

1st-Order Inequation with 1 Variable – Bất Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn

$$ax + b >, <, \geq, \leq 0$$

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 26 tháng 3 năm 2023

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about *1st-order inequation with 1 variable*. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 8, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_8/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/1st order inequation with 1 variable](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_inequation_with_1_variable)².

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về *bất phương trình bậc nhất 1 ẩn*. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_8/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 8. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/1st order inequation with 1 variable](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_inequation_with_1_variable).

Mục lục

1 Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Cộng	2
1.1 Thứ tự trên tập số thực \mathbb{R}	2
1.2 Bất đẳng thức	2
1.3 Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Cộng	2
2 Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Nhân	2
2.1 Liên hệ giữa thứ tự & phép nhân với số dương & số âm	2
2.2 Tính chất bắc cầu của thứ tự	2
3 Bất Phương Trình 1 Ẩn	3
3.1 Tập nghiệm của bất phương trình	3
3.2 Bất phương trình tương đương	3
4 Bất Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn	3
4.1 2 quy tắc biến đổi bất phương trình	4
4.2 Giải bất phương trình bậc nhất 1 ẩn	4
4.3 Giải bất phương trình đưa được về dạng $ax + b < 0$, $ax + b > 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b \geq 0$	4
5 Phương Trình Chứa Dấu Giá Trị Tuyệt Đối	5
5.1 Giải 1 số phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối	5
6 Miscellaneous	5
Tài liệu	6

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/NQBH_elementary_mathematics_grade_8.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_inequation_1_variable/NQBH_1st_order_inequation_1_variable.pdf.

1 Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Cộng

1.1 Thứ tự trên tập số thực \mathbb{R}

Trên tập hợp số thực \mathbb{R} , khi so sánh 2 số $a, b \in \mathbb{R}$, xảy ra 1 trong 3 trường hợp sau: Số a bằng số b , ký hiệu $a = b$. Số a nhỏ hơn số b , ký hiệu $a < b$. Số a lớn hơn số b , ký hiệu $a > b$. Khi biểu diễn số thực trên trục số vẽ theo phương nằm ngang (hoặc thẳng đứng), điểm biểu diễn số nhỏ hơn ở bên trái (ở bên dưới) điểm biểu diễn số lớn hơn. Chính điều đó cho ta hình dung về thứ tự trên tập số thực \mathbb{R} .

Nếu số a không nhỏ hơn số b , thì phải có hoặc $a > b$, hoặc $a = b$. Khi đó, ta nói gọn là a lớn hơn hoặc bằng b , ký hiệu $a \geq b$, e.g., $x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$; nếu $c \in \mathbb{R}$ là số không âm thì ta viết $c \geq 0$. Nếu số a không lớn hơn số b , thì phải có hoặc $a < b$, hoặc $a = b$. Khi đó, ta nói gọn là a nhỏ hơn hoặc bằng b , ký hiệu $a \leq b$, e.g., $-x^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$; nếu số $y \in \mathbb{R}$ không lớn hơn 3 thì ta viết $y \leq 3$.

1.2 Bất đẳng thức

Định nghĩa 1 (Bất đẳng thức). Các hệ thức dạng $a < b, a > b, a \leq b, a \geq b$ được gọi là bất đẳng thức. Gọi a là vế trái, b là vế phải của bất đẳng thức.

1.3 Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Cộng

Mệnh đề 1. Khi cộng/trừ cùng 1 số vào cả 2 vế của 1 bất đẳng thức ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho: $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c, a \leq b \Leftrightarrow a + c \leq b + c, a > b \Leftrightarrow a + c > b + c, a \geq b \Leftrightarrow a + c \geq b + c, \forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Có thể áp dụng tính chất trên để so sánh 2 số, hoặc chứng minh bất đẳng thức.

Bài toán 1 (Chính et al., 2022, ?3, p. 36). So sánh $\sqrt{2} + 2$ & 5.

