BÀI TẬP LỚN MÔN GIẢI TÍCH 1

Bộ môn Toán ứng dụng

Trường Đại học Bách Khoa TP HCM
Khoa Khoa học ứng dụng

TP. HCM — 2011.

1. Làm việc theo nhóm, mỗi nhóm 5 – 10 sinh viên. Số lượng cụ thể theo yêu cầu của giảng viên. Cử nhóm trưởng cho mỗi nhóm.
2. Chương trình chạy được theo yêu cầu đề ra.
3. Lúc báo cáo: GV gọi ngẫu nhiên 3 sinh viên lên cho chạy chương trình và hỏi thêm. Mỗi sinh viên không trả lời được nội dung trong chương trình thì sẽ bị trừ 1 điểm và gọi nhóm trưởng lên trả lời. Nếu nhóm trưởng không trả lời được thì cả nhóm bị 0 điểm. Ngược lại, nhóm trả lời tốt thì nhóm trưởng sẽ được cộng thêm 1 điểm.
4. Nộp bài báo cáo:(*Không có bài báo cáo thì sẽ bị 0 điểm. Đây là điều bắt buộc để nộp lên phòng đào tạo nên mỗi sinh viên cần làm riêng thành 1 bản báo cáo, không bắt buộc làm quá cầu kỳ*)
    - Tên đề tài.
    - GVHD và các thành viên của nhóm.
    - Yêu cầu của đề tài.
    - Cơ sở lý thuyết.
    - Các ví dụ và kết quả chạy được.
    - Kết luận: các trường hợp đã giải quyết và chưa giải quyết và hạn chế.
    - Đoạn code làm được.

Tính diện tích miền phẳng 1

Input

- Nhập 2 hàm $f_1(x), f_2(x)$.
- Nhập đoạn $[a, b]$

Output

- Tính diện tích miền phẳng.
- Vẽ đồ thị 2 hàm đã cho.

Giới hạn

- Hàm số $f_1(x), f_2(x)$ liên tục trên đoạn giữa 2 nghiệm và không xét hàm lượng giác.
- Hai hàm cắt nhau không quá 2 điểm.

Sinh viên có thể dùng hàm thư viện, toolbox của MatLab để giải bài toán sau hoặc lập trình cho trường hợp tổng quát

- Câu 1. Hàm $f_1(x)$ và $f_2(x)$ không có giao điểm trong đoạn $[a, b]$. **Hàm thử:**

$$f_1(x) = \frac{1}{1+x^2}, f_2(x), a = -2, b = 0.$$
$$f_1(x) = \log(x), f_2(x) = 2, a = 1, b = 3.$$
$$f_1(x) = x, f_2(x) = x + \sin^2 x, a = 1, b = 2$$

- Câu 2. $f_1(x)$ và $f_2(x)$ chỉ cắt nhau tại 1 điểm thuộc đoạn $[a, b]$. Tính diện tích 2 miền. **Hàm thử**

$$f_1(x) = x\log(x^2), f_2(x) = x, a = -1, b = 1.$$
$$f_1(x) = \sin x, f_2(x) = \frac{1}{2}, a = -\frac{\pi}{2}, b = \frac{\pi}{2}.$$
$$f_1(x) = 2^x, f_2(x) = 2 - x, a = -2, b = 2.$$

- Câu 3. Hàm f_1, f_2 có 1 hoặc 2 giao điểm trong đoạn $[a, b]$. Kiểm tra xem $x = a$ và $x = b$ có cắt đồ thị hay không? Tính diện tích nếu tạo ra miền phẳng.

Hàm thử:

$f_1(x) = x^2 - x + 1, f_2(x) = 2 - x^2, a = -2, b = 2.$
$f_1(x) = x\log(x), f_2(x) = x - 2, a = -1, b = 1.$
Loại trường hợp $a = -1$ và nhập lại.
$f_1(x) = \sqrt{8 - x^2}, f_2(x) = \sqrt{2x}, a = -2, b = 3.$
Loại cả a và b và yêu cầu nhập lại.

Tính diện tích miền phẳng 2

Input Nhập hai hàm $f_1(x)$ và $f_2(x)$.
Output Tính diện tích từng miền và vẽ đồ thị của 2 hàm đã cho.
Giới hạn

- Hai hàm liên tục trên đoạn giữa 2 giao điểm và không xét hàm lượng giác.
- Hai hàm cắt nhau tại ít nhất 2 điểm.

