

数学 コース 1

(基本コース)

(コース2は 15 ページからです)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを 一つだけ 選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は、右のように、解答用紙の「解答コース」の「コース1」を ○ で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。

＜ 解答用紙記入例 ＞

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

I

問 1 2 次関数

$$f(x) = x^2 - 2(a+1)x + 2a^2$$

の $0 \leq x \leq 2$ における最大値 M と最小値 m について考える。ただし、 a は $0 \leq a \leq 3$ を満たす定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標は

$$(a + \boxed{\text{A}}, a^2 - \boxed{\text{B}}a - \boxed{\text{C}})$$

である。

(2) 次の文中の $\boxed{\text{D}}$ \sim $\boxed{\text{H}}$ には、下の選択肢 ① \sim ⑨の中から適するものを選びなさい。

最大値 M 、最小値 m を軸の位置に応じて求めると

$0 \leq a < \boxed{\text{D}}$ のとき

$$M = \boxed{\text{E}}, \quad m = \boxed{\text{F}}$$

$\boxed{\text{D}} \leq a \leq 3$ のとき

$$M = \boxed{\text{G}}, \quad m = \boxed{\text{H}}$$

である。

- | | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|-----|
| ① 0 | ② 1 | ③ 2 | ④ 3 |
| ⑤ $a^2 - 2a$ | ⑥ $a^2 - 2a - 1$ | ⑦ $2a^2$ | |
| ⑧ $2a^2 - 2a - 1$ | ⑨ $2a^2 - 4a$ | ⑩ $2a^2 - 6a + 3$ | |

(3) m が最大となるのは $a = \boxed{\text{I}}$ のときであり、このときの m の値は $\boxed{\text{J}}$ である。

また、 m が最小となるのは $a = \boxed{\text{K}}$ のときであり、このときの m の値は $\boxed{\text{LM}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

数学-4

問 2 1 個のさいころを 3 回投げて、1 回目、2 回目、3 回目に出る目の数をそれぞれ a, b, c とする。この a, b, c を用いて、2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を考える。

(1) $b = 4$ かつ 2 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつ確率は $\frac{\boxed{\text{N}}}{\boxed{\text{OPQ}}}$ である。

(2) $f(10) > 453$ となる確率を求めよう。

$f(10) > 453$ となる (a, b, c) の場合の数を求めると、次のようになる。

$a = 4$ かつ $b = 5$ のとき、 $\boxed{\text{R}}$ 通り

$a = 4$ かつ $b = 6$ のとき、 $\boxed{\text{S}}$ 通り

$a = 5$ のとき、 $\boxed{\text{TU}}$ 通り

$a = 6$ のとき、 $\boxed{\text{VW}}$ 通り

よって、求める確率は $\frac{\boxed{\text{X}}}{\boxed{\text{Y}}}$ である。

注) さいころ : dice

- 計算欄 (memo) -

☐ I の問題はこれで終わります。☐ I の解答欄 ☐ Z はマークしないでください。

II

問 1 $x = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$, $y = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ とする。

(1) $x = \boxed{\text{A}} + \sqrt{\boxed{\text{B}}}$, $y = \boxed{\text{C}} - \sqrt{\boxed{\text{D}}}$ である。したがって

$$x + y = \boxed{\text{E}}, \quad xy = \boxed{\text{F}}, \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \boxed{\text{GH}}$$

である。

また

$$5(x^2 - 4x) + 3(y^2 - 4y + 1) = \boxed{\text{IJ}}$$

となる。

(2) $\frac{m}{x} + \frac{n}{y} = 4 + 4\sqrt{3}$ となる整数 m, n の値は

$$m = \boxed{\text{KL}}, \quad n = \boxed{\text{M}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

数学ー8

問 2 3つの2次関数

$$f(x) = -x^2 - 2x + 1, \quad g(x) = -x^2 + 4x, \quad h(x) = 2x^2 + ax + b$$

を考える。

- (1) 2次方程式 $h(x) - f(x) = 0$ の判別式を D_1 , $h(x) - g(x) = 0$ の判別式を D_2 とすると

$$D_1 = \boxed{\text{N}}, \quad D_2 = \boxed{\text{O}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{N}}$, $\boxed{\text{O}}$ には、次の選択肢 ① ～ ⑤ の中から適するものを選びなさい。

