 選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の「解答コース」の「コース1」を  $\circlearrowleft$  で囲み、そのままのマーク欄をマークしてください。

### < 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

## 数学－2

I

問 1 次の文中の **A** ~ **K** には、下の選択肢 ① ~ ⑨ の中から適するものを選びなさい。

(1) グラフが右図のようになる 2 次関数

$$y = ax^2 + bx + c$$

を考える。

このとき、 $a, b, c$  は次の式を満たす。

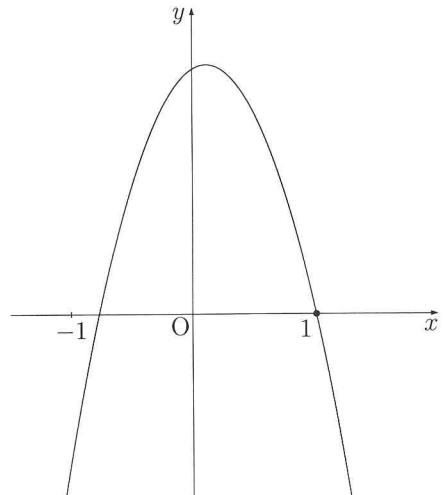
(i)  $a \boxed{A} 0, b \boxed{B} 0, c \boxed{C} 0$

(ii)  $a + b + c \boxed{D} 0$

(iii)  $a - b + c \boxed{E} 0$

(iv)  $4a + 2b + c \boxed{F} 0$

(v)  $b^2 - 4ac \boxed{G} 0$



(2)  $a, b, c$  が (1) の (i), (ii) を満たすとき、 $a^2 - 8b - 8c$  の値が最小となるような場合を考えよう。

このとき、 $a = \boxed{H}$  であり、 $y = ax^2 + bx + c$  を  $b$  を用いて表すと

$$y = \boxed{H} x^2 + bx - b + \boxed{I}$$

となる。また、 $b$  の値の範囲は  $\boxed{J} < b < \boxed{K}$  である。

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

⑥ -2      ⑦ -4      ⑧ >      ⑨ =

- 計算欄 (memo) -

## 数学-4

問 2 次のようなサイコロ X を投げる試行について考える。サイコロ X は、1 から 5 までの目が出る確率はすべて同じであるが、6 の目が出る確率は他の目の出る確率の 2 倍である。

- (1) サイコロ X を投げるとき、1 から 5 までの目が出る確率をそれぞれ  $p$  とすると、6 の目が出る確率は  $\boxed{L} p$  である。全事象の確率は  $\boxed{M}$  であるから、 $p = \frac{\boxed{N}}{\boxed{O}}$  である。

- (2) いま、サイコロ X を 2 回続けて投げる。「2 回とも 1 から 5 までのいずれかの目が出る」という事象を A、「少なくとも 1 回は 6 の目が出る」という事象を B とする。このとき、事象 A の起こる確率  $P(A)$  と事象 B の起こる確率  $P(B)$  は

$$P(A) = \frac{\boxed{PQ}}{\boxed{RS}}, \quad P(B) = \frac{\boxed{TU}}{\boxed{VW}}$$

である。したがって、 $\boxed{X}$  である。ただし、 $\boxed{X}$  には、下の選択肢 ①～④の中から適するものを選びなさい。

- ①  $P(A)$  の方が  $P(B)$  より低く、その差は  $\frac{1}{36}$  以上
- ②  $P(A)$  の方が  $P(B)$  より低く、その差は  $\frac{1}{36}$  未満
- ③  $P(A)$  の方が  $P(B)$  より高く、その差は  $\frac{1}{36}$  以上
- ④  $P(A)$  の方が  $P(B)$  より高く、その差は  $\frac{1}{36}$  未満

(問 2 は次ページに続く)

---

注) サイコロ : dice

(3) 次に、サイコロ X を 3 回続けて投げる。「3 回とも 1 から 5 までのいずれかの目が出る」という事象を C、「少なくとも 1 回は 6 の目が出る」という事象を D とするとき、確率  $P(C)$  と確率  $P(D)$  を比べると Y である。ただし、Y には、下の選択肢 ①～④の中から適するものを選びなさい。

- ①  $P(C)$  の方が  $P(D)$  より低く、 $P(D)$  は  $P(C)$  の 2 倍以上
- ②  $P(C)$  の方が  $P(D)$  より低く、 $P(D)$  は  $P(C)$  の 2 倍未満
- ③  $P(C)$  の方が  $P(D)$  より高く、 $P(C)$  は  $P(D)$  の 2 倍以上
- ④  $P(C)$  の方が  $P(D)$  より高く、 $P(C)$  は  $P(D)$  の 2 倍未満

