

## 9. Равновесие зарядов на проводниках.

Носители зарядов в проводниках приходят в движение под действием сколь угодно малой силы. Поэтому, для равновесия зарядов на проводнике необходимо выполнение двух условий:

1. Напряженность поля внутри проводника должна быть равна нулю:

$$E = 0 \quad (9.1)$$

2. Напряженность поля в любой точке на поверхности проводника должна быть направлена по нормали к поверхности:

$$E = E_n \quad (9.2)$$

Первое условие обозначает, что потенциал внутри проводника должен быть постоянным. Из второго условия получается, что поверхность проводника является эквипотенциальной. Если бы эти условия не выполнялись, то свободные заряды внутри проводника и на его поверхности пришли бы в движение. Сейчас мы изучаем условия равновесия электрических зарядов, т.е. исключаем возможность их движения.<sup>1</sup>

Сообщенный проводнику избыточный заряд распределяется по поверхности проводника. Это утверждение вытекает из следующих соображений. Избыточный заряд создается носителями одного знака. Они стремятся оттолкнуться друг от друга как можно дальше. Дальше поверхности – не получится, поэтому они соберутся именно на поверхности.<sup>2</sup>

В случае полого проводника избыточный заряд распределяется только по внешней поверхности. На внутренних полостях зарядов быть не может. Предполагается, что внутри проводника нет изолированных заряженных тел.

<sup>1</sup> При изменении внешних условий заряды могут прийти в движение, и оба условия нарушатся. Однако, в своём движении заряды стремятся к состоянию равновесию, где оба условия снова будут выполняться.

<sup>2</sup> Это утверждение можно доказать другим способом. Если какой-то нескомпенсированный заряд оказался бы внутри проводника, то на нём обязательно начинались бы или заканчивались бы силовые линии. Значит, внутри проводника возникло бы электрическое поле, что противоречит условию 1.

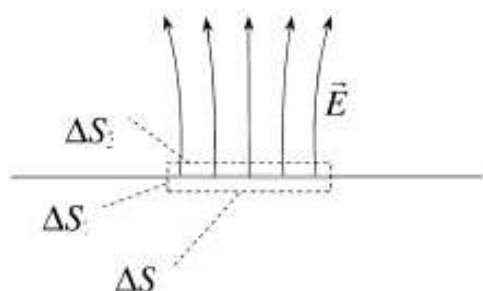


Рис. 9.1. Силовые линии на поверхности металла.

Получим выражение для напряженности электрического поля вблизи поверхности проводника. Для этого рассмотрим элемент  $\Delta S$  поверхности заряженного проводника (рис. 9.1). Если поверхностная плотность заряда в данном месте равна  $\sigma$ , то на элементе  $\Delta S$  сосредоточен заряд  $\Delta q = \sigma \Delta S$  (рисунок выполнен для  $\sigma > 0$ ). На этом заряде начинаются силовые линии, которые в силу условия 2 в непосредственной близости направлены по нормали к элементу  $\Delta S$ . Окружим этот элемент замкнутой оболочкой, которая расположена очень близко к поверхности с внутренней и с наружной стороны. Полный поток через замкнутую оболочку можно разбить на три потока: через внутреннюю поверхность – поток  $\Phi_1$ , через боковую поверхность – поток  $\Phi_2$  и через внешнюю поверхность – поток  $\Phi_3$ .

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3.$$

Поток  $\Phi_1$  равен нулю в силу условия 1. Поток  $\Phi_2$  можно сделать сколь угодно малым, уменьшая площадь боковой грани. Остается только поток  $\Phi_3$ . Считая площадь  $\Delta S$  малой, т.е. поле в ее пределах однородным, находим

$$\Phi = \Phi_3 = E \Delta S_3.$$

С другой стороны, по теореме Гаусса

$$\Phi = \frac{\Delta q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0}.$$

Учитывая, что  $\Delta S_3 = \Delta S$ , окончательно получаем

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (9.3)$$

Получилось значение вдвое большее, чем (8.10) для бесконечной равномерно заряженной плоскости. Причина в том, что равномерно заряженная плоскость создает электрическое поле с обеих сторон, а заряженная поверхность проводника – только с одной стороны.



