# Integer – Số Nguyên $\mathbb{Z}$

Nguyễn Quản Bá Hồng\*

Ngày 7 tháng 12 năm 2022

#### Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about integer. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 6, which is stored & downloadable at the following link: GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture<sup>1</sup>. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/integer  $\mathbb{Z}^2$ .

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về số nguyên. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 6. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/integer Z.

## Mục lục

T	50 1	nguyen			 	 	 	 	 •	 	 	 		 •		 		 •	
	1.1	Thứ Tự Tì	$\operatorname{ren}\mathbb{Z}$ .		 	 	 	 		 	 	 				 			1
	1.2	$\pm$ Trêm $\mathbb Z$			 	 	 	 		 	 	 				 			2
		$\cdot$ ,: Trên $\mathbb Z$																	
	1.4	Tính Chia	hết Tr	ên ${\mathbb Z}$	 	 	 	 		 	 	 				 			•
Tà	i liệu	1			 	 	 	 		 		 				 			3

## 1 Số Nguyên

"Tập hợp  $\mathbb Z$  các số nguyên gồm các số tự nhiên & các số  $-1, -2, -3, \ldots \mathbb Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$ . Ta xác định trên  $\mathbb Z$  1 thứ tự như sau: a < b khi & chỉ khi điểm a ở bên trái điểm b trên trục số  $(a, b \in \mathbb Z)$ . Ta xác định trên  $\mathbb Z$  2 phép toán: phép cộng & phép nhân. Phép cộng có 4 tính chất: giao hoán, kết hợp, cộng với số 0, cộng với số đối. Phép nhân có 3 tính chất: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1. Giữa phép nhân & phép cộng có quan hệ: phép nhân phân phối đối với phép cộng. Giữa thứ tự & phép toán có quan hệ:  $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ ,  $a < b \Rightarrow ac < bc$  với c > 0, ac > bc với c < 0. Trừ đi 1 số là cộng với số đối của số trừ. Phép trừ 2 số nguyên bao giờ cũng thực hiện được<sup>3</sup>. Phép chia chỉ thực hiện được trong phạm vi số nguyên khi số bị chia chia hết cho số chia. Trong trường hợp a : b, ta nói: a là  $b\hat{\rho}i$  của b & b là  $u\hat{\rho}c$  của a.  $U\hat{\rho}c$  chung (hoặc  $b\hat{\rho}i$  chung) của 2 hay nhiều số là ước (hoặc bôi) của tất cả các số đó." – Bình, 2022, Chap. II, p. 41

#### 1.1 Thứ Tư Trên $\mathbb{Z}$

Bài toán 1 (Bình, 2022, Ví dụ 48, p. 41). Cho  $a \in \mathbb{Z}$ . Gọi khoảng cách từ điểm a đến điểm gốc trên trực số là giá trị tuyệt đối của số a & ký hiệu là |a|. Diền vào chỗ trống các dấu  $\geq$ ,  $\leq$ , >, <, = để các khẳng định sau là đúng: (a) |a|... a,  $\forall a \in \mathbb{Z}$ . (a) |a|... 0,  $\forall a \in \mathbb{Z}$ . (c) Nếu a > 0 thì a... |a|. (d) Nếu a = 0 thì a... |a|. (e) Nếu a < 0 thì a... |a|.

Bài toán 2 (Bình, 2022, 247., p. 42). Diền vào chỗ trống ... các từ "nhỏ hơn" hoặc "lớn hơn" cho đúng: (a) Mọi số nguyên dương đều ... số 0. (b) Mọi số nguyên âm đều ... số 0. (c) Mỗi số nguyên dương đều ... mọi số nguyên âm. (d) Trong 2 số nguyên dương, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy .... (e) Trong 2 số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy ....

<sup>\*</sup>Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: https://nqbh.github.io.

 $<sup>^{1} \</sup>texttt{URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\_mathematics/grade\_6/NQBH\_elementary\_mathematics\_grade\_6.pdf.}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\_mathematics/grade\_6/integer/NQBH\_integer.pdf.

 $<sup>^3</sup>$ Phép trừ 2 số tự nhiên sẽ không thực hiện được (i.e., kết quả không phải là 1 số tự nhiên, hay không còn nằm trong  $\mathbb N$ ) nếu số bị trừ nhỏ hơn số trừ.

Sect. 1  $\qquad \qquad \cdot, : \text{Trên } \mathbb{Z}$ 

Bài toán 3 (Bình, 2022, 248., p. 42). Tìm: (a) Số nguyên dương lớn nhất có 2 chữ số. (a) Số nguyên âm lớn nhất có 2 chữ số.

**Bài toán 4** (Bình, 2022, 249., p. 42). *Tính* |b| - |a|  $bi\acute{e}t$ : (a) a = -3, b = 7; (b) a = 5, b = -6; (c) a = 5, b = -5;

Bài toán 5 (Bình, 2022, 250., p. 42). Các khẳng định sau có đúng  $\forall a,b \in \mathbb{Z}$  hay không? Cho ví dụ. (a)  $|a| = |b| \Rightarrow a = b$ . (b)  $a > b \Rightarrow |a| > |b|$ .

