

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по заданию №1

**На тему «Сборка многомодульных программ. Вычисление корней  
уравнений и определенных интегралов»**

**Вариант 3/1/1**

Работу выполнил:

Студент 1 курса 106 группы

Факультета вычислительной математики и кибернетики

Наклескин Никита Владимирович

Преподаватель:

Корухова Людмила Сергеевна

Москва

2022

## Содержание

Содержание .....	2
Постановка задачи .....	3
Математическое обоснование .....	4
Результаты экспериментов .....	5
Структура программы и спецификация функций .....	6
Сборка программы (Make-файл) .....	8
Отладка программы, тестирование функций .....	9
Программа на Си и на Ассемблере .....	11
Анализ допущенных ошибок .....	12
Список цитируемой литературы .....	13

## Постановка задачи

Требуется реализовать программу, позволяющую вычислять площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми, которые заданы функциями:  $f_1 = e^{-x} + 3$ ,  $f_2 = 2x - 2$ ,  $f_3 = \frac{1}{x}$ . Для вычисления площади необходимо найти пределы интегрирования, которыми являются точки пересечения графиков соответствующих функций. Для поиска используется методом деления отрезка пополам (метод бисекции) по формуле  $f_i(x) - f_j(x) = 0; i, j = \overline{1,3}$ . Для вычисления определенного интеграла используется формула треугольников. Вычисление корня и определенного интеграла производится с точностью  $\varepsilon$ . Также программа должна поддерживать ключи командной строки для вывода помощи, тестов корня и интеграла, решения задачи, вывод абсцисс точек пересечения кривых, количество итераций при нахождении корня. Для сборки программы необходимо использовать утилиту Make, которая должна поддерживать цели all для сборки программы и clean для удаления промежуточных файлов. Программа также должна содержать все необходимые тесты для проверки корректности работы функций.

## Математическое обоснование

При вычислении корней используется метод деления отрезка пополам. Алгоритм состоит в том, что мы берем функцию  $f(x)$  и отрезок  $[a, b]$ . Далее мы делаем отрезок пополам и получаем два отрезка:  $[a, x]$ ,  $[x, b]$ . После чего нам необходимо выбрать отрезок на котором функция меняет знак, так как именно на этом отрезке и будет лежать решение. Деление отрезков выполняется пока  $|b - a| > 2\varepsilon$ .

При вычислении определенного интеграла необходимо воспользоваться формулой прямоугольников. Для нахождения количества прямоугольников, на которые необходимо разбить площадь под графиком необходимо, чтобы разница между интегралом, полученным при разбиении площади на  $n$  прямоугольников и интегралом, полученным при разбиении на  $2n$  прямоугольников была меньше  $\varepsilon$ . Далее необходимо найти сумму площадей  $2n$  прямоугольников, где ширина находится по формуле  $\Delta x = \frac{b - a}{2n}$ , а за высоту берется значение функции в середине прямоугольника, это и будет искомое значение.

Искомая площадь находится по формуле:

