

# Similar Triangles – Các Tam Giác Đồng Dạng

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 26 tháng 2 năm 2023

## Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about *similar triangles*. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 8, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_8/lecture)<sup>1</sup>. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/similar triangles](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_8/similar_triangles)<sup>2</sup>.

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về *các tam giác đồng dạng*. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_8/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 8. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/similar triangles](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_8/similar_triangles).

**Nội dung.** Định lý Thales, tam giác đồng dạng.

## Mục lục

1 Định Lý Thales Trong Tam Giác . . . . .	2
2 Định Lý Đảo & Hệ Quả của Định Lý Thales . . . . .	4
3 Tính Chất Đường Phân Giác của Tam Giác . . . . .	5
4 Khái Niệm 2 Tam Giác Đồng Dạng . . . . .	7
5 Trường Hợp Đồng Dạng Thứ Nhất . . . . .	8
6 Trường Hợp Đồng Dạng Thứ 2 . . . . .	8
7 Trường Hợp Đồng Dạng Thứ 3 . . . . .	9
8 Các Trường Hợp Đồng Dạng của Tam Giác Vuông . . . . .	10
9 Ứng Dụng Thực Tế của Tam Giác Đồng Dạng . . . . .	11
10 Miscellaneous . . . . .	11
Tài liệu . . . . .	12

---

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam  
e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_mathematics/grade\\_8/NQBH\\_elementary\\_mathematics\\_grade\\_8.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/NQBH_elementary_mathematics_grade_8.pdf).

<sup>2</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_mathematics/grade\\_8/similar\\_triangle/NQBH\\_similar\\_triangle.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/similar_triangle/NQBH_similar_triangle.pdf).

# 1 Định Lý Thales Trong Tam Giác

**Định nghĩa 1** (Tỷ số của 2 đoạn thẳng). Tỷ số của 2 đoạn thẳng là tỷ số độ dài của chúng theo cùng 1 đơn vị đo.

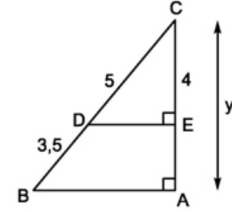
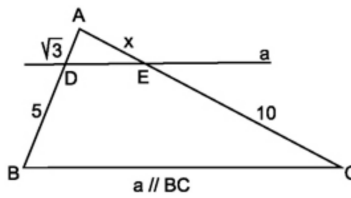
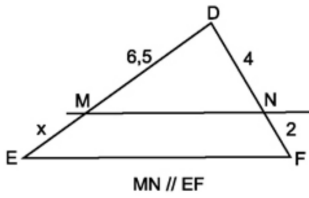
Tỷ số của 2 đoạn thẳng  $AB, CD$  được ký hiệu là  $\frac{AB}{CD}$ . Tỷ số của 2 đoạn thẳng không phụ thuộc vào cách chọn đơn vị đo, e.g.,  $\frac{2\text{km}}{3\text{km}} = \frac{2\cancel{\text{km}}}{3\cancel{\text{km}}} = \frac{2}{3}$ ,  $\frac{3\text{cm}}{4\text{cm}} = \frac{3\cancel{\text{cm}}}{4\cancel{\text{cm}}} = \frac{3}{4}$ ,  $\frac{4\text{nm}}{5\text{nm}} = \frac{4\cancel{\text{nm}}}{5\cancel{\text{nm}}} = \frac{4}{5}$  (1 cách dễ hiểu: 2 đơn vị trên tử & mẫu sẽ triệt tiêu lẫn nhau).

**Định nghĩa 2** (2 đoạn thẳng tỷ lệ). 2 đoạn thẳng  $AB, CD$  gọi là tỷ lệ với 2 đoạn thẳng  $A'B', C'D'$  nếu có tỷ lệ thức:  $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$  hay  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$ .

**Định lý 1** (Thales). Nếu 1 đường thẳng song song với 1 cạnh của tam giác cắt 2 cạnh còn lại thì nó định ra trên 2 cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỷ lệ.

GT:  $\triangle ABC$ ,  $B'C' \parallel BC$ ,  $B' \in AB$ ,  $C' \in AC$ . KL:  $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ ,  $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C} = \frac{B'C'}{BC-B'C'}$ ,  $\frac{B'B}{AB} = \frac{C'C}{AC} = \frac{BC-B'C'}{BC}$ .

**Bài toán 1** (Chính et al., 2022, ?4, p. 58). (a) Cho  $\triangle DEF$ . Đường thẳng  $MN \parallel EF$  cắt 2 cạnh  $DE, DF$  lần lượt tại  $M, N$ . Biết  $DM = 6.5$ ,  $DN = 4$ ,  $NF = 2$ . Tính  $EF$ . (b) Cho  $\triangle ABC$ . Đường thẳng  $al \parallel BC$  cắt 2 cạnh  $AB, AC$  lần lượt tại  $D, E$ . Biết  $AD = \sqrt{3}$ ,  $BD = 5$ ,  $CE = 10$ . Tính  $AE$ . (c) Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Trên  $BC, AC$  lần lượt lấy  $D, E$  sao cho  $DE \parallel AB$ . Biết  $CD = 5$ ,  $BD = 3.5$ ,  $CE = 4$ . Tính  $AC, AB$ .



**Giải.** (a) Vì  $MN \parallel EF$ , theo định lý Thales:  $\frac{DM}{ME} = \frac{DN}{NF} \Leftrightarrow \frac{6.5}{ME} = \frac{4}{2} \Rightarrow ME = \frac{2 \cdot 6.5}{4} = 3.25$ . (b) Vì  $DE \parallel BC$ , theo định lý Thales:  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{AE}{10} \Rightarrow AE = \frac{10\sqrt{3}}{5} = 2\sqrt{3}$ . (c) Vì  $DE \parallel AB$ , theo định lý Thales:  $\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{DE}{AB} \Leftrightarrow \frac{5}{5+3.5} = \frac{4}{AC} = \frac{\sqrt{5^2-4^2}}{AB}$ , suy ra  $AC = \frac{8.5 \cdot 4}{5} = 6.8$  &  $AB = \frac{8.5 \cdot 3}{5} = 5.1$ .  $\square$

**Nhận xét 1.** Ở (c), có thể tính được độ dài cạnh  $AB$  bằng cách sử dụng định lý Pythagore cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , thay vì định lý Thales, sau khi đã biết được  $AC = 6.8$  như sau:  $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{8.5^2 - 6.8^2} = 5.1$ .

**Bài toán 2** (Chính et al., 2022, 1., p. 58). Viết tỷ số của các cặp đoạn thẳng có độ dài sau: (a)  $AB = 5\text{cm}$  &  $CD = 15\text{cm}$ ; (b)  $EF = 48\text{cm}$  &  $GH = 16\text{dm}$ ; (c)  $PQ = 1.2\text{m}$  &  $MN = 24\text{cm}$ .

**Giải.** (a)  $\frac{AB}{CD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ . (b)  $\frac{EF}{GH} = \frac{48}{160} = \frac{3}{10}$ . (c)  $\frac{PQ}{MN} = \frac{120}{24} = 5$ .  $\square$

**Bài toán 3** (Chính et al., 2022, 2., p. 59). Cho biết  $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4}$ ,  $CD = 12\text{cm}$ . Tính  $AB$ .

**Giải.**  $AB = \frac{3}{4}CD = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9\text{cm}$ .  $\square$

**Bài toán 4** (Chính et al., 2022, 3., p. 59). (a) Cho biết độ dài của  $AB$  gấp 5 lần độ dài của  $CD$  & độ dài của  $A'B'$  gấp 12 lần độ dài của  $CD$ . Tính tỷ số của 2 đoạn thẳng  $AB, A'B'$ . (b) Cho biết độ dài của  $AB$  gấp  $a$  lần độ dài của  $CD$  & độ dài của  $A'B'$  gấp  $b$  lần độ dài của  $CD$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a, b > 0$ . Tính tỷ số của 2 đoạn thẳng  $AB, A'B'$ .

**Giải.** (a)  $AB = 5CD$ ,  $A'B' = 12CD \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{5CD}{12CD} = \frac{5}{12}$ . (b) Tương tự,  $AB = aCD$ ,  $A'B' = bCD \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{aCD}{bCD} = \frac{a}{b}$ .  $\square$

**Bài toán 5** (Chính et al., 2022, 4., p. 59). Cho  $\triangle ABC$ ,  $B' \in AB$ ,  $C' \in AC$ . Cho biết  $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$ . Chứng minh: (a)  $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$ . (b)  $\frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}$ .

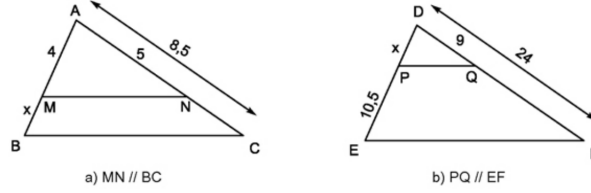
**Giải.** (a)  $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \Leftrightarrow \frac{AB'}{AB'} = \frac{AC'}{AC'} \Leftrightarrow \frac{AB'}{AB'} - 1 = \frac{AC'}{AC'} - 1 \Leftrightarrow \frac{AB-AB'}{AB'} = \frac{AC-AC'}{AC'} \Leftrightarrow \frac{BB'}{AB'} = \frac{CC'}{AC'} \Leftrightarrow \frac{AB'}{BB'} = \frac{AC'}{CC'}$ . (b)  $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \Leftrightarrow 1 - \frac{AB'}{AB} = 1 - \frac{AC'}{AC} \Leftrightarrow \frac{AB-AB'}{AB} = \frac{AC-AC'}{AC} \Leftrightarrow \frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}$ .  $\square$

**Nhận xét 2.** Ở (a), ta có thể áp dụng trực tiếp tính chất sau của tỷ lệ thức:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \neq 1 \Leftrightarrow \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$ ,  $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $bd \neq 0$ ,  $a \neq b$ ,  $c \neq d$ , cho  $a = AB'$ ,  $b = AB$ ,  $c = AC'$ ,  $d = AC$ . Tương tự, ở (b), ta có thể áp dụng tính chất sau của tỷ lệ thức:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d}$ ,  $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $bd \neq 0$  cho  $a = AB'$ ,  $b = AB$ ,  $c = AC'$ ,  $d = AC$ . Chứng minh các tính chất này hoàn toàn tương tự như trong lời giải trên:

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \neq 1 \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \neq 1 \Leftrightarrow \frac{b}{a} - 1 = \frac{d}{c} - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \frac{b-a}{a} = \frac{d-c}{c} \neq 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$ ,  $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $bd \neq 0$ ,  $a \neq b$ ,  $c \neq d$ . Chú ý ở bước biến đổi tương đương cuối cùng: vì các phân số khác 0 nên mới có thể nghịch đảo chúng trong phép biến đổi đại số tương đương này.

