

Some Topics in Elementary Mathematics/Grade 7

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 16 tháng 10 năm 2022

Tóm tắt nội dung

1 bộ sưu tập các bài toán chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao cho Toán sơ cấp lớp 7. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/lecture)¹ của tác giả viết cho Toán lớp 7. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/problem](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/problem)².

Mục lục

1	Số Hữu Tỷ	2
1.1	Tập Hợp Các Số Hữu Tỷ \mathbb{Q}	2
1.2	\pm trên \mathbb{Q}	2
1.3	$\cdot, :$ trên \mathbb{Q}	2
1.4	Lũy thừa của 1 số hữu tỷ	3
1.5	Tỷ Lệ Thức	5
1.6	Tính Chất của Dây Tỷ Số Bằng Nhau	5
1.7	Chia Tỷ Lệ	6
1.8	Số Thập Phân Hữu Hạn. Số Thập Phân Vô Hạn Tuần Hoàn	7
2	Số Thực	7
2.1	Số Vô Tỷ. Căn Bậc 2. Số Thực	7
3	Hình Học Trực Quan	8
4	Góc. Đường Thẳng Song Song	8
5	1 Số Yếu Tố Thống Kê & Xác Suất	8
6	Biểu Thức Đại Số	8
7	Tam Giác	8
	Tài liệu	8

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/NQBH_elementary_mathematics_grade_7.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/problem/NQBH_elementary_mathematics_grade_7_problem.pdf.

1 Số Hữu Tỷ

1.1 Tập Hợp Các Số Hữu Tỷ \mathbb{Q}

Với phân số $\frac{a}{b}$ tối giản, $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $\text{UCLN}(a, b) = 1$ thì các phân số có dạng $\frac{na}{nb}$, $\forall n \in \mathbb{Z}^*$, đều biểu diễn phân số $\frac{a}{b}$. Để so sánh 2 hay nhiều số hữu tỷ, chuyển chúng về cùng 1 trong 2 dạng: dạng phân số hoặc dạng biểu diễn thập phân, rồi so sánh chúng dựa vào các quy tắc đã học ở Toán 7.

Bài toán 1.1 (Trọng et al., 2022, 10., p. 6). So sánh 2 số hữu tỷ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$) với số 0 khi a, b cùng dấu & khi a, b khác dấu.

Giải. $a = 0 \Rightarrow \frac{a}{b} = 0$, $ab > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > 0$, & $ab < 0 \Rightarrow \frac{a}{b} < 0$. □

Bài toán 1.2 (Trọng et al., 2022, 11., p. 6). Giả sử $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$, ($a, b, m \in \mathbb{Z}$, $m > 0$) & $x < y$. Chứng minh $x < z < y$ với $z := \frac{a+b}{2m}$ (z là trung bình cộng của x & y , i.e., $z = \frac{x+y}{2}$).

Chứng minh. $x < y \Rightarrow x + x < x + y < y + y \Rightarrow x < \frac{x+y}{2} < y$, mà $\frac{x+y}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{m} + \frac{b}{m} \right) = \frac{a+b}{2m} = z$, nên $x < z < y$. □

1.2 \pm trên \mathbb{Q}

Tính tổng các phân số cùng mẫu số:

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{b} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{b}, \text{ i.e., } \frac{a_1}{b} + \dots + \frac{a_n}{b} = \frac{a_1 + \dots + a_n}{b}, \forall a_i, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, \forall i = 1, \dots, n.$$

Tính tổng các phân số khác mẫu số: Quy đồng mẫu số các phân số đó với mẫu số chung là BCNN của các mẫu số các phân số đó rồi cộng lại:

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{b_i} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \frac{\text{BCNN}(b_1, \dots, b_n)}{b_i}}{\text{BCNN}(b_1, \dots, b_n)}, \text{ i.e., } \frac{a_1}{b_1} + \dots + \frac{a_n}{b_n} = \frac{a_1 \frac{\text{BCNN}(b_1, \dots, b_n)}{b_1} + \dots + a_n \frac{\text{BCNN}(b_1, \dots, b_n)}{b_n}}{\text{BCNN}(b_1, \dots, b_n)},$$

$\forall a_i, b_i \in \mathbb{Z}, b_i \neq 0, \forall i = 1, \dots, n.$

Bài toán 1.3 (Bình, 2022, §1, 2.). Tìm 2 phân số có tử bằng 9, biết rằng giá trị của mỗi phân số đó lớn hơn $\frac{-11}{13}$ & nhỏ hơn $\frac{-11}{15}$.

Bài toán 1.4 (Bình, 2022, §1, 3.). Cho các số hữu tỷ $\frac{a}{b}$ & $\frac{c}{d}$ với mẫu dương, trong đó $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. Chứng minh: (a) $ab < bc$; (b) $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

