

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN-ĐHKHTN

PHƯƠNG PHÁP TOÁN PHÂN TÍCH DỮ LIỆU THỊ GIÁC

Giảng viên: PGS.TS. Lý Quốc Ngọc
TPHCM, 10-2021



KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

PHƯƠNG PHÁP TOÁN PHÂN TÍCH DỮ LIỆU THỊ GIÁC

Bài giảng 3: Ứng dụng không gian metric (tt)

Giảng viên: PGS.TS. Lý Quốc Ngọc



KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Nội dung

3.2. Phương pháp nén ảnh bằng kỹ thuật Fractal

3.3. Phương pháp giải nén ảnh bằng kỹ thuật Fractal

3.2. Cơ sở lý thuyết

Ảnh gốc là O .

Ảnh nén là dãy $\{w_n\}$

Ảnh giải nén lý tưởng là A .

Ảnh giải nén thực tế là $W^{0n}(B)$

3.2. Phương pháp nén

Xây dựng dãy các ánh xạ co

Chúng ta sẽ xác lập ánh xạ affine W :

$$W(G) = \bigcup_{i=1}^N w_i \times \lambda_{G_i}(G)$$

$G_i \in \mathcal{B}_n$, \mathcal{B}_n là một phép phân hoạch G :

$$\mathcal{B}_n = \{ G_i \in G, i = 1, 2, \dots, N \}$$

$$\text{diam}(G_i) = n$$

$$\lambda_G(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } (x, y) \in G_i \\ 0 & \text{nếu } (x, y) \in G \setminus G_i \end{cases}$$

3.2. Phương pháp nén

Xây dựng dãy các ánh xạ co

Các w_i sẽ được xác lập như sau :

Ứng với mỗi G_i , sẽ tìm tập C_i và ánh xạ affine w_i sao cho :

Lượng $MSE(G', G) = (1/N^2) \sum_{x \in G_i} \sum_{y \in G_i} (g'_i(x, y) - g_i(x, y))^2$ bé nhất

với các tập C_i khác nhau thuộc G .

trong đó :

$$g_i = g \times \lambda_G$$

$$G'_i = w_i(C_i) = \{ (x, y, z') , x, y, z' \in N \}$$

$$g'_i(x, y) = z'$$

$$w_i : C_i \rightarrow G'_i$$

$$w_i \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_x \cos \theta & -S_y \sin \theta & 0 \\ S_x \sin \theta & S_y \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ l \end{pmatrix}$$

$$S_x = \pm 1 / 2^n , \quad S_y = \pm 1 / 2^n$$

$$\theta = k \pi / 2 , \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

$$|T_x| < n , \quad |T_y| < n$$

3.2. Phương pháp nén

Xây dựng dãy các ảnh xạ co

Bài toán tìm h và l sao cho lượng MSE bé nhất có thể phát biểu như sau :

Cho trước n điểm có tọa độ (a_j, b_j) , trong đó

a_j là giá trị màu của điểm j của C_i

b_j là giá trị màu của điểm j của G_i

Tìm hàm F có dạng : $F(z) = hz + 1$ sao cho :

$$\begin{aligned} f(h,l) &= \sum_{j=1}^n (F(a_j) - b_j)^2 \\ &= \sum_{j=1}^n (ha_j + 1 - b_j)^2 \end{aligned}$$

có giá trị bé nhất.

Điểm tối hạn của hàm $f(h,l)$ là nghiệm của hệ phương trình :

3.2. Phương pháp nén

Xây dựng dãy các ánh xạ co

$$f_1(h, l) = 2h \sum_{j=1}^n a_j^2 + 2l \sum_{j=1}^n a_j - 2 \sum_{j=1}^n a_j b_j = 0 \quad (1)$$

$$f_2(h, l) = 2h \sum_{j=1}^n a_j + 2nl - 2 \sum_{j=1}^n b_j = 0 \quad (2)$$

Đặt : $\bar{a} = (\sum_{j=1}^n a_j) / n$, $\bar{b} = (\sum_{j=1}^n b_j) / n$,

Phương trình (2) có thể viết :

$$h\bar{a} + l = \bar{b}$$

tức là hàm $F(z) = hz + l$ qua điểm (\bar{a}, \bar{b})

Từ (1) và (2) ta có :

$$h_o = \frac{(\sum_{j=1}^n a_j b_j) / n - \bar{a}\bar{b}}{(\sum_{j=1}^n a_j^2) / n - \bar{a}^2}$$

$$l_o = \bar{b} - h_o \bar{a}$$

3.2. Phương pháp nén

Quy trình nén

1. Giải thuật nén :

Sơ đồ giải thuật nén gồm các phần chính sau :

- Phân hoạch ảnh
- Tìm phép biến đổi affine từ ảnh vào phân hoạch ảnh.
- Mã hóa thông tin ảnh nén.

