

Some Topics in Elementary Mathematics/Grade 10

Nguyễn Quân Bá Hồng¹

Ngày 8 tháng 8 năm 2022

¹Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

Mục lục

1	Mệnh Đề Toán học. Tập Hợp	2
1.1	Mệnh Đề Toán Học	2
1.1.1	Mệnh đề toán học	2
1.1.2	Mệnh đề chứa biến	2
1.1.3	Phủ định của 1 mệnh đề	2
1.1.4	Mệnh đề kéo theo	2
1.1.5	Mệnh đề đảo. 2 mệnh đề tương đương	2
1.1.6	Ký hiệu \forall & \exists	3
1.2	Tập Hợp. Các Phép Toán Trên Tập Hợp	3
1.2.1	Tập hợp	3
1.2.2	Tập con & tập hợp bằng nhau	3
1.2.2.1	Tập con	3
1.2.2.2	Tập hợp bằng nhau	3
1.2.3	Giao của 2 tập hợp	3
1.2.4	Hợp của 2 tập hợp	3
1.2.5	Phần bù. Hiệu của 2 tập hợp	4
1.2.6	Các tập hợp số	4
1.2.6.1	Các tập hợp số đã học	4
1.2.6.2	1 số tập con thường dùng của tập hợp số thực	4
2	Bất Phương Trình & Hệ Bất Phương Trình Bậc Nhất 2 Ẩn	5
2.1	Bất Phương Trình Bậc Nhất 2 Ẩn	5
2.2	Hệ Bất Phương Trình Bậc Nhất 2 Ẩn	5
3	Hàm Số & Đồ Thị	6
3.1	Hàm Số & Đồ Thị	6
3.2	Hàm Số Bậc 2. Đồ Thị Hàm Số Bậc 2 & Ứng Dụng	6
3.3	Dấu của Tam Thức Bậc 2	6
3.4	Bất Phương Trình Bậc 2 1 Ẩn	6
3.5	2 Dạng Phương Trình Quy về Phương Trình Bậc 2	6
4	Hệ Thức Lượng Trong Tam Giác. Vector	7
4.1	Giá Trị Lượng Giác của 1 Góc $\in [0^\circ; 180^\circ]$. Định Lý Còsin & Định Lý Sin Trong Tam Giác	7
4.2	Giải Tam Giác	7
4.3	Khái Niệm Vector	7
4.4	Tổng & Hiệu của 2 Vector	7
4.5	Tích của 1 Số với 1 Vector	7
4.6	Tích Vô Hướng của 2 Vector	7
	Tài liệu tham khảo	9

Preface

Tóm tắt kiến thức Toán lớp 10 theo chương trình giáo dục của Việt Nam & một số chủ đề nâng cao.

Chương 1

Mệnh Đề Toán học. Tập Hợp

Nội dung. Mệnh đề toán học, tập hợp & các phép toán trên tập hợp.

1.1 Mệnh Đề Toán Học

1.1.1 Mệnh đề toán học

Định nghĩa 1.1.1 (Mệnh đề toán học). 1 mệnh đề khẳng định về 1 sự kiện trong toán học, gọi là mệnh đề toán học.

“Khi không sợ nhầm lẫn, ta thường gọi tắt mệnh đề toán học là *mệnh đề*.” – Thái et al., 2022, p. 5

Mệnh đề 1.1.1. Mỗi mệnh đề toán học phải hoặc đúng hoặc sai. 1 mệnh đề toán học không thể vừa đúng, vừa sai.

Định nghĩa 1.1.2 (Mệnh đề đúng/sai). Khi mệnh đề toán học là đúng, ta gọi mệnh đề đó là 1 mệnh đề đúng. Khi mệnh đề toán học là sai, ta gọi mệnh đề đó là 1 mệnh đề sai.

1.1.2 Mệnh đề chứa biến

Định nghĩa 1.1.3 (Mệnh đề chứa biến). Với mỗi bộ giá trị cụ thể của bộ biến (x_1, \dots, x_n) , $n \in \mathbb{N}^*$, mệnh đề $P(x_1, \dots, x_n)$ cho ta 1 mệnh đề toán học mà ta có thể khẳng định được tính đúng sai của mệnh đề đó. Khi đó, $P(x_1, \dots, x_n)$ được gọi là mệnh đề chứa biến.

“Ta thường ký hiệu mệnh đề chứa biến n là $P(n)$; mệnh đề chứa biến x, y là $P(x, y)$; ...” – Thái et al., 2022, p. 6

1.1.3 Phủ định của 1 mệnh đề

Định nghĩa 1.1.4 (Mệnh đề phủ định). Cho mệnh đề P . Mệnh đề “Không phải P ” được gọi là mệnh đề phủ định của mệnh đề P & ký hiệu là \bar{P} .