Bài toán 1.5 (Bình, 2022, §1, 4.). Ký hiệu $\lfloor x \rfloor$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x , được gọi là phần nguyên của x , e.g., $\lfloor 1.5 \rfloor = 1$, $\lfloor 5 \rfloor = 5$, $\lfloor -2.5 \rfloor = -3$. (a) Tính $\lfloor -\frac{1}{7} \rfloor$, $\lfloor 3.7 \rfloor$, $\lfloor -4 \rfloor$, $\lfloor -\frac{43}{10} \rfloor$. (b) Cho $x = 3.7$. So sánh: $A = \lfloor x \rfloor + \lfloor x + \frac{1}{5} \rfloor + \lfloor x + \frac{2}{5} \rfloor + \lfloor x + \frac{3}{5} \rfloor + \lfloor x + \frac{4}{5} \rfloor$ & $B = \lfloor 5x \rfloor$. (c) Tính $\lfloor \frac{100}{3} \rfloor + \lfloor \frac{100}{32} \rfloor + \lfloor \frac{100}{33} \rfloor + \lfloor \frac{100}{34} \rfloor$. (d) Tính $\lfloor \frac{50}{2} \rfloor + \lfloor \frac{50}{22} \rfloor + \lfloor \frac{50}{23} \rfloor + \lfloor \frac{50}{24} \rfloor + \lfloor \frac{50}{25} \rfloor$. (e) Cho $x \in \mathbb{Q}$. So sánh $\lfloor x \rfloor$ với x , so sánh $\lfloor x \rfloor$ với y trong đó $y \in \mathbb{Z}$, $y < x$.

1.3 $\cdot, :$ trên \mathbb{Q}

“*Phép nhân 2 hay nhiều số hữu tỷ*: • Xác định dấu bằng cách đếm các thừa số âm, nếu chẵn thì kết quả dương, nếu lẻ thì kết quả âm. • Nhân phân số tự nhiên của tử với tử, mẫu với mẫu rồi rút gọn.

Phép chia 2 số hữu tỷ: Ta lấy số hữu tỷ bị chia nhân với nghịch đảo số hữu tỷ chia rồi làm như phép nhân. Thương của phép chia $x \in \mathbb{Q}$ cho số hữu tỷ $y \in \mathbb{Q}^*$ gọi là *tỷ số* của 2 số x & y , ký hiệu là $\frac{x}{y}$ hay $x : y$.” – Trọng et al., 2022, §3, p. 10

Bài toán 1.6 (Trọng et al., 2022, 3., p. 13). Cho số hữu tỷ $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$. Chứng minh: (a) $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b$; (b) $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b$; (c) $((a < b) \wedge (a, c > 0)) \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$; (d) $((a > b) \wedge (c > 0)) \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$.

Bài toán 1.7 (Bình, 2022, §1, Ví dụ 1). Cho phân số $\frac{a}{b} \neq 1$. Tìm phân số $\frac{c}{d}$ sao cho $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$.

Bài toán 1.8 (Bình, 2022, §1, 5.). Thực hiện các phép tính: (a) $\frac{-2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{-1}{6} + \frac{-2}{5}$; (b) $\frac{-2}{3} + \frac{-1}{5} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} - \frac{7}{10}$; (c) $\frac{1}{2} - \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{-1}{6} + \frac{-4}{35} + \frac{41}{41}$; (d) $\frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$.

Bài toán 1.9 (Bình, 2022, §1, 6.). Cho các số hữu tỷ x bằng 1.4089, 0.1398, -0.4771, -1.2592. (a) Viết các số đó dưới dạng tổng của 1 số nguyên a & 1 số thập phân b không âm nhỏ hơn 1.³ (b) Tính tổng các số hữu tỷ trên bằng cách 2 cách: tính thông thường, tính tổng các số được viết dưới dạng ở câu (a). (c) So sánh a & $\lfloor x \rfloor$ trong từng trường hợp ở câu (a).

³Trong cách viết này, a là phần nguyên của x , còn b là phần lẻ của x . Ký hiệu phần lẻ của x là $\{x\}$ thì $x = \lfloor x \rfloor + \{x\}$.

Bài toán 1.10 (Bình, 2022, §1, 7.). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để phân số sau có giá trị là 1 số nguyên & tính giá trị đó: (a) $A = \frac{3n+9}{n-4}$; (b) $B = \frac{6n+5}{2n-1}$.

Bài toán 1.11 (Bình, 2022, §1, 8.). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$, biết: $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$.

Bài toán 1.12 (Bình, 2022, §1, 9.). Viết tất cả các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 20 theo thứ tự tùy ý. Lấy mỗi số trừ đi số thứ tự của nó ta được 1 hiệu. Tổng của tất cả các hiệu đó bằng bao nhiêu?

Bài toán 1.13 (Bình, 2022, §1, 10.). Tính: (a) $\frac{\left(\frac{3}{10} - \frac{4}{15} - \frac{7}{20}\right) \cdot \frac{5}{3}}{\left(\frac{1}{14} + \frac{1}{7} - \frac{-3}{35}\right) \cdot \frac{-4}{3}}$; (b) $\frac{(1+2+\dots+100)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) \cdot (6.3 \cdot 12 - 21 \cdot 3.6)}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100}}$; (c) $\frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{\frac{3}{5} - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - \frac{4}{25} - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$.

Bài toán 1.14 (Bình, 2022, §1, 11.). Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết: (a) $\frac{2}{3}x + 4 = -12$; (b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = -3$; (c) $|3x - 5| = 4$; (d) $\frac{x+1}{10} + \frac{x+1}{11} + \frac{x+1}{12} = \frac{x+1}{13} + \frac{x+1}{14}$; (e) $\frac{x+4}{2000} + \frac{x+3}{2001} = \frac{x+2}{2002} + \frac{x+1}{2003}$.

Bài toán 1.15 (Bình, 2022, §1, 12.). Chứng minh $\sum_{i=1}^{99} \frac{i}{(i+1)!} = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{99}{100!} < 1$.