Giải. $2 < 9 \Rightarrow \sqrt{2} < \sqrt{9} = 3 \Rightarrow \sqrt{2} + 2 < 3 + 2 = 5$. Vậy $\sqrt{2} + 2 < 5$. □

Lưu ý 1. Tính chất của thứ tự cũng chính là tính chất của bất đẳng thức.

Bài toán 2 (Tổng các bình phương thì không âm). Chứng minh: (a) $x^2 + a \geq a, \forall x, a \in \mathbb{R}$. (b) $\sum_{i=1}^n (a_i x + b_i)^2 = (a_1 x + b_1)^2 + (a_2 x + b_2)^2 + \dots + (a_n x + b_n)^2 \geq 0, \forall x, a_i, b_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, 2, \dots, n$. (c) $\sum_{i=1}^n (a_i x + b_i y + c_i)^2 = (a_1 x + b_1 y + c_1)^2 + (a_2 x + b_2 y + c_2)^2 + \dots + (a_n x + b_n y + c_n)^2 \geq 0, \forall x, y, a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, 2, \dots, n$. (d) $\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + a_i \right)^2 = (a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n + a_1)^2 + (a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n + a_2)^2 + \dots + (a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n + a_m)^2 \geq 0, \forall a_{ij}, a_i, x_j \in \mathbb{R}, \forall i = 1, 2, \dots, m, \forall j = 1, 2, \dots, n$. (e) 1 cách tổng quát, tổng các bình phương của các hàm nhiều biến thì không âm: $\sum_{i=1}^m (f_i(x_1, x_2, \dots, x_m))^2 \geq 0, \forall x_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, m$, với mọi hàm m biến $f_i, \forall i = 1, 2, \dots, m$.

Bài toán 3 (Chính et al., 2022, 4., p. 37). 1 biển báo giao thông với nền trắng, số 20 màu đen, viền đỏ cho biết vận tốc tối đa mà các phương tiện giao thông được đi trên quãng đường có biển quy định là 20km/h. Nếu 1 ô tô đi trên đường đó có vận tốc là a km/h thì a phải thỏa mãn điều kiện nào trong các điều kiện sau: $a > 20, a < 20, a \leq 20, a \geq 20$?

2 Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Nhân

2.1 Liên hệ giữa thứ tự & phép nhân với số dương & số âm

Mệnh đề 2. Khi nhân/chia cả 2 vế của bất đẳng thức với cùng 1 số dương ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho: $a < b \Leftrightarrow ac < bc, a \leq b \Leftrightarrow ac \leq bc, a > b \Leftrightarrow ac > bc, a \geq b \Leftrightarrow ac \geq bc, \forall a, b, c \in \mathbb{R}, c > 0$. Ngược lại, khi nhân/chia cả 2 vế của bất đẳng thức với cùng 1 số âm ta được bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho: $a < b \Leftrightarrow ac > bc, a \leq b \Leftrightarrow ac \geq bc, a > b \Leftrightarrow ac < bc, a \geq b \Leftrightarrow ac \leq bc, \forall a, b, c \in \mathbb{R}, c < 0$.

Chứng minh. Dễ thấy nhờ xét dấu³ của tích $ac - bc = c(a - b)$ theo dấu của c & dấu của $a - b$. □

2.2 Tính chất bắc cầu của thứ tự

Mệnh đề 3 (Tính chất bắc cầu). $(a < b \text{ & } b < c) \Rightarrow a < c, (a > b \text{ & } b > c) \Rightarrow a > c, (a \leq b \text{ & } b \leq c) \Rightarrow a \leq c, (a \geq b \text{ & } b \geq c) \Rightarrow a \geq c, \forall a, b, c \in \mathbb{R}$.

Bài toán 4 (Chính et al., 2022, Ví dụ, p. 39). Cho $a > b$. Chứng minh $a + 2 > b + 1$.

