

Triangle – Tam Giác

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 20 tháng 2 năm 2023

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about triangle. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 7, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_7/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/triangle](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_7/triangle)².

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về tam giác. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_7/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 7. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/triangle](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_7/triangle).

Nội dung. Tổng các góc của 1 tam giác; quan hệ giữa góc & cạnh đối diện trong 1 tam giác; bất đẳng thức tam giác; 2 tam giác bằng nhau; các trường hợp bằng nhau của 2 tam giác; tam giác cân; đường vuông góc & đường xiên; đường trung trực của 1 đoạn thẳng; tính chất 3 đường trung tuyến, 3 đường phân giác, 3 đường trung trực, 3 đường cao của tam giác.

Mục lục

1	Tổng Các Góc của 1 Tam Giác	1
2	Quan Hệ Giữa Góc & Cạnh Đối Diện. Bất Đẳng Thức Tam Giác	2
3	2 Tam Giác Bằng Nhau	2
4	Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 1 của Tam Giác: Cạnh - Cạnh - Cạnh	3
5	Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 2 của Tam Giác: Cạnh - Góc - Cạnh	3
6	Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 3 của Tam Giác: Góc - Cạnh - Góc	3
7	Tam Giác Cân	4
8	Đường Vuông Góc & Đường Xiên	4
9	Đường Trung Trực của 1 Đoạn Thẳng	4
10	Tính Chất 3 Đường Trung Tuyến của Tam Giác	4
11	Tính Chất 3 Đường Phân Giác của Tam Giác	4
12	Tính Chất 3 Đường Trung Trực của Tam Giác	4
13	Tính Chất 3 Đường Cao của Tam Giác	4
	Tài liệu	4

1 Tổng Các Góc của 1 Tam Giác

giác “**1**” Tam giác ABC là hình gồm 3 đoạn thẳng AB, BC, CA khi 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. Tam giác ABC được ký hiệu là $\triangle ABC$. 3 cạnh của tam giác: AB, BC, CA . 3 góc của tam giác: góc A , góc B , góc C . Nhận biết được điểm nằm trong & điểm nằm ngoài 1 tam giác. **2** Tổng 3 góc của 1 tam giác bằng 180° : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$. **3** Tam giác vuông là tam giác có 1 góc vuông. Cạnh đối diện với góc vuông gọi là *cạnh huyền*, cạnh huyền là cạnh lớn nhất trong tam giác vuông. 2 góc phụ nhau

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/NQBH_elementary_mathematics_grade_7.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/triangle/NQBH_triangle.pdf.

là 2 góc có tổng bằng 90° . Góc ngoài của 1 tam giác là góc kề bù với 1 góc trong của tam giác ấy. **[4]** 1 số hệ quả của định lý tổng 3 góc của tam giác:

Hệ quả 1. Trong 1 tam giác vuông 2 góc nhọn phụ nhau. $\triangle ABC, \hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$.

Hệ quả 2. 1 góc ngoài của 1 tam giác bằng tổng 2 góc trong không kề với nó. 1 góc ngoài của 1 tam giác lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.

$\triangle ABC, \widehat{ACx}$ là góc ngoài tại đỉnh C : $\widehat{ACx} = \hat{A} + \hat{B}$, $\widehat{ACx} > \hat{A}$, $\widehat{ACx} > \hat{B}$ (có thể viết gộp 2 bất đẳng thức cuối thành $\widehat{ACx} > \min\{\hat{A}, \hat{B}\}$ trong đó $\min\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ là số nhỏ nhất trong n số $a_i, i = 1, 2, \dots, n$). **[5]** Tam giác nhọn là tam giác có 3 góc nhọn. Tam giác tù là tam giác có 1 góc tù. Nếu 2 tam giác có 2 cặp góc bằng nhau từng đôi một thì cặp góc còn lại cũng bằng nhau.” – Tuyên, 2022, Chap. IV, §1, p.65

Bài toán 1 (Thái, 2022, Ví dụ 1, p. 67). Tháp nghiêng Pisa ở Italy nghiêng 5° so với phương thẳng đứng. Tính độ nghiêng của tháp đó so với phương nằm ngang.