#### $1.2 \pm { m Tr}{ m \widehat{e}m} \; {\mathbb Z}$

**Bài toán 6** (Bình, 2022, Ví dụ 49, p. 42). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$ , biết  $10 = 10 + 9 + 8 + \cdots + x$ , trong đó về phải là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự giảm dần.

Bài toán 7 (Bình, 2022, 251., p. 42). Tìm tổng của số nguyên âm nhỏ nhất có 1 chữ số & số nguyên dương lớn nhất có 1 chữ số.

Bài toán 8 (Bình, 2022, 252., p. 42). Điền vào chỗ trống cho đúng: (a) Số đối của 1 số nguyên âm là 1 số .... (b) 2 số nguyên đối nhau thì có giá trị tuyệt đối .... (c) 2 số nguyên có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì .... (d) Số ... thì nhỏ hơn số đối của nó. (e) Nếu  $a \ldots$  thì -a > 0. (f) Nếu a < 0 thì  $|a| = \ldots$  (g) Nếu a < 0 thì  $|a| = \ldots$ 

**Bài toán 9** (Bình, 2022, **253.**, p. 43). *Tìm*  $x \in \mathbb{Z}$  biết: (a) x + 13 = 5. (b) x - 1 = -9. (c) 25 - |x| = 10. (d) |x - 2| + 7 = 12. (e) x + 4 là số nguyên dương nhỏ nhất. (f) 10 - x là số nguyên âm lớn nhất.

Bài toán 10 (Bình, 2022, 254., p. 43). (a) Cho bảng vuông 3 × 3 ô:

-8	7	
5		9
	5	-6

Diền số vào các ô trống sao cho tổng các số ở 3 dòng 1,2,3 lần lượt bằng -5,11,1. Tính tổng các số ở mỗi cột.

(b) Cho bảng vuông  $3 \times 3$  ô. Có thể điền được hay không 9 số nguyên vào 9 ô của bảng sao cho tổng các số ở 3 dòng lần lượt bằng 5, -3, 2 & tổng các số ở 3 cột lần lượt bằng -1, 2, 2?

Bài toán 11 (Bình, 2022, 255., p. 43). (a) Có 10 ô liên tiếp trong đó ô đầu tiên ghi số 6, ô thứ 8 ghi số -4. Điền số vào các ô trống để tổng 3 số ở 3 ô liền nhau bằng 0. (b) 1 bảng vuông  $4 \times 4$  ô có 2 ô ở góc trên ghi số -3 & 2. Điền số vào các ô còn lại, sao cho tổng 2 số ở 2 ô liền nhau thì bằng nhau (2 ô liền nhau là 2 ô có 1 cạnh chung).

**Bài toán 12** (Bình, 2022, **256.**, p. 43). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  biết  $x + (x+1) + (x+2) + \cdots + 19 + 20 = 20$ , trong đó về trái là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự tăng dần.

Bài toán 13 (Bình, 2022, 257., p. 43). Tìm các số nguyên a sao cho: (a) a > -a. (b) a = -a. (c) a < -a.

Bài toán 14 (Bình, 2022, 258., p. 43). Tìm  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  biết: a + b = 11, b + c = 3, c + a = 2.

Bài toán 15 (Bình, 2022, 259., p. 43).  $Tim\ a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  biết  $a+b+c+d=1,\ a+c+d=2,\ a+b+d=3,\ a+b+c=4$ .

Bài toán 16 (Bình, 2022, 260., p. 43). Cho  $\sum_{i=1}^{51} x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_{50} + x_{51} = 0$  &  $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = \dots = x_{47} + x_{48} = x_{49} + x_{50} = x_{50} + x_{51} = 1$ . Tính  $x_{50}$ .

#### 1.3 $\cdot$ ,: Trên $\mathbb{Z}$

**Bài toán 17** (Bình, 2022, Ví dụ 50, p. 43). (a) Cho bảng vuông  $3 \times 3$  ô:

5	2	-4
-2	-4	-3
-6	5	7

Tìm tích các số ở mỗi dòng, tích các số ở mỗi cột.

(b) Viết 9 số nguyên khác 0 vào 1 bảng vuông  $3 \times 3$ . Biết tích các số ở mỗi dòng đều là số âm. Chứng minh luôn luôn tồn tại 1 cột mà tích các số trong cột ấy là số âm.

Sect. 1 Tài liệu

Bài toán 18 (Bình, 2022, Ví dụ 51, p. 44). Thay các dấu \* trong biểu thức 1 \* 2 \* 3 bằng các phép tính +, -, ·, : & thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

Bài toán 19 (Bình, 2022, 261., p. 44). Thực hiện các phép tính sau 1 cách nhanh chóng: (a)  $(-14) \cdot (-125) \cdot 3 \cdot (-8)$ ; (b)  $(-127) \cdot 57 + (-127) \cdot 43$ ; (c)  $(-13) \cdot 34 - 87 \cdot 34$ ; (d)  $(-25) \cdot 68 + (-34) \cdot (-250)$ ; (e)  $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$ ; (f)  $B = 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399$ ; (g)  $C = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + \dots + 97 - 98 - 99 + 100$ ; (h)  $D = 2^{200} - 2^{99} - 2^{98} - \dots - 2^2 - 2 - 1$ .

