

Some Topics in Inequality

Nguyễn Quân Bá Hồng¹

September 1, 2022

¹Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

Contents

I	Inequalities in Elementary Mathematics	3
1	Elements of Inequality	4
2	2-Variables Inequality	5
3	3-Variables Inequality	6
4	Multivariate Inequality	7
4.1	A General Framework	7
II	Inequalities in Advanced Mathematics	8
	Tài liệu tham khảo	9

Preface

Notation

Anh and Quang, 2022.

- \sum_{cyc} : cyclic sum/tổng hoán vị.
- \sum_{sym} : symmetric sum/tổng đối xứng.
- \prod_{cyc} : cyclic product/tích hoán vị.
- \prod_{sym} : symmetric product/tích đối xứng.

MATLAB, Maple, CAS

Part I

Inequalities in Elementary Mathematics

Chapter 1

Elements of Inequality

Chapter 2

2-Variables Inequality

Chapter 3

3-Variables Inequality

Chapter 4

Multivariate Inequality

4.1 A General Framework

Cho $m, n \in \mathbb{N}^*$, xét các đại lượng $f_i(a_1, \dots, a_n)$, $i = 1, \dots, m$ sao cho $f_1(a_1, \dots, a_n) \leq f_2(a_1, \dots, a_n) \leq \dots \leq f_m(a_1, \dots, a_n)$, hay có thể viết gọn hơn là $f_i(a_1, \dots, a_n) \leq f_j(a_1, \dots, a_n) \leq, \forall i, j \in \{1, \dots, m\}, i < j$, hay tương đương $f_i(a_1, \dots, a_n) \leq f_{i+1}(a_1, \dots, a_n), \forall i = 1, \dots, m-1$. Xét các đánh giá có dạng, với $i_0 \in \{1, \dots, m\}$:

$$f_{i_0}(a_1, \dots, a_n) \leq \sum_{i=1, i \neq i_0}^m \lambda_i f_i(a_1, \dots, a_n), \quad (4.1.1)$$

hoặc phân hoạch tập chỉ số $\{1, \dots, m\}$ thành các tập con I_1, I_2 & xét các đánh giá có dạng:

$$\sum_{i \in I_1} f_{i_0}(a_1, \dots, a_n) \leq \sum_{i \in I_2} \lambda_i f_i(a_1, \dots, a_n), \quad (4.1.2)$$

Với f_i là các đại lượng trung bình cộng, trung bình nhân, trung bình tổng lũy thừa, i.e., $\sum_{i=1}^n a_i, \prod_{i=1}^n a_i, \sqrt[k]{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i^k}$.

Phần II

Inequalities in Advanced Mathematics

Tài liệu tham khảo

Anh, Nguyễn Tuấn and Cao Minh Quang (2022). *Bất Đẳng Thức Dưới Góc Nhìn của Các Bổ Đề*. NXB Thông Tin & Truyền Thông, p. 345.