“Mệnh đề \bar{P} đúng khi P sai. Mệnh đề \bar{P} sai khi P đúng.” “Để phủ định 1 mệnh đề, ta chỉ cần thêm/bớt từ “không” (hoặc “không phải”) vào trước vị ngữ của mệnh đề đó.” – Thái et al., 2022, p. 7

1.1.4 Mệnh đề kéo theo

Định nghĩa 1.1.5 (Mệnh đề kéo theo). Cho 2 mệnh đề P & Q . Mệnh đề “Nếu P thì Q ” được gọi là mệnh đề kéo theo & ký hiệu là $P \Rightarrow Q$. mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai khi P đúng, Q sai & đúng trong các trường hợp còn lại.

“Tùy theo nội dung cụ thể, đôi khi người ta còn phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là “ P kéo theo Q ” hay “ P suy ra Q ” hay “Vì P nên Q ” ...” “Các định lý toán học là những mệnh đề đúng & thường phát biểu ở dạng mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$. Khi đó ta nói: P là giả thiết, Q là kết luận của định lý, hay P là điều kiện đủ để có Q , hoặc Q là điều kiện cần để có P .” – Thái et al., 2022, p. 7

1.1.5 Mệnh đề đảo. 2 mệnh đề tương đương

Định nghĩa 1.1.6 (Mệnh đề đảo, 2 mệnh đề tương đương). Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Nếu cả 2 mệnh đề $P \Rightarrow Q$ & $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì ta nói P & Q là 2 mệnh đề tương đương, ký hiệu $P \Leftrightarrow Q$.

“Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ có thể phát biểu ở những dạng như sau: “ P tương đương Q ”; “ P là điều kiện cần & đủ để có Q ”; “ P khi & chỉ khi Q ”; “ P nếu & chỉ nếu Q .” – Thái et al., 2022, p. 8

“Trong toán học, những câu khẳng định đúng phát biểu ở dạng “ $P \Leftrightarrow Q$ ” cũng được coi là 1 mệnh đề toán học, gọi là *mệnh đề tương đương*.” – Thái et al., 2022, p. 9

1.1.6 Ký hiệu \forall & \exists

\forall : “với mọi”, \exists : “tồn tại” hoặc “có 1” (tồn tại 1) hoặc “có ít nhất 1” (tồn tại ít nhất 1). Phương pháp chứng minh 1 mệnh đề có ký hiệu “ \forall ”, “ \exists ”, là đúng hoặc sai.

Mệnh đề 1.1.2. Cho mệnh đề “ $P(x), x \in X$ ”. Phủ định của mệnh đề $\forall x \in X, P(x)$ là mệnh đề “ $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ”. Phủ định của mệnh đề $\exists x \in X, P(x)$ là mệnh đề “ $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ”.

1.2 Tập Hợp. Các Phép Toán Trên Tập Hợp

1.2.1 Tập hợp

“Người ta còn minh họa tập hợp bằng 1 vòng kín, mỗi phần tử của tập hợp được biểu diễn bởi 1 chấm bên trong vòng kín, còn phần tử không thuộc tập hợp đó được biểu diễn bởi 1 chấm bên ngoài vòng kín. Cách minh họa tập hợp như vậy được gọi là biểu đồ Venn.” – Thái et al., 2022, p. 12

“Tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là tập hợp rỗng, ký hiệu là \emptyset . 1 tập hợp có thể không có phần tử nào, cũng có thể có 1 phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử. Khi tập hợp C là tập hợp rỗng, ta viết $C = \emptyset$ & không được viết là $C = \{\emptyset\}$.” – Thái et al., 2022, p. 13

1.2.2 Tập con & tập hợp bằng nhau

1.2.2.1 Tập con

Định nghĩa 1.2.1. Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì ta nói A là 1 tập con của tập hợp B & viết là $A \subset B$. Ta còn đọc là A chứa trong B .

“Quy ước: Tập hợp rỗng được coi là tập con của mọi tập hợp.” “ $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B)$. Khi $A \subset B$, ta cũng viết $B \supset A$ (đọc là B chứa A). Nếu A không phải là tập con của B , ta viết $A \not\subset B$.” – Thái et al., 2022, p. 13

Mệnh đề 1.2.1. $A \subset A$ với mọi tập hợp A . Nếu $A \subset B$ & $B \subset C$ thì $A \subset C$.

Tính chất $((A \subset B) \wedge (B \subset C)) \Rightarrow (A \subset C)$ được gọi là *tính chất bắc cầu*.

1.2.2.2 Tập hợp bằng nhau

Định nghĩa 1.2.2. Khi $A \subset B$ & $B \subset A$ thì ta nói 2 tập hợp A & B bằng nhau, viết là $A = B$.

1.2.3 Giao của 2 tập hợp

Định nghĩa 1.2.3 (Giao của 2 tập hợp). Tập hợp gồm tất cả các phần tử vừa thuộc A vừa thuộc B được gọi là giao của A & B , ký hiệu $A \cap B$.

“Vậy $A \cap B = \{x | x \in A \text{ & } x \in B\}$.” “ $x \in A \cap B$ khi & chỉ khi $x \in A$ & $x \in B$.” – Thái et al., 2022, p. 14, i.e., $(x \in A \cap B) \Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B))$.