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow 1 - \frac{a}{b} = 1 - \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d}, \forall a, b, c, d \in \mathbb{R}, bd \neq 0$ . Chú ý đẳng thức này vẫn đúng nếu  $a = b, c = d$ , i.e.,  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 1$ , trong khi tính chất thứ nhất chỉ đúng cho  $a \neq b, c \neq d$ , i.e.,  $\frac{a}{b} \neq 1, \frac{c}{d} \neq 1$ . Điểm khác biệt này là bởi vì không có bất kỳ phép nghịch đảo phân số nào được thực hiện trong các phép biến đổi đại số tương đương cho tính chất thứ 2.

**Bài toán 6** (Chính et al., 2022, 5., p. 59). Tìm  $x$ .



**Giải.** (a) Vì  $MN \parallel BC$ , theo định lý Thales:  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Leftrightarrow \frac{4}{x} = \frac{5}{8.5-5} \Leftrightarrow x = \frac{4 \cdot 3.5}{5} = 2.8$ . (b) Vì  $PQ \parallel EF$ , theo định lý Thales:  $\frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF} \Leftrightarrow \frac{x}{10.5} = \frac{9}{24-9} \Leftrightarrow x = \frac{10.5 \cdot 9}{15} = 6.3$ .  $\square$

**Bài toán 7** (Thân et al., 2022, 1., p. 82). Viết tỷ số của các cặp đoạn thẳng sau: (a)  $AB = 125\text{cm}, CD = 625\text{cm}$ ; (b)  $EF = 45\text{cm}, E'F' = 13.5\text{dm}$ ; (c)  $MN = 555\text{cm}, M'N' = 999\text{cm}$ ; (d)  $PQ = 10101\text{cm}, P'Q' = 303.03\text{m}$ .

**Giải.** (a)  $\frac{AB}{CD} = \frac{125}{625} = \frac{1}{5}$ . (b)  $\frac{EF}{E'F'} = \frac{45}{13.5} = \frac{1}{3}$ . (c)  $\frac{MN}{M'N'} = \frac{555}{999} = \frac{5}{9}$ . (d)  $\frac{PQ}{P'Q'} = \frac{10101}{303.03} = \frac{1}{3}$ .  $\square$

**Bài toán 8** (Thân et al., 2022, 2., p. 82). Đoạn thẳng  $AB$  gấp 5 lần đoạn thẳng  $CD$ ; đoạn thẳng  $A'B'$  gấp 7 lần đoạn thẳng  $CD$ . (a) Tính tỷ số của 2 đoạn thẳng  $AB, A'B'$ . (b) Cho biết đoạn thẳng  $MN = 505\text{cm}$  & đoạn thẳng  $M'N' = 707\text{cm}$ , hỏi 2 đoạn thẳng  $AB, A'B'$  có tỷ lệ với 2 đoạn thẳng  $MN, M'N'$  không?

**Giải.**  $AB = 5CD, A'B' = 7CD$ . (a)  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{5CD}{7CD} = \frac{5}{7}$ . (b)  $\frac{MN}{M'N'} = \frac{505}{707} = \frac{5}{7}$ , nên  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{MN}{M'N'}$ , suy ra  $AB, A'B'$  tỷ lệ với  $MN, M'N'$ .  $\square$

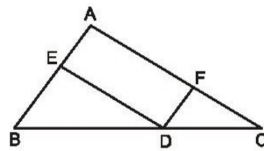
**Bài toán 9** (Thân et al., 2022, 3., p. 82). (a) Cho  $\triangle ABC$ ,  $M, N$  lần lượt nằm trên  $AB, AC$  sao cho  $MN \parallel BC$ . Biết  $AM = 17, BM = 10, CN = 9$ . Tính  $AN$ . (b) Cho  $\triangle PQR$ ,  $E, F$  lần lượt nằm trên  $PQ, PR$  sao cho  $EF \parallel QR$ . Biết  $PE = 16, PF = 20, RF = 15$ . Tính  $PQ$ .

**Giải.** (a) Áp dụng định lý Thales:  $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Leftrightarrow \frac{17}{10} = \frac{x}{9} \Leftrightarrow x = \frac{17 \cdot 9}{10} = 15.3\text{cm}$ . (b) Áp dụng định lý Thales:  $EF \parallel QR \Rightarrow \frac{EP}{PQ} = \frac{PF}{PR} \Leftrightarrow \frac{16}{x} = \frac{20}{20+15} \Leftrightarrow x = \frac{16 \cdot 35}{20} = 28\text{cm}$ .  $\square$

**Bài toán 10** (Thân et al., 2022, 4., p. 83). Cho hình thang  $ABCD$  có  $AB \parallel CD$  &  $AB < CD$ . Đường thẳng song song với đáy  $AB$  cắt các cạnh bên  $AD, BC$  theo thứ tự tại  $M, N$ . Chứng minh: (a)  $\frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC}$ ; (b)  $\frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC}$ ; (c)  $\frac{MD}{DA} = \frac{NC}{CB}$ .

**Chứng minh.** (a)  $MN \parallel AB \parallel CD$  (gt). Kéo dài  $DA$  &  $CB$  cắt nhau tại  $E$ , áp dụng định lý Thales vào  $\triangle EMN, \triangle ECD$ :  $\frac{EA}{MA} = \frac{EB}{NB} \Leftrightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{MA}{NB}$  &  $\frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Leftrightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{AD}{BC}$ . Kết hợp 2 điều này suy ra  $\frac{MA}{NB} = \frac{AD}{BC}$  hay  $\frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC}$ . (b) Áp dụng tính chất của tỷ lệ thức:  $\frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC} \Leftrightarrow \frac{MA}{AD-MA} = \frac{NB}{BC-NB} \Leftrightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC}$ . (c)  $\frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC} \Leftrightarrow \frac{MD}{MA} = \frac{NC}{NB} \Leftrightarrow \frac{MD}{MA+MD} = \frac{NC}{NB+NC} \Leftrightarrow \frac{MD}{DA} = \frac{NC}{CB}$ .  $\square$

**Bài toán 11** (Thân et al., 2022, 5., p. 83). Cho  $\triangle ABC$ . Từ điểm  $D$  trên cạnh  $BC$ , kẻ các đường thẳng song song với các cạnh  $AB, AC$ , chúng cắt các cạnh  $AB, AC$  theo thứ tự tại  $E, F$ . Chứng minh:  $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = 1$ .

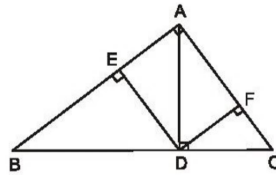


**Chứng minh.** Xét  $\triangle ABC$ , vì  $DE \parallel AC$  (gt), áp dụng định lý Thales:  $\frac{AE}{AB} = \frac{CD}{CB}$ . Mặt khác, vì  $DF \parallel AB$  (gt), áp dụng định lý Thales:  $\frac{AF}{AC} = \frac{BD}{BC}$ . Cộng 2 đẳng thức trên, vế theo vế:  $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = \frac{CD}{CB} + \frac{BD}{BC} = \frac{CD+BD}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1$ .  $\square$

**Bài toán 12** (Thân et al., 2022, 1.1., p. 83). 2 đoạn thẳng  $AB = 35\text{cm}, CD = 105\text{cm}$  tỷ lệ với 2 đoạn thẳng  $A'B' = 75\text{cm}$  &  $C'D'$ . Tính  $C'D'$ .

**Giải.**  $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Leftrightarrow \frac{35}{105} = \frac{75}{C'D'} \Leftrightarrow C'D' = \frac{105 \cdot 75}{35} = 225\text{cm}$ .  $\square$

**Bài toán 13** (Thân et al., 2022, 1.2., p. 83).  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao là  $AD, D \in BC$ . Từ  $D$ , kẻ  $DE \perp AB, E \in AB$ , &  $DF \perp AC, F \in AC$ . Hỏi khi độ dài các cạnh  $AB, AC$  thay đổi thì tổng  $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC}$  có thay đổi không? Vì sao?



*1st giải.*  $DE \perp AC$  &  $CA \perp AB \Rightarrow DE \parallel AB$ . Theo định lý Thales:  $\frac{AE}{AB} = \frac{CD}{CB}$ . Tương tự,  $DF \perp AB$  &  $AB \perp AC \Rightarrow DF \parallel AC$ . Theo định lý Thales:  $\frac{AF}{AC} = \frac{BD}{BC}$ . Cộng 2 đẳng thức trên, vế theo vế:  $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = \frac{CD}{CB} + \frac{BD}{BC} = \frac{CD+BD}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1$ . Vậy khi độ dài các cạnh  $AB, AC$  thay đổi thì tổng  $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC}$  không thay đổi vì luôn có giá trị bằng 1.  $\square$

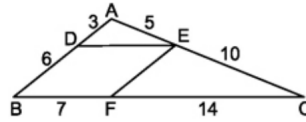
*2nd giải.* Bài toán này là 1 trường hợp đặc biệt của Bài toán 11 khi  $D$  là chân đường cao ứng với  $BC$ . Theo kết quả Bài toán 11:  $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = 1$  nên không đổi khi độ dài các cạnh  $AB, AC$  thay đổi.  $\square$

## 2 Định Lý Đảo & Hệ Quả của Định Lý Thales

**Định lý 2** (Thales đảo). Nếu 1 đường thẳng cắt 2 cạnh của 1 tam giác & định ra trên 2 cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỷ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

GT:  $\triangle ABC$ ,  $B' \in AB$ ,  $C' \in AC$ ,  $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$ . KL:  $B'C' \parallel BC$ .