Sinh viên có thể dùng hàm thư viện, toolbox của MatLab để giải bài toán sau hoặc lập trình cho trường hợp tổng quát

- Câu 1. Hai đồ thị $f_1(x), f_2(x)$ có đúng 2 giao điểm.
- Câu 2. Hai đồ thị $f_1(x)$, $f_2(x)$ có ít hơn 2 giao điểm thì loại và tính diện tích trong trường hợp hơn 2 giao điểm. **Hàm thử:**

$$f_1(x) = x\log(x^2), f_2(x) = x.$$
$$f_1(x) = x^3 + x, f_2(x) = x^3 + 7x - 8$$

- Câu 3. Hàm $f_1(x), f_2(x)$ có chứa hàm lượng giác. Tính diện tích.

Khai triển Taylor

Câu 1. Viết khai triển taylor cho hàm f đến cấp n trong lân cận x_0.

Input Nhập hàm $f(x)$ và n, x_0.

Output Công thức khai triển Taylor $\sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$.

THUẬT TOÁN:

1. taylor$=f(x_0)$
2. $k=1$. Nếu $k \leqslant n$

a. Tính $f^{(k)}$

b. taylor=taylor$+\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$

c. $k=k+1$

YÊU CẦU: 1. Viết đoạn code có thể xử lý được tối thiểu cho các khai triển Maclaurin cơ bản.

2. Thực hiện các thao tác tìm khai triển taylor bằng cách tính đạo hàm từng cấp tại x_0 cho các hàm sau: (có thể dùng hàm thư viện của MatLab)

a. $f(x) = \ln x, n = 3, x_0 = 1$
b. $f(x) = \arctan(x - 2), n = 3, x_0 = 2$
c. $f(x) = \sin x, n = 3, x = \pi$
3. Có nhận xét gì về kết quả tìm được so với cách dùng lệnh taylor của matlab.

Câu 2 Viết một function tìm bậc VCB của $\alpha(x)$ khi $x \to x_0$. Chỉ giới hạn trong những hàm có khai triển taylor. Được dùng lệnh taylor của matlab.
Input: VCB $\alpha(x)$ và x_0.
Output: VCB tương đương của $\alpha(x)$ dạng $a(x - x_0)^p$, bậc VCB p, đồ thị của $\alpha(x)$ và của hàm tương đương trong lân cận x_0.
THUẬT TOÁN: khai triển taylor cho $\alpha(x)$ trong lân cận x_0 đến khi phần đa thức hết triệt tiêu thì dừng lại.
YÊU CẦU:
1. Viết đoạn code thể hiện thuật toán. Báo lỗi nếu $\alpha(x)$ không phải là VCB.
2. Tìm bậc VCB cho các hàm sau (có thể dùng hàm thư viện của MatLab)

a. $\alpha(x) = \sqrt{1+2x^2} - \sqrt[3]{1+3x^2}, x_0 = 0$
b. $\alpha(x) = (x+1)\ln(x+1) - \sin(x), x_0 = 0$
c. $\alpha(x) = e^{-\frac{\cos^2 x}{2}} - \sin x, x_0 = \frac{\pi}{2}$

Câu 3: Dùng function tìm bậc VCB trong câu 2, viết chương trình tính giới hạn dạng vô định 0/0, không dùng lệnh limit của matlab.
INPUT: hàm lấy giới hạn $f(x)$, điểm lấy giới hạn x_0.
OUTPUT: bậc VCB của tử số, mẫu số, giá trị giới hạn.
THUẬT TOÁN:
1. Dùng hàm numden tách tử số, mẫu số. Kiểm tra dạng vô định.
2. Dùng function của câu 2 xác định các VCB tương đương của tử số và mẫu số và suy ra giới hạn.
YÊU CẦU:
1. Viết đoạn code thể hiện thuật toán trên.
2. Có thể dùng hàm thư viện của MatLab, thao tác tính các giới hạn sau:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x},\qquad \lim_{x\to 0}\frac{x\sin x+1-\sqrt{1+2x^2}}{x^3}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x+1-\sqrt{1+2x^3}}{x^4},\qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{\arcsin(x^2)-x}$$

Tính thể tích vật thể tạo ra khi cho miền phẳng D giới hạn bởi 2 đường cong quay quanh trục Ox.

Câu 1 SV thực hiện trực tiếp trên máy tính với các hàm số được nhập từ bàn phím theo yêu cầu của GV. Cụ thể:

- Vẽ đồ thị 2 đường cong.
- Tìm tọa độ các giao điểm (nếu có) bằng cách giải phương trình hay bằng cách sử dụng đồ thị.
- Xác định miền D và tính thể tích trong trường hợp miền D nằm về 1 phía của trục Ox.