Bài toán 1.16 (Bình, 2022, §1, 13.). Chứng minh $\sum_{i=1}^{99} \frac{i(i+1)-1}{(i+1)!} = \frac{1 \cdot 2 - 1}{2!} + \frac{2 \cdot 3 - 1}{3!} + \frac{3 \cdot 4 - 1}{4!} + \dots + \frac{99 \cdot 100 - 1}{100!} < 2$.

Bài toán 1.17 (Bình, 2022, §1, 14.). (a) Người ta viết 7 số hữu tỷ trên 1 vòng tròn. Tìm các số đó, biết rằng tích của 2 số bất kỳ cạnh nhau bằng 16. (b) Cũng hỏi như trên đối với n số.

Bài toán 1.18 (Bình, 2022, §1, 15.). Có tồn tại hay không 2 số dương a, b khác nhau sao cho $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a-b}$?

Bài toán 1.19 (Bình, 2022, §1, 16.). Chứng minh: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50} = \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \frac{1}{28} + \dots + \frac{1}{50}$.

Bài toán 1.20 (Bình, 2022, §1, 17.). Cho $A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$. Chứng minh $\frac{7}{12} < A < \frac{5}{6}$.

Bài toán 1.21 (Bình, 2022, §1, 18.). Tìm $a, b \in \mathbb{Q}$ sao cho: $a - b = 2(a + b) = a : b$.

Bài toán 1.22 (Bình, 2022, §1, 19.). Tìm $a, b \in \mathbb{Q}$ sao cho $a + b = ab = a : b$.

Bài toán 1.23 (Bình, 2022, §1, 20.). Tìm $x \in \mathbb{Q}$, sao cho tổng của số đó với số nghịch đảo của nó là 1 số nguyên.

1.4 Lũy thừa của 1 số hữu tỷ

Bài toán 1.24 (Bình, 2022, §3, Ví dụ 2). Cho $x \in \mathbb{Q}$. Khi nào thì: (a) $x^2 = x$; (b) $x^2 > x$; (c) $x^2 < x$.

Bài toán 1.25 (Bình, 2022, §3, Ví dụ 3). Tìm $a, b, c \in \mathbb{Q}$ biết $ab = 2$, $bc = 3$, $ca = 54$.

Bài toán 1.26 (Bình, 2022, §3, Ví dụ 4). Rút gọn $A = \sum_{i=0}^{50} 5^i = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{50}$.

Bài toán 1.27 (Bình, 2022, §3, Ví dụ 5). Cho $B = \sum_{i=1}^{99} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{99}$. Chứng minh $B < 1$.

Bài toán 1.28 (Bình, 2022, §3, 21.). Chứng minh: (a) $7^6 + 7^5 - 7^4 \vdots 55$; (b) $16^5 + 2^{15} \vdots 33$; (c) $81^7 - 27^9 - 9^{13} \vdots 405$.

Bài toán 1.29 (Bình, 2022, §3, 22.). Điền vào chỗ trống ... các từ “bằng nhau” hoặc “đổi nhau” cho đúng: (a) Nếu 2 số đối nhau thì bình phương của chúng ... (b) Nếu 2 số đối nhau thì lập phương của chúng ... (c) Lũy thừa chẵn cùng bậc của 2 số đối nhau thì ... (d) Lũy thừa lẻ cùng bậc của 2 số đối nhau thì ...

Bài toán 1.30 (Bình, 2022, §3, 23. & mở rộng). Các đẳng thức sau có đúng với mọi $a, b \in \mathbb{Q}$ hay không? (a) $-a^3 = (-a)^3$; (b) $-a^5 = (-a)^5$; (c) $-a^2 = (-a)^2$; (d) $-a^4 = (-a)^4$; (e) $-a^{2n+1} = (-a)^{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$; (f) $a^{2n} = (-a)^{2n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$; (g) $(a-b)^2 = (b-a)^2$; (h) $(a-b)^3 = -(b-a)^3$; (i) $(a-b)^{2n} = (b-a)^{2n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$; (j) $(a-b)^{2n+1} = -(b-a)^{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Bài toán 1.31 (Bình, 2022, §3, 24.). Tính: (a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$; (b) $\left(\frac{1}{9}\right)^{25} : \left(\frac{1}{3}\right)^{30}$; (c) $\left(\frac{1}{16}\right)^3 : \left(\frac{1}{8}\right)^2$; (d) $(x^3)^2 : (x^2)^3$ với $x \neq 0$.

Bài toán 1.32 (Bình, 2022, §3, 25.). Viết số 64 dưới dạng a^n với $a \in \mathbb{Z}$. Có bao nhiêu cách viết?

Bài toán 1.33 (Bình, 2022, §3, 26.). Rút gọn biểu thức: $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 2^0}$.

Bài toán 1.34 (Bình, 2022, §3, 27.). Cho $S_n = \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^{i-1} i = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n-1} n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{35} + S_{60}$.

Bài toán 1.35 (Bình, 2022, §3, 28.). Cho $A = 1 - 5 + 9 - 13 + 17 - 21 + 25 - \dots$ (n số hạng, giá trị tuyệt đối của số sau lớn hơn giá trị tuyệt đối của số hạng trước 4 đơn vị, các dấu $+$ & $-$ xen kẽ). (a) Tính A theo n . (b) Viết số hạng thứ n của biểu thức A theo n (chú ý dùng lũy thừa để biểu thị dấu của số hạng đó).