1.2.4 Hợp của 2 tập hợp

Định nghĩa 1.2.4 (Hợp của 2 tập hợp). Tập hợp gồm các phần tử thuộc A hoặc thuộc B được gọi là hợp của A & B , ký hiệu $A \cup B$.

“Vậy $A \cup B = \{x | x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$.” “ $x \in A \cup B$ khi & chỉ khi $x \in A$ & $x \in B$.” – Thái et al., 2022, p. 15, i.e., $(x \in A \cup B) \Leftrightarrow ((x \in A) \vee (x \in B))$.

Ví dụ 1.2.1. Với tập hợp \mathbb{Q} các số hữu tỷ & tập hợp I các số vô tỷ. $\mathbb{Q} \cap I = \emptyset$, $\mathbb{Q} \cup I = \mathbb{R}$.

1.2.5 Phần bù. Hiệu của 2 tập hợp

“Tập hợp \mathbb{Q} các số hữu tỷ là phần bù của tập hợp I các số vô tỷ trong tập hợp \mathbb{R} .” – Thái et al., 2022, p. 15

Định nghĩa 1.2.5 (Phần bù). *Cho tập hợp A là tập con của tập hợp B . Tập hợp những phần tử B mà không phải là phần tử của A được gọi là phần bù của A trong B , ký hiệu $C_B A$.*

$$B = A \cup C_B A \text{ \& } C_B A \cap A = \emptyset, \forall \text{ tập hợp } A, B.$$

Định nghĩa 1.2.6 (Hiệu của 2 tập hợp). *Tập hợp gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B được gọi là hiệu của A & B , ký hiệu $A \setminus B$.*

“Vậy $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ \& } x \notin B\}$.” “ $x \in A \setminus B$ khi & chỉ khi $x \in A \text{ \& } x \notin B$.” “Nếu $B \subset A$ thì $A \setminus B = C_A B$.” – Thái et al., 2022, p. 16

1.2.6 Các tập hợp số

1.2.6.1 Các tập hợp số đã học

“Ta đã biết $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ lần lượt là tập hợp số tự nhiên, tập hợp số nguyên, tập hợp số hữu tỷ, tập hợp số thực. Ta có quan hệ sau: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.” – Thái et al., 2022, p. 17

1.2.6.2 1 số tập con thường dùng của tập hợp số thực

“ \mathbb{R} : tập hợp số thực $(-\infty; +\infty)$. $\{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$: đoạn $[a; b]$. $\{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$: khoảng $(a; b)$. $\{x \in \mathbb{R} | x > a\}$: khoảng $(a; +\infty)$. $\{x \in \mathbb{R} | x < b\}$: khoảng $(-\infty; b)$. $\{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}$: nửa khoảng $[a; b)$. $\{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$: nửa khoảng $(a; b]$. $\{x \in \mathbb{R} | x \geq a\}$: nửa khoảng $[a; +\infty)$. $\{x \in \mathbb{R} | x \leq b\}$: nửa khoảng $(-\infty; b]$. Ký hiệu $-\infty$ đọc là *âm vô cực*, ký hiệu $+\infty$ đọc là *dương vô cực*; a & b được gọi là *đầu mút* của các đoạn, khoảng, nửa khoảng. Ta cũng có thể biểu diễn tập hợp trên trục số bằng cách gạch bỏ phần không thuộc tập đó.” – Thái et al., 2022, p. 17

Chương 2

Bất Phương Trình & Hệ Bất Phương Trình Bậc Nhất 2 Ẩn

2.1 Bất Phương Trình Bậc Nhất 2 Ẩn

2.2 Hệ Bất Phương Trình Bậc Nhất 2 Ẩn

Chương 3

Hàm Số & Đồ Thị

3.1 Hàm Số & Đồ Thị

3.2 Hàm Số Bậc 2. Đồ Thị Hàm Số Bậc 2 & Ứng Dụng

3.3 Dấu của Tam Thức Bậc 2

3.4 Bất Phương Trình Bậc 2 1 Ẩn

3.5 2 Dạng Phương Trình Quy về Phương Trình Bậc 2

Chương 4

Hệ Thức Lượng Trong Tam Giác. Vector

- 4.1 Giá Trị Lượng Giác của 1 Góc $\in [0^\circ; 180^\circ]$. Định Lý Côsin & Định Lý Sin Trong Tam Giác
- 4.2 Giải Tam Giác
- 4.3 Khái Niệm Vector
- 4.4 Tổng & Hiệu của 2 Vector
- 4.5 Tích của 1 Số với 1 Vector
- 4.6 Tích Vô Hướng của 2 Vector

Tài liệu tham khảo

[NQBH/elementary math] Nguyễn Quân Bá Hồng. *Some Topics in Elementary Mathematics: Problems, Theories, Applications, & Bridges to Advanced Mathematics*. Mar 2022–now.

Tài liệu tham khảo

Thái, Đỗ Đức et al. (2022). *Toán 10, tập 1*. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 107.