SV có thể tham khảo một số hàm như sau:

1. $f = \dfrac{1}{x}, g = -x - 5$
2. $f = |x(x-2)| + 1; g = 2x + 5$
3. $f = \sin(x); g = \dfrac{2x}{\pi}$
4. $f = (x+1)(x-2)^2, g = x$

Câu 2

SV viết một đoạn code để chạy chương trình.

1) **Input:** Nhập 2 hàm $f(x)$ và $g(x)$ từ bàn phím. Giả thiết các miền D luôn tồn tại khi f(x) và g(x) có từ 2 điểm chung trở lên.

2) **Output:**

- Tìm số giao điểm (phân biệt) của 2 đường cong.
- Nếu số giao điểm của 2 đường cong nhỏ hơn 2, chương trình báo không xác định được miền D. Vẽ 2 đồ thị trên cùng một trục tọa độ.
- Nếu số giao điểm của 2 đường cong bằng 2 và miền D không có điểm chung với trục Ox thì tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra khi cho miền phẳng D quay quanh trục Ox. Vẽ đồ thị miền D
- Các trường hợp còn lại (2 đường có từ 3 điểm chung trở lên hay miền D có ít nhất 1 điểm chung với trục Ox) thì chương trình không cần tính thể tích, chỉ vẽ hình miền D.

Tham khảo **giải thuật** khi viết chương trình:

- Khai báo biến thực x và nhập 2 hàm f(x), g(x) từ bàn phím.
- Tìm số giao điểm của 2 đường cong bằng cách giải phương trình , loại bỏ các nghiệm trùng nhau, các nghiệm phức, các nghiệm (thực) nhưng thay vào phương trình ra giá trị phức . (Không cần xử lý nếu Matlab giải nghiệm không chính xác, hay giải thiếu nghiệm khi gặp hàm lượng giác chẳng hạn).
- Trong trường hợp 2 đường cắt nhau tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_A, x_B, tìm cách nhận biết khi nào miền D không có giao điểm với trục Ox bằng cách tìm tập hợp các giao điểm của f(x), g(x) với trục Ox mà hoành độ trong đoạn $[x_A, x_B]$.
- Tùy theo số giao điểm của hai đường, thực hiện theo yêu cầu của đề.
- Đồ thị của 2 đường cong phải vẽ trên cùng 1 trục tọa độ. Nên dùng lệnh plot khi vẽ miền D xác định.

Tính thể tích vật thể tạo ra khi cho miền phẳng D giới hạn bởi 2 đường cong quay quanh trục Oy.

Câu 1 SV thực hiện trực tiếp trên máy tính với các hàm số được nhập từ bàn phím theo yêu cầu của GV:

- Vẽ đồ thị 2 đường cong.
- Tìm tọa độ các giao điểm (nếu có) bằng cách giải phương trình hay bằng cách sử dụng đồ thị.
- Xác định miền D và tính thể tích trong trường hợp miền D nằm về 1 phía của trục Oy.

SV có thể tham khảo một số hàm cho trước sau:

1. $f = 1/x; g = -x - 5$

2. $f = |(x-1)(x-3)|; g = x$

3. $f(x) = (x-4)(x-7)^2; g(x) = x - 5$

Câu 2 SV viết một đoạn code để chạy chương trình.
1) **Input:** Nhập 2 hàm f(x) và g(x) từ bàn phím. Giả thiết các miền D luôn tồn tại khi f(x) và g(x) có từ 2 điểm chung trở lên.
2) **Output:**

- Tìm số giao điểm (phân biệt) của 2 đường cong.
- Nếu số giao điểm của 2 đường cong nhỏ hơn 2, chương trình báo không xác định được miền D. Vẽ 2 đồ thị trên cùng một trục tọa độ.
- Nếu số giao điểm của 2 đường cong bằng 2 và miền D nằm về 1 phía của trục Oy thì tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra khi cho miền phẳng D quay quanh trục Oy. Vẽ đồ thị miền D .
- Các trường hợp còn lại (2 đường có từ 3 điểm chung trở lên hay miền D nằm về 2 phía của trục Oy) thì chương trình không cần tính thể tích, chỉ vẽ hình miền D.

