

# Vietnamese Mathematical Olympiad for College Students [VMC] Olympic Toán Sinh Viên Toàn Quốc

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 8 tháng 1 năm 2025

## Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Advanced STEM & Beyond*:

URL: [https://nqbh.github.io/advanced\\_STEM/](https://nqbh.github.io/advanced_STEM/).

Latest version:

- *Vietnamese Mathematical for College Students [VMC] – Olympic Toán Sinh Viên Toàn Quốc*.  
PDF: URL: [https://github.com/NQBH/advanced\\_STEM\\_beyond/blob/main/VMC/NQBH\\_VMC.pdf](https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/blob/main/VMC/NQBH_VMC.pdf).  
TeX: URL: [https://github.com/NQBH/advanced\\_STEM\\_beyond/blob/main/VMC/NQBH\\_VMC.tex](https://github.com/NQBH/advanced_STEM_beyond/blob/main/VMC/NQBH_VMC.tex).

## Mục lục

<b>1 Algebra – Đại Số</b>	<b>1</b>
1.1 Matrix – Ma trận	1
<b>2 Analysis – Giải Tích</b>	<b>1</b>
2.1 Sequence – Dãy số	1
2.2 Integral – Tích phân	2
<b>3 Miscellaneous</b>	<b>2</b>
<b>Tài liệu</b>	<b>2</b>

## 1 Algebra – Đại Số

### 1.1 Matrix – Ma trận

## 2 Analysis – Giải Tích

### 2.1 Sequence – Dãy số

#### Resources – Tài nguyên.

1. [Khả09]. PHAN HUY KHẢI. *Các Chuyên Đề Số Học Bồi Dưỡng Học Sinh Giỏi Toán Trung Học. Chuyên Đề 2: Số Học & Dãy Số*. VMS – HỘI TOÁN HỌC VIỆT NAM. Kỷ Yếu Kỳ Thi Olympic Toán Học Sinh Viên–Học Sinh Lần 28.
  2. VMS – HỘI TOÁN HỌC VIỆT NAM. *Kỷ Yếu Kỳ Thi Olympic Toán Học Sinh Viên–Học Sinh Lần 29*. Huế, 2–8.4.2023.
- 1 (General recursive sequences – Dãy truy hồi tổng quát). Cho dãy số  $(u_n)_{n=1}^{\infty}$  được xác định bởi công thức truy hồi

$$u_n = f(u_{n-1}, u_{n-2}, \dots, u_{n-m}), \quad \forall m, n \in \mathbb{N}^*, \quad m < n. \quad (1)$$

Tìm các tính chất tổng quát của dãy theo 1 số dạng đặc biệt của hàm  $f$  để lập thành các mệnh đề & định lý, rồi chứng minh chúng.

Vài phương pháp phổ biến để giải bài toán dãy số.

- Tìm cách xác định công thức số hạng tổng quát của dãy số: Thử vài trường hợp đầu để dự đoán công thức chính xác rồi chứng minh bằng quy nạp toán học.
- Sử dụng phương trình đặc trưng của lý thuyết dãy số.

\*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com). Bến Tre City, Việt Nam.

**2** (VMC2023B). Cho  $(u_n)_{n=1}^{\infty}$  là dãy số được xác định bởi  $u_n = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{4^k}\right)$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ . (a) Tìm tất cả  $n \in \mathbb{N}^*$  thỏa  $u_n > \frac{5}{4}$ . (b) Chứng minh  $u_n \leq 2023$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ . (c) Chứng minh dãy số  $(u_n)_{n=1}^{\infty}$  hội tụ.

Chứng minh. (a)  $u_{n+1} = \left(1 + \frac{1}{4^{n+1}}\right) u_n > u_n$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ , suy ra  $(u_n)$  đơn điệu tăng, mà  $u_1 = \frac{5}{4}$  nên  $u_n > \frac{5}{4} \Leftrightarrow n \geq 2$ . (b)  $\square$

**Remark 1.** Gặp phải dãy số  $(u_n)_{n=1}^{\infty}$  có công thức mỗi số hạng là 1 tích thì thử tính  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  xem có đơn giản hóa được không. Gặp phải dãy số  $(u_n)_{n=1}^{\infty}$  có công thức mỗi số hạng là 1 tổng thì thử tính  $u_{n+1} - u_n$  xem có đơn giản hóa được không.

**3** (Recursive sequence vs. ANN). Tìm mối liên hệ giữa các dãy số cho bởi công thức truy hồi (recursive sequences) & mạng lưới nơ-ron nhân tạo (artificial neural networks, abbr., ANNs).

## 2.2 Integral – Tích phân

## 3 Miscellaneous

## Tài liệu

[Khả09] Phan Huy Khải. *Các Chuyên Đề Số Học Bồi Dưỡng Học Sinh Giỏi Toán Trung Học. Chuyên Đề 2: Số Học & Dãy Số*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục, 2009, p. 260.