

Algebraic Expression – Biểu Thức Đại Số

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 6 tháng 2 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Nội dung. Biểu thức số, biểu thức đại số; đa thức 1 biến, nghiệm của đa thức 1 biến; phép cộng, phép trừ đa thức 1 biến; phép nhân đa thức 1 biến; phép chia đa thức 1 biến.

Mục lục

1	Biểu Thức Số. Biểu Thức Đại Số – Algebraic Expression	2
2	Đa Thức 1 Biến. Nghiệm của Đa Thức 1 Biến	3
3	Phép \pm Đa Thức 1 Biến	3
4	Phép Nhân Đa Thức 1 Biến	4
5	Phép Chia Đa Thức 1 Biến	4
	Tài liệu	4

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

1 Biểu Thức Số. Biểu Thức Đại Số – Algebraic Expression

“In mathematics, an *algebraic expression* is an **expression** built up from constant **algebraic numbers**, **variables**, & the **algebraic operations** (addition, subtraction, multiplication, division, & exponentiation by an exponent that is a rational number).” – [Wikipedia/algebraic expression](#)

“**1** Các số được nối với nhau bởi dấu của các phép tính tạo thành 1 biểu thức số. Đặc biệt mỗi số đều được coi là 1 biểu thức số. Khi thực hiện các phép tính trong 1 biểu thức số ta được 1 số. Số này gọi là *giá trị* của biểu thức đã cho. **2** Biểu thức chỉ chứa chữ hoặc chứa cả số & chữ gọi chung là *biểu thức đại số*. Đặc biệt biểu thức số cũng được coi là biểu thức đại số. Trong 1 biểu thức đại số, các chữ (nếu có) dùng để thay thế hay đại diện cho những số nào đó được gọi là các *biến số* (gọi tắt là các *biến*). Khi thực hiện các phép tính trên các chữ ta có thể áp dụng những tính chất, quy tắc các phép tính như trên các số. **3** Để cho gọn: Ta không viết dấu nhân giữa các biến cũng như giữa số & biến. Trong các biểu thức đại số như $\pm 1x$, ta không viết thừa số 1. **4** Muốn tính giá trị của 1 biểu thức đại số tại những giá trị cho trước của biến ta thay giá trị đã cho của mỗi biến vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính. **5** Quy ước đọc & viết 1 biểu thức đại số có nhiều phép tính: Phép tính nào làm sau cùng thì đọc trước tiên. Phép tính nào làm trước tiên thì đọc sau.” – Tuyên, 2022, Chap. III, §1, p. 37

Biểu thức	Thứ tự thực hiện các phép tính	Cách đọc
$(x + y)^2$	Tính tổng \rightarrow Tính bình phương	Bình phương của tổng 2 số x, y
$(x - y)^2$	Tính hiệu \rightarrow Tính bình phương	Bình phương của hiệu 2 số x, y
$(x + y)^3$	Tính tổng \rightarrow Tính lập phương	Lập phương của tổng 2 số x, y
$(x - y)^3$	Tính hiệu \rightarrow Tính lập phương	Lập phương của hiệu 2 số x, y
$x^2 + y^2$	Tính bình phương của $x, y \rightarrow$ Tính tổng	Tổng các bình phương của 2 số x, y
$x^2 - y^2$	Tính bình phương của $x, y \rightarrow$ Tính hiệu	Hiệu các bình phương của 2 số x, y
$x^3 + y^3$	Tính lập phương của $x, y \rightarrow$ Tính tổng	Tổng các lập phương của 2 số x, y
$x^3 - y^3$	Tính lập phương của $x, y \rightarrow$ Tính hiệu	Hiệu các lập phương của 2 số x, y
$(x + y)(x - y)$	Tính tổng & hiệu \rightarrow Tính tích	Tích của tổng 2 số x, y với hiệu của chúng