I の問題はこれで終わりです。I の解答欄 Z はマークしないでください。

## II

問 1  $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$  とする。不等式

$$2 \left| x - \frac{a}{b} \right| + x < 10$$

を満たす整数  $x$  を求めよう。

(1)  $\frac{a}{b} = \boxed{\mathbf{A}} + \sqrt{\boxed{\mathbf{B}\mathbf{C}}}$  である。したがって,  $\frac{a}{b}$  より小さい整数の中で, 最大のものは  $\boxed{\mathbf{D}}$  である。

(2) 次の文中の  $\boxed{\mathbf{F}}$ ,  $\boxed{\mathbf{H}}$  には, 下の選択肢 ① ~ ⑦ の中から適するものを選び,  
 $\boxed{\mathbf{E}}$ ,  $\boxed{\mathbf{G}}$  には, 適する数を入れなさい。

$x$  が整数のとき, 不等式の左辺は, 絶対値の記号を用いずに次のように表される。

$$\begin{cases} x \leq \boxed{\mathbf{E}} \text{ ならば, } 2 \left| x - \frac{a}{b} \right| + x = \boxed{\mathbf{F}} \\ x \geq \boxed{\mathbf{G}} \text{ ならば, } 2 \left| x - \frac{a}{b} \right| + x = \boxed{\mathbf{H}} \end{cases}$$

- ①  $x - 6 - 2\sqrt{10}$     ②  $x + 8 + 2\sqrt{15}$     ③  $-x + 6 + 2\sqrt{10}$   
 ④  $3x - 6 - 2\sqrt{10}$     ⑤  $3x - 8 - 2\sqrt{15}$     ⑥  $-3x + 8 + 2\sqrt{15}$     ⑦  $-3x + 6 + 2\sqrt{10}$

(3) 不等式  $2 \left| x - \frac{a}{b} \right| + x < 10$  を満たす整数  $x$  は,  $\boxed{\mathbf{I}}$  以上  $\boxed{\mathbf{J}}$  以下の整数である。

---

注) 絶対値 : absolute value

- 計算欄 (memo) -

## 数学一8

問 2  $a$  を実数とし,  $x$  に関する 2 次関数

$$f(x) = x^2 + 2ax + a^2 - a$$

$$g(x) = 4 - x^2$$

について, 次の問い合わせに答えなさい。

(1) 方程式  $f(x) = g(x)$  が異なる 2 つの解をもつような  $a$  の値の範囲は

$$-\boxed{\mathbf{K}} < a < \boxed{\mathbf{L}} \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

である。

(2) (1) のとき, 放物線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  は 2 点で交わる。これらの交点の  $y$  座標がどちらも正となるような  $a$  の値の範囲を求めよう。

まず,  $h(x) = f(x) - g(x)$  とおく。方程式  $f(x) = g(x)$  の解は, 放物線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  の交点の  $x$  座標であるから,  $h(x) = 0$  の 2 つの解が  $-\boxed{\mathbf{M}}$  と  $\boxed{\mathbf{N}}$  の間にあればよい。よって

$$h(-\boxed{\mathbf{M}}) = a^2 - \boxed{\mathbf{O}} a + \boxed{\mathbf{P}} > 0 \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

$$h(\boxed{\mathbf{N}}) = a^2 + \boxed{\mathbf{Q}} a + \boxed{\mathbf{R}} > 0 \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

である。また, 放物線  $y = h(x)$  の軸の位置から

$$-\boxed{\mathbf{S}} < a < \boxed{\mathbf{T}} \quad \dots \quad \textcircled{4}$$

である。したがって, ①, ②, ③, ④ より

$$-\boxed{\mathbf{U}} < a < \boxed{\mathbf{V}}$$

を得る。

- 計算欄 (memo) -

□ の問題はこれで終わりです。□ の解答欄 □ ~ □ はマークしないでください。

## III

$m, n$  を正の整数とし、有理数

$$r = \frac{m}{3} + \frac{n}{7}$$

を考える。 $r < \sqrt{2}$  を満たす  $r$  の中で、 $\sqrt{2}$  に最も近くなるような  $m, n$  を求めよう。

不等式

$$\boxed{A} m + \boxed{B} n < \boxed{CD} \sqrt{2} \quad \dots \dots \dots \quad ①$$

を満たすような  $m, n$  の中で、 $\boxed{A} m + \boxed{B} n$  が  $\boxed{CD} \sqrt{2}$  に最も近くなるものを見つければよい。

