

Olympiad Calculator in Secondary School – Giải Toán Trên Máy Tính Cầm Tay Cấp Trung Học Cơ Sở

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 13 tháng 4 năm 2023

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about *fraction*. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 9, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 9/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_9/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 9/fraction](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_9/fraction)².

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về *phân số*. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 9/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_9/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 9. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 9/fraction](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_9/fraction).

Mục lục

1	Tính Giá Trị Biểu Thức	3
2	Tìm Thương & Số Dư Khi Chia 2 Số Tự Nhiên	4
3	Tìm ƯCLN & BCNN	5
4	Biểu Diễn Số Hữu Tỷ & Liên Phân Số	5
5	Biểu Diễn Số Thập Phân Vô Hạn Tuần Hoàn Về Số Hữu Tỷ	5
6	Tìm Chữ Số Thập Phân Thứ k	5
7	Tính Số Chữ Số của 1 Số Dạng Lũy Thừa	5
8	Tìm k Chữ Số Tận Cùng của 1 Số Tự Nhiên	5
9	Các Bài toán Liên Quan về Số Nguyên Tố	5
10	Tính Tổng Hữu Hạn	5
11	Các Bài Toán về Hàm Số Bậc Nhất	5
12	Các Bài Toán về Đa Thức	5
13	Tìm GTLN & GTNN của Biểu Thức	5
14	Phương Trình & Hệ Phương Trình Nghiệm Nguyên	5
15	Phương Trình & Hệ Phương Trình Đại Số	5
16	Xác Định Các Yếu Tố Liên Quan về Tam Giác, Tứ Giác, & Hình Tròn	5
17	Các Bài Toán về Dãy Số	5
18	Tìm Các Số & Chữ Số Thỏa Điều Kiện Cho Trước	5
19	Các Bài Toán Liên Quan về Lượng Giác, Tính Thời Gian, & Số Đo Góc	5

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_9/NQBH_elementary_mathematics_grade_9.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_9/fraction/NQBH_fraction.pdf.

20 Các Bài Toán Liên Quan về Lãi Suất, Tiền Lương, Tăng Trưởng	5
21 Miscellaneous	5

Abbreviation

- GTN: Giải Toán Nhanh.
- MTCT: Máy Tính Cầm Tay.

1 Tính Giá Trị Biểu Thức

Bài toán 1 (Giải Toán Trên MTCT Khu Vực 2003–2004). *Tính kết quả đúng của tích $M = 2222255555 \cdot 2222266666$.*

Phân tích: Khi nhập biểu thức vào máy tính cầm tay, máy tính cho kết quả tràn màn hình: $M = 2222255555 \cdot 2222266666 = 4.938444443 \cdot 10^{18}$ nên cần tách riêng từng phần ra để tính.

1st giải. Đặt $A = 22222$, $B = 55555$, $C = 66666$, $M = (10^5 A + B)(10^5 A + C) = 10^{10} A^2 + 10^5 AB + 10^5 AC + BC$. Tính trên MTCT: $A^2 = 22222^2 = 493817284$, $AB = 22222 \cdot 55555 = 1234543210$, $AC = 22222 \cdot 66666 = 1481451852$, $BC = 3703629630$. Tính trên giấy:

$10^{10} A^2$	4	9	3	8	1	7	2	8	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$10^5 AB$					1	2	3	4	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0
$10^5 AC$					1	4	8	1	4	5	1	8	5	2	0	0	0	0
BC										3	7	0	3	6	2	9	6	3
M	4	9	3	8	4	4	4	4	4	3	2	0	9	8	2	9	6	3

Vậy $M = 4938444443209829630$. □

Trong lời giải thứ nhất, có thể gom $10^5 AB + 10^5 AC = 10^5 A(B + C)$ như sau (2 lời giải gần như giống hệt nhau chỉ khác là lời giải 2 ngắn hơn 1 dòng trong bảng tính trên giấy nháp):