- ① $a^2 + 4a - 3b + 7$ ④ $a^2 - 8a - 12b + 16$ ② $a^2 + 4a - 12b + 16$
 ③ $a^2 + 8a + 12b + 16$ ⑤ $a^2 - 8a - 3b + 7$ ⑥ $a^2 - 4a + 12b + 16$

- (2) 2つの方程式 $f(x) = h(x)$, $g(x) = h(x)$ の両方がただ1つの解をもつような a, b は

$$a = \boxed{\text{P}}, \quad b = \frac{\boxed{\text{Q}}}{\boxed{\text{R}}}$$

である。また、そのときの $f(x) = h(x)$ の解は $x = -\frac{\boxed{\text{S}}}{\boxed{\text{T}}}$ であり、 $g(x) = h(x)$ の

解は $x = \frac{\boxed{\text{U}}}{\boxed{\text{V}}}$ である。

- (3) $b = 3$ とする。このとき、すべての x に対して、 $f(x) < h(x)$ かつ $g(x) < h(x)$ が成り立つような a の値の範囲は $\boxed{\text{W}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{W}}$ には、次の選択肢 ① ～ ⑤ の中から適するものを選びなさい。

- ① $-2 - 2\sqrt{6} < a < 10$ ④ $a < -2 - 2\sqrt{6}, 10 < a$
 ② $a < -1 - \sqrt{6}, 10 < a$ ⑤ $-2 < a < -1 + \sqrt{6}$
 ③ $-2 < a < -2 + 2\sqrt{6}$ ⑥ $-1 - \sqrt{6} < a < 10$

注) 判別式: discriminant

- 計算欄 (memo) -

Ⅱ の問題はこれで終わります。Ⅱ の解答欄 **X** ～ **Z** はマークしないでください。

III

次の問いに答えなさい。

- (1) 1400 を素因数分解すると

$$1400 = \boxed{A}^{\boxed{B}} \times \boxed{C}^{\boxed{D}} \times \boxed{E}$$

である。ただし、 $\boxed{A} < \boxed{C}$ となるように答えなさい。

- (2) 1400 の約数の個数は \boxed{FG} である。

- (3) a, b は 1400 の約数で、 $1 < a < b$ とする。このとき、 a と b が互いに素であって、 $ab = 1400$ となるような a, b の組 (a, b) は \boxed{H} 組ある。その中で、 $b - a$ が最も大きくなるような a, b は

$$a = \boxed{I}, \quad b = \boxed{JKL}$$

である。

- (4) $a = \boxed{I}$, $b = \boxed{JKL}$ のとき方程式

$$bx - ay = 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。① を変形して

$$y = \boxed{MN}x + \frac{\boxed{O}x - \boxed{P}}{\boxed{Q}}$$

を得る。したがって、方程式 ① を満たす正の整数 x, y の組の中で x が最小のものは

$$x = \boxed{R}, \quad y = \boxed{ST}$$

である。

注) 素因数分解 : factorization into prime number, 約数 : divisor,
互いに素 : relatively prime

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わります。III の解答欄 U ～ Z はマークしないでください。

IV

1 辺の長さが $\sqrt{2}$ であるひし形 ABCD において、 $\angle ABC = 30^\circ$ とする。

$$(1) \quad AC^2 = \boxed{A} - \boxed{B} \sqrt{\boxed{C}}, \quad BD^2 = \boxed{D} + \boxed{E} \sqrt{\boxed{F}} \quad \text{である。}$$

一般に、正数 a, b に対して

$$(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = a + b \pm 2\sqrt{ab} \quad (\text{複号同順})$$