**Bài toán 14** (Chính et al., 2022, ?2, p. 60). Cho  $\triangle ABC$ .  $D \in AB, E \in AC, F \in BC$ ,  $AD = 3$ ,  $BD = 6$ ,  $AE = 5$ ,  $CE = 10$ ,  $BF = 7$ ,  $CF = 14$ . (a) Có bao nhiêu cặp đường thẳng song song với nhau. (b) Tứ giác  $BDEF$  là hình gì? (c) So sánh các tỷ số  $\frac{AD}{AB}$ ,  $\frac{AE}{AC}$ ,  $\frac{DE}{BC}$  & cho nhận xét về mối liên hệ giữa các cặp cạnh tương ứng của  $\triangle ADE$  &  $\triangle ABC$ .



*Giải.* (a) Vì  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  ( $\frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ), theo định lý Thales đảo:  $DE \parallel BC$ . Vì  $\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$  ( $\frac{10}{5} = \frac{14}{7} = 2$ ), theo định lý Thales đảo:  $EF \parallel AB$ . Vậy trong hình có 2 cặp đường thẳng song song với nhau:  $DE \parallel BC$ ,  $EF \parallel AB$ . (b) Tứ giác  $BDEF$  là hình bình hành vì 2 cặp cạnh đối của nó song song với nhau:  $DE \parallel BF$ ,  $BD \parallel EF$  (đã chứng minh ở (a)). (c)  $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{AE}{AC} = \frac{5}{5+10} = \frac{1}{3}$ . Vì  $BDEF$  là hình bình hành (đã chứng minh ở (b)) nên  $DE = BF = 7$ , suy ra  $\frac{DE}{BC} = \frac{7}{7+14} = \frac{1}{3}$ . Suy ra  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$  nên các cặp cạnh tương ứng của  $\triangle ADE$  &  $\triangle ABC$  tỷ lệ với nhau (có thể viết dạng tỷ lệ thức:  $AD : DE : EA = AB : BC : CA$ ).  $\square$

**Hệ quả 1.** Nếu 1 đường thẳng cắt 2 cạnh của 1 tam giác & song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành 1 tam giác mới có 3 cạnh tương ứng tỷ lệ với 3 cạnh của tam giác đã cho.

GT:  $\triangle ABC$ ,  $B'C' \parallel BC$ ,  $B' \in AB$ ,  $C' \in AC$ . KL:  $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ . Hệ quả 1 vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng  $a$  song song với 1 cạnh của tam giác & cắt phần kéo dài của 2 cạnh còn lại.

Bài tập phụ thuộc hình vẽ: Chính et al., 2022, ?3, 6.–8., pp. 62–63.

**Bài toán 15** (Chính et al., 2022, 9., p. 63). Cho  $\triangle ABC$  &  $D \in AB$  sao cho  $AD = 13.5\text{cm}$ ,  $BD = 4.5\text{cm}$ . Tính tỷ số các khoảng cách từ các điểm  $D$  &  $B$  đến cạnh  $AC$ .

**Bài toán 16** (Chính et al., 2022, 10., p. 63).  $\triangle ABC$  có đường cao  $AH$ . Đường thẳng  $d$  song song với  $BC$ , cắt các cạnh  $AB, AC$ , & đường cao  $AH$  theo thứ tự tại các điểm  $B', C'$ , &  $H'$ . (a) Chứng minh:  $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}$ . (b) Áp dụng: Cho biết  $AH' = \frac{1}{3}AH$  & diện tích  $\triangle ABC$  là  $67.5\text{cm}^2$ . Tính diện tích  $\triangle AB'C'$ .

**Bài toán 17** (Chính et al., 2022, 11., p. 63).  $\triangle ABC$  có  $BC = 15\text{cm}$ . Trên đường cao  $AH$  lấy các điểm  $I, K$  sao cho  $AK = KI = IH$ . Qua  $I, K$  vẽ các đường  $EF \parallel BC$ ,  $MN \parallel BC$ . (a) Tính độ dài các đoạn thẳng  $MN, EF$ . (b) Tính diện tích tứ giác  $MNFE$  biết diện tích  $\triangle ABC$  là  $270\text{cm}^2$ .

Bài tập phụ thuộc hình vẽ: Chính et al., 2022, 12.–13., p. 64.

**Bài toán 18** (Chính et al., 2022, 11., p. 64). Cho 3 đoạn thẳng có độ dài là  $m, n, p$  (cùng đơn vị đo). Dựng đoạn thẳng có độ dài  $x$  sao cho: (a)  $\frac{x}{m} = 2$ ; (b)  $\frac{x}{n} = \frac{2}{3}$ ; (c)  $\frac{m}{x} = \frac{n}{p}$ .

**Bài toán 19** (Thân et al., 2022, 6., p. 84). Cho  $\triangle ABC$  có cạnh  $BC = a$ . Trên cạnh  $AB$  lấy các điểm  $D, E$  sao cho  $AD = DE = EB$ . Từ  $D, E$  kẻ các đường thẳng song song với  $BC$ , cắt cạnh  $AC$  theo thứ tự tại  $M, N$ . Tính  $DM, EN$  theo  $a$ .

**Bài toán 20** (Thân et al., 2022, 7., p. 84). Cho hình thang  $MNCB$ ,  $MN \parallel BC$ , 2 đường chéo  $MC, BN$  cắt nhau tại  $A$ . Biết  $AM = 16\text{cm}$ ,  $AN = 10\text{cm}$ ,  $AB = 25\text{cm}$ ,  $BC = 45\text{cm}$ . Tính  $MN, AC$ .

**Bài toán 21** (Thân et al., 2022, 8., p. 84). Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $M, N$  lần lượt nằm trên  $AB, AC$  sao cho  $MN \parallel BC$ . Biết  $AB = 24\text{cm}$ ,  $AM = 16\text{cm}$ ,  $AN = 12\text{cm}$ . Tính  $BC, CN$ .

**Bài toán 22** (Thân et al., 2022, 9., p. 84). Hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ , có 2 đường chéo  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$ . Chứng minh  $OA \cdot OD = OB \cdot OC$ .

**Bài toán 23** (Thân et al., 2022, 10., p. 84). Cho hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ . Đường thẳng song song với đáy  $AB$  cắt các cạnh bên & các đường chéo  $AD, BD, AC, BC$  theo thứ tự tại các điểm  $M, N, P, Q$ . Chứng minh  $MN = PQ$ .

**Bài toán 24** (Thân et al., 2022, 11., p. 85). Cho hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ . Trên cạnh bên  $AD$  lấy điểm  $E$  sao cho  $\frac{AE}{ED} = \frac{p}{q}$ . Qua  $E$  kẻ đường thẳng song song với đáy & cắt  $BC$  tại  $F$ . Chứng minh  $EF = \frac{pCD+qAB}{p+q}$ .

*Hint.* Kẻ thêm đường chéo  $AC$ , cắt  $EF$  ở  $I$ , rồi áp dụng hệ quả của định lý Thales vào  $\triangle ADC, \triangle CAB$ .

**Bài toán 25** (Thân et al., 2022, 12., p. 85). Hình thang cân  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ , có 2 đường chéo  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trung điểm của  $BD, AC$ . Biết  $MD = 3MO$ , đáy lớn  $CD = 5.6\text{cm}$ . (a) Tính  $MN, AB$ . (b) So sánh  $MN$  với nửa hiệu các độ dài của  $CD, AB$ .

**Bài toán 26** (Thân et al., 2022, 13., p. 85). Cho hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB < CD$ . Gọi trung điểm của các đường chéo  $AC, BD$  thứ tự là  $N, M$ . Chứng minh: (a)  $MN \parallel AB$ ; (b)  $MN = \frac{CD-AB}{2}$ .

**Bài toán 27** (Thân et al., 2022, 14., p. 85). Hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ , có 2 đường chéo  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$ . Đường thẳng qua  $O$  & song song với đáy  $AB$  cắt các cạnh bên  $AD, BC$  theo thứ tự tại  $M, N$ . Chứng minh  $OM = ON$ .

**Bài toán 28** (Thân et al., 2022, 15., p. 86). Cho trước 3 đoạn thẳng có độ dài tương ứng là  $m, n, p$ . Dựng đoạn thẳng thứ 4 có độ dài  $q$  sao cho  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ .

**Bài toán 29** (Thân et al., 2022, 16., p. 86). Cho 3 đoạn thẳng  $AB = 3\text{cm}$ ,  $CD = 5\text{cm}$ ,  $EF = 2\text{cm}$ . Dựng đoạn thẳng thứ 4 có độ dài  $a$  sao cho  $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{a}$  hay  $\frac{3}{5} = \frac{2}{a}$ . Tính giá trị của  $a$ .

**Bài toán 30** (Thân et al., 2022, 2.1., p. 86). Cho hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ , có 2 đường chéo  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$ . 1 đường thẳng qua  $O$  cắt 2 cạnh  $AB, CD$  lần lượt tại  $M, N$ . Biết  $BM = 1\text{cm}$ ,  $OB = 1.5\text{cm}$ ,  $OD = 4.5\text{cm}$ ,  $ON = 5\text{cm}$ . Tính  $MO, NO$ .

**Bài toán 31** (Thân et al., 2022, 2.2., p. 86).  $\triangle ABC$  có 2 đường trung tuyến  $BM, CN$  cắt nhau tại  $O$ . Chứng minh:  $OM \cdot OC = ON \cdot OB$ .

**Bài toán 32** (Thân et al., 2022, 2.3., p. 86). Hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ , có 2 đường chéo  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$ . Gọi  $M, K, N, H$  lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ  $O$  xuống các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Chứng minh: (a)  $\frac{OM}{ON} = \frac{AB}{CD}$ ; (b)  $\frac{OH}{OK} = \frac{BC}{AD}$ .

### 3 Tính Chất Đường Phân Giác của Tam Giác

**Định lý 3.** Trong tam giác, đường phân giác của 1 góc chia cạnh đối diện thành 2 đoạn thẳng tỷ lệ với 2 cạnh kề 2 đoạn ấy.

GT:  $\triangle ABC$ ,  $AD$  là tia phân giác của  $\widehat{BAC}$ ,  $D \in BC$ . KL:  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ . Định lý vẫn đúng đối với tia phân giác của góc ngoài của tam giác.