Bài toán 2 (Thái, 2022, 3., p. 68). (a) Cho biết 1 góc nhọn của tam giác vuông bằng $\alpha^\circ, \alpha \in (0, 90)$. Tính số đo góc còn lại. (b) Cho 1 tam giác vuông có 2 góc bằng nhau. Tính số đo mỗi góc.

Bài toán 3 (Thái, 2022, 4., p. 68). D hay S? Không có $\triangle ABC$ nào mà $\hat{A} = 3\hat{B}$, $\hat{B} = 3\hat{C}$, & $C = 14^\circ$.

Bài toán 4 (Tuyên, 2022, Ví dụ 15, p. 65). Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau tại 1 điểm ở ngoài mép tờ giấy. Trong tay chỉ có thước đo góc, làm thế nào để đo được góc nhọn giữa 2 đường thẳng a, b (đoạn thẳng AB nằm trong góc đó).

Để tính số đo 1 góc của tam giác ta lấy 180° trừ đi tổng số đo của 2 góc còn lại.

Bài toán 5 (Tuyên, 2022, Ví dụ 16, p. 66). Cho $\triangle ABC$, các tia phân giác của góc B , góc C cắt nhau tại O . Chứng minh: (a) $\widehat{BOC} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$; (b) Nếu $\widehat{BOC} = 135^\circ$ thì $\triangle ABC$ vuông tại A .

Bài toán 6 (Tuyên, 2022, 58., p. 66). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Trên tia đối tia CA lấy điểm E khác C . Gọi D là hình chiếu vuông góc của E lên đường thẳng BC . Chứng minh: $\hat{B} = \widehat{CED}$.

Bài toán 7 (Tuyên, 2022, 59., p. 66). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , $\hat{C} = 25^\circ$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D . Vẽ $AH \perp BC$. Tính \widehat{HAD} .

Bài toán 8 (Tuyên, 2022, 60., p. 66). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Tia phân giác của góc C cắt AB tại D . (a) Chứng minh góc BDC là góc tù. (b) Giả sử $\widehat{BDC} = 105^\circ$, tính \hat{B} .

Bài toán 9 (Tuyên, 2022, 61., p. 66). Cho $\triangle ABC$ & điểm O nằm trong tam giác đó. So sánh góc BOC & BAC .

Bài toán 10 (Tuyên, 2022, 62., p. 66). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Vẽ $AH \perp BC$. Vẽ các tia phân giác của góc B & góc HAC cắt nhau tại O . Chứng minh $\triangle AOB$ là tam giác vuông.

Bài toán 11 (Tuyên, 2022, 63., p. 66). Chứng minh với mỗi tam giác bao giờ cũng tồn tại 1 góc ngoài không lớn hơn 120° .

Bài toán 12 (Tuyên, 2022, 64., pp. 66–67). Cho $\triangle ABC$ có $\hat{B} > \hat{C}$. Vẽ tia phân giác của góc A cắt BC tại D . (a) Chứng minh $\widehat{ADC} - \widehat{ADB} = \widehat{ABC} - \hat{C}$. (b) Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài tại đỉnh A của $\triangle ABC$ cắt đường thẳng BC tại E . Chứng minh $\widehat{AEB} = \frac{\widehat{ABC} - \hat{C}}{2}$.

Bài toán 13 (Tuyên, 2022, 65., p. 66). Trên lá cờ đỏ sao vàng của Việt Nam có ngôi sao 5 cánh. Tính tổng các góc ở 5 đỉnh của ngôi sao đó.

2 Quan Hệ Giữa Góc & Cạnh Đối Diện. Bất Đẳng Thức Tam Giác

Bài toán 14 (Thái et al., 2022, p. 75). Cho $\triangle ABC$ có $AB = 2\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$. So sánh AB & AC .

Bài toán 15. D hay sai? (a) Nếu 1 tam giác có 1 cạnh dài gấp đôi 1 cạnh khác, thì 2 cạnh đó lần lượt là cạnh dài nhất & ngắn nhất của tam giác đó. (b) Nếu 1 tam giác có 1 cạnh dài hơn gấp đôi 1 cạnh khác, thì 2 cạnh đó lần lượt là cạnh dài nhất & ngắn nhất của tam giác đó.

