Some Topics in Elementary Mathematics/Grade 7

Nguyễn Quản Bá Hồng[1]

Ngày 1 tháng 8 năm 2022

[1]Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: https://nqbh.github.io.

Mục lục

Chương 1

Số Hữu Tỷ – Rational Number/Rational

Nội dung. *Tập hợp các số hữu tỷ $\mathbb{Q}$; các phép tính trong tập hợp các số hữu tỷ; thứ tự thực hiện các phép tính; quy tắc chuyển vế & quy tắc dấu ngoặc; biểu diễn thập phân của số hữu tỷ.*

1.1 Tập Hợp $\mathbb{Q}$ Các Số Hữu Tỷ – Set $\mathbb{Q}$ of Rationals

Ký hiệu $\mathbb{Q}$ được lấy từ chữ cái đầu Q của từ *quotient*[1], i.e., thương số.

1.1.1 Số hữu tỷ

Định nghĩa 1.1.1 (Số hữu tỷ)**.** Số hữu tỷ *là số viết được dưới dạng phân số* $\frac{a}{b}$ *với* $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$. Tập hợp các số hữu tỷ *được ký hiệu là* $\mathbb{Q}$*, i.e.,* $\mathbb{Q} := \left\{\frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0\right\}$.

"Mỗi số nguyên là 1 số hữu tỷ." i.e., $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \in \mathbb{Q}$ bởi vì $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$[2]. Nhưng 1 số hữu tỷ bất kỳ chưa chắc là 1 số nguyên, i.e., $a \in \mathbb{Q} \not\Rightarrow a \in \mathbb{Z}$. "Các phân số bằng nhau là các cách viết khác nhau của cùng 1 số hữu tỷ." – Thái et al., 2022, p. 6

1.1.2 Biểu diễn số hữu tỷ trên trục số

"Tương tự như đối với số nguyên, ta có thể biểu diễn mọi số hữu tỷ trên trục số. Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỷ $a \in \mathbb{Q}$ được gọi là điểm a. Do các phân số bằng nhau cùng biểu diễn 1 số hữu tỷ nên khi biểu diễn số hữu tỷ trên trục số, ta có thể chọn 1 trong những phân số đó để biểu diễn số hữu tỷ trên trục số. Thông thường, ta chọn phân số tối giản để biểu diễn số hữu tỷ đó." – Thái et al., 2022, p. 6. Vì $-\frac{a}{b} = \frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}$, $\forall a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ nên 3 điểm biểu diễn 3 phân số này trùng nhau.

1.1.3 Số đối của 1 số hữu tỷ

Định nghĩa 1.1.2 (2 số hữu tỷ đối nhau)**.** *Trên trục số, 2 số hữu tỷ (phân biệt) có điểm biểu diễn nằm về 2 phía của điểm gốc* 0 *& cách đều điểm gốc* 0 *được gọi là* 2 số đối nhau*.* *Số đối của số hữu tỷ* $a \in \mathbb{Q}$*, ký hiệu là* $-a \in \mathbb{Q}$*. Số đối của số* 0 *là* 0*.*

"Số đối của số $-a$ là số a, i.e., $-(-a) = a$." – Thái et al., 2022, p. 8

1.1.4 So sánh các số hữu tỷ

1.1.4.1 So sánh 2 số hữu tỷ

"Cũng như số nguyên, trong 2 số hữu tỷ khác nhau luôn có 1 số nhỏ hơn số kia. Nếu số hữu tỷ $a \in \mathbb{Q}$ nhỏ hơn số hữu tỷ $b \in \mathbb{Q}$ thì ta viết $a < b$ hay $b > a$. Số hữu tỷ lớn hơn 0 gọi là *số hữu tỷ dương*. Số hữu tỷ nhỏ hơn 0 gọi là *số hữu tỷ âm*. Số hữu tỷ 0 không là số hữu tỷ dương, cũng không là số hữu tỷ âm. Nếu $a < b$ & $b < c$ thì $a < c$" – Thái et al., 2022, p. 8 Tính chất cuối cùng được gọi là *tính chất bắc cầu của thứ tự các số hữu tỷ*, được viết dưới dạng mệnh đề toán học bằng ký hiệu như sau: $((a < b) \wedge (b < c)) \Rightarrow (a < c)$, $\forall a, b, c \in \mathbb{Q}$.

[1] **quotient** [n] **1.** (in compounds) a degree or amount of a particular quality or characteristic; **2.** (*mathematics*) a number which is the result when 1 number is divided by another.

[2] Rộng hơn, $\mathbb{N}^\star \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ với $\mathbb{R}$ là *tập hợp các số thực* sẽ đề cập ở Chương 2 chương trình Toán 7 (& cả tài liệu này), & $\mathbb{C}$ là *tập hợp các số phức*, sẽ được học ở chương trình Toán 12, phần Đại số.