Tham khảo giải thuật khi viết chương trình:

- Khai báo biến thực x và nhập 2 hàm f(x), g(x) từ bàn phím.
- Tìm số giao điểm của 2 đường cong bằng cách giải phương trình , loại bỏ các nghiệm trùng nhau, các nghiệm phức, các nghiệm (thực) nhưng thay vào phương trình ra giá trị phức . (Không cần xử lý nếu Matlab giải nghiệm không chính xác, hay giải thiếu nghiệm khi gặp hàm lượng giác chẳng hạn).
- Trong trường hợp 2 đường cắt nhau tại 2 điểm phân biệt, tìm cách nhận biết khi nào miền D nằm về 2 phía của trục Oy.
- Tùy theo số giao điểm của hai đường, thực hiện theo yêu cầu của đề.
- Đồ thị của 2 đường cong phải vẽ trên cùng 1 trục tọa độ.
- Nên dùng lệnh plot khi vẽ miền D xác định.

Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng.

Câu 1 SV thực hiện trực tiếp trên máy tính với hàm số f(x) và các cận tích phân được nhập từ bàn phím theo yêu cầu của GV, không xét các hàm mà biểu thức f(x) của nó chứa các hàm logarit, hàm lượng giác và lượng giác ngược, hàm mũ).

- Vẽ đồ thị đường cong.
- Xác định các điểm kỳ dị và phân loại tích phân suy rộng.
- Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng.
- Tính tích phân suy rộng (nếu được).

SV có thể tham khảo một số gợi ý cho trước như sau:

1. $f(x) = (x-1)/(x^2\sqrt{x+1}), a = 2; b = +\infty$
2. $f(x) = (x-1)/(x^2(x+1)^{1/3}), a = 0; b = +\infty$
3. $f(x) = (x-1)/(x\sqrt{x+1}), a = -2; b = 10$
4. $f(x) = (x-1)/((x^2+1)\sqrt{x+1}), a = -1; b = +\infty$
5. $f(x) = \sqrt{x}/(x+1)(x-1)^{1/3}, a = 1; b = +\infty$
6. $f(x) = (x-1)/(x\sqrt{x+1}), a = -\infty; b = 10$

Câu 2 SV viết một đoạn code để chạy chương trình.
1) **Input**: Nhập hàm f(x) và các cận từ bàn phím. f(x) chỉ là hàm hữu tỉ hoặc hàm vô tỉ với biểu thức trong căn không âm. (Biểu thức f(x) không chứa các hàm logarit, các hàm lượng giác và lượng giác ngược, hàm mũ).
2) **Output:**

- Tìm các điểm kỳ dị và phân loại tích phân suy rộng.
- Xét sự hội tụ của tích phân suy rộng.

Tham khảo giải thuật khi viết chương trình:

- Tìm nghiệm ở mẫu số của hàm f(x) (xem như tìm điểm kì dị) và xem xét 2 cận lấy tích phân để phân loại tích phân.
- Khảo sát lần lượt đối với từng cận tích phân và điểm kì dị:
  - Tại cận $\pm\infty$ (nếu có), so sánh hàm f(x) với hàm g(x)=1/x.
  - Tại các điểm x_0 trùng với cận a, b hữu hạn (nếu có) hay là các điểm kì dị, so sánh hàm f(x) với hàm $g(x) = \dfrac{1}{x - x_0}$.

- Nếu có ít nhất một trong các giới hạn (1 phía) cần khảo sát là khác 0 thì về nguyên tắc ta kết luận tích phân suy rộng phân kỳ. Trường hợp ngược lại là tích phân hội tụ.
- Tính tích phân suy rộng (không cần xử lý nếu Matlab tình không được).
- Vẽ đồ thị.

Tiệm cận hàm $y = f(x)$

Input

- Nhập hàm $y = f(x)$.

Output

- Các tiệm cận
- Vẽ đồ thị và các tiệm cận trên cùng một hệ trục tọa độ.

Giới hạn và hướng dẫn

- Hàm $f(x)$ có hữu hạn tiệm cận.
- Không xét các hàm lượng giác và hàm log.

