数学 コース 1
（基本コース）

（コース2は 15 ページからです）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の「解答コース」の「コース1」を ◯ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

＜ 解答用紙記入例 ＞

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

数学ー2

I

問 1　x の 2 次関数 $f(x) = 2x^2 + ax - 1$ は

$$f(-1) \geqq -3, \quad f(2) \geqq 3 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

を満たしている。このとき，$f(x)$ の最小値 m を考える。

(1)　m は a を用いて

$$m = -\frac{\boxed{\mathbf{A}}}{\boxed{\mathbf{B}}}a^2 - \boxed{\mathbf{C}}$$

と表される。

(2)　$f(x)$ が条件 ① を満たすような a の値の範囲は

$$\boxed{\mathbf{DE}} \leqq a \leqq \boxed{\mathbf{F}}$$

である。

(3)　m の値が最も大きくなるのは，$y = f(x)$ のグラフの軸が直線 $x = \boxed{\mathbf{G}}$ のときである。また，そのときの m の値は $\boxed{\mathbf{HI}}$ である。

(4)　m の値が最も小さくなるのは，$y = f(x)$ のグラフの軸が直線 $x = \boxed{\mathbf{JK}}$ のときである。また，そのときの m の値は $\boxed{\mathbf{LM}}$ である。

問 2　平面上に三角形 ABC があって，1 個の球が頂点 A に置かれている。いま，1 個のサイコロを投げ，次の規則にしたがって球を動かす。

(i)　球が A にあるとき，出た目が 1 であれば B に動かし，その他の場合は A から動かさない。

(ii)　球が B にあるとき，出た目が 4 以下であれば C に動かし，その他の場合は B から動かさない。

ただし，球が C に到達すれば試行を止める。

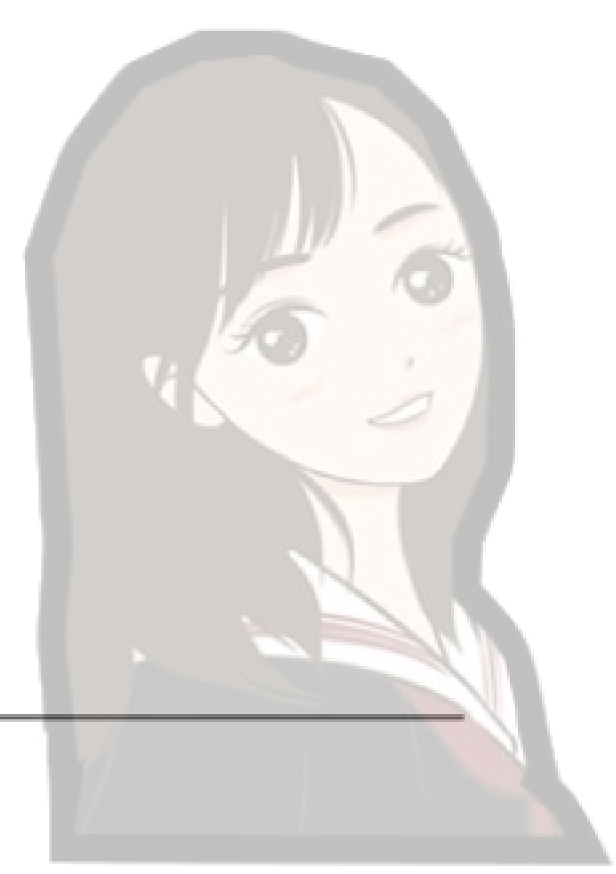
このとき，サイコロを投げて，4 回以内に球が C に到達する確率を求めよう。

(1)　サイコロを投げて 2 回目に球が C に到達する確率は $\dfrac{1}{\boxed{\mathsf{N}}}$ である。

(2)　サイコロを投げて 3 回目に球が C に到達する確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{O}}}{\boxed{\mathsf{PQ}}}$ である。

(3)　サイコロを投げて 4 回目に球が C に到達する確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{RS}}}{\boxed{\mathsf{TUV}}}$ である。

以上から，4 回以内に球が C に到達する確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{WX}}}{\boxed{\mathsf{YZ}}}$ である。