1.1.4.2 Cách so sánh 2 số hữu tỷ

"Ở lớp 6, ta đã biết cách so sánh 2 phân số & cách so sánh 2 số thập phân." "Khi 2 số hữu tỷ cùng là phân số hoặc cùng là số thập phân, ta so sánh chúng theo những quy tắc đã biết ở lớp 6. Ngoài 2 trường hợp trên, để so sánh 2 số hữu tỷ, ta viết chúng về cùng dạng phân số (hoặc cùng dạng số thập phân) rồi so sánh chúng." – Thái et al., 2022, p. 9

1.1.5 Minh họa trên trục số

"Giả sử 2 điểm x, y lần lượt biểu diễn 2 số hữu tỷ x, y trên trục số nằm ngang. Khi so sánh 2 số hữu tỷ, ta viết chúng ở dạng phân số có cùng mẫu số dương rồi so sánh 2 tử số, tức là so sánh 2 số nguyên. Vì vậy, cũng như số nguyên, nếu $x < y$ hay $y > x$ thì điểm x nằm bên trái điểm y. Tương tự, nếu $x < y$ hay $y > x$ thì điểm x nằm phía dưới điểm y trên trục số thẳng đứng." – Thái et al., 2022, pp. 9–10

1.2 Cộng, Trừ, Nhân, Chia Số Hữu Tỷ – Addition, Subtraction, Multiplication, Division on Rationals

1.2.1 Cộng, trừ 2 số hữu tỷ. Quy tắc chuyển vế

1.2.1.1 Quy tắc cộng, trừ 2 số hữu tỷ

"Vì mọi số hữu tỷ đều viết được dưới dạng phân số nên ta có thể cộng, trừ 2 số hữu tỷ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số. Tuy nhiên, khi 2 số hữu tỷ cùng viết ở dạng số thập phân (với hữu hạn chữ số khác 0 ở phần thập phân) thì ta có thể cộng, trừ 2 số đó theo quy tắc cộng, trừ số thập phân." – Thái et al., 2022, p. 12

1.2.1.2 Tính chất của phép cộng các số hữu tỷ

"Giống như phép cộng các số nguyên, phép cộng các số hữu tỷ cũng có các tính chất: giao hoán, kết hợp, cộng với 0, cộng với số đối. Ta có thể chuyển phép trừ cho 1 số hữu tỷ thành phép cộng với số đối của số hữu tỷ đó. Vì thế, trong 1 biểu thức số chỉ gồm các phép cộng & phép trừ, ta có thể thay đổi tùy ý vị trí các số hạng kèm theo dấu của chúng." – Thái et al., 2022, p. 13

1.2.1.3 Quy tắc chuyển vế

Ta có quy tắc "chuyển vế" đối với số hữu tỷ như sau:

Mệnh đề 1.2.1. *Khi chuyển 1 số hạng từ vế này sang vế kia của 1 đẳng thức, ta phải đối dấu số hạng đó:*

$$x + y = z \Rightarrow x = z - y,\ x - y = z \Rightarrow x = z + y,\ \forall x, y, z \in \mathbb{Q}.$$

1.2.2 Nhân, chia 2 số hữu tỷ

1.2.2.1 Quy tắc nhân, chia 2 số hữu tỷ

"Vì mọi số hữu tỷ đều viết được dưới dạng phân số nên ta có thể nhân, chia 2 số hữu tỷ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số. Tuy nhiên, khi 2 số hữu tỷ cùng viết ở dạng số thập phân (với hữu hạn chữ số khác 0 ở phần thập phân) thì ta có thể nhân, chia 2 số đó theo quy tắc nhân, chia số thập phân." – Thái et al., 2022, p. 14

1.2.2.2 Tính chất của phép nhân các số hữu tỷ

Ký hiệu $\mathbb{Q}^\star \coloneqq \mathbb{Q}\backslash\{0\}$ là tập các số hữu tỷ khác 0. "Giống như phép nhân các số nguyên, phép nhân các số hữu tỷ cũng có các tính chất: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1, phân phối của phép nhân đối với phép cộng & phép trừ." "Mỗi số hữu tỷ a khác 0 (i.e., $a \in \mathbb{Q}^\star$) đều có số nghịch đảo sao cho tích của số đó với a bằng 1." "*Số nghịch đảo* của số hữu tỷ a khác 0 (i.e., $a \in \mathbb{Q}^\star$) ký hiệu là $\frac{1}{a}$, ta có $a \cdot \frac{1}{a} = 1$, $\forall a \in \mathbb{Q}^\star$. Số nghịch đảo của số hữu tỷ $\frac{1}{a}$ là a. Nếu $a, b \in \mathbb{Q}$ & $b \neq 0$ thì $a : b = a \cdot \frac{1}{b}$." – Thái et al., 2022, p. 15