1st chứng minh. Cộng 2 vào 2 vế của bất đẳng thức $a > b$, được: $a + 2 > b + 2$ (1). Cộng b vào 2 vế của bất đẳng thức $2 > -1$, được: $b + 2 > b - 1$ (2). Từ (1) & (2), theo tính chất bắc cầu, suy ra $a + 2 > b - 1$. □

2nd chứng minh. $a > b \Rightarrow a - b > 0$. Có $a + 2 - (b + 1) = a + 2 - b - 1 = a - b + 1 \geq 0 + 1 = 1 > 0$, suy ra $a + 2 > b + 1$. □

Bài toán 5 (Chính et al., 2022, 6., p. 39). Cho $a < b$, so sánh: (a) $2a$ & $2b$. (b) $2a$ & $a + b$. (c) $-a$ & $-b$.

³sign($ac - bc$) = sign($c(a - b)$) = sign(c) sign($a - b$), $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$.

Bài toán 6 (Chính et al., 2022, 7., p. 40). Số $a \in \mathbb{R}$ là số âm hay dương nếu: (a) $12a < 15a$? (b) $4a < 3a$? (c) $-3a > -5a$?

Bài toán 7 (Chính et al., 2022, 8., p. 40). Cho $a < b$. Chứng minh: (a) $2a - 3 < 2b - 3$. (b) $2a - 3 < 2b + 5$.

Bài toán 8 (Chính et al., 2022, 9., p. 40). Cho $\triangle ABC$. Đ/S? (a) $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} > 180^\circ$. (b) $\widehat{A} + \widehat{B} < 180^\circ$. (c) $\widehat{B} + \widehat{C} \leq 180^\circ$. (d) $\widehat{A} + \widehat{B} \geq 180^\circ$.

Bài toán 9 (Chính et al., 2022, 11., p. 40). Cho $a < b$. Chứng minh: (a) $3a + 1 < 3b + 1$. (b) $-2a - 5 > -2b - 5$.

Bài toán 10 (Chính et al., 2022, 13., p. 40). So sánh a, b nếu: (a) $a + 5 < b + 5$. (b) $-3a > -3b$. (c) $5a - 6 \geq 5b - 6$. (d) $-2a + 3 \leq -2b + 3$.

Bài toán 11 (Chính et al., 2022, 14., p. 40). Cho $a < b$. So sánh: (a) $2a + 1$ với $2b + 1$. (b) $2a + 1$ với $2b + 3$.

Bất đẳng thức giữa trung bình cộng $\frac{a+b}{2}$ & trung bình nhân \sqrt{ab} :

Định lý 1 (Bất đẳng thức Cauchy/AM–GM cho 2 số). $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $a \geq 0$, $b \geq 0$. Đẳng thức xảy ra khi & chỉ khi $a = b$.

Chứng minh. $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $a \geq 0$, $b \geq 0$. “=” $\Leftrightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b} \Leftrightarrow a = b$. \square

3 Bất Phương Trình 1 Ẩn

Phân biệt: Phương trình 1 ẩn có dạng $f(x) = 0$, còn bất phương trình 1 ẩn có 1 trong 4 dạng sau: $f(x) < 0$, $f(x) > 0$, $f(x) \leq 0$, $f(x) \geq 0$ (i.e., thay dấu = bởi các dấu so sánh $<, >, \leq, \geq$).

Bài toán 12 (Chính et al., 2022, p. 41). Nam có 25000 đồng. Nam muốn mua 1 cái bút giá 4000 đồng & 1 số quyển vở loại 2200 đồng/quyển. Tính số quyển vở Nam có thể mua được.

Giải. Gọi $x \in \mathbb{N}$ là số quyển vở Nam có thể mua thì x phải thỏa mãn hệ thức $2200x + 4000 \leq 25000 \Leftrightarrow x \leq \frac{25000-4000}{2200} = 9.54$, mà $x \in \mathbb{N}$, suy ra $x \in \{1, 2, \dots, 9\}$. Vậy $S = \{1, 2, \dots, 9\}$. \square

Bài toán 13 (Chính et al., 2022, ?1, p. 41). Giải bất phương trình bậc 2 $x^2 \leq 6x - 5$.