Bài toán 1.36 (Bình, 2022, §3, 29.). Với giá trị nào của các chữ thì các biểu thức sau có giá trị là số 0, số dương, số âm?
(a) $P = \frac{a^2b}{c}$; (b) $Q = \frac{x^3}{yz}$.

Bài toán 1.37 (Bình, 2022, §3, 30.). Cho 2 số hữu tỷ a & b trái dấu trong đó $|a| = b^5$. Xác định dấu của mỗi số.

Bài toán 1.38 (Bình, 2022, §3, 31.). Viết các số sau dưới dạng lũy thừa của 2: 16, 64, 1, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{8}$, 0.5, 0.25.

Bài toán 1.39 (Bình, 2022, §3, 32.). (a) Viết các số sau thành lũy thừa với số mũ âm: $\frac{1}{1000000}$, 0.00000002. (b) Viết các số sau dưới dạng số thập phân: 10^{-7} , $2.5 \cdot 10^{-6}$.

Bài toán 1.40 (Bình, 2022, §3, 33.). Tính xem A gấp mấy lần B : (a) $A = 3.4 \cdot 10^{-8}$, $B = 34 \cdot 10^{-9}$; (b) $A = 10^{-4} + 10^{-3} + 10^{-2}$, $B = 10^{-9}$.

Bài toán 1.41 (Bình, 2022, §3, 34.). So sánh: (a) $(-\frac{1}{16})^{100}$ & $(-\frac{1}{2})^{500}$; (b) $(-32)^9$ & $(-18)^{13}$.

Bài toán 1.42 (Bình, 2022, §3, 35.). Sắp xếp $a, b, c \in \mathbb{Q}$ theo thứ tự từ nhỏ đến lớn: $a = 2^{100}$, $b = 3^{75}$, $c = 5^{50}$.

Bài toán 1.43 (Bình, 2022, §3, 36.). Trong các câu sau, câu nào đúng với mọi $a \in \mathbb{Q}$? (a) Nếu $a < 0$ thì $a^2 > 0$; (b) Nếu $a^2 > 0$ thì $a > 0$; (c) Nếu $a < 0$ thì $a^2 > a$; (d) Nếu $a^2 > a$ thì $a > 0$; (e) Nếu $a^2 > a$ thì $a < 0$.

Bài toán 1.44 (Bình, 2022, §3, 37.). (a) Cho $a^m = a^n$ ($a \in \mathbb{Q}$, $m, n \in \mathbb{N}$). Tìm m, n . (b) Cho $a^m > a^n$ ($a \in \mathbb{Q}$, $a > 0$, $m, n \in \mathbb{N}$). So sánh m & n .

Bài toán 1.45 (Bình, 2022, §3, 38.). Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết rằng: (a) $(2x-1)^4 = 81$; (b) $(x-1)^5 = -32$; (c) $(2x-1)^6 = (2x-1)^8$.

Bài toán 1.46 (Bình, 2022, §3, 39.). Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết rằng: (a) $5^x + 5^{x+2} = 650$; (b) $3^{x-1} + 5 \cdot 3^{x-1} = 162$.

Bài toán 1.47 (Bình, 2022, §3, 40.). Tìm $x, y \in \mathbb{N}$, biết rằng: (a) $2^{x+1} \cdot 3^y = 12^x$; (b) $10^x : 5^y = 20^y$; (c) $2^x = 4^{y-1}$ & $27^y = 3^{x+8}$.

Bài toán 1.48 (Bình, 2022, §3, 41.). Tìm $a, b, c \in \mathbb{Q}$, biết rằng: (a) $ab = \frac{3}{5}$, $bc = \frac{4}{5}$, $ca = \frac{3}{4}$. (b) $a(a+b+c) = -12$, $b(a+b+c) = 18$, $c(a+b+c) = 30$; (c) $ab = c$, $bc = 4a$, $ac = 9b$.

Bài toán 1.49 (Bình, 2022, §3, 42.). Cho $a, b, c, d, e \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $a^b = b^c = c^d = d^e = e^a$. Chứng minh $a = b = c = d = e$.

Bài toán 1.50 (Bình, 2022, §3, 43.). Cho $A = \prod_{i=2}^{100} (\frac{1}{i^2} - 1) = (\frac{1}{2^2} - 1) (\frac{1}{3^2} - 1) (\frac{1}{4^2} - 1) \dots (\frac{1}{100^2} - 1)$. So sánh A với $-\frac{1}{2}$.

Bài toán 1.51 (Bình, 2022, §3, 44.). Rút gọn $A = \sum_{i=1}^{100} (-1)^i 2^i = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots + 2^2 - 2$.

Bài toán 1.52 (Bình, 2022, §3, 45.). Rút gọn $B = \sum_{i=1}^{100} (-1)^i 3^i = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3 + 1$.

Bài toán 1.53 (Bình, 2022, §3, 46.). Cho $C = \sum_{i=1}^{99} \frac{1}{3^i} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$. Chứng minh $C < \frac{1}{2}$.

Bài toán 1.54 (Bình, 2022, §3, 47.). Chứng minh $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{19}{9^2 \cdot 10^2} < 1$.

Bài toán 1.55 (Bình, 2022, §3, 48.). Chứng minh $\sum_{i=1}^{100} \frac{i}{3^i} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{4}$.