3.2. Phương pháp nén

Quy trình nén

a. Phân hoạch ảnh :

Vai trò :

Rất quan trọng trong việc tăng tỉ lệ nén và tăng chất lượng ảnh hồi phục.

Phương pháp :

Ta chọn vùng G_i là hình vuông có kích thước n . Sau đó tìm các vùng C_i nằm trong lân cận của G_i với các phép biến đổi affine đã chọn trước, nếu sai số lớn hơn giá trị cho phép thì ta giảm kích thước G_i .

Việc mở rộng vùng lân cận của G_i để tìm kiếm và việc chọn số phép biến đổi affine phụ thuộc vào yêu cầu về chất lượng ảnh hồi phục.

Việc chọn kích thước của G_i phụ thuộc yêu cầu về tỉ lệ nén.

3.2. Phương pháp nén

Quy trình nén

b. Tìm phép biến đổi affine từ ảnh vào phân hoạch ảnh :

Vai trò :

Đây là bước rất quan trọng trong việc xác định chất lượng của ảnh hồi phục. Nếu qua ánh xạ w_i mà ảnh C_i càng giống G_i thì chất lượng ảnh hồi phục càng gần với ảnh gốc.

Phương pháp:

Ta có 8 phép biến đổi affine tác động từ hình vuông vào hình vuông :
4 phép quay với góc quay : 0, 90, 180, 270.

2 phép đối xứng qua trục đứng và trục ngang.

1 phép biến đổi quay với góc 90 độ kết hợp với phép đối xứng qua trục thẳng đứng.

1 phép biến đổi quay với góc 270 độ kết hợp với phép đối xứng qua trục thẳng đứng.

3.2. Phương pháp nén

Quy trình nén

c. Mã hóa thông tin về ảnh nén :

Vai trò :

Kích thước của tập tin nén phụ thuộc vào số các vùng G_i trong phép phân hoạch và kích thước cần lưu trữ của C_i .

3.2. Phương pháp nén

Quy trình nén

Phương pháp :

Kích thước cần lưu trữ của ảnh nén gồm :

- Vị trí của các vùng C_i .
- Các hệ số của ma trận biến đổi C_i vào G_i .
 - * Nếu xét vùng lân cận của G_i càng lớn thì số bit cần lưu trữ vị trí các vùng C_i càng lớn, kích thước tối đa là 2 bytes.
 - * Các hệ số của ma trận biến đổi C_i vào G_i gồm 6 hệ số của ánh xạ affine được đề cập ở mục trên và 2 hệ số h, l liên hệ đến giá trị màu.

Ta chỉ cần 3bits để lưu chỉ số của mảng hệ số của 8 ánh xạ affine đã được khởi động trước.

* Đối với các hệ số h và l , ta chuyển sang lưu giữ h' và l' :

$$h' = \text{ROUND} (h * 10^n) , \quad l' = \text{ROUND} (l * 10^n) .$$

Như vậy thay vì phải lưu giữ 2 số thực, ta chuyển sang lưu giữ 2 số nguyên.

3.3. Phương pháp giải nén

Quy trình giải nén

2. Giải thuật hồi phục ảnh :

Sơ đồ giải thuật hồi phục ảnh gồm các phần chính sau :

- Tạo ảnh khởi động ban đầu.
- Tác động ánh xạ affine vào các vùng C_i đã được lưu trữ.
- Định lượng màu cho ảnh hồi phục.

3.3. Phương pháp giải nén

Qui trình giải nén

a. Tạo ảnh khởi động ban đầu :

Vai trò :

Như đã chứng minh trong phần lý thuyết, chất lượng ảnh tự không phụ thuộc vào ảnh ban đầu. Nhưng nó có ảnh hưởng đến tốc độ hội tụ.

b. Tác động ánh xạ affine vào các vùng C_i đã được lưu trữ :

Vai trò :

Tạo ảnh hồi phục thông qua dãy Cauchy $W^n(G_0)$, trong đó :

$$W(G) = \sum_{i=1}^N w_i \lambda_{Gi} (G)$$

3.3. Phương pháp giải nén

Qui trình giải nén

Bước này sẽ được thực hiện đến khi đạt được độ xấp xỉ mong muốn.
Tức là độ sai biệt giữa $W^n(G_0)$ và $W^{n-1}(G_0)$ nhỏ hơn độ sai biệt cho trước vì :

$$\text{MSE} (W^n (G_0), G) \leq \text{MSE} (W^n (G_0), W^{n-1} (G_0)) / (1-s)$$