

Some Topics in Elementary Mathematics/Grade 12

Nguyễn Quân Bá Hồng¹

Ngày 27 tháng 8 năm 2022

¹Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanhong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

Mục lục

I	Đại Số & Giải Tích – Algebra & Analysis	1
1	Ứng Dụng Đạo Hàm Để Khảo Sát & Vẽ Đồ Thị của Hàm Số	2
1.1	Tính Đơn Diệu của Hàm Số	2
1.2	Cực Trị của Hàm Số	3
1.2.1	Khái niệm cực trị của hàm số	3
1.3	Giá Trị Lớn Nhất & Giá Trị Nhỏ Nhất của Hàm Số	3
1.4	Đồ Thị của Hàm Số & Phép Tịnh Tiến Hệ Tọa Độ	3
1.5	Đường Tiệm Cận của Đồ Thị Hàm Số	3
1.6	Khảo Sát Sự Biến Thiên & Vẽ Đồ Thị của 1 Số Hàm Đa Thức	3
1.7	Khảo Sát Sự Biến Thiên & Vẽ Đồ Thị của 1 Số Hàm Phân Thức Hữu Tỷ	3
1.8	1 Số Bài Toán Thường Gặp về Đồ Thị	3
2	Hàm Số Lũy Thừa, Hàm Số Mũ, & Hàm Số Logarith	4
2.1	Lũy Thừa với Số Mũ Hữu Tỷ	4
2.2	Lũy Thừa với Số Mũ Thực	4
2.3	Logarithm	4
2.4	Số e & Logarith Tự Nhiên	4
2.5	Hàm Số Mũ & Hàm Số Logarithm	4
2.6	Hàm Số Lũy Thừa	4
2.7	Phương Trình Mũ & Logarithm	4
2.8	Hệ Phương Trình Mũ & Logarithm	4
2.9	Bất Phương Trình Mũ & Logarithm	4
3	Nguyên Hàm, Tích Phân, & Ứng Dụng	5
3.1	Nguyên Hàm	5
3.2	1 Số Phương Pháp Tìm Nguyên Hàm	5
3.3	Tích Phân	5
3.4	1 Số Phương Pháp Tính Tích Phân	5
3.5	Ứng Dụng Tích Phân Để Tính Diện Tích Hình Phẳng	5
3.6	Ứng Dụng Tích Phân Để Tính Thể Tích Vật Thể	5
4	Số Phức	6
4.1	Số Phức	6
4.2	Căn Bậc 2 của Số Phức & Phương Trình Bậc 2	6
4.3	Dạng Lượng Giác của Số Phức & Ứng Dụng	6
II	Hình Học – Geometry	7
5	Khối Đa Diện & Thể Tích của Chúng	8
5.1	Khái Niệm về Khối Đa Diện	8
5.2	Phép Đối Xứng qua Mặt Phẳng & Sự Bằng Nhau của Các Khối Đa Diện	8
5.3	Phép Vị Tự & Sự Đồng Dạng của Các Khối Đa Diện. Các Khối Đa Diện Đồng Dạng	8
5.4	Thể Tích của Khối Đa Diện	8
6	Mặt Cầu, Mặt Trụ, Mặt Nón	9
6.1	Mặt Cầu, Khối Cầu	9

6.2	Khái Niệm về Mặt Tròn Xoay	9
6.3	Mặt Trụ, Hình Trụ, & Khối Trụ	9
6.4	Mặt Nón, Hình Nón, & Khối Nón	9
7	Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	10
7.1	Hệ Tọa Độ Trong Không Gian	10
7.2	Phương Trình Mặt Phẳng	10
7.3	Phương Trình Đường Thẳng	10
	Tài liệu tham khảo	11

Phần I

Đại Số & Giải Tích – Algebra & Analysis

Chương 1

Ứng Dụng Đạo Hàm Để Khảo Sát & Vẽ Đồ Thị của Hàm Số

Nội dung. Ứng dụng đạo hàm & giới hạn để xét 1 số tính chất quan trọng của hàm số & đồ thị như: tính đơn điệu, cực trị, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số & các đường tiệm cận của đồ thị; khảo sát sự biến thiên & vẽ đồ thị của hàm số của 1 số hàm số đơn giản.

1.1 Tính Đơn Điệu của Hàm Số

Nội dung. Ứng dụng đạo hàm để xét tính đơn điệu (i.e., tính đồng biến & tính nghịch biến) của hàm số.

Định nghĩa 1.1.1 (Hàm số đồng/nghịch biến). Giả sử K là 1 khoảng, 1 đoạn hoặc 1 nửa khoảng & f là hàm số xác định trên K . Hàm số f được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. Hàm số f được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

I.e., “nếu hàm số f xác định trên K thì hàm số f đồng biến trên K khi & chỉ khi với $x \in K$ tùy ý, ta có $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} > 0$, $\forall \Delta x \neq 0$ mà $x + \Delta x \in K$; hàm số f nghịch biến trên K khi & chỉ khi với $x \in K$ tùy ý, ta có $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} < 0$, $\forall \Delta x \neq 0$ mà $x + \Delta x \in K$.” – Quỳnh et al., 2020, p. 4

Định lý 1.1.1. Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng I . (a) Nếu hàm số f đồng biến trên khoảng I thì $f'(x) \geq 0$, $\forall x \in I$. (b) Nếu hàm số f nghịch biến trên khoảng I thì $f'(x) \leq 0$, $\forall x \in I$.