注）サイコロ：dice，試行：trial

II

問 1　a, b は有理数，p は実数とする。$x = \dfrac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}+2}$ を解にもつ 2 次方程式

$$x^2 + ax + b = 0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

と不等式

$$x + 1 < 2x + p + 3 \quad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

を考える。

(1)　a, b を求めよう。$x = \dfrac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}+2}$ の分母を有理化して，$x = \sqrt{\boxed{\mathsf{A}}} - \boxed{\mathsf{B}}$ を得る。これが方程式 ① の解であるから，これを ① に代入して

$$-a + b + \boxed{\mathsf{C}} + (a - \boxed{\mathsf{D}})\sqrt{\boxed{\mathsf{E}}} = 0$$

を得る。したがって

$$a = \boxed{\mathsf{F}}, \quad b = \boxed{\mathsf{GH}}$$

である。

(2)　方程式 ① の 2 つの解が，どちらも不等式 ② を満たすような最小の整数 p を求めよう。

不等式 ② を解いて

$$x > -p - \boxed{\mathsf{I}}$$

を得る。方程式 ① の 2 つの解が，どちらもこれを満たすので

$$p > \sqrt{\boxed{\mathsf{J}}} - \boxed{\mathsf{K}}$$

である。したがって，最小の整数 p は $\boxed{\mathsf{L}}$ である。

注）有理数：rational number

問 2　2 次関数

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 4$$

を考える。

a, b は $0 < a < b$ と $2 < b$ を満たす実数とする。このとき，関数 $y = f(x)$ の $a \leqq x \leqq b$ における値域が $a \leqq y \leqq b$ となるような a, b の値を求めよう。

$y = f(x)$ のグラフの軸の方程式が $x = \boxed{\text{M}}$ であるから，次のように場合分けをする。

(i)　$\boxed{\text{M}} \leqq a$

(ii)　$0 < a < \boxed{\text{M}}$

(i) のとき，$f(x)$ の値は $a \leqq x \leqq b$ において，x とともに増加するから，$f(a) = a$，$f(b) = b$ となればよい。これらを解いて，$a = \dfrac{\boxed{\text{N}}}{\boxed{\text{O}}}$，$b = \boxed{\text{P}}$ を得るが，この a は (i) を満たさない。