① の両辺を 2 乗して

$$(\boxed{A} m + \boxed{B} n)^2 < \boxed{EFG}$$

を得る。

ここで、 $\boxed{EFG}$  より小さい最大の平方数は  $\boxed{HIJ} = \boxed{KL}^2$  である。そこで、方程式

$$\boxed{A} m + \boxed{B} n = \boxed{KL}$$

を考える。この式を変形して

$$n = \frac{\boxed{MN} - \boxed{O} m}{\boxed{P}}$$

を得る。

ここで、 $n$  は整数であるから、 $\boxed{MN} - \boxed{O} m$  は  $\boxed{Q}$  の倍数である。したがって、求める  $m, n$  は

$$m = \boxed{R}, \quad n = \boxed{S}$$

である。

注) 有理数 : rational number, 平方数 : square number

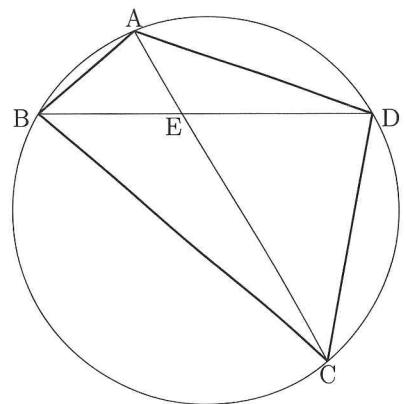
- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わりです。III の解答欄 T ~ Z はマークしないでください。

## IV

半径 1 の円に内接する四角形 ABCD において,  
 $AB : AD = 1 : 2$ ,  $\angle BAD = 120^\circ$  とする。また,  
 対角線 BD と対角線 AC の交点を E とするとき,  
 $BE : ED = 3 : 4$  とする。

このとき、四角形 ABCD の面積を求めよう。



四角形 ABCD の面積を求めるために、三角形 ABD の面積  $\triangle ABD$  と三角形 BCD の面積  $\triangle BCD$  を求める。

まず、 $\triangle ABD$  を求める。

$$BD = \sqrt{\boxed{A}}, \quad AB = \frac{\sqrt{\boxed{BC}}}{\boxed{D}}$$

であるから

$$\triangle ABD = \frac{\boxed{E} \sqrt{\boxed{F}}}{\boxed{GH}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

である。

次に、 $\triangle BCD$  を求める。

$$\triangle ABC : \triangle ACD = \boxed{I} : \boxed{J}$$

であるから、 $BC : CD = \boxed{K} : \boxed{L}$  である。ただし、比は最も簡単な整数比で答えなさい。したがって、 $BC = \frac{\boxed{M} \sqrt{\boxed{NO}}}{\boxed{P}}$  となり

$$\triangle BCD = \frac{\boxed{Q} \sqrt{\boxed{R}}}{\boxed{ST}} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

である。

よって、①と②より、四角形 ABCD の面積は  $\frac{\boxed{U} \sqrt{\boxed{V}}}{\boxed{W}}$  である。

注) 内接する : be inscribed

- 計算欄 (memo) -

IV の問題はこれで終わりです。IV の解答欄  X ~  Z はマークしないでください。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の  V はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか,  
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。



〈数学〉 Mathematic

コース1 Course1		
問Q.	解答番号 row	正解 A.
I	A	<b>9</b>
	B	<b>7</b>
	C	<b>7</b>
	D	<b>8</b>
	E	<b>9</b>
	F	<b>9</b>
	G	<b>7</b>
	H	<b>6</b>
	I	<b>4</b>
	J	<b>0</b>
II	K	<b>4</b>
	L	<b>2</b>
	M	<b>1</b>
	NO	<b>17</b>
	PQRS	<b>2549</b>
	TUVW	<b>2449</b>
	X	<b>4</b>
III	Y	<b>1</b>
	ABC	<b>415</b>
	D	<b>7</b>
	E	<b>7</b>
	F	<b>2</b>
	G	<b>8</b>
	H	<b>5</b>
	I	<b>6</b>
	J	<b>8</b>
	KL	<b>24</b>
IV	MN	<b>22</b>
	OP	<b>54</b>
	QR	<b>34</b>
	ST	<b>44</b>
	UV	<b>21</b>
	AB	<b>73</b>
	CD	<b>21</b>

コース2 Course2		
問Q.	解答番号 row	正解 A.
I	A	<b>9</b>
	B	<b>7</b>
	C	<b>7</b>
	D	<b>8</b>
	E	<b>9</b>
	F	<b>9</b>
	G	<b>7</b>
	H	<b>6</b>
	I	<b>4</b>
	J	<b>0</b>
II	K	<b>4</b>
	L	<b>2</b>
	M	<b>1</b>
	NO	<b>17</b>
	PQRS	<b>2549</b>
	TUVW	<b>2449</b>
	X	<b>4</b>
III	Y	<b>1</b>
	A	<b>6</b>
	BCD	<b>521</b>
	EF	<b>84</b>
	GH	<b>23</b>
	IJ	<b>76</b>
	KL	<b>43</b>
	MNO	<b>132</b>
	P	<b>1</b>
	QR	<b>23</b>
IV	STU	<b>132</b>
	V	<b>3</b>
	WXY	<b>934</b>
	AB	<b>32</b>
	CDE	<b>434</b>
	FGH	<b>432</b>
	IJ	<b>33</b>