Thuật toán:

1. Tiệm cận ngang và tiệm cận xiên:
   - Bước 1: Tính giới hạn: $a = limit(f, \pm inf)$: Nếu a là số hữu hạn thì kết luận tiệm cận ngang là $y = a$. Nếu a vô hạn thì qua bước 2.
     Chú ý: kiểm tra a hữu hạn, ta dùng : $if \quad a > a - 1 \ldots end$
   - Bước 2: Tính giới hạn: $b = limit(f - ax, \pm inf)$: Nếu b hữu hạn thì tiệm cận xiên là $y = ax + b$. Nếu không thì hàm số không có tiệm cận xiên trong trường hợp này.
2. Tiệm cận đứng:
   - Bước 1: Tách tử mẫu bằng lệnh $[tu \quad mau] = numden(f)$, giải phương trình mẫu $= 0$ để tìm các điểm ngờ bằng lệnh $diemngo = solve(mau)$.
   - Kiểm tra điều kiện tiệm cận đứng: $limit(f, diemngo(i))$ bằng $\pm inf$ thì kết luận $x = diemngo(i)$ là tiệm cận đứng.
3. Vẽ đồ thị f và các tiệm cận trên cùng một hệ trục tọa độ.

Câu 1 Sử dụng thuật toán nêu trên viết chương trình tìm tiệm cận cho các hàm sau

1. $y = \dfrac{x^3}{x^2+1}$
   Đáp án: $y = x$
2. $y = x + \frac{1}{x}$
   Đáp án: $y = x, x = 0$
3. $y = \dfrac{x^2}{x^2-1}$
   Đáp án: $x = \pm 1, y = 1$
4. $y = \dfrac{x^5}{(x^2-1)^2}$
   Đáp án: $x = \pm 1, y = x$
5. $y = \ln(x)$
   Đáp án: $x = 0$
6. $y = \dfrac{x^2 + \ln x}{x}$
   Đáp án: $x = 0$

Câu 2 Sinh viên có thể sử dụng hàm thư viện để tìm tiệm cận cho những hàm số sau

1. $y = e^{\frac{1}{x}}$
   Đáp án: $x = 0; y = 1$
2. $y = \sqrt[3]{(x-1)^2(x-4)}$
   Đáp án: $y = x - 2$
3. $y = \sqrt{\dfrac{x^3}{x-1}} + 3x$
   Đáp án: $x = 1; y = 4x - \frac{1}{2}, y = 2x - \frac{1}{2}$

Tiệm cận hàm tham số hóa

Input

- Nhập hàm $x(t)$ và $y(t)$.

Output

- Các tiệm cận.
- Vẽ đồ thị và các tiệm cận trên cùng 1 hệ trục tọa độ.

Giới hạn và hướng dẫn

- Hàm $x(t), y(t)$ là các hàm đa thức và phân thức hữu tỷ.

Thuật toán

1. Bước 1: Tìm tập các điểm ngờ dưới dạng mảng a
   - Gán $a = [-inf; inf]$
   - Giải $b = solve(1/xt)$ và $c = solve(1/yt)$.
   - Gán mảng b, c vào mảng a: $a = [a; b]; a = [a; c]$
2. Bước 2: Kiểm tra điều kiện tiệm cận (*tham khảo đề tài tiệm cận hàm* $f(x)$): Nên lập một chương trình con để kiểm tra.
3. Bước 3: Vẽ đồ thị f và các tiệm cận trên cùng hệ trục tọa độ.

Câu 1 Sử dụng thuật toán nêu trên viết chương trình tìm tiệm cận cho các hàm sau

1. $\begin{cases} x(t) = t, \\ y(t) = t - 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x(t) = \frac{t^3}{1+t^2}, \\ y(t) = \frac{t^3-2t^2}{1+t^2}. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x(t) = \frac{t^2+1}{t}, \\ y(t) = \frac{t^3+1}{t^2}. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x(t) = \frac{t^2}{t-1}, \\ y(t) = \frac{t^2-1}{t}. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{t-t^2}, \\ y(t) = \frac{1}{t-t^3}. \end{cases}$

Câu 2 Sinh viên có thể sử dụng hàm thư viện để tìm tiệm cận cho những hàm số sau

1. $\begin{cases} x(t) = t^3 + 2t^2 + t, \\ y(t) = -t^3 + 3t - 2 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x(t) = \frac{t^2}{t^2-1}, \\ y(t) = \frac{t^2+1}{t+2}. \end{cases}$
3. $\begin{cases} x(t) = e^t - t, \\ y(t) = e^{2t} - 2t. \end{cases}$

Phân tích phân thức hữu tỷ và tính nguyên hàm

Inputs

- Nhập hàm phân thức.

Outputs

- Xuất ra các phân thức đơn giản.

