École nationale Supérieure d'Informatique, Alger
1CS 2023/2024
Contrôle Final (CF)
Théorie des langages de programmation et applications (THP)

Jeudi 25 janvier 2024 [12h15-14h15]
Documents non autorisés (l'enseignant est considéré comme document)

Exercice 01 : Un peu de calculabilité (2pts)

1. Rappeler la règle de récursion et la règle de composition.
2. Montrer que la fonction g(x,y) définie comme suit est primitive récursive :

$$g(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x + y = 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

3. Rappeler la thèse de Church-Turing.

Exercice 02 : Langages Réguliers (6pts)

Soit E l'expression régulière suivante :

$$E = ((a^*b)^*a \cup (ba^* \cup a)^*)b$$

1. Donner l'automate d'états finis reconnaissant L(E).
2. Donner la grammaire G<X, V, P, S> régulière gauche engendrant le miroir de L(E). (Donner toutes les étapes).
3. Donner l'automate qui reconnaît le complément de L(E).
4. Donner l'expression régulière qui dénote le complément de L(E).

Exercice 03 : Automates (8pts)

Soient L_1, L_2 et L_3 trois langages définis ci-dessous :

- $L_1 = \{(aa)^i b^j (cc)^k \ / \ j=i+k \text{ et } j \equiv 1[2]\}$
- L_2 = complément de L_1
- $L_3 = FG(L)$ avec $L=\{(aa)^i b^j c^k \ / \ i+k \equiv 2[3] \text{ et } j>0\}$

Donner l'automate déterministe le plus adéquat pour chaque langage.

Si vous tournez la page, vous serez choqués

Exercice 04 : Automate à bornes linéaires (5pts)

Soit L le langage à contexte lié suivant :

$$L = \{a^i \text{ avec } i=2^n \text{ , } n>0\}$$

1. Donner l'automate à bornes linéaire reconnaissant L.

Nous voulons simuler un automate à bornes linéaires en utilisant un automate à 2 piles P_1 et P_2 , $A_{P1,P2}$.

2. Définir formellement l'automate $A_{P1,P2}$ décrivant les opérations sur chaque pile et entre les 2 piles. La tête de lecture avance après chaque opération. Pour chaque pile, il ne peut y avoir que l'empilement ou dépilement d'une seule lettre à la fois.
3. Donner l'automate $A_{P1,P2}$ reconnaissant le langage $L = \{ a^n b^n c^n, n \geq 0\}$.

FIN

Ceci ne fait pas parti de l'examen ; c'est juste notre façon de dire : bonne chance

$\# S_0 b \rightarrow \# S_1$	$o S_3 o \rightarrow o S_2$	$o S_5 e \rightarrow o S_6$	$o S_8 h \rightarrow o S_9$	$\# S_{10} c \rightarrow \# S_{11}$
$\# S_1 o \rightarrow \# o S_3$	$o S_2 n \rightarrow o S_4$	$o S_6 \_ \rightarrow o S_7$	$o S_9 a \rightarrow S_9$	$\# S_{11} e \rightarrow \# S_{12}$
$o S_2 o \rightarrow o o S_3$	$o S_4 n \rightarrow o S_5$	$o S_7 c \rightarrow o S_8$	$\# S_9 n \rightarrow \# S_{10}$	$\# S_{12} \rightarrow \# S_f$

$\# S_0\, bo^4n^2e\_cha^2nce \vdash \# S_1\, o^4n^2e\_cha^2nce \vdash \# S_3\, o^3n^2e\_cha^2nce \vdash \#o S_2\, o^2n^2e\_cha^2nce \vdash \#o^2 S_3\, on^2e\_cha^2nce$
$\vdash \#o^2 S_2\, n^2e\_cha^2nce \vdash \#o^2 S_4\, ne\_cha^2nce \vdash \#o^2 S_5\, e\_cha^2nce \vdash \#o^2 S_6\, \_cha^2nce \vdash \#o^2 S_7\, cha^2nce$
$\vdash \#o^2 S_8\, ha^2nce \vdash \#o^2 S_9\, a^2nce \vdash \#o S_9\, ance \vdash \# S_9\, nce \vdash \# S_{10}\, ce \vdash \# S_{11}\, e \vdash \# S_{12} \vdash \# S_f$