数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 13 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコース一つだけを選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース1」を○で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。選択したコースが正しくマークされていないと，採点されません。

＜解答用紙記入例＞

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

I

問 1　2 次関数 $f(x) = x^2 - ax + a^2$ の $0 \leqq x \leqq 1$ における最小値 m を求めよう。

$f(x)$ は

$$f(x) = \left(x - \frac{a}{\boxed{\text{A}}}\right)^2 + \frac{\boxed{\text{B}}}{\boxed{\text{C}}}\,a^{\boxed{\text{D}}}$$

と変形できる。したがって，$f(x)$ は

$a \leqq \boxed{\text{E}}$ のとき，$x = \boxed{\text{F}}$ で最小となり，$m = a^{\boxed{\text{G}}}$

$\boxed{\text{E}} < a < \boxed{\text{H}}$ のとき，$x = \dfrac{a}{\boxed{\text{I}}}$ で最小となり，$m = \dfrac{\boxed{\text{J}}}{\boxed{\text{K}}}\,a^{\boxed{\text{L}}}$

$\boxed{\text{H}} \leqq a$ のとき，$x = \boxed{\text{M}}$ で最小となり，$m = \boxed{\text{N}} - a + a^{\boxed{\text{O}}}$

となる。

問 2　数直線上の集合 A, B を

$$A=\{\,x \mid |x-1| \geqq 9\,\},\quad B=\{\,x \mid a+3 \leqq x \leqq 2a\,\}$$

とする。ただし，$B \neq \phi$ とする。

(1)　$A=\{\,x \mid x \leqq \boxed{\text{PQ}}$ または $\boxed{\text{RS}} \leqq x\,\}$ である。

(2)　$B \neq \phi$ であるから，a のとり得る値の範囲は

$$a \geqq \boxed{\text{T}}$$

である。

(3)　集合 A, B に対して

実数 x が「A に属する」ことは「B に属する」ための必要条件である

とする。このとき，a のとり得る値の範囲は

$$a \geqq \boxed{\text{U}}$$

である。

$\boxed{\text{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{I}}$ の解答欄 $\boxed{\text{V}}$ ～ $\boxed{\text{Z}}$ には何も書かないでください。

II

問 1　次の等式を完成させなさい。

(1)　$(x+4)(x^2-4x+5)=x^3-\boxed{\text{AB}}\,x+\boxed{\text{CD}}$

(2)　$a^2b+4a^2+3b+12=(a^2+\boxed{\text{E}})(b+\boxed{\text{F}})$

(3)　$x^2+16y^2-8xy-3x+12y=(x-\boxed{\text{G}}\,y)(x-\boxed{\text{H}}\,y-\boxed{\text{I}})$

問 2　袋の中に白球 1 個と赤球 5 個と青球 4 個が入っている。白球には 0 の数字が，赤球には 1，2，3，4，5 の数字が，青球には 6，7，8，9 の数字がそれぞれ一つずつ書かれている。この袋の中から 2 個の球を同時に取り出すとき，次の問いに答えよ。

(1)　取り出された 2 個の球が同じ色である確率は $\dfrac{\boxed{\mathrm{JK}}}{\boxed{\mathrm{LM}}}$ である。

(2)　取り出された 2 個の球が異なる色で，ともに偶数である確率は $\dfrac{\boxed{\mathrm{N}}}{\boxed{\mathrm{OP}}}$ である。ここで，0 は偶数である。

(3)　取り出された 2 個の球のうち，青球の個数の期待値は $\dfrac{\boxed{\mathrm{Q}}}{\boxed{\mathrm{R}}}$ である。

注）期待値：expected value

| II | の問題はこれで終わりです。 | II | の解答欄 | S | ～ | Z | には何も書かないでください。 |

III

問 1　三角形 ABC において，$AB = AC = 4$，$BC = 6$ とする。このとき

$$\cos A = \frac{\boxed{\text{AB}}}{\boxed{\text{C}}}$$

である。この三角形の辺 AB 上に $CP = 5$ となるような点 P をとる。

$AP = x$ とおくと，x は 2 次方程式

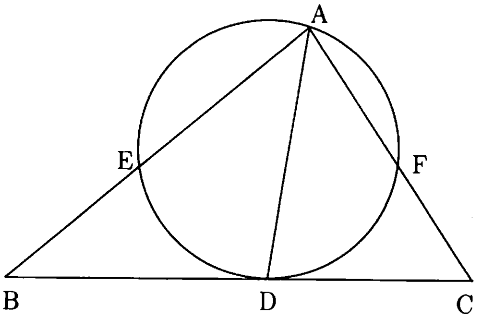
$$x^2 + x - \boxed{\text{D}} = 0$$

を満たす。したがって

$$AP = \frac{\sqrt{\boxed{\text{EF}}} - \boxed{\text{G}}}{2}$$

である。

問 2　三角形 ABC において，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とする。また，2 点 A, D を通り線分 BC に点 D で接する円と，辺 AB, AC との交点をそれぞれ E, F とする。