Thuật toán

1. Bước 1: Tách tử mẫu bằng lệnh $[tu \quad mau] = numden(f)$
2. Bước 2: Chuyển đa thức về dạng véc tơ bằng lệnh $tu = sym2poly(tu), mau = sym2poly(mau)$ (*Trong matlab, mỗi đa thức có thể biểu diễn ở dạng véc tơ, ví dụ:* $f = x^2 - 3 \rightarrow (1, 0, -3)$).
3. Bước 3: Dùng lệnh $[a \quad b \quad c] = residue(tu, mau)$ để tách thành các phân thức đơn giản ở dạng véc tơ. Trong đó c là đa thức thương, a là véc tơ chứa hệ số của tử, b là véc tơ chứa nghiệm của mẫu.

   Ví dụ: $f = \dfrac{2}{x^3 + x}$ dùng các *numden* trên ta được

   $tu = 2, mau = x^3 + x$

   Dùng lệnh *residue* ta được $a = (-1, -1, 2), b = (i, -i, 0),\ c = []$.

   Nghĩa là: $f = 0 + \dfrac{-1}{x - i} + \dfrac{-1}{x + i} + \dfrac{2}{x}$

   Chú ý: Trong khi dùng lệnh *residue*, các nghiệm phức liên hợp luôn kế nhau (*trong mảng b*) và các hệ số tương ứng luôn liên hợp nhau (*trong mảng a*). Ta cần phải gom các phân thức dạng phức về thực và dạng véc tơ về dạng đa thức bình thường.
4. Tính nguyên hàm hoặc tích phân của f.

Câu 1 Sinh viên có thể sử dụng thuật toán nêu trên lập trình cho những hàm số sau

1. $f(x) = \dfrac{2}{x^2 - 1}$
2. $f(x) = \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2 - 1}$
3. $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 + 1}$
4. $f(x) = \dfrac{1}{x^2(x - 1)}$

Câu 2 Sinh viên có thể sử dụng hàm thư viện để tìm tiệm cận cho những hàm số sau

1. $f(x) = \dfrac{1}{x(x^2+1)}$
2. $f(x) = \dfrac{x}{x^2(x^2+2x+1)}$
3. $f(x) = \dfrac{1}{x(x^2+1)^2}$
4. $f(x) = \dfrac{x+1}{x^3(x^2+1)^2}$

Tìm cực trị của hàm số trên khoảng (a,b).

Input: Nhập hàm f(x), nhập a, nhập b từ bàn phím.
Output:
Cực trị và giá trị cực trị.
Vẽ đồ thị, đánh dấu cực trị trên đồ thị.
Giới hạn và hướng dẫn:
+ Giới hạn:
- Chỉ làm những bài có hữu hạn cực trị.
- Không xét hàm ghép.
+ Hướng dẫn:
B1: Tìm điểm dừng: giải phương trình $y' = 0$
B2: Tìm các điểm đạo hàm không xác định: giải phương trình $\frac{1}{y'} = 0$
B3: Xây dựng mảng các điểm ngờ.
B4: Sắp xếp các điểm ngờ từ bé đến lớn.
B5: Loại các điểm ngoài khoảng (a,b).

B6: Xét cực trị: xét như xét dấu trên bảng BBT.
Nếu qua điểm ngờ $x(i)$ đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương và m là số thực hữu hạn thì hàm số đạt cực đại tiểu tại $x(i)$ và giá trị cực tiểu là m.
Ngược lại, nếu qua $x(i)$ đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm và m là số thực hữu hạn thì hàm số đạt cực đại tại $x(i)$ và giá trị cực đại là m.
B7: Vẽ đồ thị. - Vẽ $f(x)$ trên khoảng (a, b)
- Đánh dấu các điểm cực trị
- Mở rộng: Tìm cực trị của hàm có chứa trị tuyệt đối.
Ta cần tìm thêm các điểm mà đạo hàm không tồn tại (ví dụ như $x_0 = 1$ trong hàm $y = 2|x^2 - 1| + 1$).

Câu 1 Sinh viên có thể sử dụng hàm thư viện của MatLab tìm cực trị của những hàm sau:
1. $f(x) = x^2 - 2x + 3$
2. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10$
3. $f(x) = |x^2 - 1| + x$
4. $f(x) = x^{2/3}$

Câu 2 Dựa theo thuật toán đã nêu viết chương trình tìm cực trị của những hàm sau
1. $f(x) = x^3 - 6x$ trên khoảng (-3,3).
2. $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ trên khoảng (-4,4).
3. $f(x) = (x-1)|x+2| + 3$ trên khoảng (-3,3).