(ii) のとき，$f(x)$ の $a \leqq x \leqq b$ における最小値は $\boxed{\text{Q}}$ であるから

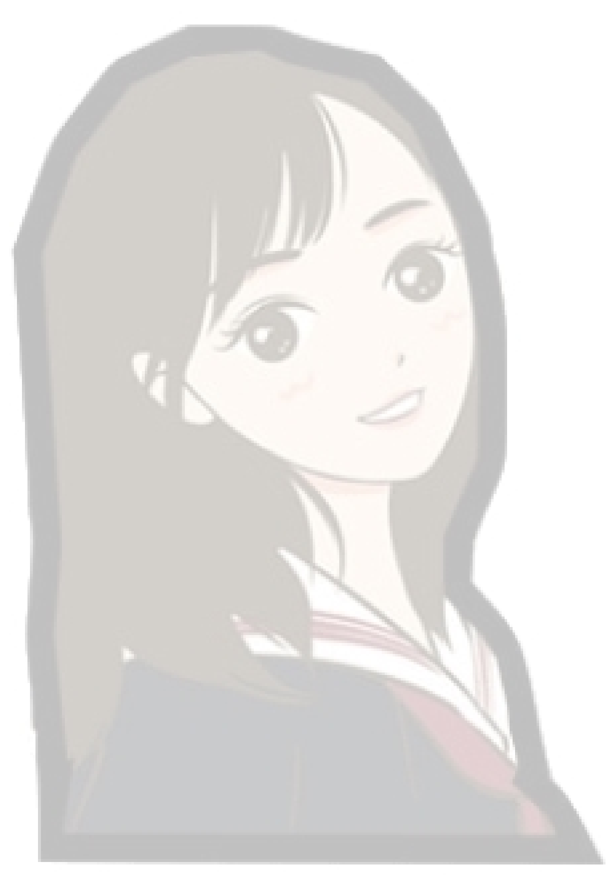
$$a = \boxed{\text{R}}$$

である。これは，(ii) を満たす。

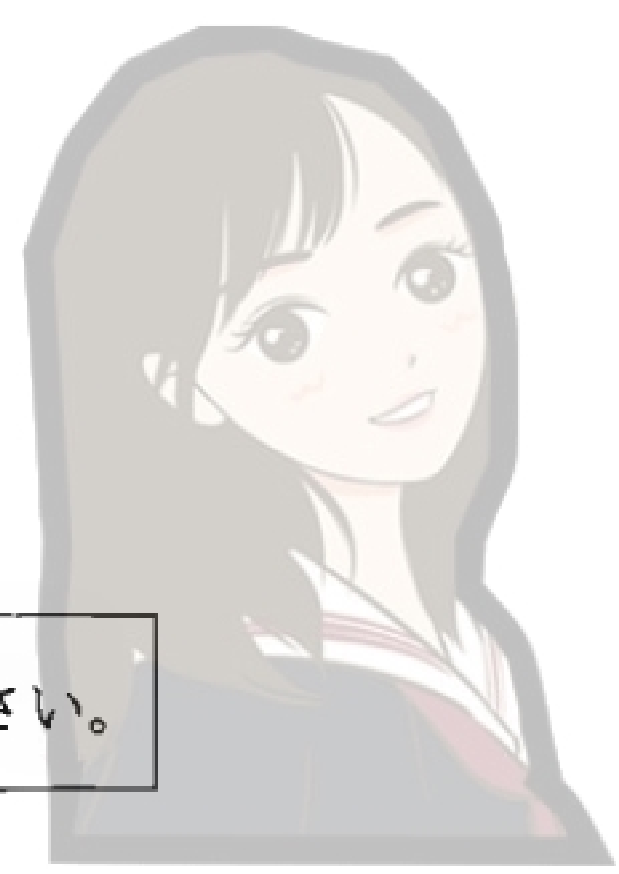
このとき，$f(a) = \dfrac{\boxed{\text{S}}}{\boxed{\text{T}}} < b$ より，$f(b) = b$ である。よって

$$b = \boxed{\text{U}}$$

を得る。



- 計算欄 (memo) -



II の問題はこれで終わりです。II の解答欄 V ～ Z はマークしないでください。

III

$1 < a < b < c < d$ を満たす 4 つの自然数 a, b, c, d を考える。これらの数から得られる 2 つの集合 $A = \{a, b, c, d\}$ と $B = \{a^2, b^2, c^2, d^2\}$ が次の 2 条件を満たすとする。

(i)　共通部分 $A \cap B$ に属する要素は 2 個あり，その和は 15 以上 25 以下である。

(ii)　和集合 $A \cup B$ に属するすべての要素の和は 300 以下である。

このとき，a, b, c, d の値を求めよう。

まず，$A \cap B = \{x, y\}$ とおく。ただし，$x < y$ とする。$x \in B$ かつ $y \in B$ であるから，(i) より $y = \boxed{\mathrm{AB}}$ であり，x は $\boxed{\mathrm{C}}$，$\boxed{\mathrm{D}}$ のどちらかである。ただし，$\boxed{\mathrm{C}} < \boxed{\mathrm{D}}$ となるように答えなさい。ここで，(ii) を考慮すると，$x = \boxed{\mathrm{E}}$ である。したがって，A は $\boxed{\mathrm{F}}$，$\boxed{\mathrm{F}}^2$，$\boxed{\mathrm{F}}^4$ を含む。

