

Problem: Calculus on Set \mathbb{N} of Naturals

Bài Tập: Các Phép Tính Trên Tập Hợp Các Số Tự Nhiên

1 $\pm, \cdot, :$ on \mathbb{N}

1 ([Tuy23], Ví dụ 3, p. 8). 1 học sinh khi nhân 1 số với 31 đã đặt các tích riêng thẳng hàng như trong phép cộng nên tích đã giảm đi 540 đơn vị so với tích đúng. Tìm tích đúng.

2 ([Tuy23], Ví dụ 4, p. 8). Cho 2 số không chia hết cho 3, khi chia cho 3 được các số dư khác nhau. Chứng minh tổng của 2 số đó chia hết cho 3.

3 ([Tuy23], 14., p. 9). Tính hợp lý: (a) $38 + 41 + 117 + 159 + 62$. (b) $73 + 86 + 978 + 914 + 3022$. (c) $341 \cdot 67 + 341 \cdot 16 + 659 \cdot 83$. (d) $42 \cdot 53 + 47 \cdot 156 - 47 \cdot 114$.

4 ([Tuy23], 15., p. 9). Tính giá trị của biểu thức: (a) $A = (100 - 1) \cdot (100 - 2) \cdots (100 - n)$ với $n \in \mathbb{N}^*$ & tích trên có đúng 100 thừa số. (b) $B = 13a + 19b + 4a - 2b$ với $a + b = 100$.

5 ([Tuy23], 16., p. 9). Không tính giá trị cụ thể, so sánh giá trị 2 biểu thức: (a) $A = 199 \cdot 201$ & $B = 200 \cdot 200$. (b) $C = 35' \cdot 53 - 18$ & $D = 35 + 53 \cdot 34$.

6 ([Tuy23], 17., p. 9). Tính hợp lý: (a) $(44 \cdot 52 \cdot 60) : (11 \cdot 13 \cdot 15)$. (b) $123 \cdot 456456 - 456 \cdot 123123$. (c) $(98 \cdot 7676 - 9898 \cdot 76) : (2021 \cdot 2022 \cdot 2023 \cdots 2030)$.

7 ([Tuy23], 18., p. 9). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 2021 - 1021 : (999 - x)$.

8 ([Tuy23], 20., p. 9). Tìm số hạng thứ 5, thứ n của dãy số: (a) 2, 3, 7, 25, ... (b) 8, 30, 72, 140, ...

9 ([Tuy23], 21., p. 9). Tìm x : (a) $(x + 74) - 318 = 200$. (b) $3636 : (12x - 91) = 36$. (c) $(x : 23 + 45) \cdot 67 = 8911$.

10 ([Tuy23], 22., p. 9). 1 nong tầm là 5 nong kén. 1 nong kén là 9 nén tơ. Hỏi muốn được 540 nén tơ thì phải chăn bao nhiêu nong tầm?

11 ([Tuy23], 23., p. 9). 2 số tự nhiên a, b chia hết cho m có cùng số dư, $a \geq b$. Chứng tỏ $a - b$ chia hết cho m .

12 ([Tuy23], 24., p. 9). Trong 1 phép chia có số bị chia là 155, số dư là 12. Tìm số chia & thương.

13 ([Tuy23], 25., p. 9). Viết tập hợp A các số tự nhiên x biết lấy x chia cho 12 ta được thương bằng số dư.

14 ([Tuy23], 26., p. 10). Chia 129 cho 1 số ta được số dư là 10. Chia 61 cho số đó ta cũng được số dư là 10. Tìm số chia.

15 ([Tuy23], 27., p. 10). Cho 3 chữ số a, b, c khác nhau & khác 0. Với cùng cả 3 chữ số này có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số?

16 ([Tuy23], 28., p. 10). Cho 4 chữ số khác nhau & khác 0. (a) Với cùng cả 4 chữ số này có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số? (b) Có thể lập được bao nhiêu số có 2 chữ số khác nhau trong 4 chữ số đã cho?

17 ([Tuy23], 29., p. 10). Cho 4 chữ số khác nhau trong đó có 1 chữ số 0. Với cùng cả 4 chữ số này có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số?