2nd giải. Đặt $A = 22222$, $B = 55555$, $C = 66666$, $M = (10^5 A + B)(10^5 A + C) = 10^{10} A^2 + 10^5 A(B + C) + BC$. Tính trên MTCT: $A^2 = 22222^2 = 493817284$, $A(B + C) = 22222 \cdot (55555 + 66666) = 2715995062$, $BC = 3703629630$. Tính trên giấy:

$10^{10} A^2$	4	9	3	8	1	7	2	8	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$10^5 (AB + AC)$					2	7	1	5	9	9	5	0	6	2	0	0	0	0
BC										3	7	0	3	6	2	9	6	3
M	4	9	3	8	4	4	4	4	4	3	2	0	9	8	2	9	6	3

Vậy $M = 4938444443209829630$. □

Nhận xét 1 (Ý tưởng giải quyết với công cụ máy tính cầm tay). “Nếu tính trực tiếp trên MTCT thì kết quả vượt quá độ rộng hiển thị của màn hình MTCT, do đó để có kết quả chính xác ta tách các chữ số thành các bộ phận của k chữ số (k tùy thuộc vào từng loại máy tính cụ thể, thông thường thì k bằng $\frac{1}{2}$ độ rộng hiển thị các chữ số trên màn hình MTCT), bắt đầu từ bên phải & thực hiện tính toán. Sau đó kết hợp tính trên máy tính điện tử & trên giấy nháp để được kết quả chính xác cuối cùng. Có thể đặt các biến cho các nhóm chữ số để thuận tiện trong biến đổi đại số (như ở 2 cách giải trên).

Bài toán 2 (Mở rộng). *Nêu cách tính kết quả đúng của tích $M = \underbrace{aa \dots a}_n \underbrace{bb \dots b}_n \cdot \underbrace{aa \dots a}_n \underbrace{cc \dots c}_n$ với $a, b, c \in \mathbb{N}$, $an \neq 0$.*

Bài toán 3. *Tính chính xác 1023456^3 .*

Bài toán 4 (Giải Toán Trên MTCT Khu Vực 2003–2004). *Tính kết quả đúng của tích: $M = 20032003 \cdot 20042004$.*

Bài toán 5. *Tính kết quả đúng: (a) $M = 3344355664 \cdot 3333377777$. (b) $N = 123456^3$.*

Bài toán 6. *Tính kết quả đúng: (a) $A = 2001^3 + 2002^3 + 2004^3 + 2005^3 + 2006^3 + 2007^3 + 2008^3 + 2009^3$. (b) $B = 13032006 \cdot 13032007$.*

Bài toán 7. *Tính tổng: $S_n = \sum_{i=1}^n i \cdot i! = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n!$. Áp dụng để tính $S_{16} = \sum_{i=1}^{16} i \cdot i! = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + 16 \cdot 16!$.*

Giải. Vì $n \cdot n! = (n + 1 - 1)n! = (n + 1)n! - n! = (n + 1)! - n!$ nên ta biến đổi tổng đã cho đồng thời tính toán trên máy & kết hợp trên giấy nháp như sau: **inserting ...** □

Bài toán 8. *Tính giá trị biểu thức $N = \frac{23!}{12! \cdot 17!}$.*

Bài toán 9. *Tính giá trị biểu thức sau với $x = \frac{9}{4}$, $y = \frac{7}{2}$, $z = 4$:*

$$M = \frac{x^2(3y - 5z + 4) + 2x(y^3 z^2 - 4) + 2y^2 + z - 6}{x(x^2 + 5y^2 - 7) + z^4 + 8}.$$

Bài toán 10. Tính giá trị biểu thức:

$$M = \frac{1}{2^3} \left(\frac{2^2 - \frac{2^2}{7} + \frac{2^2}{7^2} - \frac{2^2}{7^3}}{1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3}} : \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3}}{2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3}} \right) : \frac{201120112011}{201220122012}.$$

Bài toán 11. Tính giá trị biểu thức

$$G = \frac{3a^3 + 4a\sqrt{b} + 5b\sqrt{a} + b^3}{2a^5 + 3a^2\sqrt{b^3} + b^2\sqrt{a^3}} \text{ biết } \begin{cases} 2a + 3b = 2.211, \\ 5a - 7b = 1.946. \end{cases}$$

Bài toán 12. Tính giá trị biểu thức $H = \left(x + \frac{x - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}\right) : \left(\frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} - \frac{2\sqrt{x}}{x + \sqrt{x+1}}\right)$ với $x = 169.78$.