Bài toán 1.56 (Bình, 2022, §3, 49.). Ta không có $2^m + 2^n = 2^{m+n}$, $\forall m, n \in \mathbb{N}^*$. Nhưng có những số nguyên dương m, n có tính chất trên. Tìm các số đó.

Bài toán 1.57 (Bình, 2022, §3, 50.). Tìm $m, n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $2^m - 2^n = 256$.

Bài toán 1.58 (Bình, 2022, §3, 51.). Cho 1 bảng vuông 3×3 ô. Trong mỗi ô của bảng viết số 1 hoặc số -1 . Gọi d_i là tích các số trên dòng i ($i = 1, 2, 3$), c_k là tích các số trên cột k ($k = 1, 2, 3$). (a) Chứng minh rằng không thể xảy ra $d_1 + d_2 + d_3 + c_1 + c_2 + c_3 = 0$. (b) Xét bài toán trên đối với bảng vuông $n \times n$.

Bài toán 1.59 (Bình, 2022, §3, 52.). Cho n số x_1, \dots, x_n , mỗi số bằng 1 hoặc -1 . Biết rằng tổng của n tích $x_1x_2, x_2x_3, x_3x_4, \dots, x_nx_1$ bằng 0. Chứng minh $n \vdots 4$.

1.5 Tỷ Lệ Thức

“Tỷ lệ thức là 1 đẳng thức của 2 tỷ lệ. Trong tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (hoặc $a : b = c : d$) các số hạng a & d được gọi là *ngoại tỷ*, các số hạng b & c được gọi là *trung tỷ*. Khi viết tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ta luôn giả thiết $b \neq 0, d \neq 0$. Từ tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta suy ra $ad = bc$. Đảo lại, nếu $ad = bc$ (cả 4 số a, b, c, d khác 0⁴) thì ta có các tỷ lệ thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{d}{a} = \frac{c}{b}, \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$. Như vậy trong tỷ lệ thức, ta có thể hoán vị các ngoại tỷ với nhau, hoán vị các trung tỷ với nhau, hoán vị cả ngoại tỷ với nhau & trung tỷ với nhau. Từ đẳng thức $ad = bc$, ta lập được 4 tỷ lệ thức với các số hạng là a, b, c, d (với quy ước 2 tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ & $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ chỉ kể là 1 tỷ lệ thức).” – Bình, 2022, §4

Bài toán 1.60 (Bình, 2022, §4, Ví dụ 6). Cho 3 số 6, 8, 24. (a) Tìm số x , sao cho x cùng với 3 số trên lập thành 1 tỷ lệ thức. (b) Có thể lập được tất cả bao nhiêu tỷ lệ thức?

Bài toán 1.61 (Bình, 2022, §4, Ví dụ 7). Cho tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ (giả thiết $a \neq b, c \neq d$ & mỗi số $a, b, c, d \neq 0$).

Bài toán 1.62 (Bình, 2022, Ví dụ 8, §4). Cho tỷ lệ thức $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$. Biết $xy = 90$. Tính x & y .

Bài toán 1.63 (Bình, 2022, §4, 53.). Tìm $x \in \mathbb{Q}$ trong tỷ lệ thức: (a) $0.4 : x = x : 0.9$. (b) $13\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3} = 26 : (2x - 1)$. (c) $0.2 : 1\frac{1}{5} = \frac{2}{3} : (6x + 7)$. (d) $\frac{37-x}{x+13} = \frac{3}{7}$.

Bài toán 1.64 (Bình, 2022, §4, 54.). Cho tỷ lệ thức $\frac{3x-y}{x+y} = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị của tỷ số $\frac{x}{y}$.

Bài toán 1.65 (Bình, 2022, §4, 55.). Cho tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh các tỷ lệ thức sau (giả thiết các tỷ lệ thức đều có nghĩa): (a) $\frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$. (b) $\frac{ab}{cd} = \frac{a^2-b^2}{c^2-d^2}$. (c) $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$.

Bài toán 1.66 (Bình, 2022, §4, 56.). Chứng minh: ta có tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nếu có 1 trong các đẳng thức sau (giả thiết các tỷ lệ thức đều có nghĩa): (a) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$. (b) $(a+b+c+d)(a-b-c+d) = (a-b+c-d)(a+b-c-d)$.

Bài toán 1.67 (Bình, 2022, §4, 57.). Cho tỷ lệ thức $\frac{a+b+c}{a+b-c} = \frac{a-b+c}{a-b-c}$ trong đó $b \neq 0$. Chứng minh $c = 0$.

Bài toán 1.68 (Bình, 2022, §4, 58.). Cho tỷ lệ thức $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$. Chứng minh: $a = c$ hoặc $a+b+c+d = 0$.

Bài toán 1.69 (Bình, 2022, §4, 59.). Có thể lập được 1 tỷ lệ thức từ 4 trong các số sau không (mỗi số chỉ chọn 1 lần)? Nếu có thì lập được bao nhiêu tỷ lệ thức? (a) 3, 4, 5, 6, 7. (b) 1, 2, 4, 8, 16. (c) 1, 3, 9, 27, 81, 243.

Bài toán 1.70 (Bình, 2022, §4, 60.). Cho 4 số 2, 4, 8, 16. Tìm $x \in \mathbb{Q}$ cùng với 3 trong 4 số trên lập được thành 1 tỷ lệ thức.