Đảo lại:

Định lý 1.1.2. Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng I . (a) Nếu $f'(x) > 0$, $\forall x \in I$ thì hàm số f đồng biến trên khoảng I . (b) Nếu $f'(x) < 0$, $\forall x \in I$ thì hàm số f nghịch biến trên khoảng I . (c) Nếu $f'(x) = 0$, $\forall x \in I$ thì hàm số f không đổi trên khoảng I .

Định lý trên cho ta 1 điều kiện đủ để hàm số đơn điệu trên 1 khoảng.

Lưu ý 1.1.1. Khoảng I trong định lý trên có thể được thay đổi bởi 1 đoạn hoặc 1 nửa khoảng. Khi đó phải bổ sung giả thiết “Hàm số liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó”. E.g.:

Định lý 1.1.3. Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a; b]$ & có đạo hàm $f'(x) > 0$ trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số f đồng biến trên đoạn $[a; b]$.

Người ta thường diễn đạt khẳng định này qua bảng biến thiên như sau:

x	a	b
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$f(a)$	$f(b)$

“Việc tìm các khoảng đồng biến & nghịch biến của 1 hàm số còn được nói gọn là xét *chiều biến thiên của hàm số* đó. Qua định lý đã nêu, ta thấy việc xét chiều biến thiên của 1 hàm số có đạo hàm có thể chuyển về việc xét dấu đạo hàm của nó.” – Quỳnh et al., 2020, p. 5

Có thể mở rộng định lý 1.1.2 như sau:

Định lý 1.1.4. *Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng I . Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in I$ (hoặc $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$) & $f'(x) = 0$ chỉ tại 1 số hữu hạn điểm của I thì hàm số f đồng biến (hoặc nghịch biến) trên I .*

1.2 Cực Trị của Hàm Số

Nội dung. *Cực đại, cực tiểu của hàm số; quan hệ giữa cực đại, cực tiểu với dấu của đạo hàm cấp 1 & đạo hàm cấp 2 của hàm số.*

1.2.1 Khái niệm cực trị của hàm số

1.3 Giá Trị Lớn Nhất & Giá Trị Nhỏ Nhất của Hàm Số

1.4 Đồ Thị của Hàm Số & Phép Tịnh Tiến Hệ Tọa Độ

1.5 Đường Tiệm Cận của Đồ Thị Hàm Số

1.6 Khảo Sát Sự Biến Thiên & Vẽ Đồ Thị của 1 Số Hàm Đa Thức

1.7 Khảo Sát Sự Biến Thiên & Vẽ Đồ Thị của 1 Số Hàm Phân Thức Hữu Tỷ

1.8 1 Số Bài Toán Thường Gặp về Đồ Thị

Chương 2

Hàm Số Lũy Thừa, Hàm Số Mũ, & Hàm Số Logarith

- 2.1 Lũy Thừa với Số Mũ Hữu Tỷ
- 2.2 Lũy Thừa với Số Mũ Thực
- 2.3 Logarithm
- 2.4 Số e & Logarith Tự Nhiên
- 2.5 Hàm Số Mũ & Hàm Số Logarithm
- 2.6 Hàm Số Lũy Thừa
- 2.7 Phương Trình Mũ & Logarithm
- 2.8 Hệ Phương Trình Mũ & Logarithm
- 2.9 Bất Phương Trình Mũ & Logarithm

Chương 3

Nguyên Hàm, Tích Phân, & Ứng Dụng

3.1 Nguyên Hàm

3.2 1 Số Phương Pháp Tìm Nguyên Hàm

3.3 Tích Phân

3.4 1 Số Phương Pháp Tính Tích Phân

3.5 Ứng Dụng Tích Phân Để Tính Diện Tích Hình Phẳng

3.6 Ứng Dụng Tích Phân Để Tính Thể Tích Vật Thể

Chương 4

Số Phức

4.1 Số Phức

4.2 Căn Bậc 2 của Số Phức & Phương Trình Bậc 2

4.3 Dạng Lượng Giác của Số Phức & Ứng Dụng

Phần II

Hình Học – Geometry

Chương 5

Khối Đa Diện & Thể Tích của Chúng

5.1 Khái Niệm về Khối Đa Diện

5.2 Phép Đối Xứng qua Mặt Phẳng & Sự Bằng Nhau của Các Khối Đa Diện

5.3 Phép Vị Tự & Sự Đồng Dạng của Các Khối Đa Diện. Các Khối Đa Diện Đều

5.4 Thể Tích của Khối Đa Diện

Chương 6

Mặt Cầu, Mặt Trụ, Mặt Nón

6.1 Mặt Cầu, Khối Cầu

6.2 Khái Niệm về Mặt Tròn Xoay

6.3 Mặt Trụ, Hình Trụ, & Khối Trụ

6.4 Mặt Nón, Hình Nón, & Khối Nón

Chương 7

Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian

7.1 Hệ Tọa Độ Trong Không Gian

7.2 Phương Trình Mặt Phẳng

7.3 Phương Trình Đường Thẳng

Tài liệu tham khảo

Quỳnh, Đoàn et al. (2020). *Giải Tích 12 nâng cao*. Tái bản lần thứ 12. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 231.