Giải. $x^2 \leq 6x - 5 \Leftrightarrow (x-1)(x-5) \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5$. Vậy $S = [1, 5] = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 5\}$. \square

3.1 Tập nghiệm của bất phương trình

Định nghĩa 2 (Tập nghiệm của bất phương trình, giải bất phương trình). Tập hợp tất cả các nghiệm của 1 bất phương trình được gọi là tập nghiệm của bất phương trình đó. Giải bất phương trình là tìm tập nghiệm của bất phương trình đó.

Bài toán 14 (Bất phương trình bậc nhất). Giải bất phương trình với $a, b, c \in \mathbb{R}$ cho trước: (a) $x < a$. (b) $x > a$. (c) $x \leq a$. (d) $x \geq a$. (e) $ax + b < c$. (f) $ax + b > c$. (g) $ax + b \leq c$. (h) $ax + b \geq c$.

Giải. (a) $S = (-\infty, a) := \{x \in \mathbb{R} | x < a\}$. (b) $S = (a, +\infty) := \{x \in \mathbb{R} | x > a\}$. (c) $S = (-\infty, a] := \{x \in \mathbb{R} | x \leq a\}$. (d) $S = [a, +\infty) := \{x \in \mathbb{R} | x \geq a\}$. \square

3.2 Bất phương trình tương đương

Định nghĩa 3 (Bất phương trình tương đương). 2 bất phương trình có cùng tập nghiệm được gọi là 2 bất phương trình tương đương & dùng ký hiệu “ \Leftrightarrow ” để chỉ sự tương đương đó.

Ví dụ 1. (a) $x < a \Leftrightarrow a > x$ vì có chung tập nghiệm $S = (-\infty, a) := \{x \in \mathbb{R} | x < a\}$. (b) $x > a \Leftrightarrow a < x$ vì có chung tập nghiệm $S = (a, +\infty) := \{x \in \mathbb{R} | x > a\}$. (c) $x \leq a \Leftrightarrow a \geq x$ vì có chung tập nghiệm $S = (-\infty, a] := \{x \in \mathbb{R} | x \leq a\}$. (d) $x \geq a \Leftrightarrow a \leq x$ vì có chung tập nghiệm $S = [a, +\infty) := \{x \in \mathbb{R} | x \geq a\}$.

Bài toán 15 (Chính et al., 2022, 18., p. 43). Quảng đường từ A đến B dài 50km. 1 ô tô đi từ A đến B, khởi hành lúc 7:00. Hỏi ô tô phải đi với vận tốc bao nhiêu km/h để đến B trước 9:00 cùng ngày?

4 Bất Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn

Định nghĩa 4 (Bất phương trình bậc nhất 1 ẩn). Bất phương trình dạng $ax + b < 0$ (hoặc $ax + b > 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b \geq 0$) trong đó $a, b \in \mathbb{R}$ là 2 số thực đã cho, $a \neq 0$, được gọi là bất phương trình bậc nhất 1 ẩn.

Bài toán 16 (Chính et al., 2022, ?1., p. 43). Trong các bất phương trình sau, cho biết bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất 1 ẩn: (a) $2x - 3 < 0$. (b) $0x + 5 > 0$. (c) $5x - 15 \geq 0$. (d) $x^2 > 0$.