*1st chứng minh.* Qua đỉnh  $B$  vẽ đường thẳng song song với  $AC$ , cắt đường thẳng  $AD$  tại điểm  $E$ . Có:  $\widehat{BAE} = \widehat{CAE}$  (giả thiết).  $BE \parallel AC \Rightarrow \widehat{BEA} = \widehat{CAE}$  (so le trong). Suy ra  $\widehat{BAE} = \widehat{BEA}$ . Do đó  $\triangle ABE$  cân tại  $B$ , suy ra  $BE = AB$  (1). Áp dụng hệ quả 1 của định lý Thales đối với  $\triangle DAC$ :  $\frac{DB}{DC} = \frac{BE}{AC}$  (2). Từ (1) & (2) suy ra  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ .  $\square$

Cách chứng minh sau dựa vào công thức lượng giác tính diện tích tam giác.

*2nd chứng minh.* Gọi  $AH$  là đường cao của  $\triangle ABC$  ứng với cạnh  $BC$ ,  $H \in BC$ . Có  $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}BD \cdot AH}{\frac{1}{2}CD \cdot AH} = \frac{DB}{DC}$ . Cũng có:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}AD \cdot AB \sin \widehat{DAB}}{\frac{1}{2}AD \cdot AC \sin \widehat{DAC}} = \frac{\frac{1}{2}AD \cdot AB \sin \frac{\hat{A}}{2}}{\frac{1}{2}AD \cdot AC \sin \frac{\hat{A}}{2}} = \frac{AB}{AC}.$$

Kết hợp 2 đẳng thức trên suy ra  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ .  $\square$

Cách chứng minh thứ 2 cho ta 1 kết quả tổng quát hơn khi  $AD$  không phải là tia phân giác:

**Bài toán 33.** Cho  $\triangle ABC$ ,  $D \in BC$ . Chứng minh  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB \sin \widehat{DAB}}{AC \sin \widehat{DAC}}$ .



*Chứng minh.* Gọi  $AH$  là đường cao của  $\triangle ABC$  ứng với cạnh  $BC$ ,  $H \in BC$ . Có  $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}BD \cdot AH}{\frac{1}{2}CD \cdot AH} = \frac{BD}{DC}$ . Cũng có:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}AD \cdot AB \sin \widehat{DAB}}{\frac{1}{2}AD \cdot AC \sin \widehat{DAC}} = \frac{AB \sin \widehat{DAB}}{AC \sin \widehat{DAC}}.$$

Kết hợp 2 đẳng thức trên suy ra  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB \sin \widehat{DAB}}{AC \sin \widehat{DAC}}$ . □

*Bài tập phụ thuộc hình vẽ:* Chính et al., 2022, ?2-?3, 15. p. 67.

**Bài toán 34** (Chính et al., 2022, 16., p. 67).  $\triangle ABC$  có độ dài các cạnh  $AB = m$ ,  $AC = n$ ,  $\mathcal{E}$   $AD$  là đường phân giác. Chứng minh tỷ số diện tích của  $\triangle ABD$   $\mathcal{E}$  diện tích của  $\triangle ACD$  bằng  $\frac{m}{n}$ .

**Bài toán 35** (Chính et al., 2022, 17., p. 68). Cho  $\triangle ABC$  với đường trung tuyến  $AM$ . Tia phân giác của góc  $AMB$  cắt cạnh  $AB$  ở  $D$ , tia phân giác của góc  $AMC$  cắt cạnh  $AC$  ở  $E$ . Chứng minh  $DE \parallel BC$ .

**Bài toán 36** (Chính et al., 2022, 18., p. 68).  $\triangle ABC$  có  $AB = 5\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ ,  $\mathcal{E}$   $BC = 7\text{cm}$ . Tia phân giác của góc  $BAC$  cắt cạnh  $BC$  tại  $E$ . Tính các đoạn  $EB, EC$ .

**Bài toán 37** (Chính et al., 2022, 19., p. 68). Cho hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ . Đường thẳng  $a$  song song với  $DC$ , cắt các cạnh  $AD, BC$  theo thứ tự tại  $E, F$ . Chứng minh: (a)  $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ ; (b)  $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC}$ ; (c)  $\frac{DE}{DA} = \frac{CF}{CB}$ .

**Bài toán 38** (Chính et al., 2022, 20., p. 68). Cho hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ . 2 đường chéo  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$ . Đường thẳng  $a$  qua  $O$   $\mathcal{E}$  song song với đáy của hình thang cắt các cạnh bên  $AD, BC$  theo thứ tự tại  $E, F$ . Chứng minh  $OE = OF$ .

**Bài toán 39** (Chính et al., 2022, 21., p. 68). (a) Cho  $\triangle ABC$  với đường trung tuyến  $AM$   $\mathcal{E}$  đường phân giác  $AD$ . Tính diện tích  $\triangle ADM$  biết  $AB = m$ ,  $AC = n$ ,  $n > m$ ,  $\mathcal{E}$  diện tích của  $\triangle ABC$  là  $S$ . (b) Cho  $n = 7\text{cm}$ ,  $m = 3\text{cm}$ , hỏi diện tích  $\triangle ADM$  chiếm bao nhiêu % diện tích  $\triangle ABC$ ?

**Bài toán 40** (Chính et al., 2022, 22., p. 68). Cho  $A, B, C, D, E, F, G$  thẳng hàng theo thứ tự đó  $\mathcal{E}$   $O$  nằm ngoài đường thẳng chứa 7 điểm đó sao cho  $\widehat{OAB} = \widehat{OBC} = \widehat{OCD} = \widehat{ODE} = \widehat{OEF} = \widehat{OFG}$ . Đặt  $OA = a, OB = b, OC = c, OD = d, OE = e, OF = f, OG = g, AB = x, BC = y, CD = z, DE = t, EF = u, FG = v$ . Thiết lập những tỷ lệ thức từ các kích thước đã cho.

**Bài toán 41** (Thân et al., 2022, 17., p. 87).  $\triangle ABC$  có  $AB = 15\text{cm}$ ,  $AC = 20\text{cm}$ ,  $BC = 25\text{cm}$ . Đường phân giác góc  $BAC$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ . (a) Tính  $DB, DC$ . (b) Tính tỷ số diện tích của  $\triangle ABD, \triangle ACD$ .

**Bài toán 42** (Thân et al., 2022, 18., p. 87).  $\triangle ABC$  có các đường phân giác  $AD, BE, CF$ . Chứng minh:  $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1$ .

**Bài toán 43** (Thân et al., 2022, 19., p. 87).  $\triangle ABC$  cân tại  $B$  có  $BA = BC = a$ ,  $AC = b$ . Đường phân giác góc  $A$  cắt  $BC$  tại  $M$ , đường phân giác góc  $C$  cắt  $BA$  tại  $N$ . (a) Chứng minh  $MN \parallel AC$ . (b) Tính  $MN$  theo  $a, b$ .

**Bài toán 44** (Thân et al., 2022, 20., p. 87).  $\triangle ABC$  có  $AB = 12\text{cm}$ ,  $AC = 20\text{cm}$ ,  $BC = 28\text{cm}$ . Đường phân giác góc  $A$  cắt  $BC$  tại  $D$ . Qua  $D$  kẻ  $DE \parallel AB$ ,  $E \in AC$ . (a) Tính  $BD, CD, DE$ . (b) Cho biết diện tích  $\triangle ABC$  là  $S$ , tính diện tích  $\triangle ABD, \triangle ADE, \triangle DCE$ .

**Bài toán 45** (Thân et al., 2022, 21., p. 88). Cho tam giác vuông  $ABC$ ,  $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 21\text{cm}$ ,  $AC = 28\text{cm}$ ; đường phân giác góc  $A$  cắt  $BC$  tại  $D$ , đường thẳng qua  $D$   $\mathcal{E}$  song song với  $AB$ , cắt  $AC$  tại  $E$ . (a) Tính  $BD, CD, DE$ . (b) Tính diện tích  $\triangle ABD$   $\mathcal{E}$   $\triangle ACD$ .

**Bài toán 46** (Thân et al., 2022, 22., p. 88). Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ ,  $AB = AC$ , đường phân giác góc  $B$  cắt  $AC$  tại  $D$   $\mathcal{E}$  biết  $AB = 15\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$ . (a) Tính  $AD, CD$ . (b) Đường vuông góc với  $BD$  tại  $B$  cắt đường thẳng  $AC$  kéo dài tại  $E$ . Tính  $EC$ .

**Bài toán 47** (Thân et al., 2022, 23., p. 88).  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 12\text{cm}$ ,  $AC = 16\text{cm}$ ; đường phân giác góc  $A$  cắt  $BC$  tại  $D$ . (a) Tính  $BC, BD, CD$ . (b) Vẽ đường cao  $AH$ , tính  $AH, DH, AD$ .

**Bài toán 48** (Thân et al., 2022, 24., p. 88).  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a\text{cm}$ ,  $AC = b\text{cm}$ ,  $a < b$ , trung tuyến  $AM$ , đường phân giác  $AD$ ,  $M, D \in BC$ . (a) Tính  $BC, BD, CD, AM, DM$  theo  $a, b$ . (b) Tính  $BC, BD, CD, AM, DM$  khi  $a = 4.15\text{cm}$ ,  $b = 7.25\text{cm}$ .

**Bài toán 49** (Thân et al., 2022, 3.1., p. 89).  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có đường phân giác  $AD$ . Biết độ dài của các cạnh góc vuông  $AB = 3.75\text{cm}$ ,  $AC = 4.5\text{cm}$ . Tính  $BD, CD$ .

**Bài toán 50** (Thân et al., 2022, 3.2., p. 89). Hình bình hành  $ABCD$  có độ dài cạnh  $AB = a = 12.5\text{cm}$ ,  $BC = b = 7.25\text{cm}$ . Đường phân giác của góc  $B$  cắt đường chéo  $AC$  tại  $E$ , đường phân giác của góc  $D$  cắt đường chéo  $AC$  tại  $F$ . Tính  $AC$  biết  $EF = m = 3.45\text{cm}$ .

## 4 Khái Niệm 2 Tam Giác Đồng Dạng

**Định nghĩa 3** (2 tam giác đồng dạng).  $\Delta A'B'C'$  gọi là đồng dạng với  $\Delta ABC$  nếu:  $\widehat{A'} = \widehat{A}$ ,  $\widehat{B'} = \widehat{B}$ ,  $\widehat{C'} = \widehat{C}$ ,  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$ .