Bài toán 20 (Bình, 2022, 262., p. 44). Thay các dấu  $\star$  trong biểu thức  $1 \star 2 \star 3 \star 4$  bằng dấu các phép tính  $+, -, \cdot, :$  & thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

**Bài toán 21** (Bình, 2022, **263.**, p. 44). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  sao cho: (a)  $(x-1)^2 = 0$ ; (b) x(x-1) = 0; (c) (x+1)(x-2) = 0.

Bài toán 22 (Bình, 2022, 264., p. 44). Cho dãy số  $a_1, a_2, \ldots, a_{100}$  trong đó  $a_1 = 1, a_2 = -1, a_k = a_{k-2}a_{k-1}, k \in \mathbb{N}, k \geq 3$ . Tính  $a_{100}$ .

**Bài toán 23** (Bình, 2022, **265.**, p. 44). Gọi a, b, c, d, e, f, g, h là các số khác nhau trong tập hợp số  $\{-7, -5, -3, -2, 2, 4, 6, 13\}$ . Tính giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = (a + b + c + d)^2 + (e + f + g + h)^2$ .

#### 1.4 Tính Chia hết Trên $\mathbb{Z}$

**Bài toán 24** (Bình, 2022, Ví dụ 52, p. 44). Số 36 chia cho  $a \in \mathbb{Z}$  rồi trừ đi a. Lấy kết quả này chia cho a rồi trừ đi a. Lại lấy kết quả này chia cho a rồi trừ đi a. Cuối cùng ta được số -a. Tìm a.

Ans: 3.

**Bài toán 25** (Bình, 2022, 266., p. 45).  $Tim \ x, y \in \mathbb{Z}$   $bi\acute{e}t$ : (a) (x+2)(y-3)=5; (b) (x+1)(xy-1)=3.

Bài toán 26 (Bình, 2022, 267., p. 45). Tính tổng A + B biết A là tổng các số nguyên âm lẻ có 2 chữ số, B là tổng các số nguyên dương chẵn có 2 chữ số.

**Bài toán 27** (Bình, 2022, **268.**, p. 45). Cho  $A = 2 - 5 + 8 - 11 + 14 - 17 + \cdots + 98 - 101$ . (a) Viết dạng tổng quát của số hạng thứ n của A. (b) Tính giá trị của biểu thức A.

Bài toán 28 (Bình, 2022, 269., p. 45). Cho  $A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - \cdots - 99 - 100$ . (a) A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 hay không? (b) A có bao nhiều ước nguyên, có bao nhiều ước tư nhiền?

**Bài toán 29** (Bình, 2022, **270.**, p. 45). Cho dãy số 1, -3, 5, -7, 9, -11, 13, -15, 17, -19. Có thể tìm được hay không 5 số trong các số trên, sao cho đặt dấu "+" hoặc "-" nối các số đó với nhau, ta được kết quả bằng: (a) 15; (b) 20?

**Bài toán 30** (Bình, 2022, **271.**, p. 45). Thay các dấu  $\star$  trong biểu thức  $1 \star 2 \star 3 \star 4 \star 5 \star 6 \star 7 \star 8 \star 9$  bởi các dấu "+" hoặc "-" để giá trị của biểu thức bằng: (a) -13; (b) -4?

**Bài toán 31** (Bình, 2022, **272.**, p. 45). *Tìm*  $n \in \mathbb{Z}$  sao cho: (a) n + 5 : n - 2; (b) 2n + 1 : n - 5; (c)  $n^2 + 3n - 13 : n + 3$ ; (d)  $n^2 + 3 : n - 1$ .

Bài toán 32 (Bình, 2022, 273., p. 45). Tìm các số a,b,c,d,m khác nhau thuộc tập hợp  $\{-2,-1,0,1,2\}$  sao cho  $a < b < \min\{c,d\}$ , với  $\min\{c,d\}$  là số nhỏ hơn trong 2 số c,d, & đặt m nằm ở trung tâm, các số a,b,c,d lần lượt nằm ở bên trái, bên trên, bên phải, bên dưới của m, & tổng của 3 số trên đường nằm ngang bằng tổng của 3 số trên đường thẳng đứng.

Bài toán 33 (Bình, 2022, 274.\*, p. 45). Cho n số nguyên (có thể có số âm) với n > 1 mà tổng  $\mathcal{E}$  tích của chúng đều bằng 505. Tìm giá trị nhỏ nhất của n.

## Tài liệu

Bình, Vũ Hữu (2022). Nâng Cao & Phát Triển Toán 6, tập 1. Tái bản lần thứ nhất. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 200.