Bài toán 1 (Thái et al., 2022, 6., p. 46). *Lãi suất ngân hàng quy định cho kỳ hạn 1 năm là $r\%$ /năm. Viết biểu thức đại số biểu thị số tiền lãi & tổng tiền gốc lẫn tiền lãi khi hết kỳ hạn 1 năm nếu gửi ngân hàng A đồng.*

Bài toán 2 (Thái et al., 2022, 7., p. 46). *Các nhà khoa học đã đưa ra cách ước tính chiều cao của trẻ em khi trưởng thành dựa trên chiều cao b của bố & chiều cao m của mẹ (b, m tính theo đơn vị cm) như sau: Chiều cao của con trai $= \frac{1}{2} \cdot 1.08(b + m)$, Chiều cao của con gái $= \frac{1}{2}(0.923b + m)$. (a) Với chiều cao nào của bố, mẹ thì con trai cao hơn, bằng, thấp hơn con gái?*

Bài toán 3 (Tuyên, 2022, Ví dụ 42, p. 37). *Cho $y = 5x$, tính giá trị của biểu thức $A = \frac{4x+y}{6x-y}$.*

Bài toán 4 (Mở rộng Tuyên, 2022, Ví dụ 42, p. 37). *Cho $y = kx$, tính giá trị của biểu thức:*

$$A = \frac{ax + by}{cx + dy}, \quad B = \frac{ax^2 + bxy + cy^2}{dx^2 + exy + fy^2}, \quad C = \frac{a_1x^3 + a_2x^2y + a_3xy^2 + a_4y^3}{b_1x^3 + b_2x^2y + b_3xy^2 + b_4y^3},$$

$$D = \frac{\sum_{i=0}^n a_i x^{n-i} y^i}{\sum_{i=0}^n b_i x^{n-i} y^i} = \frac{a_1x^n + a_2x^{n-1}y + \dots + a_{n-1}xy^{n-1} + a_ny^n}{b_1x^n + b_2x^{n-1}y + \dots + b_{n-1}xy^{n-1} + b_ny^n},$$

với $a, b, c, d, e, f, a_i, b_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, n$.

Bài toán 5 (Tuyên, 2022, Ví dụ 43, p. 37). *Tính giá trị của biểu thức: $B = x^2 + 4xy - 3y^3$ với $|x| = 5, |y| = 1$.*

Nhận xét 1.1. “Biểu thức B có chứa 2 biến x, y . Biến x nhận 2 giá trị, biến y nhận 2 giá trị do đó ta phải xét đủ 4 trường hợp các cặp giá trị của x, y dẫn đến biểu thức B có 4 giá trị khác nhau.” – Tuyên, 2022, p. 38

Bài toán 6 (Tuyên, 2022, 150., p. 38). *Cho A là tổng lập phương các số tự nhiên từ 1 đến n & B là bình phương của tổng các số tự nhiên từ 1 đến n . Người ta đã chứng minh được $A = B$. Kiểm nghiệm lại bằng cách cho $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.*

Bài toán 7 (Tuyên, 2022, 151., p. 38). *Tính giá trị của các biểu thức sau với $x = \sqrt{2}$: (a) $(x+1)(x^2-2)$; (b) $(x-1)(x^2+1)+3$.*

Bài toán 8 (Tuyên, 2022, 152., p. 38). *Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{2x^2+3x-2}{x+2}$ tại: (a) $x = -1$; (b) $|x| = 3$.*

Bài toán 9 (Tuyên, 2022, 153., p. 38). *Tính giá trị của biểu thức $N = \frac{6x^2+x-3}{2x-1}$ với $|x| = \frac{1}{2}$.*

Bài toán 10 (Tuyên, 2022, 154., p. 38). *Tính giá trị của biểu thức $P = 9x^2 - 7x|y| - \frac{1}{4}y^3$ tại $x = \frac{1}{3}, y = -6$.*

Bài toán 11 (Tuyên, 2022, 155., p. 38). Tìm các giá trị của biến để: (a) Biểu thức $(x+1)(y^2-6)$ có giá trị bằng 0. (b) Biểu thức $x^2-12x+7$ có giá trị lớn hơn 7.