$\Delta A'B'C'$  đồng dạng với  $\Delta ABC$  được ký hiệu là  $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$  (viết theo thứ tự cặp đỉnh tương ứng). Tỷ số các cạnh tương ứng  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k$  gọi là *tỷ số đồng dạng*.

**Bài toán 51** (Chính et al., 2022, ?2., p. 70). (a) Nếu  $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$  thì  $\Delta A'B'C'$  có đồng dạng với  $\Delta ABC$  không? Tỷ số đồng dạng là bao nhiêu? (b) Nếu  $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$  theo tỷ số  $k$  thì  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$  theo tỷ số nào?

**Định lý 4** (Tính chất 2 tam giác đồng dạng). (a) Mỗi tam giác đồng dạng với chính nó với tỷ số đồng dạng  $k = 1$ . (b) Nếu  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$  với tỷ số đồng dạng  $k$  thì  $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$  với tỷ số đồng dạng  $\frac{1}{k}$ . (c) Nếu  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$  với tỷ số đồng dạng  $k'$  &  $\Delta A'B'C' \sim \Delta A''B''C''$  với tỷ số đồng dạng  $k''$  thì  $\Delta ABC \sim \Delta A''B''C''$  với tỷ số đồng dạng  $k = k'k''$ .

Do tính chất (b) ta nói  $\Delta ABC$  &  $\Delta A'B'C'$  đồng dạng (với nhau).

**Bài toán 52** (Chính et al., 2022, ?3., p. 70). Cho  $\Delta ABC$ . Kẻ đường thẳng  $a$  song song với cạnh  $BC$  & cắt 2 cạnh  $AB, AC$  theo thứ tự tại  $M, N$ .  $\Delta AMN$  &  $\Delta ABC$  có các góc & các cạnh tương ứng như thế nào?

**Định lý 5.** Nếu 1 đường thẳng cắt 2 cạnh của tam giác & song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành 1 tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

GT:  $\Delta ABC$ ,  $MN \parallel BC$ ,  $M \in AB$ ,  $N \in AC$ . KL:  $\Delta AMN \sim \Delta ABC$ . Định lý cũng đúng cho trường hợp đường thẳng  $a$  cắt phần kéo dài 2 cạnh của tam giác & song song với cạnh còn lại.

*Chứng minh.* Xét  $\Delta ABC$  &  $MN \parallel BC$ .  $\Delta AMN$  &  $\Delta ABC$  cos:  $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ ,  $\widehat{ANM} = \widehat{ACB}$  (các cặp góc đồng vị);  $\widehat{BAC}$  là góc chung. Mặt khác, theo hệ quả 1 của định lý Thales,  $\Delta AMN$  &  $\Delta ABC$  có 3 cặp cạnh tương ứng tỷ lệ:  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ . Vậy  $\Delta AMN \sim \Delta ABC$ .  $\square$

**Bài toán 53** (Chính et al., 2022, 23., p. 71). Đ/S? (a) 2 tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau. (b) 2 tam giác đồng dạng với nhau thì bằng nhau.

**Bài toán 54** (Chính et al., 2022, 24., p. 72).  $\Delta A'B'C' \sim \Delta A''B''C''$  theo tỷ số đồng dạng  $k_1$ ,  $\Delta A''B''C'' \sim \Delta ABC$  theo tỷ số đồng dạng  $k_2$ . Hỏi  $\Delta A'B'C'$  đồng dạng với  $\Delta ABC$  theo tỷ số nào?

**Bài toán 55** (Chính et al., 2022, 25., p. 72). Cho  $\Delta ABC$ . Vẽ 1 tam giác đồng dạng với  $\Delta ABC$  theo tỷ số  $\frac{1}{2}$ .

**Bài toán 56** (Chính et al., 2022, 26., p. 72). Cho  $\Delta ABC$ , vẽ  $\Delta A'B'C'$  đồng dạng với  $\Delta ABC$  theo tỷ số đồng dạng  $k = \frac{2}{3}$ .

**Bài toán 57** (Chính et al., 2022, 27., p. 72). Từ điểm  $M$  thuộc cạnh  $AB$  của  $\Delta ABC$  với  $AM = \frac{1}{2}MB$ , kẻ các tia song song với  $AC, BC$ , chúng cắt  $BC, AC$  lần lượt tại  $L, N$ . (a) Nếu tất cả các cặp tam giác đồng dạng. (b) Đối với mỗi cặp tam giác đồng dạng, viết các cặp góc bằng nhau & tỷ số đồng dạng tương ứng.

**Bài toán 58** (Chính et al., 2022, 28., p. 72).  $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$  theo tỷ số đồng dạng  $k = \frac{3}{5}$ . (a) Tính tỷ số chu vi của 2 tam giác đã cho. (b) Tính tỷ số diện tích của 2 tam giác đã cho. (c) Cho biết hiệu chu vi của 2 tam giác trên là 40dm, tính chu vi của mỗi tam giác.

**Bài toán 59** (Thân et al., 2022, 25., p. 89). Cho  $\Delta A'B'C', \Delta ABC$  đồng dạng với nhau theo tỷ số  $k$ . Chứng minh tỷ số chu vi của 2 tam giác cũng bằng  $k$ .

**Bài toán 60** (Thân et al., 2022, 26., p. 89).  $\Delta ABC$  có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ ,  $CA = 7\text{cm}$ .  $\Delta A'B'C'$  đồng dạng với  $\Delta ABC$  có cạnh nhỏ nhất là 4.5cm. Tính các cạnh còn lại của  $\Delta A'B'C'$ .

**Bài toán 61** (Thân et al., 2022, 27., p. 90). Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = 16.2\text{cm}$ ,  $BC = 24.3\text{cm}$ ,  $AC = 32.7\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh của  $\Delta A'B'C'$  biết  $\Delta A'B'C'$  đồng dạng với  $\Delta ABC$  &: (a)  $A'B'$  lớn hơn  $AB$  10.8cm; (b)  $A'B'$  bé hơn  $AB$  5.4cm.

**Bài toán 62** (Thân et al., 2022, 28., p. 90). Hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ , có  $CD = 2AB$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $CD$ . Chứng minh  $\Delta ADE, \Delta ABE, \Delta BEC$  đồng dạng với nhau từng đôi một.

**Bài toán 63** (Thân et al., 2022, 4.1., p. 90).  $\Delta ABC$  có tổng độ dài 2 cạnh  $AB + AC = 10.75\text{cm}$  & đồng dạng với  $\Delta A'B'C'$  có độ dài các cạnh  $A'B' = 8.5\text{cm}$ ,  $A'C' = 7.35\text{cm}$ ,  $B'C' = 6.25\text{cm}$ . Tính chu vi  $\Delta ABC$ .

## 5 Trường Hợp Đồng Dạng Thứ Nhất

**Định lý 6.** Nếu 3 cạnh của tam giác này tỷ lệ với 3 cạnh của tam giác kia thì 2 tam giác đó đồng dạng.

$$\text{GT: } \triangle ABC, \triangle A'B'C', \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \quad (1). \text{ KL: } \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC.$$

*Chứng minh.* Đặt trên tia  $AB$  đoạn thẳng  $AM = A'B'$ . Vẽ đường thẳng  $MN \parallel BC$ ,  $N \in AC$ . Xét  $\triangle AMN, \triangle ABC, \triangle A'B'C'$ .  $MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$  (2). Từ (1) & (2), với chú ý  $AM = A'B'$ , ta có  $\frac{A'C'}{AC} = \frac{AN}{AC}$  &  $\frac{B'C'}{BC} = \frac{MN}{BC}$ , suy ra  $AN = A'C'$  &  $MN = B'C'$ .  $\triangle AMN$  &  $\triangle A'B'C'$  có 3 cạnh bằng nhau từng đôi một:  $AM = A'B'$  (cách dựng),  $AN = A'C'$ , &  $MN = B'C'$  (theo chứng minh trên). Do đó  $\triangle AMN = \triangle A'B'C'$  (c.c.c).  $\triangle AMN = \triangle ABC \Rightarrow \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ .  $\square$

**Bài toán 64** (Chính et al., 2022, 29., pp. 74–75). Cho  $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$  có  $AB = 6, BC = 12, CA = 9, A'B' = 4, B'C' = 8, C'A' = 6$ . (a)  $\triangle ABC$  &  $\triangle A'B'C'$  có đồng dạng với nhau không? Vì sao? (b) Tính tỷ số chu vi của 2 tam giác đó. (c) Tính tỷ số diện tích của 2 tam giác đó.

**Bài toán 65** (Chính et al., 2022, 30., p. 75).  $\triangle ABC$  có độ dài các cạnh là  $AB = 3\text{cm}, AC = 5\text{cm}, BC = 7\text{cm}$ .  $\triangle A'B'C'$  đồng dạng với  $\triangle ABC$  & có chu vi bằng 55cm. Tính độ dài các cạnh của  $\triangle A'B'C'$ .

**Bài toán 66** (Chính et al., 2022, 31., p. 75). Cho 2 tam giác đồng dạng có tỷ số chu vi là  $\frac{15}{17}$  & hiệu độ dài 2 cạnh tương ứng của chúng là 12.5cm. Tính 2 cạnh đó.

**Bài toán 67** (Thân et al., 2022, 29., p. 90). 2 tam giác mà các cạnh có độ dài như sau có đồng dạng không? (a) 4cm, 5cm, 6cm, & 8mm, 10mm, 12mm; (b) 3cm, 4cm, 6cm, & 9cm, 15cm, 18cm; (c) 1dm, 2dm, 2dm, & 1dm, 1dm, 0.5dm.

**Bài toán 68** (Thân et al., 2022, 30., p. 90).  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}$ , &  $\triangle A'B'C'$  vuông tại  $A'$  có  $A'B' = 9\text{cm}, B'C' = 15\text{cm}$ .  $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$  có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

**Bài toán 69** (Thân et al., 2022, 31., p. 90).  $\triangle ABC$  có 3 đường trung tuyến cắt nhau tại  $O$ . Gọi  $P, Q, R$  thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng  $OA, OB, OC$ . Chứng minh  $\triangle PQR$  đồng dạng với  $\triangle ABC$ .

**Bài toán 70** (Thân et al., 2022, 32., p. 91).  $\triangle ABC$  có 3 góc nhọn & có trục tâm là điểm  $H$ . Gọi  $K, M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AH, BH, CH$ . Chứng minh  $\triangle KMN$  đồng dạng với  $\triangle ABC$  với tỷ số đồng dạng  $k = \frac{1}{2}$ .