さらに，A に属する残りの要素を z とすると，z は (ii) より

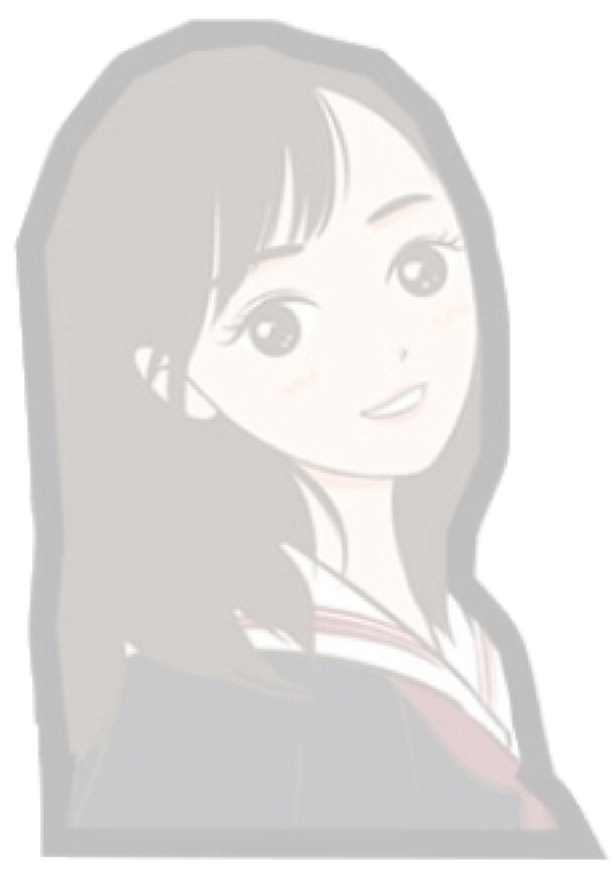
$$z^2 + z \leqq \boxed{\mathrm{GH}}$$

を満たす。よって，$z = \boxed{\mathrm{I}}$ である。

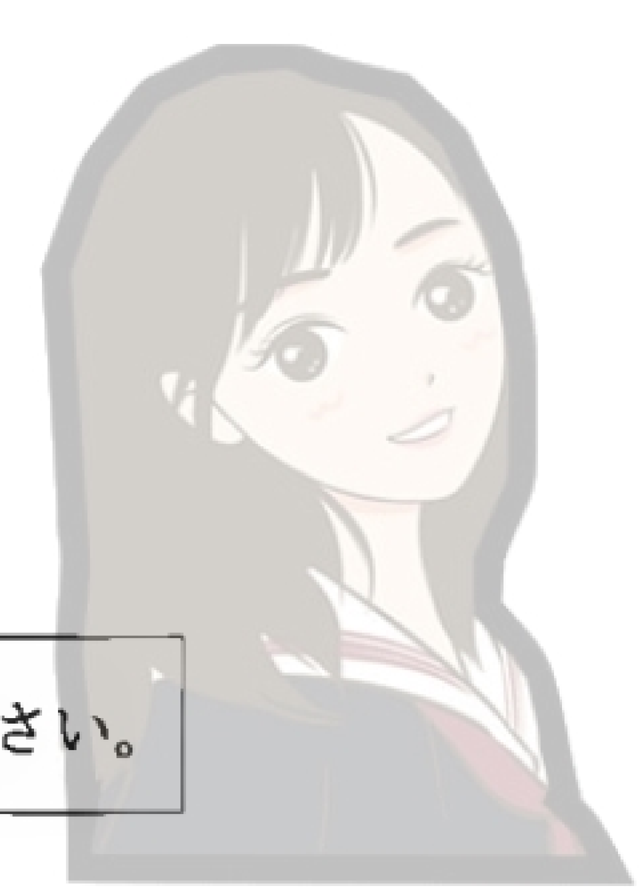
以上より

$$a = \boxed{\mathrm{J}},\quad b = \boxed{\mathrm{K}},\quad c = \boxed{\mathrm{L}},\quad d = \boxed{\mathrm{MN}}$$