18 ([Tuy23], 30., p. 10). Anh Bách đi mua bánh kẹo tại 1 siêu thị, thanh toán bằng 1 phiếu mua hàng trị giá 100000 đồng. Siêu thị không trả lại số tiền thừa. Giúp anh Bách chọn mua vừa hết số tiền ghi trong phiếu. Bảng giá 1 số mặt hàng có bán:

STT	Tên hàng	Đơn vị	Giá bán
1	Bánh đậu xanh	Hộp	31 500 đồng
2	Bánh bông lan	Gói	23 500 đồng
3	Bánh gạo	Gói	19 000 đồng
4	Bánh gạo chiên	Gói	17 800 đồng
5	Bánh quy	Gói	13 500 đồng
6	Bánh xốp	Gói	5 300 đồng
7	Kẹo hương dâu	Gói	2 500 đồng

2 Exponentiation on \mathbb{N} – Lũy Thừa với Số Mũ Tự Nhiên

Định nghĩa 1 (Số chính phương). Số chính phương là số bằng bình phương của 1 số tự nhiên, i.e., a là số chính phương $\Leftrightarrow a = n^2$ với $n \in \mathbb{N}$ nào đó.

19 ([Tuy23], Ví dụ 5, p. 11). Chứng minh tổng $\sum_{i=1}^5 i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$ là 1 số chính phương.

20 ([Tuy23], Ví dụ 6, p. 11). Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết $2 \cdot 3^x = 162$.

21 ([Tuy23], Ví dụ 7, p. 11). Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết $(x+2)^4 = 5^2 \cdot 25$.

22 ([Tuy23], 31., p. 11). Trong các số $2^4, 3^4, 4^2, 4^3, 99^0, 0^{99}, 1^n$ với $n \in \mathbb{N}^*$, các số nào bằng nhau? Số nào nhỏ nhất? Số nào lớn nhất?

23 ([Tuy23], 32., p. 11). Kiểm tra đẳng thức $152 - 5^3 = 10^2$ đúng hay sai. Nếu sai, di chuyển 1 chữ số đến vị trí khác để được đẳng thức đúng.

24 ([Tuy23], 33., p. 11). Chứng minh mỗi tổng/hiệu sau là 1 số chính phương: (a) $3^2 + 4^2$. (b) $13^2 - 5^2$. (c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$.

25 ([Tuy23], 34., pp. 11–12). Viết các tổng/hiệu sau dưới dạng 1 lũy thừa với số mũ lớn hơn 1. (a) $17^2 - 15^2$. (b) $4^3 - 2^3 + 5^2$.

26 ([Tuy23], 35., p. 12). Viết số 729 dưới dạng 1 lũy thừa với 3 cơ số khác nhau & số mũ lớn hơn 1.

27 ([Tuy23], 36., p. 12). Viết các tích/thương sau dưới dạng lũy thừa của 1 số: (a) $2^5 \cdot 8^4$. (b) $25^6 \cdot 125^3$. (c) $625^5 : 25^7$. (d) $12^3 \cdot 3^3$.

28 ([Tuy23], 37., p. 12). Tính $6^{3^1}, 3^{2^3}, 7^{1^{2^{3^4}}}, 2020^{3^{0^{1^0}}}$.

29 ([Tuy23], 38., p. 12). Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết: (a) $(3x-2)^3 = 64$. (b) $(2x+5)^4 = 3^4 \cdot 5^4$.

30 ([Tuy23], 39., p. 12). Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết: (a) $5^x + 5^{x+2} = 650$. (b) $3^{x+4} = 9^{2x-1}$.

31 ([Tuy23], 40., p. 12). Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết: (a) $2^x - 15 = 17$. (b) $(7x-11)^3 = 2^5 \cdot 5^2 + 200$.

32 ([Tuy23], 41., p. 12). Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết: (a) $x^{10} = 1^x$. (b) $x^{10} = x$. (c) $(2x-15)^5 = (2x-15)^3$.

33 ([Tuy23], 42., p. 12). Tìm $m, n \in \mathbb{N}$ thỏa $2^m + 2^n = 40$.

34 ([Tuy23], 43., p. 12). Số $4^6 \cdot 5^{14}$ có bao nhiêu chữ số nếu viết trong hệ thập phân ở dạng thông thường (không có số mũ)?