1.3 Phép Tính Lũy Thừa với Số Mũ Tự Nhiên của 1 Số Hữu Tỷ

1.3.1 Phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên

Tương tự như đối với số tự nhiên, với số hữu tỷ ta cũng có:

Định nghĩa 1.3.1 (Lũy thừa của số hữu tỷ)**.** Lũy thừa bậc n *của 1 số hữu tỷ* $x \in \mathbb{Q}$*, ký hiệu* x^n*, là tích của* n *thừa số* x*:* $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdots x}_{n \text{ thừa số } x}$ *với* $n \in \mathbb{N}^\star$*. Số* x *được gọi là* cơ số*,* n *được gọi là* số mũ*. Quy ước:* $x^1 = x$*,* $\forall x \in \mathbb{Q}$*.*

"x^n đọc là "x mũ n" hoặc "x lũy thừa n" hoặc "lũy thừa bậc n của x"; x^2 còn được đọc là "x bình phương" hay "bình phương của x"; x^3 còn được đọc là "x lập phương" hay "lập phương của x"." – Thái et al., 2022, p. 17. "Để viết lũy thừa bậc n của phân số $\frac{a}{b}$, ta phải viết $\frac{a}{b}$ trong dấu ngoặc ( ), i.e., $\left(\frac{a}{b}\right)^n$." – Thái et al., 2022, p. 18

1.3.2 Tích & thương của 2 lũy thừa cùng cơ số

Cũng như lũy thừa với cơ số là số tự nhiên, đối với cơ số là số hữu tỷ, ta có các quy tắc sau:

Định lý 1.3.1. *Khi nhân 2 lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số & cộng các số mũ:* $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$, $\forall x \in \mathbb{Q}$, $\forall m, n \in \mathbb{N}$. *Khi chia 2 lũy thừa cùng cơ số (khác 0), ta giữ nguyên cơ số & lấy số mũ của lũy thừa bị chia trừ đi số mũ của lũy thừa chia:* $x^m : x^n = \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$*,* $\forall x \in \mathbb{Q}^\star$*,* $\forall m, n \in \mathbb{N}$*,* $m \geq n$*. Quy ước:* $x^0 = 1$*,* $\forall x \in \mathbb{Q}^\star$*.*

1.3.3 Lũy thừa của 1 lũy thừa

Đối với lũy thừa mà cơ số là số hữu tỷ, ta có:

Định lý 1.3.2. *Khi tính lũy thừa của 1 lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số & nhân 2 số mũ:* $(x^m)^n = x^{mn}$*,* $\forall x \in \mathbb{Q}$*,* $\forall m, n \in \mathbb{N}$*.*

1.3.4 Lũy thừa của 1 tích, 1 thương

1.3.4.1 Lũy thừa của 1 tích

Lũy thừa của 1 tích bằng tích các lũy thừa: $(xy)^n = x^n y^n$, $\forall x, y \in \mathbb{Q}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

1.3.4.2 Lũy thừa của 1 thương

Lũy thừa của 1 thương bằng thương các lũy thừa: $\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}$, $\forall x, y \in \mathbb{Q}$, $y \neq 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

1.4 Thứ Tự Thực Hiện Các Phép Tính. Quy Tắc Dấu Ngoặc

1.4.1 Thứ tự thực hiện các phép tính

"Ở lớp 6, ta đã học thứ tự thực hiện các phép tính đối với số tự nhiên, số nguyên, phân số, số thập phân. Thứ tự thực hiện các phép tính đối với số hữu tỷ cũng tương tự thứ tự thực hiện các phép tính đối với các loại số trên." – Thái et al., 2022, p. 23

1.4.2 Quy tắc dấu ngoặc

"Ở lớp 6, ta đã học quy tắc dấu ngoặc đối với số nguyên, phân số, số thập phân. Quy tắc dấu ngoặc đối với số hữu tỷ cũng tương tự quy tắc dấu ngoặc đối với các loại số trên.

- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đằng trước, ta giữ nguyên dấu của các số hạng trong dấu ngoặc.

$$a + (b + c) = a + b + c,\ a + (b - c) = a + b - c,\ \forall a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "−" đằng trước, ta phải đổi dấu của các số hạng trong dấu ngoặc: dấu "+" đổi thành dấu "−" & dấu "−" đổi thành dấu "+".

$$a - (b + c) = a - b - c,\ a - (b - c) = a - b + c.$$

Nếu đưa các số hạng vào trong dấu ngoặc có dấu "−" đằng trước thì phải đối dấu các số hạng đó." – Thái et al., 2022, p. 24

1.5 Biểu Diễn Thập Phân của Số Hữu Tỷ

1.5.1 Số thập phân hữu hạn & số thập phân vô hạn tuần hoàn

"Các số thập phân chỉ gồm hữu hạn chữ số sau dấu "," được gọi là *số thập phân hữu hạn*." – Thái et al., 2022, p. 27 Các số thập phân vô hạn tuần hoàn có tính chất: Trong phần thập phân, bắt đầu từ 1 hàng nào đó, có *1 chữ số* hay *1 cụm chữ số liền nhau* xuất hiện liên tiếp mãi, & chữ số đó hoặc cụm chữ số đó được gọi là *chu kỳ* của số thập phân vô hạn tuần hoàn đó, e.g., $\overline{a_na_{n-1}\ldots a_1a_0,a_{-1}a_{-2}\ldots a_{-m}}(\overline{b_kb_{k-1}\ldots b_1b_0}) = \overline{a_na_{n-1}\ldots a_1a_0,a_{-1}a_{-2}\ldots a_{-m}b_kb_{k-1}\ldots b_1b_0b_kb_{k-1}\ldots}$.

1.5.2 Biểu diễn thập phân của số hữu tỷ

"Ta đã biết mỗi số hữu tỷ đều viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a,b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$. Thực hiện phép tính $a : b$, ta có thể biểu diễn số hữu tỷ đó dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Mỗi số hữu tỷ được biểu diễn bởi 1 số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn." – Thái et al., 2022, p. 28

1.5.3 Dạng biểu diễn thập phân của số hữu tỷ

"Ta đã biết mỗi số hữu tỷ được biểu diễn bởi 1 số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Vấn đề đặt ra là biểu diễn thập phân của số hữu tỷ khi nào là số thập phân hữu hạn? Khi nào là số thập phân vô hạn tuần hoàn? Giả sử số hữu tỷ r viết được dưới dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$, $a,b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$. Người ta đã chứng minh được định lý sau:

- Các phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 & 5 thì viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn & chỉ những phân số đó mới viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.
- Các phân số tối giản với mẫu dương & mẫu có ước nguyên tố khác 2 & 5 thì viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn & chỉ những phân số đó mới viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Từ định lý trên, ta có sơ đồ phân loại biểu diễn thập phân của số hữu tỷ như sau:

$\boxed{\text{Biểu diễn thập phân của số hữu tỷ } \frac{a}{b},\ a,b \in \mathbb{Z},\ \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}}$ bao gồm:

- $\boxed{\text{Biểu diễn bằng số thập phân hữu hạn}}$ $\leftrightarrow$ Mẫu b không có ước nguyên tố khác 2 & 5.
- $\boxed{\text{Biểu diễn bằng số thập phân vô hạn tuần hoàn}}$ $\leftrightarrow$ Mẫu b có ước nguyên tố khác 2 & 5." – Thái et al., 2022, p. 29

Chương 2

Số Thực – Real Number/Real

Nội dung. *Số vô tỷ; căn bậc 2 số học; tập hợp các số thực $\mathbb{R}$; giá trị tuyệt đối của 1 số thực; làm tròn & ước lượng; tỷ lệ thức, dãy tỷ số bằng nhau; đại lượng tỷ lệ thuận, đại lượng tỷ lệ nghịch & áp dụng vào bài toán thực tế.*

2.1 Số Vô Tỷ. Căn Bậc 2 Số Học – Irrational Number/Irrational. Square Root

"Ngay từ thời xa xưa, phân số đã gắn bó với đời sống thực tiễn của con người trong suốt quá trình đo đạc, tính toán. Các nhà toán học Hy Lạp cổ đại thuộc trường phái Pythagoras còn cho rằng: "Tất cả các hiện tượng trong vũ trụ có thể được thu gọn thành các số nguyên & tỷ số của chúng". Họ gọi các số nguyên & tỷ số của chúng là số *rational*, tức là những số *có lý*, mà ngày nay chúng ta quen gọi là số hữu tỷ. Tuy nhiên, vào thế kỷ V trước Công nguyên, nhà toán học Hippasus (530–450 trước Công nguyên) đã phát hiện ra rằng có những đối tượng trong thế giới tự nhiên không biểu thị được qua số hữu tỷ, e.g., tỷ số giữa độ dài đường chéo hình vuông với cạnh của hình vuông đó thì không thể là số hữu tỷ. Phát minh của ông không được chấp nhận trong 1 thời gian dài, thậm chí những số như thế còn bị gọi là *irrational*, tức là những số *vô lý* hay *không có lý*. (Nguồn: M. Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Vol. 1, Oxford University Press, New York, 1990)" – Thái et al., 2022, p. 32

2.1.1 Số vô tỷ

2.1.1.1 Khái niệm số vô tỷ

"Trong đời sống thực tiễn của con người, ta thường gặp những số không phải là số hữu tỷ, những số đó được gọi là *số vô tỷ*.