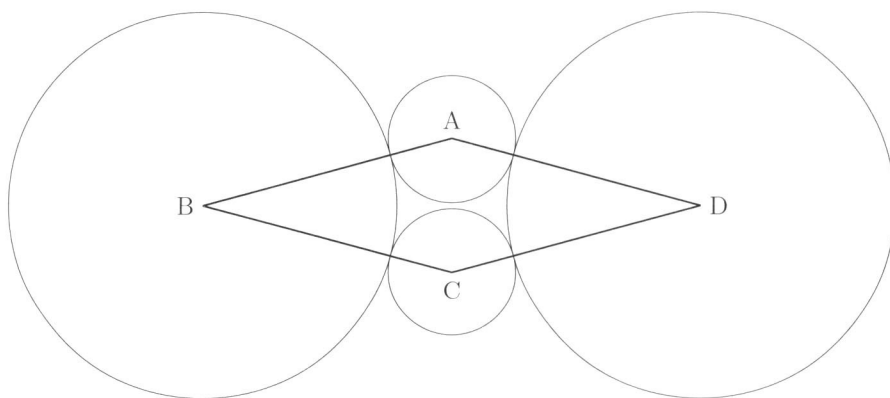
が成り立つ。この結果を用いると

$$AC = \sqrt{\boxed{G}} - \boxed{H}, \quad BD = \sqrt{\boxed{I}} + \boxed{J}$$

である。

(IV は次ページに続く)

- (2) ひし形 ABCD の各頂点を中心として 4 つの円を描く。頂点 A, C を中心とする円の半径を r 、頂点 B, D を中心とする円の半径を $\sqrt{2}-r$ とし、向かい合う頂点 (A と C, B と D) を中心とする円同士は、接しても良いが、交わらないものとする。



このとき、ひし形 ABCD と 4 つの円との共通部分の面積を S とすると

$$S = \pi \left(r^2 - \frac{\sqrt{\boxed{\text{K}}}}{\boxed{\text{L}}} r + \frac{\boxed{\text{M}}}{\boxed{\text{N}}} \right)$$

である。ただし、 r の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\text{O}}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{P}}} + \boxed{\text{Q}}}{\boxed{\text{R}}} \leq r \leq \frac{\sqrt{\boxed{\text{S}}} - \boxed{\text{T}}}{\boxed{\text{U}}}$$

である。

したがって、 S は $r = \frac{\sqrt{\boxed{\text{V}}}}{\boxed{\text{W}}}$ のとき最小となり、その値は $\frac{\boxed{\text{X}}}{\boxed{\text{YZ}}} \pi$ である。

- 計算欄 (memo) -

☐Ⅳ の問題はこれで終わります。

コース 1 の問題はこれですべて終わります。解答用紙の ☐Ⅴ はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか、
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数 学〉 Mathematic

コース1 Course1		
問Q.	解答番号 row	正解 A.
I	問 1	ABC 121
		D 1
		E 6
		F 5
		G 6
		H 8
		I 3
		J 6
		K 1
		LM -2
	問 2	NOPQ 5216
		R 3
		S 6
		TU 36
		VW 36
		XY 38
II	問 1	AB 23
		CD 23
		E 4
		F 1
		GH 14
		IJ -5
		KL -1
		M 3
	問 2	N 2
		O 1
		P 0
		QR 43
		ST 13
		UV 23
III		W 4
		ABCDE 23527
		FG 48
		H 3
		I 7
		JKL 200
		MNOPQ 28417
		R 2
		ST 57
IV		ABC 423
		DEF 423
		GH 31
		IJ 31
		KLMN 2313
		OPQR 2312
		STU 312
		VW 26
		XYZ 518

コース2 Course2			
問Q.		解答番号 row	正解 A.
I	問 1	ABC	121
		D	1
		E	6
		F	5
		G	6
		H	8
		I	3
		J	6
		K	1
		LM	-2
	問 2	NOPQ	5216
		R	3
		S	6
		TU	36
		VW	36
XY		38	
II	問 1	AB	28
		CD	45
		E	3
		FG	14
		HIJ	-14
		KLM	141
		NO	14
	問 2	PQR	109
		STU	559
		V	0
		W	3
		X	4
III		Y	7
		ABCD	3211
		EF	-1
		G	0
		H	1
		I	2
		J	1
		K	0
		L	0
		MN	-8
		OP	-1
		QRST	-432
		UV	44
WXY	333		
IV		A	0
		B	3
		CD	33
		EF	32
		GH	32
		I	2
		JKL	942