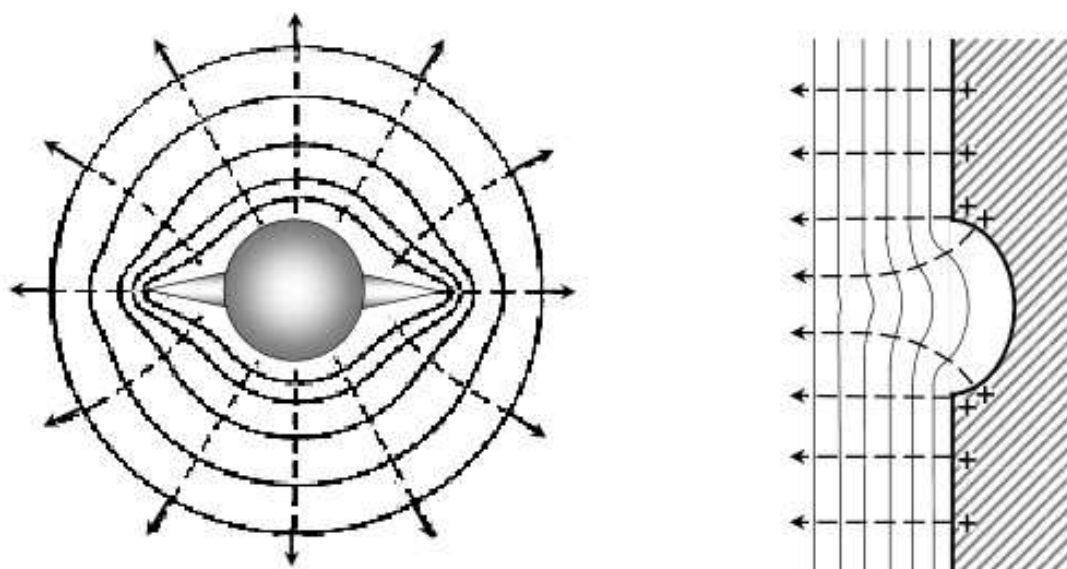


Рис. 9.2. Эквипотенциальные поверхности (сплошные линии) и линии напряженности поля (пунктирные линии) вблизи поверхности проводника (а) и вблизи впадины (б).

Рассмотрим поле, созданное проводником, изображенным на рис. 9.2.а. Вблизи поверхности проводника эквипотенциали почти повторяют его форму. Чем дальше от проводника, тем поверхности больше сглаживаются, и на больших расстояниях эквипотенциальные поверхности становятся сферическими, как от точечного заряда.

Вблизи выступов эквипотенциальные поверхности располагаются ближе друг к другу, значит, напряженность здесь больше и плотность заряда здесь максимальна.<sup>3</sup> Особенно велика плотность заряда бывает вблизи острия. Искра проскакивает в области с максимальной напряженностью поля. По этой причине пробой в конденсаторе обычно бывает на заусенце, а молния обычно бьет в выступающие предметы и, почти никогда, в ямы.

Вблизи углублений в проводнике эквипотенциальные поверхности располагаются реже (рис. 9.2.б), напряженность поля – меньше. Спастись от молнии нужно в ложбинах.

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда приходят в движение. Заряды располагаются на поверхности проводника и принимают такую конфигурацию, которая полностью компенсирует электрическое поле внутри проводника. Заряды на поверхности проводника замыкают на себя часть силовых линий. Силовые линии внешнего поля оказываются разорванными. Они оканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и начинаются на положительных.

<sup>3</sup> К такому же выводу можно прийти, полагая, что вследствие взаимного отталкивания заряды стремятся расположиться как можно дальше друг от друга.