Bài toán 12 (Tuyên, 2022, 156., p. 38). Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{5x^2+3y^2}{10x^2-3y^2}$ với $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$.

Bài toán này là 1 trường hợp nhỏ của Bài toán 4: $B = \frac{ax^2+bx+cy^2}{dx^2+exy+fy^2}$ khi $k = \frac{5}{3}, a = 5, b = 0, c = 3, d = 10, e = 0, f = -3$.

Bài toán 13 (Tuyên, 2022, 157., p. 38). Cho $x, y, z \in \mathbb{R}, x, y, z \neq 0, x - y - z = 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$.

Bài toán 14 (Tuyên, 2022, 158., p. 38). (a) Tìm GTNN của biểu thức $G: A = (x+2)^2 + \left(y - \frac{1}{5}\right)^2 - 10$. (b) Tìm GTLN của biểu thức: $B = \frac{4}{(2x-3)^2+5}$.

Bài toán 15 (Tuyên, 2022, 159., p. 38). Cho biểu thức $C = \frac{5-x}{x-2}$. Tìm giá trị nguyên của x để: (a) C có giá trị nguyên; (b) C có giá trị nhỏ nhất.

2 Đa Thức 1 Biến. Nghiệm của Đa Thức 1 Biến

Bài toán 16 (Thái et al., 2022, 3., p. 52-53). Cho 2 đa thức $P(y) = -12y^4 + 5y^4 + 13y^3 - 6y^3 + y - 1 + 9, Q(y) = -20y^3 + 31y^3 + 6y - 8y + y - 7 + 11$. (a) Thu gọn mỗi đa thức trên rồi sắp xếp mỗi đa thức theo số mũ giảm dần của biến. (b) Tìm bậc, hệ số cao nhất & hệ số tự do của mỗi đa thức đó.

Bài toán 17 (Thái et al., 2022, 3., pp. 52-53). Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Chứng tỏ: (a) $P(0) = c$; (b) $P(1) = a + b + c$; (c) $P(-1) = a - b + c$. (d) Tính $P(2), P(-2), P(3), P(-3), P\left(\frac{1}{2}\right), P\left(-\frac{1}{2}\right)$. (e) Tính $P(x) + P(-x)$ với $x \in \mathbb{R}$. (f) Tính $P(x) + P\left(\frac{1}{x}\right)$ với $x \in \mathbb{R}$.

Bài toán 18 (Thái et al., 2022, 6., p. 53). Theo tiêu chuẩn của Tổ chức Y tế Thế Giới (WHO), đối với bé gái, công thức tính cân nặng chuẩn là $C = 9 + 2(N - 1)$ kg, công thức tính chiều cao chuẩn là $H = 75 + 5(N - 1)$ cm, trong đó N là số tuổi của bé gái. (a) Tính cân nặng chuẩn, chiều cao chuẩn của 1 bé gái 3 tuổi. (b) 1 bé gái 3 tuổi nặng 13.5kg & cao 86cm. Bé gái đó có đạt tiêu chuẩn về cân nặng & chiều cao của Tổ chức Y tế Thế giới hay không?

Bài toán 19 (Thái et al., 2022, 7., p. 52-53). Nhà bác học Galileo Galilei (1564-1642) là người đầu tiên phát hiện ra quãng đường chuyển động của vật rơi tự do tỷ lệ thuận với bình phương của thời gian chuyển động. Quan hệ giữa quãng đường chuyển động y m & thời gian chuyển động x s được biểu diễn gần đúng bởi công thức $y = 5x^2$. Trong 1 thí nghiệm vật lý, người ta thả 1 vật nặng từ độ cao 180m xuống đất (coi sức cản của không khí không đáng kể). (a) Sau 3s thì vật nặng còn cách mặt đất bao nhiêu m? (b) Khi vật nặng còn cách mặt đất 100m thì nó đã rơi được thời gian bao lâu? (c) Sau bao lâu thì vật chạm đất?