**Bài toán 71** (Thân et al., 2022, 33., p. 91). Cho  $\triangle ABC$  & 1 điểm  $O$  nằm trong tam giác đó. Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của  $OA, OB, OC$ . (a) Chứng minh  $\triangle PQR$  đồng dạng với  $\triangle ABC$ . (b) Tính chu vi  $\triangle PQR$  biết  $\triangle ABC$  có chu vi  $p$  bằng 543cm.

**Bài toán 72** (Thân et al., 2022, 34., p. 91). Cho trước  $\triangle ABC$ . Dựng 1 tam giác đồng dạng với  $\triangle ABC$  theo tỷ số  $k = \frac{2}{3}$ .

**Bài toán 73** (Thân et al., 2022, 5.1., p. 91). 2 tam giác nào có độ dài 3 cạnh sau đây đồng dạng với nhau? (a) 1.5cm, 2cm, 3cm, & 4.5cm, 6cm, 9cm. (b) 2.5cm, 4cm, 5cm, & 5cm, 12cm, 8cm. (c) 3.5cm, 6cm, 7cm, & 15cm, 12cm, 7cm. (d) 2cm, 5cm, 6.5cm, & 13cm, 10cm, 4cm.

**Bài toán 74** (Thân et al., 2022, 5.2., p. 91). Cho  $\triangle ABC$  nhọn & 1 điểm  $O$  bất kỳ trong tam giác đó. 3 điểm  $D, E, F$  theo thứ tự là trung điểm của  $AB, BC, CA$ . 3 điểm  $M, P, Q$  theo thứ tự là trung điểm của  $OA, OB, OC$ . (a)  $\triangle DEF, \triangle MPQ$  có đồng dạng với nhau không? Vì sao? Tỷ số đồng dạng? (b) Khi nào lục giác  $DPEQFM$  có tất cả các cạnh bằng nhau? Vẽ hình trong trường hợp đó.

## 6 Trường Hợp Đồng Dạng Thứ 2

**Định lý 7.** Nếu 2 cạnh của tam giác này tỷ lệ với 2 cạnh của tam giác kia & 2 góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau, thì 2 tam giác đồng dạng.

$$\text{GT: } \triangle ABC, \triangle A'B'C', \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \quad (1), \widehat{A'} = \widehat{A}. \text{ KL: } \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC.$$

*Chứng minh.* Trên tia  $AB$ , đặt đoạn thẳng  $AM = A'B'$ . Qua  $M$  kẻ đường thẳng  $MN \parallel BC$ ,  $N \in AC$ . Ta có  $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ , do đó  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ . Vì  $AM = A'B'$ , nên suy ra  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{AN}{AC}$ . Từ (1) & (2), suy ra  $AN = A'C'$ .  $\triangle AMN$  &  $\triangle A'B'C'$  có  $AM = A'B'$  (cách dựng),  $\widehat{A} = \widehat{A'}$  (giả thiết), &  $AN = A'C'$  (chứng minh ở trên), nên chúng bằng nhau (c.g.c). Từ  $\triangle AMN = \triangle A'B'C'$  suy ra  $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ .  $\square$

**Bài toán 75** (Chính et al., 2022, ?3, p. 77). (a) Vẽ  $\triangle ABC$  có  $\widehat{BAC} = 50^\circ$ ,  $AB = 5\text{cm}, AC = 7.5\text{cm}$ . (b) Lấy trên các cạnh  $AB, AC$  lần lượt 2 điểm  $D, E$  sao cho  $AD = 3\text{cm}, AE = 2\text{cm}$ .  $\triangle AED, \triangle ABC$  có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

**Bài toán 76** (Chính et al., 2022, 32., p. 77). Trên 1 cạnh của góc  $xOy$ ,  $\widehat{xOy} \neq 180^\circ$ , đặt các đoạn thẳng  $OA = 5\text{cm}, OB = 16\text{cm}$ . Trên cạnh thứ 2 của góc đó, đặt các đoạn thẳng  $OC = 8\text{cm}, OD = 10\text{cm}$ . (a) Chứng minh  $\triangle OCB, \triangle OAD$  đồng dạng. (b) Gọi giao điểm của các cạnh  $AD, BC$  là  $I$ , chứng minh  $\triangle IAB, \triangle ICD$  có các góc bằng nhau từng đôi một.

**Bài toán 77** (Chính et al., 2022, 33., p. 77). Chứng minh nếu  $\triangle A'B'C'$  đồng dạng với  $\triangle ABC$  theo tỷ số  $k$ , thì tỷ số của 2 đường trung tuyến tương ứng của 2 tam giác đó cũng bằng  $k$ .



**Bài toán 78** (Chính et al., 2022, 34., p. 77). *Dựng  $\triangle ABC$  biết  $\widehat{A} = 60^\circ$ , tỷ số  $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$ , & đường cao  $AH = 6\text{cm}$ .*

**Bài toán 79** (Thân et al., 2022, 35., p. 92). *Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 12\text{cm}$ ,  $AC = 15\text{cm}$ ,  $BC = 18\text{cm}$ . Trên cạnh  $AB$ , đặt đoạn thẳng  $AM = 10\text{cm}$ , trên cạnh  $AC$  đặt đoạn thẳng  $AN = 8\text{cm}$ . Tính  $MN$ .*

**Bài toán 80** (Thân et al., 2022, 36., p. 92). *Hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 4\text{cm}$ ,  $CD = 16\text{cm}$ ,  $BD = 8\text{cm}$ . Chứng minh  $\widehat{BAD} = \widehat{DBC}$  &  $BC = 2AD$ .*

**Bài toán 81** (Thân et al., 2022, 37., p. 92). *Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 60^\circ$ ,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 9\text{cm}$ . (a) Dựng tam giác đồng dạng với  $\triangle ABC$  theo tỷ số đồng dạng  $k = \frac{1}{3}$ . (b) Nêu 1 vài cách dựng khác & vẽ hình trong từng trường hợp cụ thể.*

**Bài toán 82** (Thân et al., 2022, 38., p. 92). *Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 10\text{cm}$ ,  $AC = 20\text{cm}$ . Trên cạnh  $AC$ , đặt đoạn thẳng  $AD = 5\text{cm}$ . Chứng minh  $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$ .*

*Bài tập phụ thuộc vào hình vẽ:* Thân et al., 2022, 6.1., pp. 92–93.

**Bài toán 83** (Thân et al., 2022, 6.2., p. 93). *Hình bình hành  $ABCD$  có 2 đường chéo  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$  &  $AC = 2AB$ . (a) Vẽ trung tuyến  $BE$  của  $\triangle ABO$ . Chứng minh  $\widehat{ABE} = \widehat{ACB}$ . (b) Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ , chứng minh  $EM$  vuông góc với đường chéo  $BD$ .*

## 7 Trường Hợp Đồng Dạng Thứ 3

**Định lý 8.** *Nếu 2 góc của tam giác này lần lượt bằng 2 góc của tam giác kia thì 2 tam giác đó đồng dạng với nhau.*

GT:  $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$ ,  $\widehat{A} = \widehat{A'}$ ,  $\widehat{B} = \widehat{B'}$ . KL:  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ .

*Chứng minh.* Đặt trên tia  $AB$  đoạn thẳng  $AM = A'B'$ . Qua  $M$  kẻ đường thẳng  $MN \parallel BC$ ,  $N \in AC$ .  $MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$ . Xét  $\triangle AMN$  &  $\triangle A'B'C'$ :  $\widehat{A} = \widehat{A'}$  (giả thiết),  $AM = A'B'$  (theo cách dựng),  $\widehat{AMN} = \widehat{B}$  (2 góc đồng vị). Nhưng  $\widehat{B} = \widehat{B'}$  (giả thiết), do đó  $\widehat{AMN} = \widehat{B'}$ . Vậy  $\triangle AMN = \triangle A'B'C'$  (g.c.g), suy ra  $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ .  $\square$

**Bài toán 84** (Chính et al., 2022, ?2, p. 79). *Cho  $\triangle ABC$ ,  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 4.5\text{cm}$ , &  $\widehat{ABD} = \widehat{BCA}$ . (a) Có bao nhiêu tam giác? Có cặp tam giác nào đồng dạng với nhau không? (b) Tính  $AD, CD$ . (c) Cho biết thêm  $BD$  là tia phân giác của góc  $B$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $BC, BD$ .*

**Bài toán 85** (Chính et al., 2022, 35., p. 79). *Chứng minh nếu  $\triangle A'B'C'$  đồng dạng với  $\triangle ABC$  theo tỷ số  $k$  thì tỷ số của 2 đường phân giác tương ứng của chúng cũng bằng  $k$ .*

**Bài toán 86** (Chính et al., 2022, 36., p. 79). *Cho hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 12.5$ ,  $CD = 28.5$ ,  $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$ . Tính  $BD$ .*

**Bài toán 87** (Chính et al., 2022, 37., p. 79). *Cho hình thang vuông  $ACDE$ ,  $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$ . Lấy  $B \in AC$ . Biết  $AE = 10\text{cm}$ ,  $AB = 15\text{cm}$ ,  $BC = 12\text{cm}$ ,  $\widehat{ABE} = \widehat{BDC}$ . (a) Có bao nhiêu tam giác vuông? Kể tên. (b) Tính  $CD, BE, BD, DE$ . (c) So sánh diện tích  $\triangle BDE$  với tổng diện tích của  $\triangle AEB$  &  $\triangle BCD$ .*

*Bài tập phụ thuộc hình vẽ:* Chính et al., 2022, 38., p. 79.