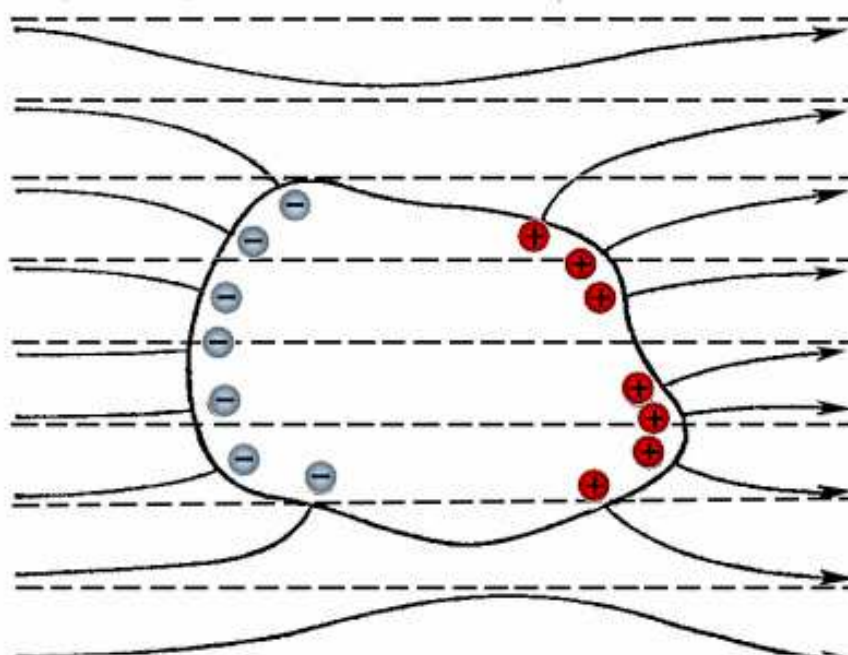


Рис. 9.3. Линии напряженности поля, в которое внесен незаряженный проводник.

Индукцированные заряды располагаются на внешней поверхности проводника. Если внутри проводника имеется полость, то при равновесном распределении индуцированных зарядов поля в ней нет. Если какой-то прибор нужно защитить от воздействия внешних электрических полей, его окружают проводящим экраном.

## 10. Диэлектрики.

В диэлектриках нет *свободных* зарядов. Все электрические заряды связаны, с нейтральными молекулами. Эти заряды называются *связанными*. Нейтральные молекулы могут быть *дипольными* или *бездипольными*.

Дипольная молекула имеет *постоянный дипольный момент*, т.е. часть молекулы заряжена положительно, а часть – отрицательно. Примеры таких молекул даны на рис. 10.1.

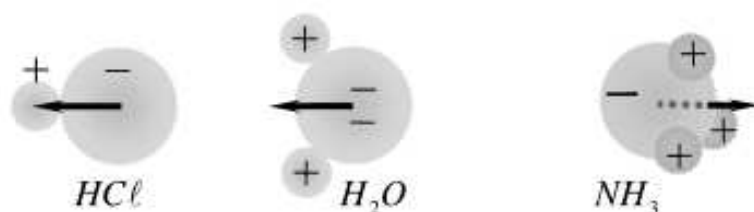


Рис. 10.1. Дипольные молекулы.

Бездипольная молекула не имеет постоянного дипольного момента, но во внешнем электрическом поле она *поляризуется*, т.е. приобретает *индуци-*

рованный (наведенный) дипольный момент. Если внешнее поле убрать, то молекула снова становится бездипольной. Бездипольными могут быть только молекулы, имеющие центр симметрии. Примеры таких молекул даны на рис. 10.2.



Рис. 10.2. Бездипольные молекулы  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $CH_4$ .