3 2 Tam Giác Bằng Nhau

Định nghĩa 1 (2 tam giác bằng nhau). 2 tam giác bằng nhau là 2 tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.

4 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 1 của Tam Giác: Cạnh - Cạnh - Cạnh

Định lý 1. Nếu 3 cạnh của tam giác này bằng 3 cạnh của tam giác kia thì 2 tam giác đó bằng nhau.

$$\begin{aligned}\Delta ABC = \Delta A'B'C' &\Leftrightarrow AB = A'B', BC = B'C', CA = C'A', \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'}, \\ \Delta ABC = \Delta A'B'C' &\Leftrightarrow AB = A'B', BC = B'C', CA = C'A', \\ \Delta ABC = \Delta A'B'C' &\nRightarrow \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'}.\end{aligned}$$

Lưu ý 1. 2 tam giác có các cặp góc tương ứng bằng nhau chưa chắc đã bằng nhau: 2 tam giác đó chỉ đồng dạng, i.e., cùng hình dạng nhưng khác nhau về kích cỡ.

Bài toán 16 (Thái et al., 2022, Ví dụ 2, p. 81). Cho góc xOy . (a) Dùng thước thẳng (có chia đơn vị) & compa vẽ hình theo các bước sau: Vẽ 1 phần đường tròn tâm O bán kính 2cm cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B . Vẽ 1 phần đường tròn tâm A bán kính 3cm. Vẽ 1 phần đường tròn tâm B bán kính 3cm cắt phần đường tròn tâm A bán kính 3cm tại C nằm trong góc xOy . Vẽ tia Oz đi qua điểm C . (b) Chứng minh: $\Delta OAC = \Delta OBC$. Tia Oz là tia phân giác của góc xOy .

Bài toán 17. Chứng minh: Nếu cạnh huyền & 1 cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền & 1 cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì 2 tam giác vuông đó bằng nhau.

Định lý 2. Nếu cạnh huyền & 1 cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền & 1 cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì 2 tam giác vuông đó bằng nhau.

Bài toán 18. Nếu 2 cặp cạnh góc vuông tương ứng của 2 tam giác vuông bằng nhau thì 2 tam giác vuông đó có bằng nhau hay không?

Bài toán 19 (Thái et al., 2022, Ví dụ 3, p. 82). Cho ΔABC có $AB = AC$, $AH \perp BC$. Chứng minh: (a) $\Delta AHB = \Delta AHC$. (b) AH là tia phân giác của góc BAC .

Bài toán 20 (Thái et al., 2022, 1., p. 83). Cho tứ giác $MNPQ$ sao cho $MN = QN$, $MP = QP$. Chứng minh $\widehat{MNP} = \widehat{QNP}$, $\widehat{MPN} = \widehat{QPN}$, $\widehat{NMP} = \widehat{NQP}$.

Bài toán 21 (Thái et al., 2022, 2., p. 83). Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = AD$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$. Chứng minh $\widehat{ACB} = \widehat{ACD}$, $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$, $BC = CD$.

5 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 2 của Tam Giác: Cạnh - Góc - Cạnh

6 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 3 của Tam Giác: Góc - Cạnh - Góc

Bài toán 22 (Thái et al., 2022, 1., p. 91). Cho $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ thỏa mãn: $AB = A'B'$, $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$. $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ có bằng nhau không? Vì sao?

1st giải. Có $\widehat{B} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A'} - \widehat{C'} = \widehat{B'}$. Vì $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$, $AB = A'B'$ nên $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (g.c.g). \square

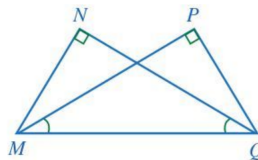
2nd giải. Vì $\widehat{B} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{C}$, $\widehat{B'} = 180^\circ - \widehat{A'} - \widehat{C'}$, mà $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$, nên $\widehat{B} = \widehat{B'}$. Xét ΔABC & $\Delta A'B'C'$: $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$, $AB = A'B'$. Suy ra $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (g.c.g). \square

Bài toán 23 (Thái et al., 2022, 2., p. 92). Cho tứ giác $ANBM$ có 2 đường chéo AB, MN cắt nhau tại O , $AM = BN$, $\widehat{OAM} = \widehat{OBN}$. Chứng minh $OA = OB$, $OM = ON$, $\widehat{OMA} = \widehat{ONB}$.