$$S = \int_a^b f_1(x)dx - \int_c^b f_2(x)dx - \int_a^c f_3(x)dx$$

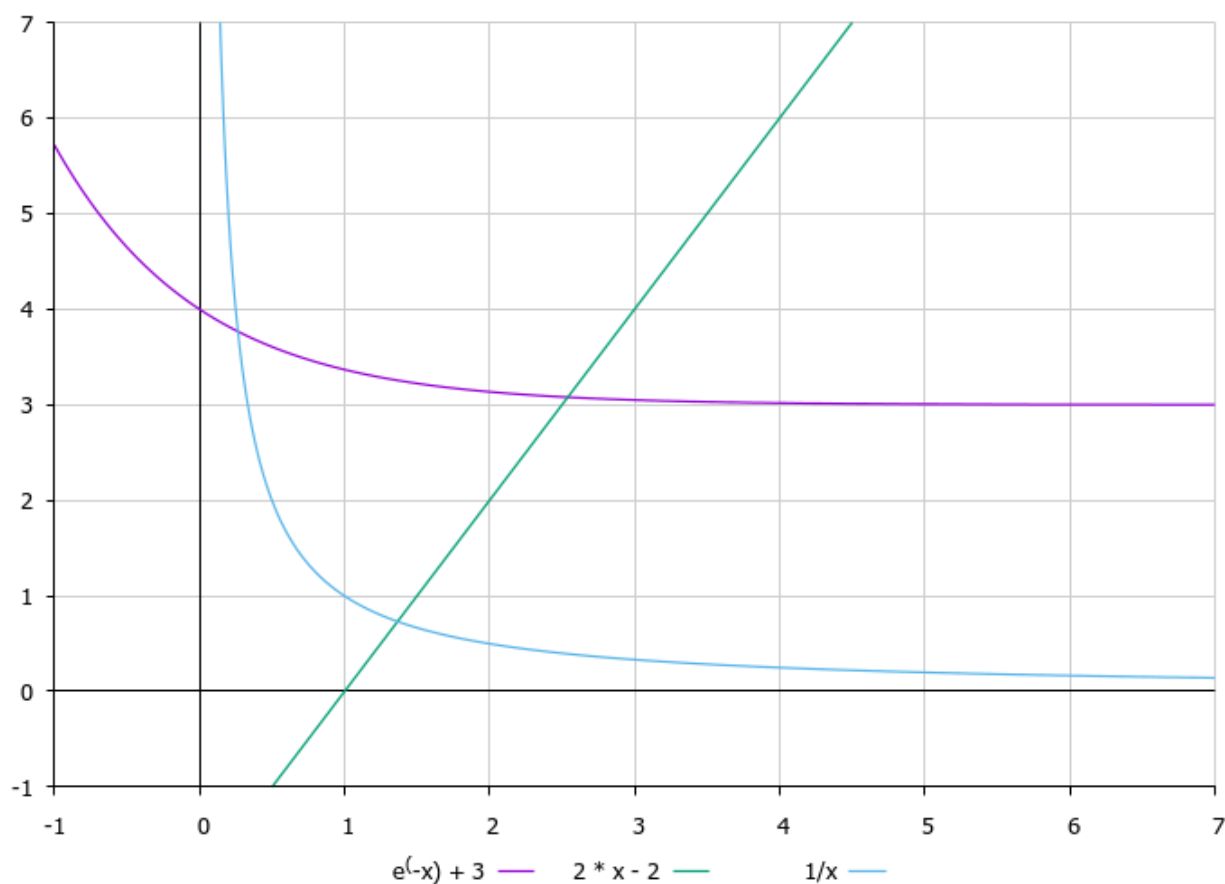


Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

## Результаты экспериментов

Кривые	x	y
1 и 2	2.539490	3.078910
2 и 3	1.366043	0.732086
1 и 3	0.265427	3.767519

Таблица 1: Координаты точек пересечения. Погрешность 0.0001.