4.1 2 quy tắc biến đổi bất phương trình

Từ liên hệ giữa thứ tự & phép cộng, ta có quy tắc chuyển vế để biến đổi tương đương bất phương trình:

Mệnh đề 4 (Quy tắc chuyển vế). *Khi chuyển 1 hạng tử của bất phương trình từ vế này sang vế kia ta phải đổi dấu hạng tử đó.*

Bài toán 17 (Chính et al., 2022, Ví dụ 1–2, ?2, p. 44). *Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $x - 5 < 18$. (b) $3x > 2x + 5$. (c) $x + 12 > 21$. (d) $-2x > -3x - 5$.*

Giải. (a) $x - 5 < 18 \Leftrightarrow x < 18 + 5 \Leftrightarrow x < 23$. Vậy $S = (-\infty, 23) = \{x \in \mathbb{R} | x < 23\}$. (b) $3x > 2x + 5 \Leftrightarrow 3x - 2x > 5 \Leftrightarrow x > 5$. Vậy $S = (5, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > 5\}$. (c) $x + 12 > 21 \Leftrightarrow x > 21 - 12 = 9$. Vậy $S = (9, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > 9\}$. (d) $-2x > -3x - 5 \Leftrightarrow -2x + 3x > -5 \Leftrightarrow x > -5$. Vậy $S = (-5, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > -5\}$. Tụ biểu diễn tập nghiệm trên trục số. \square

Từ liên hệ giữa thứ tự & phép nhân với số dương hoặc số âm, ta có quy tắc nhân với 1 số để biến đổi tương đương bất phương trình:

Mệnh đề 5 (Quy tắc nhân). *Khi nhân 2 vế của bất phương trình với cùng 1 số khác 0, ta phải: Giữ nguyên chiều bất phương trình nếu số đó dương. Đổi chiều bất phương trình nếu số đó âm.*

Bài toán 18 (Chính et al., 2022, Ví dụ 3–4, ?3, p. 45). *Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $0.5x < 3$. (b) $-\frac{1}{4}x < 3$. (c) $2x < 24$. (d) $-3x < 27$.*

Giải. (a) $0.5x < 3 \Leftrightarrow 0.5x \cdot 2 < 3 \cdot 2 \Leftrightarrow x < 6$. Vậy $S = (-\infty, 6) = \{x \in \mathbb{R} | x < 6\}$. (b) $-\frac{1}{4}x < 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x(-4) > 3 \cdot (-4) \Leftrightarrow x > -12$. Vậy $S = (-12, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > -12\}$. (c) $2x < 24 \Leftrightarrow x < \frac{24}{2} = 12$. Vậy $S = (-\infty, 12) = \{x \in \mathbb{R} | x < 12\}$. (d) $-3x < 27 \Leftrightarrow x > \frac{27}{-3} = -9$. Vậy $S = (-9, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > -9\}$. Tụ biểu diễn tập nghiệm trên trục số. \square

Bài toán 19 (Chính et al., 2022, ?4, p. 45). *Giải thích sự tương đương: (a) $x + 3 < 7 \Leftrightarrow x - 2 < 2$. (b) $2x < -4 \Leftrightarrow -3x > 6$.*

4.2 Giải bất phương trình bậc nhất 1 ẩn

Bài toán 20 (Chính et al., 2022, Ví dụ 5–6, ?5, pp. 45–46). *Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $2x - 3 < 0$. (b) $-4x - 8 < 0$. (c) $-4x + 12 < 0$.*

Giải. (a) $2x - 3 < 0 \Leftrightarrow 2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2} = 1.5$. Vậy $S = (-\infty, 1.5) = \{x \in \mathbb{R} | x < 1.5\}$. (b) $-4x - 8 < 0 \Leftrightarrow -4x < 8 \Leftrightarrow x > \frac{8}{-4} = -2$. Vậy $S = (-2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > -2\}$. (c) $-4x + 12 < 0 \Leftrightarrow 12 < 4x \Leftrightarrow x > \frac{12}{4} = 3$. Vậy $S = (3, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$. Tụ biểu diễn tập nghiệm trên trục số. \square

4.3 Giải bất phương trình đưa được về dạng $ax + b < 0$, $ax + b > 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b \geq 0$

Bài toán 21 (Chính et al., 2022, Ví dụ 7, ?6, p. 46). *Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $3x + 5 < 5x - 7$. (b) $-0.2x - 0.2 > 0.4x - 2$.*