1.6 Tính Chất của Dây Tỷ Số Bằng Nhau

“Nếu có n tỷ số bằng nhau ($n \geq 2$): $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$ thì $\frac{a_1}{b_1} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i a_i}{\sum_{i=1}^n c_i b_i} = \frac{c_1 a_1 + c_2 a_2 + \dots + c_n a_n}{c_1 b_1 + c_2 b_2 + \dots + c_n b_n}$ (nếu đặt dấu “-” trước số hạng trên của tỷ số nào thì cũng đặt dấu “-” trước số hạng dưới của tỷ số đó). Ta gọi tính chất này là *tính chất dây tỷ số bằng nhau*. Tính chất dây tỷ số bằng nhau cho ta 1 khả năng rộng rãi để từ 1 số tỷ số bằng nhau cho trước, ta lập được những tỷ số mới bằng các tỷ số đã cho, trong đó số hạng trên hoặc số hạng dưới của nó có dạng thuận lợi nhằm sử dụng các dữ kiện của bài toán.” – Bình, 2022, §5

Bài toán 1.71 (Bình, 2022, §5, Ví dụ 9). Tìm các số x, y, z biết $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ & $2x + 3y - z = 186$.

Bài toán 1.72 (Bình, 2022, §5, Ví dụ 10). Tìm các số x, y, z biết $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$.

Bài toán 1.73 (Bình, 2022, §5, 61.). Tìm các số x, y, z biết: (a) $\frac{x}{10} = \frac{y}{10} = \frac{z}{21}$ & $5x + y - 2z = 28$. (b) $3x = 2y, 7y = 5z, x - y + z = 32$. (c) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \frac{y}{5} = \frac{z}{5}, 2x - 3y + z = 6$. (d) $\frac{2x}{3} = \frac{3y}{4} = \frac{4z}{5}$ & $x + y + z = 49$. (e) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ & $2x + 3y - z = 50$. (g) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ & $xyz = 810$.

Bài toán 1.74 (Bình, 2022, §5, 62.). Tìm x biết $\frac{1+2y}{18} = \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x}$.

Bài toán 1.75 (Bình, 2022, §5, 63.). Tìm phân số $\frac{a}{b}$ biết nếu cộng thêm cùng 1 số khác 0 vào tử & mẫu thì giá trị của phân số đó không đổi.

Bài toán 1.76 (Bình, 2022, §5, 64.). Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3 = \frac{a}{d}$.

Bài toán 1.77 (Bình, 2022, §5, 65.). Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$. Chứng minh $a = b = c$.

Bài toán 1.78 (Bình, 2022, §5, 66.). Vì sao tỷ số của 2 hỗn số dạng $a\frac{1}{b}$ & $b\frac{1}{a}$ luôn luôn bằng phân số $\frac{a}{b}$?

Bài toán 1.79 (Bình, 2022, §5, 67.). Cho 3 tỷ số bằng nhau là $\frac{a}{b+c}, \frac{b}{c+a}, \frac{c}{a+b}$. Tìm giá trị của mỗi tỷ số đó.

⁴I.e., $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \neq 0$.

1.7 Chia Tỷ Lệ

“Trong các bài toán về chia 1 số thành các phần tỷ lệ thuận hoặc tỷ lệ nghịch với các số cho trước, cần chú ý: **1.** x, y, z tỷ lệ thuận với $a, b, c \Leftrightarrow x : y : z = a : b : c \Leftrightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$. **2.** x, y, z tỷ lệ nghịch với $m, n, p \Leftrightarrow x : y : z = \frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{p}$.” – Bình, 2022

Bài toán 1.80 (Bình, 2022, Ví dụ 16). 2 xe ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ 2 địa điểm A & B. Xe thứ nhất đi quãng đường AB hết 4h15ph, xe thứ 2 đi quãng đường BA hết 3h45ph. Đến chỗ gặp nhau, xe thứ 2 đi được quãng đường dài hơn quãng đường xe thứ nhất đã đi là 20km. Tính quãng đường AB.

Bài toán 1.81 (Bình, 2022, Ví dụ 17). Để đi từ A đến B có thể dùng các phương tiện: máy bay, ô tô, xe lửa. Vận tốc của máy bay, ô tô, xe lửa có tỷ lệ với 6; 2; 1. Biết thời gian đi từ A đến B bằng máy bay ít hơn so với đi bằng ô tô là 6 giờ. Hỏi thời gian xe lửa đi quãng đường AB là bao lâu?

Bài toán 1.82 (Bình, 2022, Ví dụ 18). 3 kho A, B, C chứa 1 số gạo. Người ta nhập vào kho A thêm $\frac{1}{7}$ số gạo của kho đó, xuất ở kho B đi $\frac{1}{9}$ số gạo của kho đó, xuất ở kho C đi $\frac{2}{7}$ số gạo của kho đó. Khi đó số gạo của 3 kho bằng nhau. Tính số gạo ở mỗi kho lúc đầu, biết kho B chứa nhiều hơn kho A là 20 tạ gạo.

Bài toán 1.83 (Bình, 2022, Ví dụ 19). 3 đội công nhân I, II, III phải vận chuyển tổng cộng 1530kg hàng từ kho theo thứ tự đến 3 địa điểm cách kho 1500m, 2000m, 3000m. Phân chia số hàng cho mỗi đội sao cho khối lượng hàng tỷ lệ nghịch với khoảng cách cần chuyển.