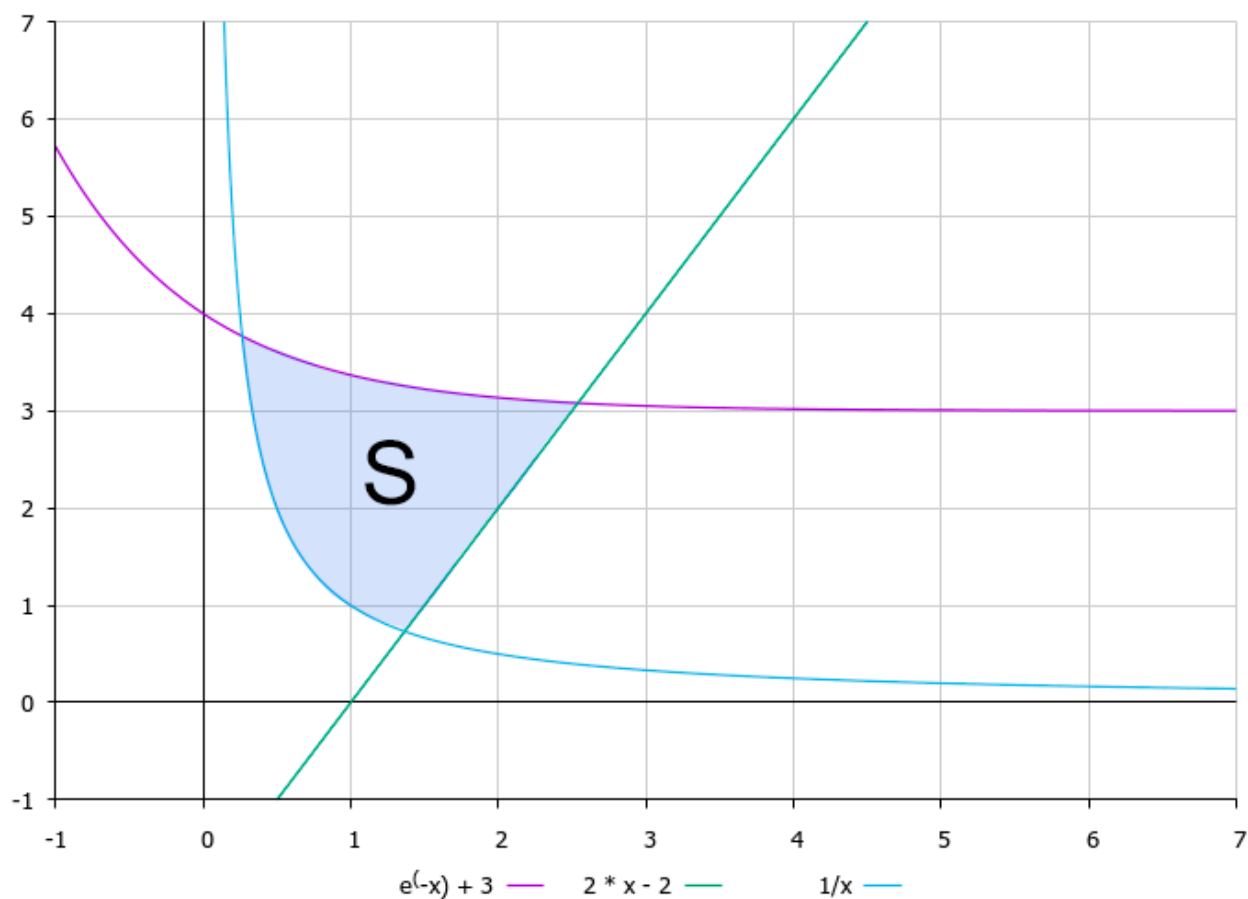


Рис. 2: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений.

**Искомая площадь  $S = 3.635805$  при погрешности 0.001.**

## Структура программы и спецификация функций

### Список модулей:

1. main.c - основная часть программы, включающая в себя вызовы функций по необходимым ключам
2. functions.asm - модуль, включающий в себя функции  $f_1 - f_3$  на языке ассемблера NASM
3. handler.c - модуль, включающий в себя функции, которые обрабатывают ключи(вывод тестов, решений и.т.д)
4. rifunctions.c - модуль, включающий в себя функции для вычисления корня и интеграла
5. test\_functions.c - модуль, включающий в себя функции для тестирования работы функций поиска интеграла и корня
6. functions.h - модуль, включающий в себя объявление функций из functions.asm

### Список функций:

1. functions.asm
  1. double f1(double x) - функция  $f_1$
  2. double f2(double x) - функция  $f_2$
  3. double f3(double x) - функция  $f_3$
2. handler.c
  1. void help() - выводит информацию о доступных ключах на стандартный поток вывода
  2. void test\_integral() - выводит тесты для интеграла на стандартный поток вывода
  3. void test\_root() - выводит тесты для корня на стандартный поток вывода
  4. void solve() - выводит решение задачи (площадь криволинейной плоской фигуры) на стандартный поток вывода)
  5. void show\_absciss() - выводит точки пересечения функций
  6. void show\_count() - выводит количество итераций, необходимых для вычисления прибереженного значения корня

### 3. rfunctions.c

1. `double rieman_integral(double(*f)(double), double x, double delt)` - функция для вычисления члена интегральной суммы
2. `double root(double(*f)(double), double(*g)(double), double a, double b, double eps)` - функция для вычисления корня уравнения  $f_i(x) - f_j(x) = 0$
3. `double integral(double(*f)(double), double a, double b, double eps)` - функция для вычисления определенного интеграла от функции  $f$  на отрезке  $[a, b]$  с точностью  $\epsilon$

### 4. test\_functions.c

1. `double f4(double x)` - функция, вычисляющая значение функции  $f = 2x^2$  в точке  $x$
2. `double f5(double x)` - функция, вычисляющая значение функции  $f = 8 + 2x - x^2$  в точке  $x$
3. `double f6(double x)` - функция, вычисляющая значение функции  $f = 2x + 1$  в точке  $x$
4. `double f7(double x)` - функция, вычисляющая значение функции  $f = 6x$  в точке  $x$
5. `double f8(double x)` - функция, вычисляющая значение функции  $f = x$  в точке  $x$