1st giải. Vì $\widehat{M} = 180^\circ - \widehat{AOM} - \widehat{A}$, $\widehat{N} = 180^\circ - \widehat{BON} - \widehat{B}$, mà $\widehat{AOM} = \widehat{BON}$ (2 góc đối đỉnh), $\widehat{A} = \widehat{B}$, nên $\widehat{M} = \widehat{N}$. Xét ΔAOM & ΔBON : $AM = BN$, $\widehat{A} = \widehat{B}$, $\widehat{M} = \widehat{N}$. Suy ra $\Delta AOM = \Delta BON$, suy ra $OA = OB$, $OM = ON$, $\widehat{OMA} = \widehat{ONB}$. \square

2nd giải. $\widehat{A} = \widehat{B} \Rightarrow AM \parallel BN$ (2 góc so le trong). $AM \parallel BN \Rightarrow \widehat{M} = \widehat{N}$ (2 góc so le trong). Xét ΔAOM & ΔBON : $AM = BN$, $\widehat{A} = \widehat{B}$, $\widehat{M} = \widehat{N}$. Suy ra $\Delta AOM = \Delta BON$, suy ra $OA = OB$, $OM = ON$, $\widehat{OMA} = \widehat{ONB}$. \square

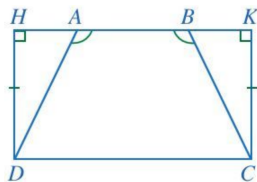
Bài toán 24 (Thái et al., 2022, 3., p. 92). Cho tứ giác $MNPQ$, $\widehat{MNQ} = \widehat{MPQ} = 90^\circ$, $\widehat{NQM} = \widehat{PMQ}$. Chứng minh $MN = PQ$, $MP = NQ$.



Hình 1: Thái et al., 2022, Hình 66, p. 92.

1st giải. Xét $\triangle NMQ$ & $\triangle PQM$: $\widehat{MNQ} = \widehat{MPQ} = 90^\circ$, $\widehat{NQM} = \widehat{PMQ}$, MQ cạnh chung. Suy ra $\triangle NMQ = \triangle PQM$ (ch.g), suy ra $MN = PQ$, $MP = NQ$. \square

Bài toán 25 (Thái et al., 2022, 4., p. 92). Cho hình sau có $\widehat{AHD} = \widehat{BKC} = 90^\circ$, $DH = CK$, $\widehat{DAB} = \widehat{CBA}$. Chứng minh $AD = BC$.



Hình 2: Thái et al., 2022, Hình 67, p. 92.

Bài toán 26 (Thái et al., 2022, 5., p. 92). Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} > \widehat{C}$. Tia phân giác góc BAC cắt cạnh BC tại điểm D . (a) Chứng minh $\widehat{ADB} < \widehat{ADC}$. (b) Kẻ tia Dx nằm trong góc ADC sao cho $\widehat{ADx} = \widehat{ADB}$. Giả sử tia Dx cắt cạnh AC tại điểm E . Chứng minh $\triangle ABD = \triangle AED$, $AB < AC$.

Bài toán 27 (Thái et al., 2022, 6., p. 92). Cho $\triangle ABC = \triangle MNP$. Tia phân giác của góc BAC & NMP lần lượt cắt các cạnh BC, NP tại D, Q . Chứng minh $AD = MQ$.

7 Tam Giác Cân

8 Đường Vuông Góc & Đường Xiên

9 Đường Trung Trực của 1 Đoạn Thẳng

10 Tính Chất 3 Đường Trung Tuyến của Tam Giác

11 Tính Chất 3 Đường Phân Giác của Tam Giác

12 Tính Chất 3 Đường Trung Trực của Tam Giác

13 Tính Chất 3 Đường Cao của Tam Giác

Tài liệu

Thái, Đỗ Đức (2022). *Bài Tập Toán 7 Tập 2*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 124.

Thái, Đỗ Đức, Đỗ Tiến Đạt, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, and Phạm Đức Quang (2022). *Toán 7 Tập 2*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 127.

Tuyên, Bùi Văn (2022). *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 7*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 168.