Giải. (a) $3x + 5 < 5x - 7 \Leftrightarrow 3x - 5x < -5 - 7 \Leftrightarrow -2x < -12 \Leftrightarrow x > \frac{-12}{-2} = 6$. Vậy $S = (6, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > 6\}$. (b) $-0.2x - 0.2 > 0.4x - 2 \Leftrightarrow 2 - 0.2 > 0.4x + 0.2x \Leftrightarrow 1.8 > 0.6x \Leftrightarrow x < \frac{1.8}{0.6} = 3$. Vậy $S = (-\infty, 3) = \{x \in \mathbb{R} | x < 3\}$. Tụ biểu diễn tập nghiệm trên trục số. \square

Bài toán 22 (Chính et al., 2022, 19., p. 47). *Giải các bất phương trình theo quy tắc chuyển vế: (a) $x - 5 > 3$. (b) $x - 2x < -2x + 4$. (c) $-3x > -4x + 2$. (d) $8x + 2 < 7x - 1$.*

Bài toán 23 (Chính et al., 2022, 20., p. 47). *Giải các bất phương trình theo quy tắc nhân: (a) $0.3x > 0.6$. (b) $-4x < 12$. (c) $-x > 4$. (d) $1.5x > -9$.*

Bài toán 24 (Chính et al., 2022, 21., p. 47). *Giải thích sự tương đương sau: (a) $x - 3 > 1 \Leftrightarrow x + 3 > 7$. (b) $-x < 2 \Leftrightarrow 3x > -6$.*

Bài toán 25 (Chính et al., 2022, 22., p. 47). *Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $1.2x < -6$. (b) $3x + 4 > 2x + 3$.*

Bài toán 26 (Chính et al., 2022, 23., p. 47). *Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $2x - 3 > 0$. (b) $3x + 4 < 0$. (c) $4 - 3x \leq 0$. (d) $5 - 2x \geq 0$.*

Bài toán 27 (Chính et al., 2022, 24., p. 47). *Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $2x - 1 > 5$. (b) $3x - 2 < 4$. (c) $2 - 5x \leq 17$. (d) $3 - 4x \geq 19$.*

Bài toán 28 (Chính et al., 2022, 25., p. 47). *Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $\frac{2}{3}x > -6$. (b) $-\frac{5}{6}x < 20$. (c) $3 - \frac{1}{4}x > 2$. (d) $5 - \frac{1}{3}x > 2$.*

Bài toán 29 (Chính et al., 2022, 27., p. 48). *Kiểm tra xem giá trị $x = -2$ có là nghiệm của bất phương trình sau không? (a) $x + 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 5 < 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 6$. (b) $(-0.001)x > 0.003$.*

Bài toán 30 (Chính et al., 2022, 28., p. 48). *Cho bất phương trình $x^2 > 0$. (a) Chứng minh $x = 2$, $x = -3$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. (b) Có phải mọi giá trị của ẩn x đều là nghiệm của bất phương trình đã cho hay không?*

Bài toán 31 (Chính et al., 2022, 29., p. 48). Tìm x sao cho: (a) Giá trị của biểu thức $2x - 5$ không âm. (b) Giá trị của biểu thức $-3x$ không lớn hơn giá trị của biểu thức $-7x + 5$.

Bài toán 32 (Chính et al., 2022, 30., p. 48). 1 người có số tiền không quá 70000 đồng gồm 15 tờ giấy bạc với 2 loại mệnh giá: loại 2000 đồng & loại 5000 đồng. Hỏi người đó có bao nhiêu tờ giấy bạc loại 5000 đồng?

Bài toán 33 (Chính et al., 2022, 31., p. 48). Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $\frac{15-6x}{3} > 5$. (b) $\frac{8-11x}{4} < 13$. (c) $\frac{1}{4}(x-1) < \frac{x-4}{6}$. (d) $\frac{2-x}{3} < \frac{3-2x}{5}$.