である。



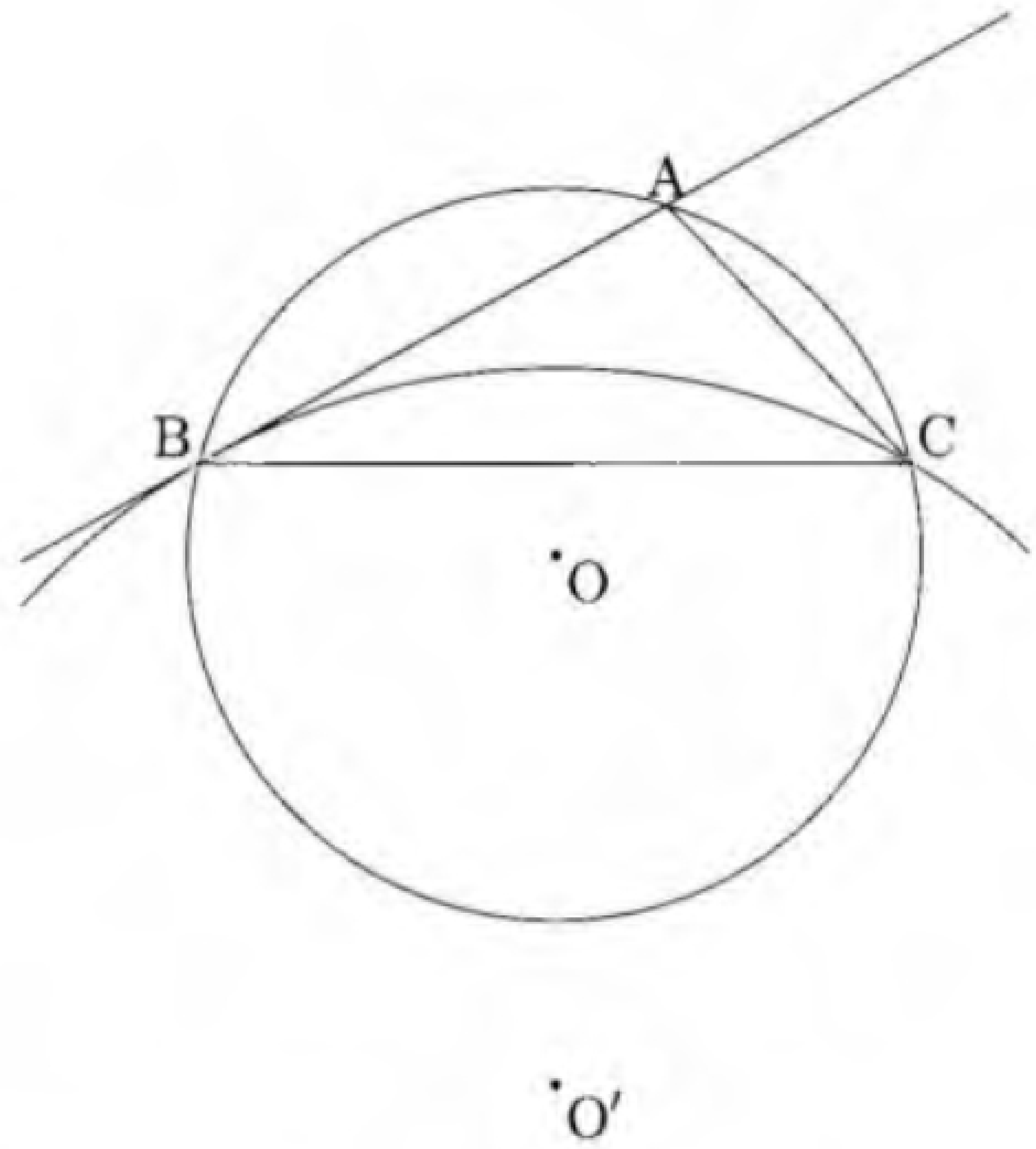
\- 計算欄 (memo) -



$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\text{O}}$ ～ $\boxed{\text{Z}}$ はマークしないでください。

IV

三角形 ABC の 3 辺の長さを AB = 6, BC = 8, CA = 4 とする。2 点 B, C を通り，直線 AB に接する円の中心を O′ とし，三角形 ABC の外接円の中心を O とする。このとき，線分 OO′ の長さを求めよう。



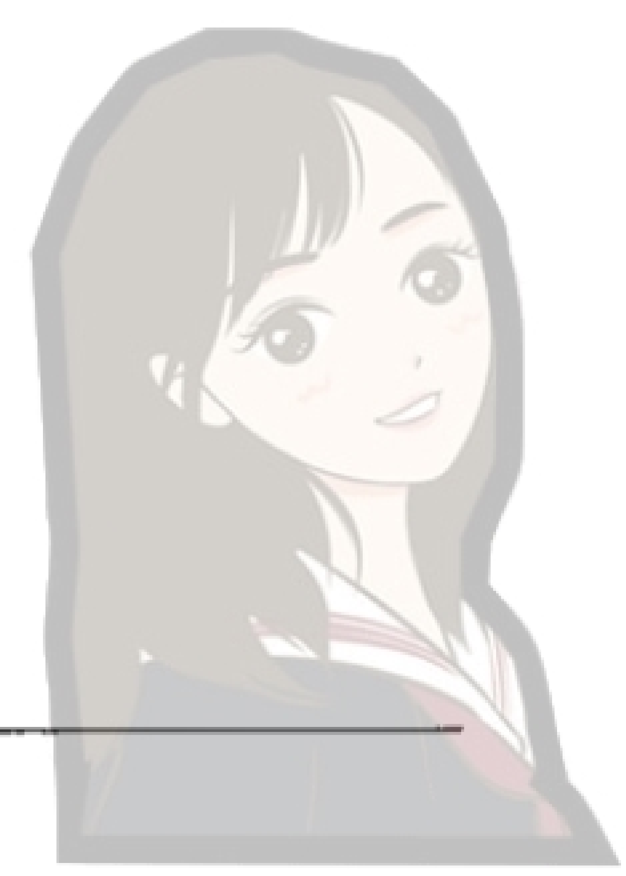
(1)　$\cos\angle ABC = \dfrac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$，$\sin\angle ABC = \dfrac{\sqrt{\boxed{CD}}}{\boxed{E}}$ である。