Дипольная молекула в соответствии с параграфом 6 поворачивается во внешнем электрическом поле вдоль силовых линий. Бездипольная молекула приобретает во внешнем поле дипольный момент, направленный вдоль силовых линий. Таким образом, во внешнем электрическом поле молекулы любого диэлектрика имеют дипольный момент, направленный вдоль силовых линий. Это обозначает, что диэлектрик во внешнем поле оказывается *поляризованным*.

Существуют два типа поляризации: *ориентационная* – для дипольных молекул и *наведенная (индуцированная)* – для бездипольных. В дальнейшем будем в первую очередь иметь ввиду ориентационную поляризацию.

Рассмотрим дипольную молекулу в плоском конденсаторе. Она стремится повернуться, и, в конце концов, поворачивается вдоль силовых линий (рис.10.3). То же самое происходит с остальными молекулами (рис. 10.4).

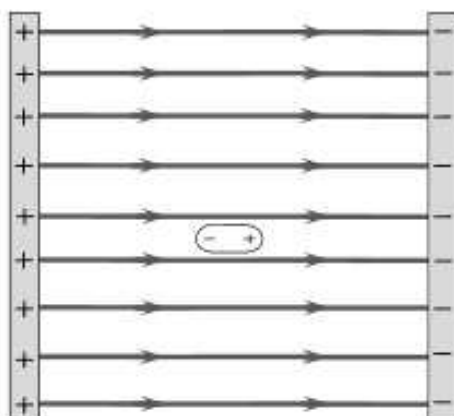
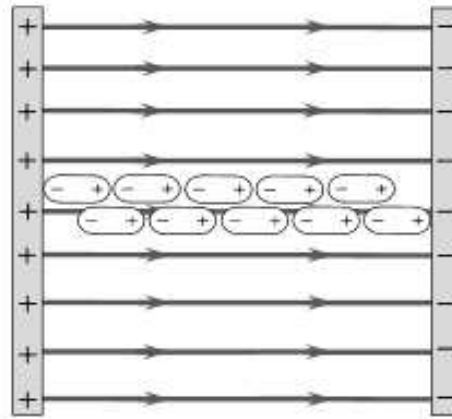


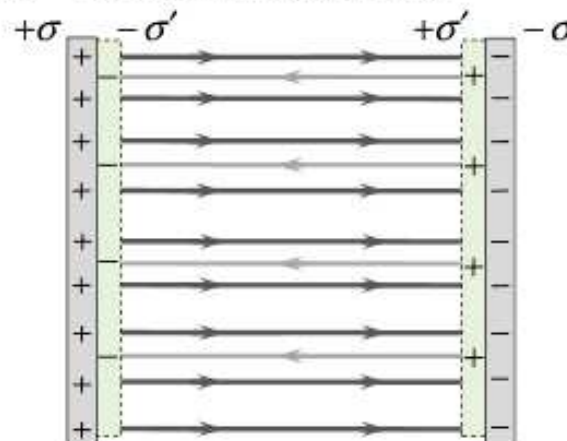
Рис. 10.3. Дипольная молекула в плоском конденсаторе.





**Рис.10.4. Молекулы диэлектрика в электрическом поле.**

Ориентированные по направлению силовых линий молекулы заполняют пространство между обкладками конденсатора таким образом, что объём диэлектрика оказывается нейтральным, а тонкий приграничный слой толщиной в "полмолекулы" – заряженным (рис.10.5).



**Рис. 10.5. Поляризационные заряды в диэлектрике.**

Между обкладками конденсатора оказывается вложенным еще один конденсатор. Заряды на обкладках этого конденсатора другой полярности и меньше по величине. Эти заряды создают силовые линии, направленные в противоположную сторону, количество этих линий меньше, поэтому электрическое поле в конденсаторе оказывается не полностью скомпенсированным, как в металлах, а лишь ослабленным.

Картина, приведенная на рис.10.4, когда все молекулы повернуты вдоль силовых линий, в действительности невозможна. Тепловое движение стремится дезориентировать молекулы. Внешнее электрическое поле – ориентировать. В результате лишь часть молекул оказываются повернутыми вдоль направления вектора  $\vec{E}$ , остальные ориентированы хаотично. С увеличением напряжённости внешнего поля доля ориентированных молекул растёт.

