

Lecture: Mathematics for Machine Learning

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 5 tháng 2 năm 2025

Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Advanced STEM & Beyond*:

URL: https://nqbh.github.io/advanced_STEM/.

Latest version:

- .
PDF: URL: [.pdf](#).
T_EX: URL: [.tex](#).
- .
PDF: URL: [.pdf](#).
T_EX: URL: [.tex](#).

Mục lục

1	Linear Regression – Hồi Quy Tuyến Tính	1
1.1	Introduction to linear regression	2
2	Overfitting – Quá Khớp	2
3	K Neighbors – K lân cận	2
4	Phân cụm K-Means	2
5	Artificial Neural Networks (ANNs) – Mạng Neuron Nhân Tạo	2
6	Perception Learning Algorithm – Thuật Toán Học Perceptron	2
7	Logistic Regression – Hồi Quy Logistic	2
8	Softmax Regression – Hồi Quy Softmax	2
9	Deep Neural Networks & Backpropagation – Mạng Neuron Đa Tầng & Lan Truyền Ngược	2
10	Miscellaneous	2
	Tài liệu	2

1 Linear Regression – Hồi Quy Tuyến Tính

References – Tài nguyên.

- [Bac24]. FRANCIS BACH. *Learning Theory from First Principles*. Chap. 3: Linear Least-Squares Regression.
- [DFO23]. MARC PETER DEISENROTH, A. ALDO FAISAL, CHENG SOON ONG. *Mathematics for Machine Learning*. Chap. 9: Linear Regression.
- ANDREW NG's Machine Learning Specialization slides: .
- [Tiệ25]. VŨ HỮU TIỆP. *Machine Learning Cơ Bản*. Chap. 7: Hồi Quy Tuyến Tính.
- Wikipedia: [Wikipedia/linear function](#). [Wikipedia/linear regression](#).

*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: nguyenquanbahong@gmail.com. Bến Tre City, Việt Nam.

1.1 Introduction to linear regression

1st impression. Hồi quy tuyến tính (linear regression) là:

- 1 thuật toán hồi quy mà đầu ra là 1 hàm số tuyến tính (linear function, i.e., $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) của đầu vào. A brief notation:

$$\text{output} = \text{linear_function}(\text{input}) = a\text{input} + b.$$

- Thuật toán đơn giản nhất trong nhóm các thuật toán học có giám sát (supervised learning algorithms).

Problem 1 (Housing prices – giá cả nhà đất/bất động sản). *Let $m \in \mathbb{N}^*$. Suppose we have a 2-column table whose the 1st column consists of sizes of m houses: $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ & the 2nd one consists of their corresponding housing prices $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$. Here m is the number of training examples, \mathbf{x} is the vector of input variable or features (size), & \mathbf{y} is the vector of output variables or target variables (price).*

Bài toán 1 (Ước lượng giá nhà, [Tiệ25], Sect. 7.1, p. 100). *Xét bài toán ước lượng giá của 1 căn phòng rộng x_1 m², có x_2 phòng ngủ, & cách trung tâm thành phố x_3 km. Giả sử có 1 tập dữ liệu của $N = 10000$ căn nhà trong thành phố đó. Liệu có thể dự đoán được giá y của 1 căn nhà mới (i.e., khác N căn nhà đã có dữ liệu) thông qua 3 thông số về diện tích $x_1 \in (0, \infty)$, số phòng ngủ $x_2 \in \mathbb{N}$, & khoảng cách tới trung tâm thành phố $x_3 \in [0, \infty)$?*

Mathematical notations – Ký hiệu toán học. Đặt $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3] \in (0, \infty) \times \mathbb{N} \times [0, \infty)$ là 1 vector cột chứa dữ liệu đầu vào (inputs) gồm 3 thông số diện tích x_1 , số phòng ngủ x_2 , & khoảng cách đến trung tâm thành phố x_3 ; \mathbf{x} được gọi là *vector đặc trưng*. Đặt giá nhà (đầu ra/output) $y \in (0, \infty)$.

Reasoning – Biện luận. Nếu diện tích nhà càng lớn thì giá nhà càng cao: $x_1 \uparrow \Rightarrow y \uparrow$, nếu nhà có càng nhiều phòng ngủ thì giá nhà càng cao: $x_2 \uparrow \Rightarrow y \uparrow$, & nếu nhà càng ở gần trung tâm thành phố thì giá nhà càng cao: $x_3 \downarrow 0 \Rightarrow y \uparrow$. Có thể sử dụng mô hình đầu ra là 1 hàm tuyến tính đơn giản của đầu vào:

$$y \approx \hat{y} := f(\mathbf{x}) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 = \sum_{i=1}^3 w_i x_i = \mathbf{x}^\top \mathbf{w} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{w} = \langle \mathbf{x}, \mathbf{w} \rangle, \quad (\text{lnr})$$

với $\mathbf{w} = [w_1, w_2, w_3]^\top$ là *vector trọng số* (weight vector) với $w_1, w_2 \in (0, \infty)$, $w_3 \in (-\infty, 0)$ (why?) cần tìm. Mối quan hệ cho bởi (lnr) là 1 mối quan hệ tuyến tính.

Về hàm tuyến tính, see, e.g., [Wikipedia/linear function](#).

2 Overfitting – Quá Khớp

3 K Neighbors – K Lân Cận

4 Phân Cụm K-Means

5 Artificial Neural Networks (ANNs) – Mạng Neuron Nhân Tạo

6 Perception Learning Algorithm – Thuật Toán Học Perceptron

7 Logistic Regression – Hồi Quy Logistic

8 Softmax Regression – Hồi Quy Softmax

9 Deep Neural Networks & Backpropagation – Mạng Neuron Đa Tầng & Lan Truyền Ngược

10 Miscellaneous

Tài liệu

- [Bac24] Francis Bach. “Learning Theory from First Principles”. In: Adaptive Computation and Machine Learning series (2024), p. 496.
- [DFO23] Marc Peter Deisenroth, A. Aldo Faisal, and Cheng Soon Ong. *Mathematics for Machine Learning*. 1st edition. Cambridge University Press, 2023, p. 398.
- [Tiệ25] Vũ Khắc Tiệp. *Machine Learning Cơ Bản*. 2025, p. 422.