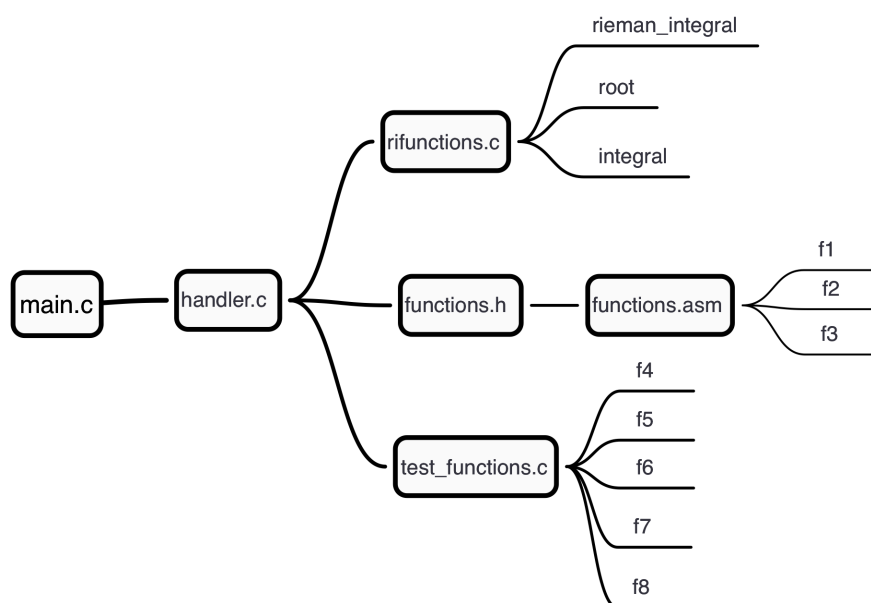


Рис. 3: Схематическое представление модулей программы.

## Сборка программы (Make-файл)

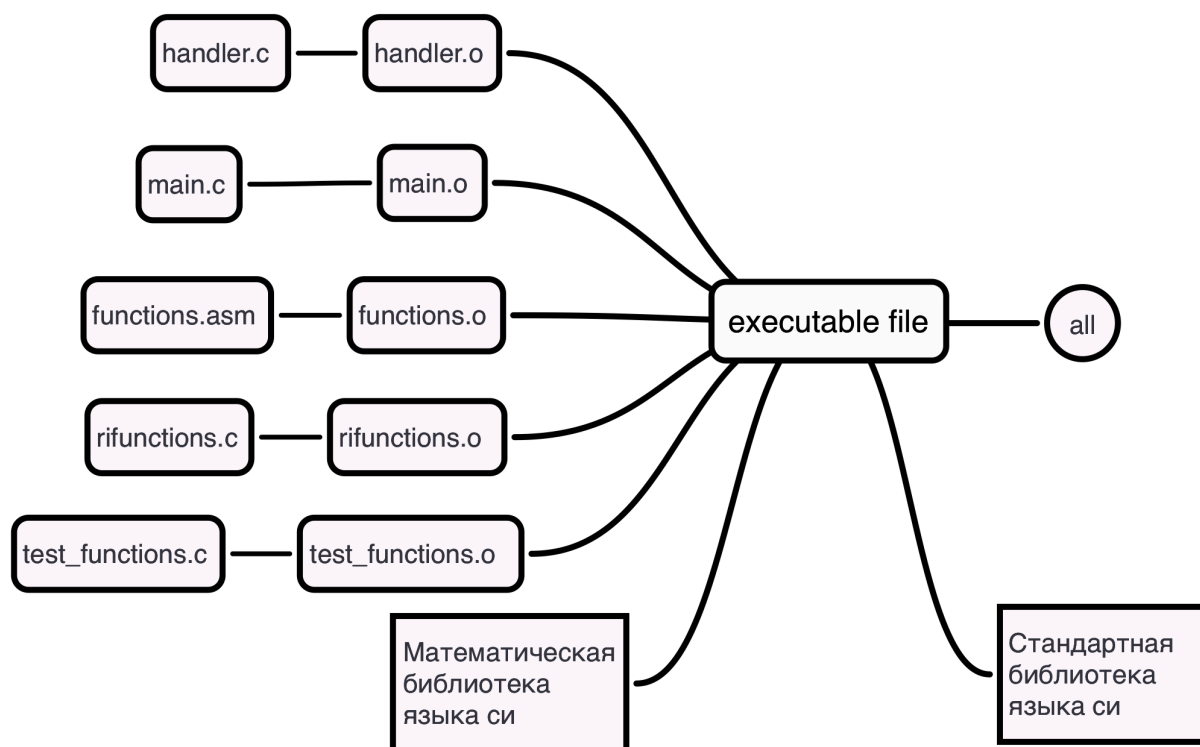


Рис. 4: Схема сборки приложения.