Bài toán 34 (Chính et al., 2022, 32., p. 48). Giải bất phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $8x + 3(x+1) > 5x - (2x-6)$. (b) $2x(6x-1) > (3x-2)(4x+3)$.

Bài toán 35 (Chính et al., 2022, 33., pp. 48-49). Trong 1 kỳ thi, Chiến phải thi 4 môn Văn, Toán, Tiếng Anh, & Hóa. Chiến đã thi 3 môn & được kết quả: Văn 8, Tiếng Anh 7, Hóa 10. Kỳ thi quy định muốn đạt loại giỏi phải có điểm trung bình các môn thi là 8 trở lên & không có môn nào bị điểm dưới 6. Biết môn Văn & Toán được tính hệ số 2. Để đạt loại giỏi, Chiến phải có điểm thi môn Toán ít nhất là bao nhiêu?

Bài toán 36 (Chính et al., 2022, 34., p. 49). Tìm sai lầm trong các “lời giải” sau: (a) Giải bất phương trình $-2x > 23$. Có $-2x > 23 \Leftrightarrow x > 23 + 2 \Leftrightarrow x > 25$. Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 25$. (b) Giải bất phương trình $-\frac{3}{7}x > 12$. Có: $-\frac{3}{7}x > 12 \Leftrightarrow -\frac{7}{3} \cdot (-\frac{3}{7}x) > -\frac{7}{3} \cdot 12 \Leftrightarrow x > -28$. Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -28$.

5 Phương Trình Chứa Dấu Giá Trị Tuyệt Đối

Định nghĩa 5. Giá trị tuyệt đối của $a \in \mathbb{R}$, ký hiệu là $|a|$, là khoảng cách từ điểm biểu diễn a trên trục số đến gốc 0.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{nếu } a \geq 0, \\ -a, & \text{nếu } a < 0. \end{cases}$$

E.g., $|5| = 5$, $|0| = 0$, $|-3.5| = 3.5$. Theo định nghĩa 5, ta có thể bỏ dấu giá trị tuyệt đối tùy theo giá trị của biểu thức ở trong dấu giá trị tuyệt đối là âm hay không âm.

Bài toán 37 (Chính et al., 2022, Ví dụ 1, p. 50). Bỏ dấu giá trị tuyệt đối & rút gọn các biểu thức: (a) $A = |x-3| + x - 2$ khi $x \geq 3$. (b) $B = 4x + 5 + |-2x|$ khi $x > 0$.

Giải. (a) Khi $x \geq 3$, có $x-3 \geq 0$ nên $|x-3| = x-3$. Vậy $A = x-3 + x-2 = 2x-5$. (b) Khi $x > 0$, có $-2x < 0$ nên $|-2x| = -(-2x) = 2x$. Vậy $B = 4x + 5 + 2x = 6x + 5$. \square

Bài toán 38 (Chính et al., 2022, ?1, p. 50). Rút gọn các biểu thức: (a) $C = |-3x| + 7x - 4$ khi $x \leq 0$. (b) $D = 5 - 4x + |x-6|$ khi $x < 6$.

5.1 Giải 1 số phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

Bài toán 39 (Chính et al., 2022, Ví dụ 2-3, ?2, pp. 55-51). Giải phương trình: (a) $|3x| = x + 4$. (b) $|x-3| = 9 - 2x$. (c) $|x+5| = 3x + 1$. (d) $|-5x| = 2x + 21$.

Bài toán 40 (Chính et al., 2022, 35., p. 51). Bỏ dấu giá trị tuyệt đối & rút gọn các biểu thức: (a) $3x + 2 + |5x|$ trong 2 trường hợp: $x \geq 0$ & $x < 0$. (b) $B = |-4x| - 2x + 12$ trong 2 trường hợp: $x \leq 0$ & $x > 0$. (c) $C = |x-4| - 2x + 12$ khi $x > 5$. (d) $D = 3x + 2 + |x+5|$.