Bài toán 1.84 (Bình, 2022, Ví dụ 20). 3 xí nghiệp cùng xây dựng chung 1 cái cầu hết 38 triệu đồng. Xí nghiệp I có 40 xe ở cách cầu 1.5km, xí nghiệp II có 20 xe ở cách cầu 3km, xí nghiệp III có 30 xe ở cách cầu 1km. Hỏi mỗi xí nghiệp phải trả cho việc xây dựng cầu bao nhiêu tiền, biết số tiền phải trả tỷ lệ thuận với số xe & tỷ lệ nghịch với khoảng cách từ xí nghiệp đến cầu?

Bài toán 1.85 (Bình, 2022, 106.). (a) Tính thời gian từ lúc 2 kim đồng hồ gặp nhau lần trước đến lúc chúng gặp nhau lần tiếp theo. (b) Trong 1 ngày, 2 kim đồng hồ tạo với nhau góc vuông bao nhiêu lần?

Bài toán 1.86 (Bình, 2022, 107.). 1 ống dài được kéo bởi 1 máy kéo trên đường. Tuấn chạy dọc từ đầu ống đến cuối ống theo hướng chuyển động của máy kéo thì đếm được 140 bước. Sau đó Tuấn quay lại chạy dọc ống theo chiều ngược lại thì đếm được 20 bước. Biết mỗi bước chạy của Tuấn dài 1m. Tính độ dài của ống.

Bài toán 1.87 (Bình, 2022, 108.). 5 lớp 7A, 7B, 7C, 7D, 7E nhận chăm sóc vườn trường có diện tích 300m². Lớp 7A nhận 15% diện tích vườn, lớp 7B nhận $\frac{1}{5}$ diện tích còn lại. Diện tích còn lại của vườn sau khi 2 lớp trên nhận được đem chia cho 3 lớp 7C, 7D, 7E tỷ lệ với $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}$. Tính diện tích vườn giao cho mỗi lớp.

Bài toán 1.88 (Bình, 2022, 109.). 3 công nhân được thưởng 100000 đồng, số tiền thưởng được phân chia tỷ lệ với mức sản xuất của mỗi người. Biết mức sản xuất của người thứ nhất so với mức sản xuất của người thứ 2 bằng 5 : 3, mức sản xuất của người thứ 3 bằng 25% tổng số mức sản xuất của 2 người kia. Tính số tiền mỗi người được thưởng.

Bài toán 1.89 (Bình, 2022, 110.). 1 công trường dự định phân chia số đất cho 3 đội I, II, III tỷ lệ với 7,6,5. Nhưng sau đó vì số người của các đội thay đổi nên đã chia lại tỷ lệ với 6,5,4. Như vậy có 1 đội làm nhiều hơn so với dự định là 6m³ đất. Tính số đất đã phân chia cho mỗi đội.

Bài toán 1.90 (Bình, 2022, 111.). Trong 1 đợt lao động, 3 khối 7, 8, 9 chuyển được 912m³ đất. Trung bình mỗi học sinh khối 7, 8, 9 theo thứ tự làm được 1.2m³, 1.4m³, 1.6m³. Số học sinh khối 7 & khối 8 tỷ lệ với 1 & 3, số học sinh khối 8 & khối 9 tỷ lệ với 4 & 5. Tính số học sinh của mỗi khối.

Bài toán 1.91 (Bình, 2022, 112.). 3 tổ công nhân có mức sản xuất tỷ lệ với 5,4,3. Tổ I tăng năng suất 10%, tổ II tăng năng suất 20%, tổ III tăng năng suất 10%. Do đó trong cùng 1 thời gian, tổ I làm được nhiều hơn tổ II là 7 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ đã làm được trong thời gian đó.

Bài toán 1.92 (Bình, 2022, 113.). Tìm 3 số tự nhiên, biết BCNN của chúng bằng 3150, tỷ số của số thứ nhất & số thứ 2 là 5 : 9, tỷ số của số thứ nhất & số thứ 3 là 10 : 7.

Bài toán 1.93 (Bình, 2022, 114.). 3 tấm vải theo thứ tự giá 120000 đồng, 192000 đồng, & 144000 đồng. Tấm thứ nhất & tấm thứ 2 có cùng chiều dài, tấm thứ 2, & tấm thứ 3 có cùng chiều rộng. Tổng của 3 chiều dài là 110m, tổng của 3 chiều rộng là 2.1m. Tính kích thước của mỗi tấm vải, biết giá 1m² của 3 tấm vải bằng nhau.

Bài toán 1.94 (Bình, 2022, 115.). Có 3 gói tiền: gói thứ nhất gồm toàn tờ 500 đồng, gói thứ 2 gồm toàn tờ 2000 đồng, gói thứ 3 gồm toàn tờ 5000 đồng. Biết tổng số tờ giấy bạc của 3 gói là 540 tờ & số tiền ở các gói bằng nhau. Tính số tờ giấy bạc mỗi loại.

Bài toán 1.95 (Bình, 2022, 116.). 3 công nhân tiện được tất cả 860 dụng cụ trong cùng 1 thời gian. Để tiện 1 dụng cụ, người thứ nhất cần 5ph, người thứ 2 cần 6ph, người thứ 3 cần 9ph. Tính số dụng cụ mỗi người tiện được.

Bài toán 1.96 (Bình, 2022, 117.). 3 em bé: Ánh 5 tuổi, Bích 6 tuổi, Châu 10 tuổi được bà chia cho 42 chiếc kẹo. Số kẹo được chia tỷ lệ nghịch với số tuổi của mỗi em. Hỏi mỗi em được chia bao nhiêu chiếc kẹo?