Ví dụ 2.1.1. *Số Pi được người Babylon cổ đại phát hiện gần 4000 năm trước & được biểu diễn bằng chữ cái Hy Lạp π từ giữa thế kỷ XVIII. Số π là tỷ số giữa độ dài của 1 đường tròn với độ dài đường kính của đường tròn đó. Năm 1760, nhà toán học Johann Heinrich Lambert (1728–1777, người Thụy Sĩ) đã chứng tỏ được rằng số π là số vô tỷ. Nguồn: M. Kline, Mathematical Thought from Ancient to Modern Times, Vol. 1, Oxford University Press, New York, 1990)" – Thái et al., 2022, p. 32*

2.1.1.2 Số thập phân vô hạn không tuần hoàn

Những số thập phân có vô số chữ số khác 0 ở phần thập phân của số đó được gọi là *số thập phân vô hạn*. Những số thập phân vô hạn mà ở phần thập phân của nó không có 1 chu kỳ nào cả được gọi là *số thập phân vô hạn không tuần hoàn*.

2.1.1.3 Biểu diễn thập phân của số vô tỷ

Cũng như số π, người ta chứng tỏ được rằng:

Định lý 2.1.1. *Số vô tỷ được viết dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.*

2.1.2 Căn bậc 2 số học

Định nghĩa 2.1.1 (Căn bậc 2 số học/square root)**.** Căn bậc 2 số học *của số $a \ge 0$ là số $x \ge 0$ sao cho $x^2 = a$.*

"Căn bậc 2 số học của số $a \geq 0$ được ký hiệu là $\sqrt{a}$. Căn bậc 2 số học của số 0 là số 0, viết là $\sqrt{0} = 0$. Cho $a \geq 0$. Khi đó: Đẳng thức $\sqrt{a} = b$ là đúng nếu: $b \geq 0$ & $b^2 = a$. $(\sqrt{a})^2 = a$." "Người ta chứng minh được rằng "Nếu số nguyên dương a không phải là bình phương của bất kỳ số nguyên dương nào thì $\sqrt{a}$ là số vô tỷ". I.e., $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \ldots$ đều là số vô tỷ." – Thái et al., 2022, p. 34

Ta có thể tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc 2 số học của 1 số dương bằng máy tính cầm tay bằng cách sử dụng nút dấu căn bậc 2 số học $\boxed{\sqrt{\square}}$.

2.1.3 Tỷ số vàng trong nghệ thuật & kiến trúc – Golden ratio in art & architecture

"*Tỷ số vàng* là tỷ số chuẩn giữa các thành tố trong thiết kế nhằm đem lại hiệu ứng cao nhất cho con người khi thưởng thức các tác phẩm nghệ thuật. Những tỷ số đó thường là các số vô tỷ. Từ thời Hy Lạp cổ đại & Ai Cập cổ đại, người ta cho rằng *hình chữ nhật vàng* là hình chữ nhật có tỷ số giữa chiều dài & chiều rộng là $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$ (từ hình vuông $AMND$, gọi O là trung điểm của cạnh DN, vẽ đường tròn tâm O, bán kính OM; đường tròn này cắt đường thẳng DN ở C, dựng hình chữ nhật $ABCD$ ta có 1 hình chữ nhật vàng).

Đường xoắn ốc vàng là đường xoắn ốc tiếp xúc trong với các cạnh của 1 chuỗi các hình chữ nhật vàng.

Tỷ số vàng chi phối hầu hết các tác phẩm nghệ thuật, thiết kế đồ họa & kiến trúc nổi tiếng thế giới. Ví dụ, chúng ta có thể thấy đường xoắn ốc vàng trong bức chân dung nàng Mona Lisa của danh họa Leonardo Vinci (1452–1519, người Ý), trong bức tranh "Thiếu nữ bên hoa huệ" của danh họa Tô Ngọc Vân (1906–1954, người Việt Nam) hay trong nhiều kiến trúc nổi tiếng thế giới như Đền thờ Parthenon ở Thủ đô Athens của Hy Lạp." – Thái et al., 2022, p. 36

2.1.4 Tỷ số vàng & vũ trụ

"Trong vũ trụ có rất nhiều dải ngân hà xoắn ốc theo đúng tỷ lệ của đường xoắn ốc vàng. Ví dụ dải ngân hà NGC 5 194 ở hình bên cách dải ngân hà của chúng ta khoảng 31 triệu năm ánh sáng (1 năm ánh sáng bằng khoảng 9.5 nghìn kilomet)." – Thái et al., 2022, p. 36

2.2 Tập Hợp ℝ Các Số Thực – Set ℝ of Reals

2.2.1 Tập hợp số thực

2.2.1.1 Số thực

Định nghĩa 2.2.1 (Số thực, tập hợp các số thực)**.** *Số hữu tỷ & số vô tỷ được gọi chung là* số thực*. Tập hợp các số thực được ký hiệu là* $\mathbb{R}$.