Электрическое поле в диэлектрике  $\vec{E}$  складывается из внешнего поля  $\vec{E}_0$  и добавки  $\vec{E}'$ , созданной диэлектриком (поляризационными зарядами).

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \quad (10.1)$$

Учитывая направления векторов  $\vec{E}_0$  и  $\vec{E}'$ , имеем в скалярном виде:

$$E = E_0 - E'. \quad (10.2)$$

Величина  $E'$  находится по формуле (8.11):

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}, \quad (10.3)$$

где  $\sigma'$  – поверхностная плотность поляризационных зарядов на внутренних сторонах обкладок.

Диэлектрик во внешнем поле оказывается поляризованным. Введем количественную характеристику этого явления – *поляризованность*, равную сумме всех дипольных моментов единицы объема вещества:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{P}_i}{\Delta V}. \quad (10.4)$$

Выберем узкий столбик диэлектрика от одной обкладки до другой вдоль силовой линии, как это показано на рис. 10.6. Длина этого столбика –  $d$ , площадь поперечного сечения –  $\Delta S$ . На его левой и правой гранях имеются поляризационные заряд  $\pm \sigma' \Delta S$ . Дипольный момент такого столбика равен:

$$\vec{P} = \sigma' \Delta S \cdot \vec{d}$$

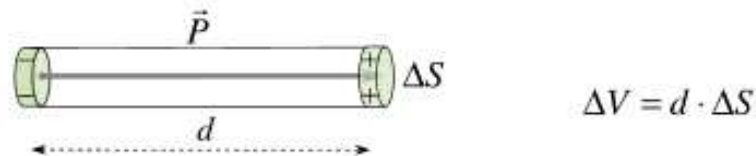


Рис. 10.6. Дипольный момент элемента объема.

Полученный дипольный момент должен быть равен сумме дипольных моментов всех молекул выбранного объема. Таким образом, для абсолютной величины вектора поляризованности получаем:

$$P = \frac{\sigma' \Delta S d}{\Delta V} = \sigma'. \quad (10.5)$$

Принимая во внимание (10.3), имеем:

$$\mathcal{P} = \varepsilon_0 E'.$$

Поставляем это выражение в (10.2):

$$\varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E_0 - \varepsilon_0 E'; \Rightarrow \varepsilon_0 E_0 = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 E'; \Rightarrow \varepsilon_0 E_0 = \varepsilon_0 E + \mathcal{P}. \quad (10.6)$$

Поляризованность вещества должна зависеть от напряженности поля, в котором оно находится

$$\mathcal{P} \sim E, \quad \text{или} \quad \mathcal{P} = \chi \varepsilon_0 E,$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость вещества.

$$\varepsilon_0 E_0 = \varepsilon_0 E + \chi \varepsilon_0 E = (1 + \chi) \varepsilon_0 E \quad (10.7)$$

Величина  $D = \varepsilon_0 E_0$  называется *электрической индукцией*. Она характеризует электрическое поле, каким оно было бы, если из пространства убрать диэлектрик. Величину в скобках называют *диэлектрической проницаемостью* среды

$$\varepsilon = 1 + \chi. \quad (10.8)$$

В рассматриваемом случае, когда силовые линии однородного электрического поля перпендикулярны поверхности диэлектрика, эта величина показывает, во сколько раз диэлектрик ослабляет электрическое поле.

Подставляя то и другое в (10.7) получаем связь электрической индукции с напряженностью электрического поля

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}. \quad (10.9)$$

Полученное соотношение справедливо для любого диэлектрика в электрическом поле любой конфигурации.