Bài toán 1.97 (Bình, 2022, 118.). Tìm 3 phân số, biết tổng của chúng bằng $3\frac{3}{10}$, các tử của chúng tỷ lệ với 3, 4, 5, các mẫu của chúng tỷ lệ với 5, 1, 2.

Bài toán 1.98 (Bình, 2022, 119.). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết số đó là bội của 72 & các chữ số của nó nếu xếp từ nhỏ đến lớn thì tỷ lệ với 1, 2, 3.

Bài toán 1.99 (Bình, 2022, 120.). Độ dài 3 cạnh của 1 tam giác tỷ lệ với 2, 3, 4. 3 chiều cao tương ứng với 3 cạnh đó tỷ lệ với 3 số nào?

Bài toán 1.100 (Bình, 2022, 121.). 3 đường cao của $\triangle ABC$ có độ dài bằng 4, 12, x . Biết $x \in \mathbb{N}^*$. Tìm x (cho biết bất đẳng thức tam giác: mỗi cạnh của tam giác nhỏ hơn tổng 2 cạnh kia & lớn hơn hiệu của chúng).

Bài toán 1.101 (Bình, 2022, 122.). Cho $\triangle ABC$. Có góc ngoài của tam giác tại A, B, C tỷ lệ với 4, 5, 6. Các góc trong tương ứng tỷ lệ với các số nào?

Bài toán 1.102 (Bình, 2022, 123.). Tìm 2 số khác 0 biết tổng, hiệu, tích của chúng tỷ lệ với 5, 1, 12.

1.8 Số Thập Phân Hữu Hạn. Số Thập Phân Vô Hạn Tuần Hoàn

Bài toán 1.103 (Bình, 2022, Ví dụ 21). Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân: (a) $\frac{7}{25}$, $\frac{3}{40}$. (b) $\frac{7}{33}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{7}{22}$.

2 Số Thực

Bài toán 2.1. Chứng minh: $(x^2 + m^2)(x^2 + n^2) = 0 \Leftrightarrow x^2 + m^2n^2 = 0$ & $(x^2 + m^2)(x^2 + n^2) \neq 0 \Leftrightarrow x^2 + m^2n^2 \neq 0$, $\forall x, m, n \in \mathbb{R}$.

Ý nghĩa: Điều kiện để các công thức nhân chia lũy thừa cùng cơ số xác định.

2.1 Số Vô Tỷ. Căn Bậc 2. Số Thực

“Mọi số hữu tỷ đều biểu diễn được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn đều biểu diễn 1 số hữu tỷ. Số vô tỷ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn. Tập hợp các số thực \mathbb{R} bao gồm tập hợp số hữu tỷ \mathbb{Q} & tập hợp số vô tỷ \mathbb{I} . Cho số a không âm. Căn bậc 2 của a là số x mà $x^2 = a$. Căn bậc 2 không âm của a ký hiệu là \sqrt{a} . Nếu $n \in \mathbb{N}$ không là số chính phương thì \sqrt{n} là số vô tỷ.” – Bình, 2022, §7

Bài toán 2.2 (Bình, 2022, §7, Ví dụ 11). Chứng minh: (a) $\sqrt{15}$ là số vô tỷ. (b) Nếu số tự nhiên a không phải là số chính phương thì \sqrt{a} là số vô tỷ.

Bài toán 2.3 (Bình, 2022, §7, 69.). Tìm x biết: (a) $x^2 = 81$. (b) $(x - 1)^2 = \frac{9}{16}$. (c) $x - 2\sqrt{x} = 0$. (d) $x = \sqrt{x}$.

Bài toán 2.4 (Bình, 2022, §7, 70.). Cho $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$. Chứng minh với $x = \frac{16}{9}$ & $x = \frac{25}{9}$ thì A có giá trị là số nguyên.

Bài toán 2.5 (Bình, 2022, §7, 71.). Cho $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$. Tìm số nguyên x để A có giá trị là 1 số nguyên.

Bài toán 2.6 (Bình, 2022, §7, 72.). Chứng minh: (a) $\sqrt{2}$ là số vô tỷ. (b) $5 - \sqrt{2}$ là số vô tỷ.

Bài toán 2.7 (Bình, 2022, §7, 73.). (a) Có 2 số vô tỷ nào mà tích là 1 số hữu tỷ hay không? (b) Có 2 số vô tỷ dương nào mà tổng là 1 số hữu tỷ hay không?

Bài toán 2.8 (Bình, 2022, §7, 74.). Ký hiệu $[x]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x . Tính giá trị của tổng: $\sum_{i=1}^{35} [\sqrt{i}] = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \dots + [\sqrt{35}]$.

Bài toán 2.9 (Bình, 2022, §7, 75.). Cho $a, b \in \mathbb{R}$ sao cho các tập hợp $\{a^2 + a; b\}$ & $\{b^2 + b; a\}$ bằng nhau. Chứng minh $a = b$.

3 Hình Học Trực Quan

4 Góc. Đường Thẳng Song Song

5 1 Số Yếu Tố Thống Kê & Xác Suất

6 Biểu Thức Đại Số

7 Tam Giác

Tài liệu

Bình, Vũ Hữu (2022). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 7, tập 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 146.

Trọng, Đặng Đức et al. (2022). *Bồi Dưỡng Năng Lực Tự Học Toán 7*. Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, p. 200.