

# Olympic Tin Học Sinh Viên [OLP] & ICPC

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 24 tháng 2 năm 2025

## Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Advanced STEM & Beyond*:

URL: [https://nqbh.github.io/advanced\\_STEM/](https://nqbh.github.io/advanced_STEM/).

Latest version:

- *Olympic Tin Học Sinh Viên [OLP] & ICPC*.

PDF: URL: [https://github.com/NQBH/advanced\\_STEM\\_beyond/blob/main/OLP\\_ICPC/NQBH\\_OLP\\_ICPC.pdf](https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/blob/main/OLP_ICPC/NQBH_OLP_ICPC.pdf).

TEX: URL: [https://github.com/NQBH/advanced\\_STEM\\_beyond/blob/main/OLP\\_ICPC/NQBH\\_OLP\\_ICPC.tex](https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/blob/main/OLP_ICPC/NQBH_OLP_ICPC.tex).

- Codes:

- C: [https://github.com/NQBH/advanced\\_STEM\\_beyond/tree/main/OLP\\_ICPC/C](https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/tree/main/OLP_ICPC/C).

- C++: [https://github.com/NQBH/advanced\\_STEM\\_beyond/tree/main/OLP\\_ICPC/C++](https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/tree/main/OLP_ICPC/C++).

- Python: [https://github.com/NQBH/advanced\\_STEM\\_beyond/tree/main/OLP\\_ICPC/Python](https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/tree/main/OLP_ICPC/Python).

## Mục lục

<b>1 Basic Competitive Programming – Lập Trình Thi Đấu Cơ Bản</b>	<b>1</b>
<b>2 VNOI</b>	<b>1</b>
<b>3 CSES Problem Set</b>	<b>2</b>
3.1 Introductory Problems	2
3.2 Dynamic Programming	2
3.3 Graph Algorithms	2
3.4 Range Queries	2
3.5 Mathematics	2
3.6 String Algorithms	3
3.7 Geometry	3
3.8 Advanced Techniques	3
3.9 Additional Problems	3
<b>4 OLP</b>	<b>3</b>
<b>5 ICPC</b>	<b>3</b>
<b>6 Miscellaneous</b>	<b>3</b>
6.1 Contributors	3

## 1 Basic Competitive Programming – Lập Trình Thi Đấu Cơ Bản

### 2 VNOI

1 (gcd in Pascal triangle – ƯCLN trong tam giác Pascal, <https://oj.vnoi.info/problem/gpt>). Tam giác Pascal là 1 cách sắp xếp hình học của các hệ số nhị thức vào 1 tam giác. Hàng thứ  $n \in \mathbb{N}$  của tam giác bao gồm các hệ số trong khai triển của đa thức  $f(x, y) = (x + y)^n$ . I.e., phần tử tại cột thứ  $k$ , hàng thứ  $n$  của tam giác Pascal là  $C_n^k = \binom{n}{k}$ , i.e., tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử  $0 \leq k \leq n$ . Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Tính GPT( $n$ ) là ƯCLN của các số nằm giữa 2 số 1 trên hàng thứ  $n$  của tam giác Pascal.

- Input. Dòng đầu ghi  $T$  là số lượng test.  $T$  dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi 1 số nguyên  $n$ .
- Output. Gồm  $T$  dòng, mỗi dòng ghi GPT( $n$ ) tương ứng.

---

\*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com). Bến Tre City, Việt Nam.

- Constraint.  $1 \leq T \leq 20, 2 \leq n \leq 10^9$ .