2.2.1.2 Biểu diễn thập phân của số thực

"Mỗi số thực là số hữu tỷ hoặc số vô tỷ. Vì thế, mỗi số thực đều biểu diễn được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn. Cụ thể, ta có sơ đồ sau: $\boxed{\text{Số thực}}$ bao gồm:

- $\boxed{\text{Số hữu tỷ}}$ → Biểu diễn bằng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn
- $\boxed{\text{Số vô tỷ}}$ → Biểu diễn bằng số thập phân vô hạn không tuần hoàn." – Thái et al., 2022, p. 38

2.2.2 Biểu diễn số thực trên trục số

"Tương tự như đối với số hữu tỷ, ta có thể biểu diễn mọi số thực trên trục số, khi đó điểm biểu diễn số thực $x \in \mathbb{R}$ được gọi là điểm x. Các điểm biểu diễn số hữu tỷ không lấp đầy trục số. Người ta chứng minh được rằng: Mỗi số thực được biểu diễn bởi 1 điểm trên trục số. Ngược lại, mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn 1 số thực. Vì thế, trục số còn được gọi là *trục số thực*." – Thái et al., 2022, p. 39

2.2.3 Số đối của 1 số thực

Định nghĩa 2.2.2. *Trên trục số, 2 số thực (phân biệt) có điểm biểu diễn nằm về 2 phía của điểm gốc* 0 *& cách đều điểm gốc* 0 *được gọi là* 2 số đối nhau. Số đối *của số thực* $a \in \mathbb{R}$ *ký hiệu là* $-a$. *Số đối của số* 0 *là* 0.

"Số đối của số $-a$ là số a, i.e., $-(-a) = a$, $\forall a \in \mathbb{R}$.

2.2.4 So sánh các số thực

2.2.4.1 So sánh 2 số thực

"Cũng như số hữu tỷ, trong 2 số thực khác nhau luôn có 1 số nhỏ hơn số kia. Nếu số thực $a \in \mathbb{R}$ nhỏ hơn số thực $b \in \mathbb{R}$ thì ta viết $a < b$ hay $b > a$. Số thực lớn hơn 0 gọi là *số thực dương*. Số thực nhỏ hơn 0 gọi là *số thực âm*. Số 0 không phải là số thực dương cũng không phải là số thực âm. Nếu $a < b$ & $b < c$ thì $a < c$." – Thái et al., 2022, p. 40. Tính chất cuối được gọi là *tính chất bắc cầu*, & được viết gọn bằng ký hiệu toán học như sau: $((a < b) \wedge (b < c)) \Rightarrow (a < c)$, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$.

2.2.4.2 Cách so sánh 2 số thực

"Trong những trường hợp thuận lợi, ta có thể so sánh 2 số thực bằng cách biểu diễn thập phân mỗi số thực đó rồi so sánh 2 số thập phân đó." – Thái et al., 2022, p. 40 "Việc biểu diễn 1 số thực dưới dạng số thập phân (hữu hạn hoặc vô hạn) thường là phức tạp. Trong 1 số trường hợp ta dùng quy tắc sau: Với a, b là 2 số thực dương, nếu $a > b$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$." – Thái et al., 2022, p. 41, i.e., $(a > b) \Rightarrow (\sqrt{a} > \sqrt{b})$, $\forall a, b \in \mathbb{R}_{>0}$, với $\mathbb{R}_{>0} \coloneqq \{x \in \mathbb{R} | x > 0\} = (0, \infty)$.

2.2.4.3 Minh họa trên trục số

"Giả sử 2 điểm x, y lần lượt biểu diễn 2 số thực $x, y \in \mathbb{R}$ trên trục số nằm ngang. Ta thừa nhận nhận xét sau: Nếu $x < y$ hay $y > x$ thì điểm x nằm bên trái điểm y. Ngược lại, nếu điểm x nằm bên trái điểm y thì $x < y$ hay $y > x$.

Đối với 2 điểm x, y lần lượt biểu diễn 2 số thực x, y trên trục số thẳng đứng, ta cũng thừa nhận nhận xét sau: Nếu $x < y$ hay $y > x$ thì điểm x nằm phía dưới điểm y. Ngược lại, nếu điểm x nằm phía dưới điểm y thì $x < y$ hay $y > x$." – Thái et al., 2022, p. 41

2.2.5 Các phép tính với số thực

"Trong tập hợp các số thực cũng có các phép tính (cộng, trừ, nhân, chia, lũy thừa với số mũ tự nhiên) & các tính chất tương tự như các phép tính trong tập hợp các số hữu tỷ.