Bài toán 41 (Chính et al., 2022, 36., p. 51). Giải phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $|2x| = x - 6$. (b) $|-3x| = x - 8$. (c) $|4x| = 2x + 12$. (d) $|-5x| - 16 = 3x$.

Bài toán 42 (Chính et al., 2022, 37., p. 51). Giải phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $|x-7| = 2x + 3$. (b) $|x+4| = 2x - 5$. (c) $|x+3| = 3x - 1$. (d) $|x-4| + 3x = 5$.

6 Miscellaneous

Bài toán 43 (Chính et al., 2022, 38., p. 53). Cho $m > n$. Chứng minh: (a) $m+2 > n+2$. (b) $-2m < -2n$. (c) $2m-5 > 2n-5$. (d) $4-3m < 4-3n$.

Bài toán 44 (Chính et al., 2022, 39., p. 53). Kiểm tra xem -2 là nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau: (a) $-3x + 2 > -5$. (b) $10 - 2x < 2$. (c) $x^2 - 5 < 1$. (d) $|x| < 3$. (e) $|x| > 2$. (f) $x + 1 > 7 - 2x$.

Bài toán 45 (Chính et al., 2022, 40., p. 53). Giải phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $x-1 < 3$. (b) $x+2 > 1$. (c) $0.2x < 0.6$. (d) $4 + 2x < 5$.

Bài toán 46 (Chính et al., 2022, 41., p. 53). Giải phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $\frac{2-x}{4} < 5$. (b) $3 \leq \frac{2x+3}{5}$. (c) $\frac{4x-5}{3} > \frac{7-x}{5}$. (d) $\frac{2x+3}{-4} \geq \frac{4-x}{-3}$.

Bài toán 47 (Chính et al., 2022, 42., p. 53). Giải phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $3 - 2x > 4$. (b) $3x + 4 < 2$. (c) $(x - 3)^2 < x^2 - 3$. (d) $(x - 3)(x + 3) < (x + 2)^2 + 3$.

Bài toán 48 (Chính et al., 2022, 43., pp. 53–54). Tìm $x \in \mathbb{R}$ sao cho: (a) Giá trị của biểu thức $5 - 2x$ là số dương. (b) Giá trị của biểu thức $x + 3$ nhỏ hơn giá trị của biểu thức $4x - 5$. (c) Giá trị của biểu thức $2x + 1$ không nhỏ hơn giá trị của biểu thức $x + 3$. (d) Giá trị của biểu thức $x^2 + 1$ không lớn hơn giá trị của biểu thức $(x - 2)^2$.

Bài toán 49 (Chính et al., 2022, 44., p. 54). Trong 1 cuộc thi đồ vui, Ban Tổ Chức quy định mỗi người dự thi phải trả lời 10 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn 4 đáp án, nhưng trong đó chỉ có 1 đáp án đúng. Người dự thi chọn đáp án đúng sẽ được 5 điểm, chọn đáp án sai sẽ bị trừ 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, Ban Tổ Chức tặng cho mỗi người dự thi 10 điểm & quy định người nào có tổng số điểm từ 40 trở lên mới được dự thi ở vòng tiếp theo. Hỏi người dự thi phải trả lời chính xác bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được dự thi tiếp ở vòng sau?

Bài toán 50 (Chính et al., 2022, 45., p. 54). Giải phương trình & biểu diễn tập nghiệm trên trục số: (a) $|3x| = x + 8$. (b) $|-2x| = 4x + 18$. (c) $|x - 5| = 3x$. (d) $|x + 2| = 2x - 10$.

Tài liệu

Chính, Phan Đức, Tôn Thân, Nguyễn Huy Doan, Lê Văn Hồng, Trương Công Thành, and Nguyễn Hữu Thảo (2022). *Toán 8 Tập 2*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 133.