## Отладка программы, тестирование функций

Для отладки функции интеграла возьмем следующие функции:

1.  $f = 2x^2$  на отрезке  $[1, 2]$
2.  $f = 8 + 2x - x^2$  на отрезке  $[-2, 4]$
3.  $f = 2x - 2$  на отрезке  $[1, 3]$

Решим первый интеграл аналитически:

$$\int_1^2 2x^2 dx = 2 \int_1^2 x^2 dx = \frac{2x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{2 \cdot 2^3}{3} - \frac{2 \cdot 1^3}{3} = \frac{14}{3} \approx 4.6$$

Решим второй интеграл аналитически:

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 8 + 2x - x^2 dx &= \int_{-2}^4 8 dx + \int_{-2}^4 2x dx - \int_{-2}^4 x^2 dx = 8x + x^2 - \frac{x^3}{3} \Big|_{-2}^4 = \\ &= 8 \cdot 4 + 4^2 - \frac{4^3}{3} - (8 \cdot (-2) + (-2)^2 - \frac{(-2)^3}{3}) = 36 \end{aligned}$$

Решим третий интеграл аналитически:

$$\int_1^3 (2x - 2) dx = \int_1^3 2x dx - \int_1^3 2 dx = x^2 - 2x \Big|_1^3 = 3^2 - 2 \cdot 3 - (1^2 - 2 \cdot 1) = 4$$

Результаты отладки представлены в таблице:

	Аналитический метод	Результат работы функции
1	$\frac{14}{3} \approx 4.6$	4.666377
2	36	36.000329
3	4	4.000000

Таблица 2: результаты отладки функции интеграла

Для отладки функции поиска корня уравнения возьмем следующие функции:

1.  $f_1 = 6x$ ,  $f_2 = 2x + 1$  на отрезке  $[0, 5]$
2.  $f_3 = x$ ,  $f_4 = \frac{1}{x}$  на отрезке  $[0, 5]$
3.  $f_5 = 2x - 2$ ,  $f_6 = \frac{1}{x}$  на отрезке  $[2, 3]$

Аналитически найдем корень уравнения  $f_1 - f_2 = 0$ :

$$6x - 2x - 1 = 0$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4} = 0.25$$

Корень принадлежит промежутку  $[0, 5]$ , следовательно, он подходит

Аналитически найдем корень уравнения  $f_3 - f_4 = 0$ :

$$x - \frac{1}{x} = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ and } x_2 = -1$$

Корень  $x_1$  принадлежит промежутку  $[0, 5]$ , следовательно он подходит  
корень  $x_2$  не принадлежит промежутку, следовательно он не подходит

Аналитически найдем корень уравнения  $f_5 - f_6 = 0$ :

$$2x - 2 - \frac{1}{x} = 0$$

$$2x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)} = \sqrt{3}$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{D}}{4} = -0.366; \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{D}}{4} = 1.366$$

$x_1$  не подходит, так как не принадлежит промежутку  $[1, 3]$ .  $x_2$  принадлежит промежутку, следовательно подходит

Результаты отладки приведены в таблице:

	Аналитический метод	Результат работы функции
1	0.25	0.250006
2	1	1.000366
3	1.366	1.366043

Таблица 3: Результаты отладки функции корня

По результатам тестов можно сделать вывод, что функции корня интеграла работают корректно. При необходимости можно провести все тесты, используя ключи командной строки:

1. -test-root для проведения тестов функции корня
2. -test-integral для проведения тестов функции интеграла

### **Программа на Си и на Ассемблере**

Исходные файлы программы находятся в архиве, который приложен к отчету. **Пароль от архива: 123.**

## Анализ допущенных ошибок

1. При написании функции  $f_1 = e^{-x} + 3$  изначально не было учтено, что команда F2XM1 принимает на вход число из отрезка  $[-1;1]$ . В результате функция работала некорректно
2. Не сразу понял, как подать функцию в функцию. В изначальном варианте вместо подачи функции подавался номер функции
3. Изначально при вычислении интеграла  $\varepsilon$  брался некорректно
4. Ошибка в сборке. Make перестирал целиком программу, не были выставлены зависимости
5. При обработке ключей программа падала в segmentation fault. При обработке ключей программа выходила за границы массива `**argv`.
6. Множество ошибок, связанных с работой с командами и со стеком сопроцессора x87 из-за недостаточности опыта.
7. Отсутствие ключа математической библиотеки при сборке программы
8. Использование заголовочных файлов вместо файлов `<filename>.c` там, где они использоваться не должны
9. Использование `==` вместо `strcmp()` для сравнения строк
10. Отсутствие ключей для вывода абсцисс и количества итераций в изначальной версии программы
11. Неправильная функция вычисления интеграла

## **Список цитируемой литературы**

Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Т. 1 — Москва: Наука, 1985.

Статья «Просто о make» URL: <https://habr.com/ru/post/211751/>

Е.В. Хорошилова. Курс семинаров по математическому анализу. Книга 3. Москва 2022.