*Phân tích.* Công thức khai triển nhị thức Newton:  $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^{n-i} b^i, \forall n \in \mathbb{N}$ , see, e.g., [Wikipedia/binomial theorem](#). Cần tính  $\gcd(\{C_n^i; 1 \leq i \leq n-1\}) = \gcd(C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^{n-1})$ . Chú ý mỗi hàng của tam giác Pascal có tính chất đối xứng nên chỉ cần xét “1 nửa” là đủ. Cụ thể hơn:  $C_n^k = C_n^{n-k}, \forall k \in \mathbb{N}, k \leq n$ , nên

$$\{C_n^1, \dots, C_n^{n-1}\} = \{C_n^1, \dots, C_n^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}\} = \begin{cases} \{C_n^1, \dots, C_n^{\frac{n-1}{2}}\} & \text{if } n \not\equiv 2, \\ \{C_n^1, \dots, C_n^{\frac{n}{2}}\} & \text{if } n \equiv 2, \end{cases}$$

nên thay vì xét  $i = 1, \dots, n-1$ , chỉ cần xét  $i = 1, \dots, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  là đủ.

**Theorem 1.**

$$\gcd\{C_n^i\}_{i=1}^{n-1} = \begin{cases} p & \text{if } n = p^k \text{ for some prime } p \text{ \& some } n \in \mathbb{N}^*, \\ 1 & \text{if } n \neq p^k \text{ for all prime } p \text{ \& any } n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$$

See also, e.g.:

- [Mathematics StackExchange/GCD of binomial coefficients](#).

## 3 CSES Problem Set

Link: <https://cses.fi/problemset/>.

### 3.1 Introductory Problems

### 3.2 Dynamic Programming

### 3.3 Graph Algorithms

### 3.4 Range Queries

### 3.5 Mathematics

**Problem 1** (CSES/Josephus Queries, <https://cses.fi/problemset/task/2164>). Consider a game where there are  $n \in \mathbb{N}^*$  children, numbered  $1, 2, \dots, n$ , in a circle. During the game, every 2nd child is removed from circle, until there are no children left. Task: process  $q$  queries of the form: “when there are  $n$  children, who is the  $k$ th child that will be removed?”

- Input. The 1st input line has an integer  $q$ : the number of queries. After this, there are  $q$  lines that describe the queries. Each line has 2 integers  $n, k$ : the number of children \& the position of the child.
- Output. Print  $q$  integers: the answer for each query.

It seems to me that Jack97 (nickname: abortion\_grandmaster) proposed this problem.

Codes:

- C++: [https://github.com/NQBH/advanced\\_STEM\\_beyond/blob/main/OLP\\_ICPC/C%2B%2B/gcd\\_Pascal\\_triangle.cpp](https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/blob/main/OLP_ICPC/C%2B%2B/gcd_Pascal_triangle.cpp).

**Problem 2** (CSES/Dice Probability, <https://cses.fi/problemset/task/1725>). Throw a dice  $n \in \mathbb{N}^*$  times, \& every throw produces an outcome between 1 \& 6. What is the probability that the sum of outcomes is between  $a, b \in \mathbb{Z}$ ?

- Input. The only input line contains 3 integers  $n, a, b \in \mathbb{N}^*$ .
- Output. Print probability rounded to 6 decimal places (rounding half to even).
- Constraints.  $1 \leq n \leq 100, 1 \leq a \leq b \leq 6n$ .
- Example. Input: 2 9 10. Output: 0.194444.

*Phân tích.* Gọi  $n$  outcomes là  $a_1, \dots, a_n \in \{1, \dots, 6\}$ . Sum of outcomes:  $S := \sum_{i=1}^n a_i \in \{n, \dots, 6n\}$ .

### 3.6 String Algorithms

### 3.7 Geometry

### 3.8 Advanced Techniques

### 3.9 Additional Problems

## 4 OLP

## 5 ICPC

## 6 Miscellaneous

### 6.1 Contributors

1. VÕ NGỌC TRÂM ANH.

2. DẶNG PHÚC AN KHANG.

- *Combinatorics & Number Theory in Competitive Programming – Tổ Hợp & Lý Thuyết Số trong Lập Trình Thi Đấu.*

3. PHAN VĨNH TIẾN.