2.2.5.1 Tính chất của phép cộng các số thực

- Giao hoán: $a + b = b + a$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$;
- Kết hợp: $(a + b) + c = a + (b + c)$, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$;
- Cộng với số 0: $a + 0 = 0 + a = a$, $\forall a \in \mathbb{R}$;
- Cộng với số đối: $a + (-a) = (-a) + a = 0$, $\forall a \in \mathbb{R}$.F

2.2.5.2 Tính chất của phép nhân các số thực

- Giao hoán: $ab = ba$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$;
- Kết hợp: $(ab)c = a(bc)$, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$;
- Nhân với số 1: $a1 = 1a = a$, $\forall a \in \mathbb{R}$;
- Phân phối đối với phép cộng: $a(b + c) = ab + ac$, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$;
- Với mỗi số thực $a \neq 0$, có số nghịch đảo $\frac{1}{a}$ sao cho: $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

2.2.5.3 Phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên của số thực

- Lũy thừa với số mũ tự nhiên: $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdots x}_{n \text{ thừa số } x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $\forall n \in \mathbb{N}$;
- Tích & thương của 2 lũy thừa cùng cơ số: $x^m x^n = x^{m+n}$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $\forall m, n \in \mathbb{N}$; $x^m : x^n = \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$, $\forall m, n \in \mathbb{N}$, $m \geq n$;
- Lũy thừa của 1 lũy thừa: $(x^m)^n = x^{mn}$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $\forall m, n \in \mathbb{N}$;
- Lũy thừa của 1 tích, 1 thương:

$$(xy)^n = x^n y^n,\ \forall x, y \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N};\ \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n},\ \forall x, y \in \mathbb{R}, y \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}.$$

"Thứ tự thực hiện các phép tính, quy tắc chuyển vế, quy tắc dấu ngoặc trong tập hợp số thực cũng giống như trong tập hợp số hữu tỷ." – Thái et al., 2022, p. 43

2.3 Giá Trị Tuyệt Đối của 1 Số Thực – Absolute Value of a Real

2.3.1 Khái niệm

Định nghĩa 2.3.1 (Giá trị tuyệt đối của số thực)**.** *Khoảng cách từ điểm x đến điểm gốc 0 trên trục số được gọi là* giá trị tuyệt đối của số $x \in \mathbb{R}$*, ký hiệu là $|x|$.*

"Giá trị tuyệt đối của 1 số luôn là 1 số không âm: $|x| \ge 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. 2 số thực đối nhau có giá trị tuyệt đối bằng nhau." – Thái et al., 2022, p. 44, i.e., $|-x| = |x|$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

2.3.2 Tính chất

Mệnh đề 2.3.1. *Nếu x là số dương thì giá trị tuyệt đối của x là chính nó: $|x| = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $x > 0$. Nếu x là số âm thì giá trị tuyệt đối của x là số đối của nó: $|x| = -x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $x < 0$. Giá trị tuyệt đối của 0 là 0: $|0| = 0$.*

$$|x| = \begin{cases} x & \text{nếu } x \ge 0, \\ -x & \text{nếu } x < 0. \end{cases}, \ |-x| = |x|, \ \forall x \in \mathbb{R}.$$

"Giả sử 2 điểm A, B lần lượt biểu diễn 2 số thực $a, b \in \mathbb{R}$ khác nhau trên trục số. Khi đó, độ dài của đoạn thẳng AB là $|a-b|$, i.e., $AB = |a-b|$." – Thái et al., 2022, p. 46

"Khi ta đã biết phép cộng, phép nhân số thực dương thì ta có thể thực hiện phép cộng, phép nhân số thực tùy ý. Cụ thể, ta có thể thực hiện phép cộng, phép nhân 2 số thực âm hoawcj 2 số thực khác dấu bằng cách sử dụng giá trị tuyệt đối của số thực.

- Muốn cộng 2 số thực âm, ta cộng 2 giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu "$-$" trước kết quả nhận được.

  Muốn cộng 2 số thực khác dấu không đối nhau, ta tìm hiệu 2 giá trị tuyệt đối của chúng (số lớn trừ đi số nhỏ) rồi đặt trước kết quả tìm được dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

- Muốn nhân 2 số thực âm, ta nhân 2 giá trị tuyệt đối của chúng.

  Muốn nhân 2 số thực khác dấu, ta nhân 2 giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu "$-$" trước kết quả nhận được." – Thái et al., 2022, p. 47

2.4 Làm Tròn & Ước Lượng – Round up & Estimation

2.4.1 Làm tròn số

2.4.1.1 Số làm tròn

"Trong đo đạc & tính toán thực tiễn, đôi khi ta không sử dụng được các số chính xác mà phải sử dụng những số làm tròn xấp xỉ với số chính xác."