(2)　三角形 ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{FG}\sqrt{\boxed{HI}}}{\boxed{JK}}$ である。

(3)　直線 OO′ と辺 BC との交点を D とすると

$$OD = \frac{\boxed{L}\sqrt{\boxed{MN}}}{\boxed{OP}},\quad O'D = \frac{\boxed{QR}\sqrt{\boxed{ST}}}{\boxed{UV}}$$

である。したがって，$OO' = \dfrac{\boxed{W}\sqrt{\boxed{XY}}}{\boxed{Z}}$ である。



注）外接円：circumscribed circle

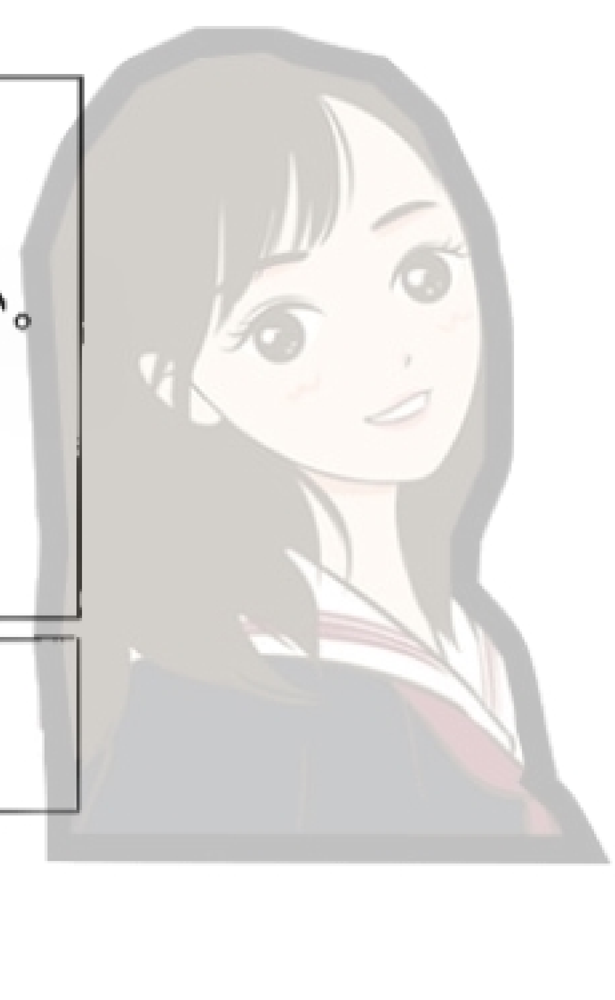
- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか,
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。



〈数　学〉Mathematics

コース 1 Course 1			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	ABC	181
		DE	−2
		F	4
		G	0
		HI	−1
		JK	−1
		LM	−3
	問 2	N	9
		OPQ	754
		RSTUV	13108
		WXYZ	1336
II	問 1	AB	51
		CDE	625
		F	2
		GH	−4
		I	2
		JK	51
		L	2
	問 2	M	2
		NO	43
		P	4
		Q	1
		R	1
		ST	74
		U	4
III		AB	16
		C	4
		D	9
		E	4
		F	2
		GH	22
		I	3
		JKLMN	23416
IV		AB	78
		CDE	158
		FGHIJK	161515
		LMNOP	41515
		QRSTUV	281515
		WXYZ	8155

コース 2 Course 2			
問 Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	ABC	181
		DE	−2
		F	4
		G	0
		HI	−1
		JK	−1
		LM	−3
	問 2	N	9
		OPQ	754
		RSTUV	13108
		WXYZ	1336
II	問 1	A	3
		B	6
		CD	43
		EF	14
		G	5
		H	4
		IJKL	3541
	問 2	M	5
		NO	33
		PQ	11
		RSTU	2411
		VW	14
		XYZ	203
III		A	3
		B	6
		CD	13
		EFG	012
		HI	72
IV		ABC	212
		DEF	112
		GHI	512
		JKL	512
		MNO	112
		PQ	16
		RS	23
		TU	14