Bài toán 13. Tính $P = \sqrt[2011]{2010 \sqrt[2010]{2009 \sqrt[2009]{2008 \dots \sqrt[2003]{2002 \sqrt[2002]{2001 \sqrt[2001]{2000}}}}}}$

Bài toán 14. Tìm y biết:

$$\frac{1.826 - \frac{y^2}{\sqrt{12.04}}}{\sqrt{18} \left(\sqrt{15} - \frac{2.3 + \frac{5}{3\sqrt{5}} \cdot 7}{0.0598\sqrt{15} + \sqrt[3]{6}} \right)} = 1\frac{3}{4}.$$

Bài toán 15. Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{2 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[4]{4 + \sqrt[5]{5} + \sqrt[6]{6 + \sqrt[7]{7 + \sqrt[8]{8}}}}}}$

Bài toán 16. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{\frac{x^{12} + x^7 - 2x^2 + 412}{y^3 - 7y^9 - 1}}{z^3 - 4x} - 3z \text{ tại } x = 2.963, y = 1.29938, z = 2x^2 + \sqrt{\frac{3y}{5}}.$$

2 Tìm Thương & Số Dư Khi Chia 2 Số Tự Nhiên

Bài toán 17. Tìm thương & số dư của phép chia 987654321 cho 12345.

Bài toán 18. Tìm thương & số dư của phép chia 2345678901234 cho 4567.

Bài toán 19. Tìm thương & số dư của phép chia 98765432188766 cho 12345.

Bài toán 20. Tìm số dư của phép chia 12^6 cho 19.

Bài toán 21. Tìm số dư của phép chia 2004^{376} cho 1975.

Bài toán 22. Tìm số dư của phép chia 97^{20021} cho 51.

Bài toán 23. Tìm số dư của phép chia 2^{1000} cho 25.

Bài toán 24. Tìm số dư của phép chia $2011^{109} + 2012^{67} + 6739543$ cho 57.

Bài toán 25. Gọi r là số dư trong phép chia 2^{999} cho 23. Tìm tất cả các ước dương của r .

Bài toán 26. Tìm số dư khi chia $A = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2012}$ cho 23.

Bài toán 27. Cho đa thức $P(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{100}$. Tìm số dư khi chia $P(13)$ cho 51.

Bài toán 28. Tìm số dư của phép chia $M = 2^{x^2-3x+5} + 125^{423}$ cho 17 khi $x = 5$.

Bài toán 29. Tìm số dư khi chia $A = 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{100}$ cho 2012.

Bài toán 30. Tìm số dư khi chia số $A = 2^3 + 3^4 + 4^5 + \dots + 10^{11}$ cho số 17.

Bài toán 31. Tìm số dư khi chia $N = \frac{x^{100}-1}{x-1}$ cho 72 khi $x = 4$.

- 3 Tìm ƯCLN & BCNN
- 4 Biểu Diễn Số Hữu Tỷ & Liên Phân Số
- 5 Biểu Diễn Số Thập Phân Vô Hạn Tuần Hoàn Về Số Hữu Tỷ
- 6 Tìm Chữ Số Thập Phân Thứ k
- 7 Tính Số Chữ Số của 1 Số Dạng Lũy Thừa
- 8 Tìm k Chữ Số Tận Cùng của 1 Số Tự Nhiên
- 9 Các Bài toán Liên Quan về Số Nguyên Tố
- 10 Tính Tổng Hữu Hạn
- 11 Các Bài Toán về Hàm Số Bậc Nhất
- 12 Các Bài Toán về Đa Thức
- 13 Tìm GTLN & GTNN của Biểu Thức
- 14 Phương Trình & Hệ Phương Trình Nghiệm Nguyên
- 15 Phương Trình & Hệ Phương Trình Đại Số
- 16 Xác Định Các Yếu Tố Liên Quan về Tam Giác, Tứ Giác, & Hình Tròn
- 17 Các Bài Toán về Dãy Số
- 18 Tìm Các Số & Chữ Số Thỏa Điều Kiện Cho Trước
- 19 Các Bài Toán Liên Quan về Lượng Giác, Tính Thời Gian, & Số Đo Góc
- 20 Các Bài Toán Liên Quan về Lãi Suất, Tiền Lương, Tăng Trưởng
- 21 Miscellaneous