Bài toán 20 (Thái et al., 2022, 8., p. 53). Pound là 1 đơn vị đo khối lượng truyền thống của Anh, Mỹ & 1 số quốc gia khác. Công thức tính khối lượng y kg theo x pound là $y = 0.45359237x$. (a) Tính giá trị của y kg khi $x = 100$ pound. (b) 1 hãng hàng không quốc tế quy định mỗi hành khách được mang 2 va li không tính cước; mỗi va li cân nặng không vượt quá 23 kg. Hỏi với va li cân nặng 50.99 pound sau khi quy đổi sang kilogram & được phép làm tròn đến hàng đơn vị thì có vượt quá quy định trên hay không?

3 Phép \pm Đa Thức 1 Biến

Bài toán 21. Tính: (a) $ax^k + bx^k, \forall a, b \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{N}$. (b) $ax^k + bx^k + cx^k, \forall a, b, c \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{N}$. (c) $\sum_{i=1}^n a_i x^k = a_1 x^k + a_2 x^k + \dots + a_n x^k, \forall a_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, n, \forall k \in \mathbb{N}$.

Bài toán 22 (Thái et al., 2022, Ví dụ 1, p. 55). Tính tổng của 2 đa thức: $P(x) = 5x^3 + 2x^2 + 3x + 1$ & $Q(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2x + 2$.

Bài toán 23 (Thái et al., 2022, 1., p. 59). Cho 2 đa thức: $R(x) = -8x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ & $S(x) = x^4 - 8x^3 + 2x + 3$. Tính: (a) $R(x) + S(x)$; (b) $R(x) - S(x)$.

Bài toán 24 (Thái et al., 2022, 2., p. 59). Xác định bậc của 2 đa thức là tổng, hiệu của: $A(x) = -8x^5 + 6x^4 + 2x^2 - 5x + 1$ & $B(x) = 8x^5 + 8x^3 + 2x - 3$.

Bài toán 25 (Thái et al., 2022, 3., p. 59). Bác Ngọc gửi ngân hàng thứ nhất 90 triệu đồng với kỳ hạn 1 năm, lãi suất $x\%/năm$. Bác Ngọc gửi ngân hàng thứ 2 80 triệu đồng với kỳ hạn 1 năm, lãi suất $(x + 1.5)\%/năm$. Hết kỳ hạn 1 năm, bác Ngọc có được cả gốc & lãi là bao nhiêu: (a) Ở ngân hàng thứ 2? (b) Ở cả 2 ngân hàng?

Bài toán 26 (Thái et al., 2022, 4., p. 59). Người ta rót nước từ 1 can đựng 10 lít nước sang 1 bể rỗng có dạng hình lập phương với độ dài cạnh 20cm. Khi mực nước trong bể cao h cm thì thể tích nước trong can còn lại là bao nhiêu? Biết $1l = 1dm^3$.

Bài toán 27 (Thái et al., 2022, 5., p. 59). D hay S? (a) Tổng của 2 đa thức bậc 4 luôn luôn là đa thức bậc 4. (b) Hiệu của 2 đa thức bậc 4 luôn luôn là đa thức bậc 4. (c) Tổng & hiệu của 2 đa thức bậc $n \in \mathbb{N}$ luôn là đa thức bậc n .

4 Phép Nhân Đa Thức 1 Biến

5 Phép Chia Đa Thức 1 Biến

Tài liệu

Thái, Đỗ Đức, Đỗ Tiến Đạt, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, and Phạm Đức Quang (2022). *Toán 7 Tập 2*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 127.

Tuyên, Bùi Văn (2022). *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 7*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 168.