Định nghĩa 2.4.1 (Số làm tròn)**.** *"Ở nhiều tình huống thực tiễn, ta cần tìm 1 số thực khác xấp xỉ với số thực đã cho để thuận tiện hơn trong ghi nhớ, đo đạc hay tính toán. Số thực tìm được như thế được gọi là* số làm tròn *của số thực đã cho." – Thái et al., 2022, p. 48*

2.4.1.2 Làm tròn số với độ chính xác cho trước

Định nghĩa 2.4.2 (Làm tròn số với độ chính xác cho trước)**.** *Ta nói số a được làm tròn đến số b với độ chính xác d nếu khoảng cách giữa điểm a & điểm b trên trục số không vượt quá d.*

"Khi làm tròn số đến 1 hàng nào đó thì độ chính xác bằng nửa đơn vị của hàng làm tròn." – Thái et al., 2022, p. 49

"Để làm tròn 1 số thập phân âm, ta chỉ cần làm tròn số đối của nó rồi đặt dấu "$-$" trước kết quả." – Thái et al., 2022, p. 50

2.5 Tỷ Lệ Thức

2.6 Dãy Tỷ Số Bằng Nhau

2.7 Đại Lượng Tỷ Lệ Thuận

2.8 Đại Lượng Tỷ Lệ Nghịch

2.9 Hoạt Động Thực Hành & Trải Nghiệm: 1 Số Hình Thức Khuyến Mãi trong Kinh Doanh

Chương 3

Hình Học Trực Quan – Visual Geometry

3.1 Hình Hộp Chữ Nhật. Hình Lập Phương

3.2 Hình Lăng Trụ Đứng Tam Giác. Hình Lăng Trụ Đứng Tứ Giác

3.3 Hoạt Động Thực Hành & Trải Nghiệm: Tạo Đồ Dùng Dạng Hình Lăng Trụ Đứng

Chương 4

Góc. Đường Thẳng Song Song – Angle/Paralleling Lines

4.1 Góc ở Vị Trí Đặc Biệt

4.2 Tia Phân Giác của 1 Góc

4.3 2 Đường Thẳng Song Song

4.4 Định Lý

Chương 5

1 Số Yếu Tố Thống Kê & Xác Suất – Some Ingredients in Statistics & Probability

5.1 Thu Thập, Phân Loại & Biểu Diễn Dữ Liệu

5.2 Phân Tích & Xử Lý Dữ Liệu

5.3 Biểu Đồ Đoạn Thẳng

5.4 Biểu Đồ Hình Quạt Tròn

5.5 Biến Cố Trong 1 Số Trò Chơi Đơn Giản

5.6 Xác Suất của Biến Cố Ngẫu Nhiên trong 1 Số Trò Chơi Đơn Giản

5.7 Hoạt Động Thực Hành & Trải Nghiệm: Dung Tích Phổi

Chương 6

Biểu Thức Đại Số – Algebraic Expression

6.1 Biểu Thức Số. Biểu Thức Đại Số

6.2 Đa Thức 1 Biến. Nghiệm của Đa Thức 1 Biến

6.3 Phép Cộng, Phép Trừ Đa Thức 1 Biến

6.4 Phép Nhân Đa Thức 1 Biến

6.5 Phép Chia Đa Thức 1 Biến

Chương 7

Tam Giác – Triangle

7.1 Tổng Các Góc của 1 Tam Giác

7.2 Quan Hệ Giữa Góc & Cạnh Đối Diện. Bất Đẳng Thức Tam Giác

7.3 2 Tam Giác Bằng Nhau

7.4 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ Nhất của Tam Giác: Cạnh – Cạnh – Cạnh

7.5 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 2 của Tam Giác: Cạnh – Góc – Cạnh

7.6 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 3 của Tam Giác: Góc – Cạnh – Góc

7.7 Tam Giác Cân

7.8 Đường Vuông Góc & Đường Xiên

7.9 Đường Trung Trực của 1 Đoạn Thẳng

7.10 Tính Chất 3 Đường Trung Tuyến của Tam Giác

7.11 Tính Chất 3 Đường Phân Giác của Tam Giác

7.12 Tính Chất 3 Đường Trung Trực của Tam Giác

7.13 Tính Chất 3 Đường Cao của Tam Giác

Tài liệu tham khảo

[NQBH/elementary math] Nguyễn Quản Bá Hồng. *Some Topics in Elementary Mathematics: Problems, Theories, Applications, & Bridges to Advanced Mathematics*. Mar 2022–now.

Tài liệu tham khảo

Thái, Đỗ Đức et al. (2022). *Toán 7, tập 1*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 111.