Bài toán 32 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 1.). *Tính giá trị biểu thức:*

$$M = \frac{2x^3 - 4xy + y^2}{x^2 - 3x + 2y^2} - \frac{y^2 + 4xy}{x(x + y^3)} + (x - y + 5.1)^2 \text{ với } x = 0.4, y = -\frac{1}{3}.$$

Bài toán 33 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 2.). *Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , biết $AC = 4.21$ cm, $BC = 5.67$ cm. Vẽ tia phân giác BM của góc \widehat{ABC} , ($M \in AC$). Tính độ dài BM .*

Bài toán 34 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 3.). *Tìm x :*

$$\frac{4}{\left(2 + \frac{2}{1 + \frac{9}{10} \cdot 0.888 \dots}\right)x - \left(1 + \frac{4}{2 + \frac{1}{1 + \frac{7}{8}}}\right)} + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} = -1.2727 \dots + \frac{1}{0.0555 \dots}.$$

Bài toán 35 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 4.). *Cho $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa:*

$$\frac{1945}{2005} = \frac{1}{1 + \frac{1}{a + \frac{1}{2 + \frac{1}{b + \frac{1}{2}}}}}.$$

Tính giá trị của biểu $M = 2022a + 2023b$.

Bài toán 36 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 5.). Cho đa thức $P(x) = x^4 - 6x^3 + 27x^2 - 54x + 32$. (a) Phân tích đa thức $P(x)$ thành tích của 3 đa thức. (b) Tìm nghiệm của đa thức $P(x)$.

Bài toán 37 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 6.). Cho hình thang vuông $ABCD$ có 2 đáy là AB, CD , biết $\widehat{A} = 90^\circ$, $AB = 3.73$ cm, $AD = 4.03$ cm, $CD = 6.07$ cm. 2 đường chéo AC, BD cắt nhau tại E . Tính độ dài BE .

Bài toán 38 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 7.). 1 chung cư cao tầng có bóng trên mặt đất có độ dài là 37.8 m. Cùng thời điểm đó, 1 cây cột điện cao 7.02 m có bóng trên mặt đất dài 2.6 m. Hỏi chung cư đó bao nhiêu tầng biết mỗi tầng cao 3.78 m.

Bài toán 39 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 8.). Chị Hiền gửi vào ngân hàng số tiền là 100 000 000 đồng với lãi suất 0.51%/tháng. Hỏi sau 3 năm chị Hiền nhận được số tiền cả vốn & lãi là bao nhiêu? (Biết tiền lãi tháng này cộng vào tiền gửi để tính lãi cho tháng sau, làm tròn đến hàng đơn vị; lãi suất không thay đổi trong 3 năm đó.)

Bài toán 40 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 9.). (a) Tìm 3 chữ số tận cùng của số 2023^{13} . (b) Tính giá trị biểu thức

$$M = \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{1}{5 \cdot 7 \cdot 9} + \cdots + \frac{1}{2017 \cdot 2019 \cdot 2021} + \frac{1}{2019 \cdot 2021 \cdot 2023}.$$

Bài toán 41 (GTN trên MTCT 2023, lớp 8, Bến Tre, 10.). Để thực hiện công tác phổ cập bơi cho học sinh, trường THCS A đã tiến hành lắp 1 hồ bơi di động bằng bạt có dạng hình hộp chữ nhật. Hồ bơi có chiều dài 19.37 m, chiều rộng 8.81 m & chiều cao 1.2 m. Trường THCS A cần bơm nước vào hồ bơi sao cho mực nước cao ít nhất là 0.85 m để phục vụ cho việc dạy học bơi.