(1)　∠BAD に等しい角は

∠ADC，　∠BDE，　∠CAD，　∠DEF

の中に $\boxed{\text{H}}$ 個ある。

(2)　とくに，AE = 5, BD = 6 のとき

$$\text{BE} = \boxed{\text{I}}\,,\quad \text{CD} = \frac{\boxed{\text{J}}}{\boxed{\text{K}}}\text{AC}$$

である。

また，$\triangle\text{DEF} : \triangle\text{AEF} : \triangle\text{ABC} = \boxed{\text{LM}} : \boxed{\text{NO}} : \boxed{\text{PQ}}$ である。

注） ∠A の二等分線 : bisector of ∠A

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\text{R}}$ ～ $\boxed{\text{Z}}$ には何も書かないでください。

IV

問 1　x についての二つの 2 次方程式

$$x^2 + (a+1)x + a^2 = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

$$x^2 + 4ax + 28a = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

のうち，少なくとも一つの方程式が実数の解をもつような定数 a の値の範囲を求めよう。

① が実数の解をもつときは　$\dfrac{\boxed{\text{AB}}}{\boxed{\text{C}}} \leqq a \leqq \boxed{\text{D}}$　であり，

② が実数の解をもつときは　$a \leqq \boxed{\text{E}}$，$\boxed{\text{F}} \leqq a$　である。

よって，求める a の値の範囲は

$$a \leqq \boxed{\text{G}}, \quad \boxed{\text{H}} \leqq a$$

である。

問 2　$P = 8x^3 - 27x^2y + 11xy^2 - y^3$ とする。

$$x = \frac{4}{\sqrt{5}+1}, \quad y = \frac{41}{3\sqrt{5}+2} \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

のとき，P の値を求めよう。

(1)　① で与えられた x, y の分母を有理化すると

$$x = \sqrt{5} - \boxed{\text{I}}, \quad y = \boxed{\text{J}}\sqrt{5} - \boxed{\text{K}}$$

を得る。よって

$$xy = \boxed{\text{LM}} - \boxed{\text{N}}\sqrt{5}$$

である。

(2)　整式 P は

$$P = (\boxed{\text{O}}\,x - y)^3 - \boxed{\text{P}}\,xy(\boxed{\text{Q}}\,x - y)$$

と変形できるから，① で与えられた x, y に対する P の値は

$$P = \boxed{\text{RS}} - \boxed{\text{TU}}\sqrt{5}$$

である。

注）有理化する：rationalize

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{IV}}$ の解答欄 $\boxed{\ \mathsf{V}\ }$ ～ $\boxed{\ \mathsf{Z}\ }$ には何も書かないでください。

コース１の問題はこれですべて終わりです。

解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ の欄には何も書かないでください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数　学〉

コース 1

問	I									
	問 1						問 2			
解答欄	ABCD	E	FG	H	IJKL	MNO	PQ	RS	T	U
正解	2342	0	02	2	2342	112	−8	10	3	7

問	II						III						
	問 1			問 2			問 1			問 2			
解答欄	ABCD	EF	GHI	JKLM	NOP	QR	ABC	D	EFG	H	I	JK	LMNOPQ
正解	1120	34	443	1645	845	45	−18	9	371	3	4	23	202581

問	IV											
	問 1						問 2					
解答欄	ABC	D	E	F	G	H	I	JK	LMN	O	PQ	RSTU
正解	−13	1	0	7	1	7	1	32	175	2	53	8530

コース 2

問	I									
	問 1						問 2			
解答欄	ABCD	E	FG	H	IJKL	MNO	PQ	RS	T	U
正解	2342	0	02	2	2342	112	−8	10	3	7

問	II													
	問 1									問 2				
解答欄	A	B	C	DE	F	G	H	I	J	K	LM	NO	P	Q
正解	7	6	2	33	1	8	8	8	8	4	16	44	8	9

問	III												
	問 1						問 2						
解答欄	AB	CD	EF	GH	IJ	KL	M	N	OPQR	ST	U	V	W
正解	13	16	37	47	23	89	0	0	1212	12	2	4	1

問	IV										
	問 1					問 2					
解答欄	AB	CDE	FG	HIJ	KL	M	N	OP	QRST	U	VWXY
正解	32	−12	31	−12	52	2	2	33	3222	3	1272