

Olympic Tin Học Sinh Viên [OLP] & ICPC

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 17 tháng 2 năm 2025

Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Advanced STEM & Beyond*:

URL: https://nqbh.github.io/advanced_STEM/.

Latest version:

- *Olympic Tin Học Sinh Viên [OLP] & ICPC*.

PDF: URL: https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/blob/main/OLP_ICPC/NQBH_OLP_ICPC.pdf.

TEX: URL: https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/blob/main/OLP_ICPC/NQBH_OLP_ICPC.tex.

- Codes:

- C:

- C++:

- Python: https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/tree/main/OLP_ICPC/Python.

Mục lục

| | |
|---|----------|
| 1 Basic Competitive Programming – Lập Trình Thi Đấu Cơ Bản | 1 |
| 2 VNOI | 1 |
| 3 CSES Problem Set | 2 |
| 3.1 Introductory Problems | 2 |
| 3.2 Dynamic Programming | 2 |
| 3.3 Graph Algorithms | 2 |
| 3.4 Range Queries | 2 |
| 3.5 Mathematics | 2 |
| 3.6 String Algorithms | 2 |
| 3.7 Geometry | 2 |
| 3.8 Advanced Techniques | 2 |
| 3.9 Additional Problems | 2 |
| 4 OLP | 2 |
| 5 ICPC | 2 |
| 6 Miscellaneous | 2 |
| 6.1 Contributors | 2 |

1 Basic Competitive Programming – Lập Trình Thi Đấu Cơ Bản

2 VNOI

1 (gcd in Pascal triangle – ƯCLN trong tam giác Pascal, <https://oj.vnoi.info/problem/gpt>). Tam giác Pascal là 1 cách sắp xếp hình học của các hệ số nhị thức vào 1 tam giác. Hàng thứ $n \in \mathbb{N}$ của tam giác bao gồm các hệ số trong khai triển của đa thức $f(x, y) = (x + y)^n$. I.e., phần tử tại cột thứ k , hàng thứ n của tam giác Pascal là $C_n^k = \binom{n}{k}$, i.e., tổ hợp chập k của n phần tử $0 \leq k \leq n$. Cho $n \in \mathbb{N}$. Tính GPT(n) là ƯCLN của các số nằm giữa 2 số 1 trên hàng thứ n của tam giác Pascal.

- Input. Dòng đầu ghi T là số lượng test. T dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi 1 số nguyên n .
- Output. Gồm T dòng, mỗi dòng ghi GPT(n) tương ứng.

*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: nguyenquanbahong@gmail.com. Bến Tre City, Việt Nam.

- Constraint. $1 \leq T \leq 20, 2 \leq n \leq 10^9$.

Phân tích. Công thức khai triển nhị thức Newton: $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^{n-i} b^i, \forall n \in \mathbb{N}$, see, e.g., [Wikipedia/binomial theorem](#). Cần tính $\gcd(\{C_n^i; 1 \leq i \leq n-1\}) = \gcd(C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^{n-1})$. Chú ý mỗi hàng của tam giác Pascal có tính chất đối xứng nên chỉ cần xét “1 nửa” là đủ. Cụ thể hơn: $C_n^k = C_n^{n-k}, \forall k \in \mathbb{N}, k \leq n$, nên

$$\{C_n^1, \dots, C_n^{n-1}\} = \{C_n^1, \dots, C_n^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}\} = \begin{cases} \{C_n^1, \dots, C_n^{\frac{n-1}{2}}\} & \text{if } n \not\equiv 2, \\ \{C_n^1, \dots, C_n^{\frac{n}{2}}\} & \text{if } n \equiv 2, \end{cases}$$

nên thay vì xét $i = 1, \dots, n-1$, chỉ cần xét $i = 1, \dots, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ là đủ.

Theorem 1.

$$\gcd\{C_n^i\}_{i=1}^{n-1} = \begin{cases} p & \text{if } n = p^k \text{ for some prime } p \text{ \& some } n \in \mathbb{N}^*, \\ 1 & \text{if } n \neq p^k \text{ for all prime } p \text{ \& any } n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$$

See also, e.g.:

- [Mathematics StackExchange/GCD of binomial coefficients](#).

3 CSES Problem Set

Link: <https://cses.fi/problemset/>.

3.1 Introductory Problems

3.2 Dynamic Programming

3.3 Graph Algorithms

3.4 Range Queries

3.5 Mathematics

Problem 1 (CSES/Josephus Queries, <https://cses.fi/problemset/task/2164>). Consider a game where there are $n \in \mathbb{N}^*$ children, numbered $1, 2, \dots, n$, in a circle. During the game, every 2nd child is removed from circle, until there are no children left. Task: process q queries of the form: “when there are n children, who is the k th child that will be removed?”

- Input. The 1st input line has an integer q : the number of queries. After this, there are q lines that describe the queries. Each line has 2 integers n, k : the number of children \& the position of the child.
- Output. Print q integers: the answer for each query.

It seems to me that Jack97 proposed this problem.

Problem 2 (CSES/Dice Probability, <https://cses.fi/problemset/task/1725>). Throw a dice $n \in \mathbb{N}^*$ times, \& every throw produces an outcome between 1 \& 6. What is the probability that the sum of outcomes is between $a, b \in \mathbb{Z}$?

- Input. The only input line contains 3 integers $n, a, b \in \mathbb{N}^*$.
- Output. Print probability rounded to 6 decimal places (rounding half to even).
- Constraints. $1 \leq n \leq 100, 1 \leq a \leq b \leq 6n$.
- Example. Input: 2 9 10. Output: 0.194444.

Phân tích. Gọi n outcomes là $a_1, \dots, a_n \in \{1, \dots, 6\}$. Sum of outcomes: $S := \sum_{i=1}^n a_i \in \{n, \dots, 6n\}$.

3.6 String Algorithms

3.7 Geometry

3.8 Advanced Techniques

3.9 Additional Problems

4 OLP

5 ICPC

6 Miscellaneous

6.1 Contributors

1. VÕ NGỌC TRÂM ANH.

2. DẶNG PHÚC AN KHANG.

- *Combinatorics & Number Theory in Competitive Programming – Tổ Hợp & Lý Thuyết Số trong Lập Trình Thi Đấu.*

3. PHAN VĨNH TIẾN.