35 ([Tuy23], 44., p. 12). Trong âm nhạc, về trường độ thì: 1 nốt tròn bằng 2 nốt trắng, 1 nốt trắng bằng 2 nốt đen, 1 nốt đen bằng 2 nốt móc đơn, 1 nốt móc đơn bằng 2 nốt móc kép, 1 nốt móc kép bằng 2 nốt móc 3, 1 nốt móc 3 bằng 2 nốt móc 4. Dùng lũy thừa của 1 số tự nhiên để: (a) Diễn tả mối quan hệ về trường độ giữa nốt tròn với các nốt nhạc khác. (b) Cho biết nốt nhạc có trường độ gấp 8 lần nốt móc 3 là nốt nhạc nào?

36 ([Tuy23], 45., p. 12, Phân bào). Tế bào lớn lên đến 1 kích thước nhất định thì phân chia thành 2 tế bào con. Mỗi tế bào con tiếp tục lớn lên cho đến khi bằng tế bào mẹ, sau đó phân chia thành 2 tế bào, quá trình cứ thế tiếp tục. Cho biết: (a) Số tế bào con sau lần phân chia thứ 3, thứ 5, thứ $n \in \mathbb{N}^*$. Viết kết quả dưới dạng lũy thừa cơ số 2. (b) Sau mấy lần phân chia thì số tế bào con là 128?

Về phân bào, see, e.g., [Wikipedia/phân bào](#) & [Wikipedia/spindle apparatus](#).

2.1 Compare Exponentiations – So Sánh Các Lũy Thừa

37 ([Tuy23], Ví dụ 8, p. 13). So sánh 3^7 & 2^{11} .

38 ([Tuy23], Ví dụ 9, p. 13). So sánh 16^{19} & 8^{25} .

39 ([Tuy23], Ví dụ 10, p. 13). So sánh 3^{4040} & 2^{6060} .

40 ([Tuy23], 46., p. 14). So sánh: (a) 27^{11} & 81^8 . (b) 625^5 & 125^7 .

41 ([Tuy23], 47., p. 14). So sánh: (a) 5^{36} & 11^{24} . (b) 3^{2n} & 2^{3n} , $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

42 ([Tuy23], 48., p. 14). So sánh $A = 2 \cdot 3^{54}$ & $B = 6 \cdot 5^{32}$.

43 ([Tuy23], 49., p. 14). Chứng minh: $5^{60n} < 2^{140n} < 3^{100n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

44 ([Tuy23], 50., p. 14). Sắp xếp 3 số $3^{539}, 7^{308}, 2^{847}$ theo thứ tự tăng dần.

45 ([Tuy23], 51., p. 14). So sánh: (a) 5^{75} & 7^{60} . (b) 3^{21} & 2^{31} .

46 ([Tuy23], 52., p. 14). So sánh: (a) 5^{23} & $6 \cdot 5^{22}$. (b) $7 \cdot 2^{13}$ & 2^{16} . (c) 21^{15} & $27^5 \cdot 49^8$.

47 ([Tuy23], 53., p. 14). So sánh: (a) 199^{20} & 2003^{15} . (b) 3^{39} & 11^{21} .

48 ([Tuy23], 54., p. 14). So sánh 2 hiệu $A = 72^{45} - 72^{44}$ & $B = 72^{44} - 72^{43}$.

49 ([Tuy23], 55., p. 14). Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết: (a) $16^x < 128^4$. (b) $5^x \cdot 5^{x+1} \cdot 5^{x+2} \leq \underbrace{100 \dots 0}_{18} : 2^{18}$.

50 ([Tuy23], 56., p. 14). Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết $2^5 \cdot 3^n \cdot 3^{n+2} \leq 32 \cdot 3^6 \cdot 3^4$.

51 ([Tuy23], 57., p. 14). So sánh $A = \sum_{i=0}^9 2^i = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9$ & $B = 5 \cdot 2^8$.

52 ([Tuy23], 58., p. 14). Viết số lớn nhất bằng cách dùng 3 chữ số 1, 2, 3 với điều kiện mỗi chữ số chỉ dùng 1 lần.

2.2 Last Digit of Products & Exponentiations – Chữ Số Tận Cùng của Các Tích & Lũy Thừa

Tài liệu

[Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.