**Bài toán 88** (Chính et al., 2022, 39., pp. 79–80). *Cho hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ . Gọi  $O$  là giao điểm của 2 đường chéo  $AC, BD$ . (a) Chứng minh  $OA \cdot OD = OB \cdot OC$ . (b) Đường thẳng qua  $O$  vuông góc với  $AB, CD$  theo thứ tự tại  $H, K$ . Chứng minh  $\frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD}$ .*

**Bài toán 89** (Chính et al., 2022, 40., p. 80). *Cho  $\triangle ABC$ , trong đó  $AB = 15\text{cm}$ ,  $AC = 20\text{cm}$ . Trên 2 cạnh  $AB, AC$  lần lượt lấy 2 điểm  $D, E$  sao cho  $AD = 8\text{cm}$ ,  $AE = 6\text{cm}$ .  $\triangle ABC, \triangle ADE$  có đồng dạng với nhau không? Vì sao?*

**Bài toán 90** (Chính et al., 2022, 41., p. 80). *Tìm các dấu hiệu để nhận biết 2 tam giác cân đồng dạng.*

**Bài toán 91** (Chính et al., 2022, 42., p. 80). *So sánh các trường hợp đồng dạng của tam giác với các trường hợp bằng nhau của tam giác (nên lên những điểm giống nhau & khác nhau).*

**Bài toán 92** (Chính et al., 2022, 43., p. 80). *Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AB = 12\text{cm}$ ,  $BC = 7\text{cm}$ . Trên cạnh  $AB$  lấy 1 điểm  $E$  sao cho  $AE = 8\text{cm}$ . Đường thẳng  $DE$  cắt cạnh  $CB$  kéo dài tại  $F$ . (a) Có bao nhiêu cặp tam giác đồng dạng với nhau? Viết các cặp tam giác đồng dạng với nhau theo các đỉnh tương ứng. (b) Tính  $EF, BF$  biết  $DE = 10\text{cm}$ .*

**Bài toán 93** (Chính et al., 2022, 44., p. 80). *Cho  $\triangle ABC$ ,  $AB = 24\text{cm}$ ,  $AC = 28\text{cm}$ . Tia phân giác của góc  $A$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là hình chiếu của  $B, C$  trên đường thẳng  $AD$ . (a) Tính tỷ số  $\frac{BM}{CN}$ . (b) Chứng minh  $\frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$ .*

**Bài toán 94** (Chính et al., 2022, 45., p. 80).  *$\triangle ABC, \triangle DEF$  có  $\widehat{A} = \widehat{D}, \widehat{B} = \widehat{E}, AB = 8\text{cm}, BC = 10\text{cm}, DE = 6\text{cm}$ . Tính  $AC, DF, EF$  biết  $AC$  dài hơn  $DF$  3cm.*

**Bài toán 95** (Thân et al., 2022, 39., p. 93). *Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $AB$ ,  $F$  là trung điểm của  $CD$ . Chứng minh  $\triangle ADE, \triangle CBF$  đồng dạng với nhau.*

**Bài toán 96** (Thân et al., 2022, 40., p. 93). Tam giác vuông  $ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$  & đường cao  $AH$ . Từ điểm  $H$  hạ đường  $HK$  vuông góc với  $AC$ . (a) Hỏi trong hình đã cho có bao nhiêu tam giác đồng dạng với nhau? (b) Viết các cặp tam giác đồng dạng với nhau theo thứ tự các đỉnh tương ứng & tỷ lệ thức giữa các cặp cạnh tương ứng của chúng.

**Bài toán 97** (Thân et al., 2022, 41., p. 94). Hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ , có  $AB = 2.5\text{cm}$ ,  $AD = 3.5\text{cm}$ ,  $BD = 5\text{cm}$  &  $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$ . (a) Chứng minh  $\triangle ADB \sim \triangle BCD$ . (b) Tính độ dài các cạnh  $BC, CD$ . (c) Sau khi tính, vẽ lại hình chính xác bằng thước & compa.

**Bài toán 98** (Thân et al., 2022, 42., p. 94). Cho tam giác vuông  $ABC$ ,  $\widehat{A} = 90^\circ$ . Dựng  $AD$  vuông góc với  $BC$ ,  $D \in BC$ . Đường phân giác  $BE$  cắt  $AD$  tại  $F$ . Chứng minh  $\frac{FD}{FA} = \frac{EA}{EC}$ .

**Bài toán 99** (Thân et al., 2022, 43., p. 94). Chứng minh nếu  $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$  đồng dạng với nhau thì: (a) Tỷ số của 2 đường phân giác tương ứng bằng tỷ số đồng dạng. (b) Tỷ số của 2 trung tuyến tương ứng bằng tỷ số đồng dạng.

**Bài toán 100** (Thân et al., 2022, 7.1., p. 94).  $\triangle ABC$  có 2 đường cao  $AD, BE$  cắt nhau tại  $H$ . Đếm số cặp tam giác đồng dạng với nhau.

**Bài toán 101** (Thân et al., 2022, 7.2., p. 94). Hình thang vuông,  $AB \parallel CD$ , có đường chéo  $BD$  vuông góc với cạnh  $BC$  tại  $B$  & có độ dài  $BD = m = 7.25\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh của hình thang biết  $BC = n = 10.75\text{cm}$ .

## 8 Các Trường Hợp Đồng Dạng của Tam Giác Vuông

**Định lý 9** (2 tam giác vuông đồng dạng). 2 tam giác vuông đồng dạng với nhau nếu: (a) Tam giác vuông này có 1 góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia; hoặc (b) Tam giác vuông này có 2 cạnh góc vuông tỷ lệ với 2 cạnh góc vuông của tam giác vuông kia; hoặc (c) Nếu cạnh huyền & 1 cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỷ lệ với cạnh huyền & cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì 2 tam giác vuông đó đồng dạng.

GT:  $\triangle ABC, \triangle A'B'C', \widehat{A} = \widehat{A'} = 90^\circ, \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB}$  (1). KL:  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ .

*Chứng minh.* Từ giả thiết (1), bình phương 2 vế, ta được:  $\frac{B'C'^2}{BC^2} = \frac{A'B'^2}{AB^2}$ . Theo tính chất của dãy tỷ số bằng nhau, ta có:  $\frac{B'C'^2}{BC^2} = \frac{A'B'^2}{AB^2} = \frac{B'C'^2 - A'B'^2}{BC^2 - AB^2} = \frac{A'C'^2}{AC^2}$  (đẳng thức cuối suy ra từ định lý Pythagore). Lấy căn bậc 2, thu được:  $\frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$ . Vậy  $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$  (c.c.c).  $\square$

**Định lý 10.** Tỷ số 2 đường cao tương ứng của 2 tam giác đồng dạng bằng tỷ số đồng dạng.

*Chứng minh.* Cho  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$  với tỷ số đồng dạng  $k = \frac{AB}{A'B'}$ , 2 đường cao tương ứng là  $AH, A'H'$ . Xét  $\triangle ABH, \triangle A'B'H'$ :  $\widehat{B} = \widehat{B'}$  (vì  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ),  $\widehat{AHB} = \widehat{A'H'B'} = 90^\circ$ . Suy ra  $\triangle ABH \sim \triangle A'B'H'$  (g.g.g), suy ra  $\frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = k$ .  $\square$

**Định lý 11.** Tỷ số diện tích của 2 tam giác đồng dạng bằng bình phương tỷ số đồng dạng.

*Chứng minh.* Cho  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$  với tỷ số đồng dạng  $k = \frac{AB}{A'B'}$ , 2 đường cao tương ứng là  $AH, A'H'$ . Theo định lý 10,  $\frac{AH}{A'H'} = k$ . Suy ra  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}AH \cdot BC}{\frac{1}{2}A'H' \cdot B'C'} = \frac{AH}{A'H'} \cdot \frac{BC}{B'C'} = k \cdot k = k^2$ .  $\square$

46., p. 84.

**Bài toán 102** (Chính et al., 2022, 47., p. 84).  $\triangle ABC$  có độ dài các cạnh là 3cm, 4cm, 5cm.  $\triangle A'B'C'$  đồng dạng với  $\triangle ABC$  & có diện tích là  $54\text{cm}^2$ . Tính độ dài các cạnh  $\triangle A'B'C'$ .

**Bài toán 103** (Chính et al., 2022, 48., p. 84). Bóng của 1 cột điện trên mặt đất có độ dài 4.5m. Cùng thời điểm đó, 1 thanh sắt cao 2.1m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 0.6m. Tính chiều cao của cột điện.

**Bài toán 104** (Chính et al., 2022, 49., p. 84). Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$  & có đường cao  $AH$ ,  $AB = 12.45\text{cm}$ ,  $AC = 20.5\text{cm}$ . (a) Có bao nhiêu cặp tam giác đồng dạng với nhau (chỉ rõ từng cặp tam giác đồng dạng & viết theo các đỉnh tương ứng). (b) Tính  $BC, AH, BH, CH$ .

**Bài toán 105** (Chính et al., 2022, 50., p. 84). Bóng của 1 ống khói nhà máy trên mặt đất có độ dài là 36.9m. Cùng thời điểm đó, 1 thanh sắt cao 2.1m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 1.62m. Tính chiều cao của ống khói.

**Bài toán 106** (Chính et al., 2022, 51., p. 84). Chân đường cao  $AH$  của tam giác vuông  $ABC$  chia cạnh huyền  $BC$  thành 2 đoạn thẳng có độ dài 25cm & 36cm. Tính chu vi & diện tích của tam giác vuông đó.

**Bài toán 107** (Chính et al., 2022, 52., p. 85). Cho 1 tam giác vuông, trong đó cạnh huyền dài 20cm & 1 cạnh góc vuông dài 12cm. Tính độ dài hình chiếu cạnh góc vuông kia trên cạnh huyền.

**Bài toán 108** (Thân et al., 2022, 44., p. 95). Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AC = 9\text{cm}$ ,  $BC = 24\text{cm}$ . Đường trung trực của  $BC$  cắt đường thẳng  $AC$  tại  $D$ , cắt  $BC$  tại  $M$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $CD$ .

**Bài toán 109** (Thân et al., 2022, 45., p. 95). Cho hình thang vuông  $ABCD$ ,  $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ ,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $CD = 12\text{cm}$ ,  $AD = 17\text{cm}$ . Trên cạnh  $AD$ , đặt đoạn thẳng  $AE = 8\text{cm}$ . Chứng minh  $\widehat{BEC} = 90^\circ$ .

**Bài toán 110** (Thân et al., 2022, 46., p. 95). Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AC = 4\text{cm}$ ,  $BC = 6\text{cm}$ . Kẻ tia  $Cx$  vuông góc với  $BC$ , tia  $Cx$  & điểm  $A$  khác phía so với đường thẳng  $BC$ . Lấy trên tia  $Cx$  điểm  $D$  sao cho  $BD = 9\text{cm}$ . Chứng minh  $BD \parallel AC$ .