Tính số tiền nước ít nhất mà trường THCS A phải sử dụng để bơm nước biết 1 m³ nước có giá là 7690 đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Bài toán 42 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 1.). Tòa nhà Bitexco có độ cao 262.3 m, có 68 tầng là 1 tòa nhà chọc trời tại quận 1, thành phố Hồ Chí Minh. Bạn A đứng dưới mặt đất quan sát tòa nhà, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới tòa nhà & phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$. Cùng lúc đó bạn B, đứng cách bạn A 1 đoạn & cũng quan sát tòa nhà thì thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$. Hỏi bạn B đứng cách bạn A bao nhiêu mét biết khoảng cách từ mắt của bạn A & B đến mặt đất là 1.7 m?

Bài toán 43 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 2.). Giải phương trình: $(x^2 - 3x + 1)^2 + x^2 - 3x - 5 = 0$.

Bài toán 44 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 3.). Tìm kết quả chính xác 10 chữ số thập phân giá trị của y biết: $y = \sqrt{77 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{13 + \cdots}}}}$.

Bài toán 45 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 4.). Bác Dũng mua 1 mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 663 m² & chiều dài hơn 2 lần chiều rộng 5 m. Bác Dũng làm 1 vòng rào xung quanh khu đất bằng lưới thép mạ kẽm b40 có giá 1 m ngang là 85230 đồng/m. (a) Tính chiều dài & chiều rộng khu đất. (b) Hỏi bác Dũng phải trả bao nhiêu tiền để mua lưới thép mạ kẽm b40 rào xung quanh khu đất?

Bài toán 46 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 5.). Cho đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 15$. Biết $P(2) = -15$, $P(3) = -9$. (a) Tìm các hệ số a, b của đa thức $P(x)$. (b) Tìm đa thức dư khi chia $P(x) + 125x^6 - 914$ cho $5x^2 + 27x + 28$.

Bài toán 47 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 6.). Cho $\triangle ABC$ có $BC = 9.21$ cm, $\widehat{ABC} = 39^\circ 21'$, $\widehat{ACB} = 31^\circ 53'$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC . Tính độ dài AB .

Bài toán 48 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 7.). Lấy điểm M tùy ý trên đoạn $AB = 1$ cho trước (M không trùng A, B). Vẽ 2 hình vuông có cạnh lần lượt là AM, MB . Tìm vị trí điểm M để: (a) Tổng diện tích 2 hình vuông này nhỏ nhất. (b) Tổng diện tích 2 hình vuông này lớn nhất.

Bài toán 49 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 8.). 1 người gửi vào ngân hàng số tiền là 15 000 000 đ với lãi suất 0.52%/tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng người ấy có đủ tiền mua chiếc xe 17 000 000 đ biết tiền lãi tháng này cộng vào tiền gửi để tính lãi cho tháng sau & lãi suất không thay đổi?

Bài toán 50 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 9.). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , (O) là đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Biết $AC = 5.44$ cm & $BC = 6.38$ cm Tính diện tích phần trắng không giao với (O) của $\triangle ABC$.

Bài toán 51 (GTN trên MTCT 2023, lớp 9, Bến Tre, 10.). Để dự trữ nước ngọt cho sinh hoạt vào mùa khô, anh Nam xây thêm 1 ống hồ hình trụ có đường kính đáy bên trong ống hồ là 1.8 m, chiều cao là 1.5 m. (a) Tính số lít nước có thể chứa nhiều nhất của ống hồ (làm tròn đến lít)? (b) Tính số tiền mua bê tông để xây 3 ống hồ như trên, biết đường kính ngoài của ống hồ là 1.96 m; đáy ống hồ có độ dày là 1.5 dm & 1 khối bê tông hiện tại có giá là 1 678 500 đồng (làm tròn đến hàng đơn vị).