Подведем итоги:

1. В диэлектрике, помещённом в электрическое поле, возникают особые *связанные* заряды. Движения зарядов по веществу не происходит, все перемещения имеют место лишь в пределах отдельно взятой молекулы. В электрическом поле часть молекулы, заряженная положительно, немного перемещается по направлению силовой линии, а часть молекулы, заряженная отрицательно – против. При этом молекула в целом либо поворачивается, либо деформируется. Эти микроскопические перемещения создают поляризацию диэлектрика. Возникающие заряды иначе называются *поляризационными*. При этом вещество в целом остается нейтральным.



2. Поляризационные заряды возникают только на неоднородностях поля:
  - в однородном поле только на границе,
  - в неоднородном поле на границе и в объеме.
3. Поляризационные заряды создают внутри диэлектрика дополнительное поле, которое всегда направлено навстречу внешнему, или, по крайней мере, имеет такую компоненту.
4. Вводится понятие вектора электрической индукции  $\vec{D}$ , который характеризует электрическое поле, каким оно было бы, если бы из пространства получилось удалить диэлектрик и все созданные им поляризационные заряды.

### 11. Теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$ .

Выше был введен вектор электрической индукции, характеризующий электрическое поле в диэлектрике. Точечный заряд создает вокруг себя центральное поле с индукцией

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad (11.1)$$

Электрическая индукция измеряется в Кл/м<sup>2</sup>. Вид этой формулы не зависит от диэлектрической проницаемости окружающей среды. Вектор электрической индукции создается только истинными свободными зарядами, к поляризационным зарядам в диэлектрике он не чувствителен.

Запишем теорему Гаусса для вектора  $\vec{E}$ , для замкнутого контура, охватывающего диэлектрик. Внутри этой области имеются как свободные, так и поляризационные заряды. И те и другие создают электрическое поле

$$\oint_{(S)} (\vec{E} d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Напряженность электрического поля под знаком интеграла равна сумме напряженностей внешнего поля и поля, созданного диэлектриком. Сумма, стоящая справа, включает в себя все заряды: и свободные, и связанные.

$$\oint_{(S)} (\vec{E}_0 + \vec{E}') \cdot d\vec{S} = \oint_{(S)} (\vec{E}_0 d\vec{S}) + \oint_{(S)} (\vec{E}' d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i^{\text{своб}} + \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i^{\text{связ}}.$$

Электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}'$  создают только связанные заряды

$$\oint_{(S)} (\vec{E}' d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i^{\text{связ}}.$$

Значит, поле с напряженностью  $\vec{E}_0$  создается только свободными зарядами

$$\oint_{(S)} (\vec{E}_0 d\vec{S}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i^{\text{своб}}.$$

Домножаем левую и правую части на  $\varepsilon_0$  и учитывая, что  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0$ , получаем теорему Гаусса для вектора  $\vec{D}$ .

$$\oint_{(S)} (\vec{D} d\vec{S}) = \sum q_i^{\text{своб}}. \quad (11.2)$$

Поляризационные заряды связаны с отдельными молекулами. Вычислить поляризационный заряд диэлектрика в целом очень сложно. От всех этих проблем можно уйти, рассматривая вектор  $\vec{D}$ , который от поляризационных зарядов вообще не зависит. В дальнейшем при формулировке теоремы Гаусса символ  $^{\text{своб}}$  над зарядами обычно не указывают.

Для вектора  $\vec{D}$ , так же, как и для вектора  $\vec{E}$ , вводят линии поля. Их называют линиями индукции. Эти линии начинаются и заканчиваются только на свободных зарядах. Поэтому, они входят в диэлектрик, не прерываясь на границе.

Линии напряженности могут начинаться и заканчиваться на любом заряде, как на свободном, так и на связанном. Поэтому на границе вакуум – диэлектрик обязательно прерывается часть силовых линий.

В заключение отметим, что сила, действующая на электрический заряд, определяется не вектором  $\vec{D}$ , а вектором  $\vec{E}$ . Поэтому, вектор  $\vec{D}$  является, все-таки, вспомогательным, хотя и очень удобным, вектором.