**Bài toán 111** (Thân et al., 2022, 47., p. 95). Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ ,  $H$  nằm trên cạnh  $BC$ . Lấy điểm  $M$  nằm trên đoạn  $CH$ .  $N$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên cạnh  $AC$ . Chỉ ra các tam giác đồng dạng & chứng minh.

**Bài toán 112** (Thân et al., 2022, 48., p. 95). Cho  $\triangle ABC$ ,  $\hat{A} = 90^\circ$ , có đường cao  $AH$ . Chứng minh  $AH^2 = BH \cdot CH$ .

**Bài toán 113** (Thân et al., 2022, 49., p. 96). Đường cao của 1 tam giác vuông xuất phát từ đỉnh góc vuông chia cạnh huyền thành 2 đoạn thẳng có độ dài là  $9\text{cm}$ ,  $16\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh của tam giác vuông đó.

**Bài toán 114** (Thân et al., 2022, 50., p. 96). Tam giác vuông  $ABC$ ,  $\hat{A} = 90^\circ$ , có đường cao  $AH$  & trung tuyến  $AM$ . Tính diện tích  $\triangle AMH$  biết  $BH = 4\text{cm}$ ,  $CH = 9\text{cm}$ .

**Bài toán 115** (Thân et al., 2022, 8.1., p. 96). Cho góc nhọn  $xOy$ . Trên tia  $Ox$  lấy 1 điểm  $A$  sao cho  $OA = 8.65\text{cm}$ . Trên tia  $Oy$  lấy 1 điểm  $B$  sao cho  $OB = 15.45\text{cm}$ . Vẽ  $AE \perp Oy$ ,  $BF \perp Ox$ . Biết  $BF = 10.25\text{cm}$ . Tính  $AE$ .

**Bài toán 116** (Thân et al., 2022, 8.2., p. 96).  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH = n = 10.85\text{cm}$  & cạnh  $AB = m = 12.5\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác.

**Bài toán 117** (Thân et al., 2022, 8.3., p. 96). Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , chân  $H$  của đường cao  $AH$  chia cạnh huyền  $BC$  thành 2 đoạn có độ dài  $4\text{cm}$  &  $9\text{cm}$ . Gọi  $D, E$  là hình chiếu của  $H$  trên  $AB, AC$ . (a) Tính  $DE$ . (b) Các đường thẳng vuông góc với  $DE$  tại  $D$  &  $E$  cắt  $BC$  theo thứ tự tại  $M$  &  $N$ . Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $BH, N$  là trung điểm  $CH$ . (c) Tính diện tích tứ giác  $DENM$ .

## 9 Ứng Dụng Thực Tế của Tam Giác Đồng Dạng

**Bài toán 118** (Chính et al., 2022, 53., p. 92). 1 người đo chiều cao của 1 cây nhờ 1 cọc chôn xuống đất, cọc cao  $2\text{m}$  & đặt xa cây  $15\text{m}$ . Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc  $0.8\text{m}$  thì nhìn thấy đầu cọc & đỉnh cây cùng nằm trên 1 đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu biết khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là  $1.6\text{m}$ ?

Bài tập phụ thuộc hình vẽ: Chính et al., 2022, 54.–55., p. 87.

## 10 Miscellaneous

**Bài toán 119** (Chính et al., 2022, 56., p. 92). Xác định tỷ số của 2 đoạn thẳng  $AB, CD$  trong các trường hợp sau: (a)  $AB = 5\text{cm}$ ,  $CD = 15\text{cm}$ ; (b)  $AB = 45\text{dm}$ ,  $CD = 150\text{cm}$ ; (c)  $AB = 5CD$ .

**Bài toán 120** (Chính et al., 2022, 57., p. 92). Cho  $\triangle ABC$ ,  $AB < AC$ . Vẽ đường cao  $AH$ , đường phân giác  $AD$ , đường trung tuyến  $AM$ . Nhận xét về vị trí của 3 điểm  $H, D, M$ .

**Bài toán 121** (Chính et al., 2022, 58., p. 92). Cho  $\triangle ABC$  cân,  $AB = AC$ , vẽ các đường cao  $BH, CK$ . (a) Chứng minh  $BK = CH$ . (b) Chứng minh  $KH \parallel BC$ . (c) Cho biết  $BC = a$ ,  $AB = AC = b$ . Tính  $HK$ .

**Bài toán 122** (Chính et al., 2022, 59., p. 92). Hình thang  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$  có  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$ ,  $AD, BC$  cắt nhau tại  $K$ . Chứng minh  $OK$  đi qua trung điểm của các cạnh  $AB, CD$ .

**Bài toán 123** (Chính et al., 2022, 60., p. 92). Cho  $\triangle ABC$  vuông,  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{C} = 30^\circ$ , & đường phân giác  $BD$  ( $D$  thuộc cạnh  $AC$ ). (a) Tính tỷ số  $\frac{AD}{CD}$ . (b) Cho biết độ dài  $AB = 12.5\text{cm}$ , tính chu vi & diện tích  $\triangle ABC$ .

**Bài toán 124** (Chính et al., 2022, 61., p. 92). Tứ giác  $ABCD$  có  $AB = 4\text{cm}$ ,  $BC = 20\text{cm}$ ,  $CD = 25\text{cm}$ ,  $DA = 8\text{cm}$ , đường chéo  $BD = 10\text{cm}$ . (a) Nêu cách vẽ tứ giác  $ABCD$  có kích thước đã cho. (b)  $\triangle ABD, \triangle BDC$  có đồng dạng với nhau không? Vì sao? (c) Chứng minh  $AB \parallel CD$ .

**Bài toán 125** (Thân et al., 2022, 51., p. 97). Cho  $\triangle ABC$ . (a) Tìm trên cạnh  $AB$  điểm  $M$  sao cho  $\frac{AM}{BM} = \frac{2}{3}$ , tìm trên cạnh  $AC$  điểm  $N$  sao cho  $\frac{AN}{CN} = \frac{2}{3}$ . (b) 2 đường thẳng  $MN, BC$  có song song với nhau không? Vì sao? (c) Cho biết chu vi, diện tích  $\triangle ABC$  thứ tự là  $P, S$ . Tính chu vi & diện tích  $\triangle AMN$ .

**Bài toán 126** (Thân et al., 2022, 52., p. 97). Tứ giác  $ABCD$  có 2 góc vuông tại đỉnh  $A, C$ , 2 đường chéo  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$ ,  $\widehat{BAO} = \widehat{BDC}$ . Chứng minh: (a)  $\triangle ABO \sim \triangle DCO$ ; (b)  $\triangle BCO \sim \triangle ADO$ .

**Bài toán 127** (Thân et al., 2022, 53., p. 97). Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a = 12\text{cm}$ ,  $BC = b = 9\text{cm}$ . Gọi  $H$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $A$  xuống  $BD$ . (a) Chứng minh  $\triangle AHD \sim \triangle BCD$ . (b) Tính  $AH$ . (c) Tính diện tích  $\triangle AHB$ .

**Bài toán 128** (Thân et al., 2022, 54., pp. 97–98). Tứ giác  $ABCD$  có 2 đường chéo  $AC, BD$  cắt nhau tại  $O$ ,  $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$ . Gọi  $E$  là giao điểm của 2 đường thẳng  $AD, BC$ . Chứng minh: (a)  $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ ; (b)  $\triangle AOD \sim \triangle BOC$ ; (c)  $EA \cdot ED = EB \cdot EC$ .

**Bài toán 129** (Thân et al., 2022, 55., p. 98).  $\triangle ABC$  có 3 đường cao  $AD, BE, CF$  đồng quy tại  $H$ . Chứng minh  $AH \cdot DH = BH \cdot EH = CH \cdot FH$ .

**Bài toán 130** (Thân et al., 2022, 56., p. 98). 2 điểm  $M, K$  thứ tự nằm trên cạnh  $AB, BC$  của  $\triangle ABC$ ; 2 đoạn thẳng  $AK, CM$  cắt nhau tại điểm  $P$ . Biết  $AP = 2PK$  &  $CP = 2PM$ . Chứng minh  $AK, CM$  là các trung tuyến của  $\triangle ABC$ .

**Bài toán 131** (Thân et al., 2022, 57., p. 98). Cho hình bình hành  $ABCD$ . Từ  $A$  kẻ  $AM \perp BC$ ,  $AN \perp CD$ ,  $M \in BC$ ,  $N \in CD$ . Chứng minh  $\triangle MAN$  đồng dạng với  $\triangle ABC$ .

**Bài toán 132** (Thân et al., 2022, 58., p. 98). Giả sử  $AC$  là đường chéo lớn của hình bình hành  $ABCD$ . Từ  $C$ , vẽ đường vuông góc  $CE$  với đường thẳng  $AB$ , đường vuông góc  $CF$  với đường thẳng  $AD$ ,  $E, F$  thuộc phần kéo dài của các cạnh  $AB, AD$ . Chứng minh  $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$ .

**Bài toán 133** (Thân et al., 2022, 59., p. 98).  $\triangle ABC$  có 2 đường cao là  $AD, BE$ ,  $D \in BC$ ,  $E \in AC$ . Chứng minh  $\triangle DEC, \triangle ABC$  là 2 tam giác đồng dạng.

**Bài toán 134** (Thân et al., 2022, 60., p. 98).  $\triangle ABC$  có 2 trung tuyến  $AK, CL$  cắt nhau tại  $G$ . Từ 1 điểm  $P$  bất kỳ trên cạnh  $AC$ , vẽ các đường thẳng  $PE$  song song với  $AK$ ,  $PF$  song song với  $CL$ ,  $E \in BC$ ,  $F \in AB$ . Các trung tuyến  $AK, CL$  cắt đoạn thẳng  $EF$  theo thứ tự tại  $M, N$ . Chứng minh các đoạn  $FM, MN, NE$  bằng nhau.

## Tài liệu

Chính, Phan Đức, Tôn Thân, Nguyễn Huy Doan, Lê Văn Hồng, Trương Công Thành, and Nguyễn Hữu Thảo (2022). *Toán 8 Tập 2*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 133.

Thân, Tôn, Nguyễn Huy Doan, Lê Văn Hồng, Trần Hữu Nam, Trương Công Thành, and Nguyễn Hữu Thảo (2022). *Bài Tập Toán 8 Tập 2*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 192.