

Visual Geometry – Hình Học Trục Quan

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 26 tháng 11 năm 2022

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about visual geometry. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 6, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/visual geometry](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/visual_geometry)².

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về ước, ước chung, ước chung lớn nhất, bội, bội chung, bội chung nhỏ nhất. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 6. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/visual geometry](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/visual_geometry).

Mục lục

1 Chu Vi Tam Giác Đều, Lục Giác Đều, Hình Vuông, Hình Chữ Nhật	2
2 Diện Tích Hình Vuông, Hình Chữ Nhật	2
3 Diện Tích Hình Bình Hành, Hình Thoi	3
4 Diện Tích Hình Tam Giác, Hình Thang	3
5 So Sánh Diện Tích & So Sánh Độ Dài	4
Tài liệu	5

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/NQBH_elementary_mathematics_grade_6.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/visual_geometry/NQBH_elementary_mathematics_grade_6_visual_geometry.pdf.

1 Chu Vi Tam Giác Đều, Lục Giác Đều, Hình Vuông, Hình Chữ Nhật

“Tam giác đều là tam giác có 3 cạnh bằng nhau. Lục giác đều là 1 hình có 6 cạnh bằng nhau & 6 góc bằng nhau. Hình vuông là tứ giác có 4 cạnh bằng nhau & 4 góc vuông. Chu vi của 1 hình là đường bao quanh hình đó. • Tam giác đều cạnh a có chu vi $C = 3a$. • Lục giác đều cạnh a có chu vi $C = 6a$. • Hình vuông cạnh a có chu vi $C = 4a$. • Hình chữ nhật có các kích thước a, b có chu vi $C = 2(a + b)$.” – Bình, 2022, p. 101

Bài toán 1.1 (Bình, 2022, Ví dụ 1, p. 101). Cho 2 hình vuông A & B có tổng các chu vi bằng 160cm. Gép 2 hình đó lại sao cho 1 cạnh hình vuông nhỏ nằm hoàn toàn trên 1 cạnh của hình vuông lớn (Bình, 2022, Hình 18, p. 101) thì hình ghép có chu vi bằng 140cm. Tính cạnh của mỗi hình vuông.

Bài toán 1.2 (Bình, 2022, Ví dụ 2, p. 101). Tính chu vi 1 hình chữ nhật, biết bạn An đo 3 cạnh của hình được 34cm, còn bạn Bảo đo 3 cạnh của hình được 32cm.

Bài toán 1.3 (Bình, 2022, Ví dụ 3, p. 101). Chia 1 hình chữ nhật thành 9 hình chữ nhật nhỏ (Bình, 2022, Hình 19, p. 101), chu vi của 5 hình (tính bằng mét) được ghi trên hình. Tính chu vi hình chữ nhật ban đầu.

Bài toán 1.4 (Bình, 2022, 1., p. 102). Cho Bình, 2022, Hình 20, p. 101, trong đó hình thứ nhất là tam giác đều cạnh 1, các hình sau gồm nhiều tam giác đều cạnh 1. (a) Tính số tam giác đều cạnh 1 ở hình thứ 5, ở hình thứ n . (b) Tính số chấm tròn ở hình thứ 5, ở hình thứ n .

Bài toán 1.5 (Bình, 2022, 2., p. 102). Trong mỗi hình ở Bình, 2022, Hình 21, p. 101, các chấm tròn tạo thành những hình chữ nhật lớn dần. Tính số chấm tròn ở hình thứ 4, ở hình thứ n .

Bài toán 1.6 (Bình, 2022, 3., p. 102). Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $BC = b$, chu vi C . Ở phía ngoài hình chữ nhật đó, vẽ các hình vuông $ABEG$ & $BCHK$. Gọi C_1, C_2 theo thứ tự là chu vi các hình chữ nhật $CDGE$ & $ADHK$. (a) Biểu thị C_1, C_2 theo C, a, b . (b) Biết $C_1 = 80\text{cm}$, $C_2 = 70\text{cm}$. Tính C, a, b .

Bài toán 1.7 (Bình, 2022, 4., p. 102). Cho hình Bình, 2022, Hình 22, p. 101 gồm nhiều tam giác đều cạnh 1 ghép lại. • Có bao nhiêu lục giác đều? • Có bao nhiêu tam giác đều?

2 Diện Tích Hình Vuông, Hình Chữ Nhật

“• Hình vuông với cạnh a có diện tích $S = a^2$. • Hình chữ nhật với các kích thước a & b có diện tích $S = ab$.” – Bình, 2022, p. 102. Công thức tính diện tích hình vuông là 1 trường hợp đặc biệt của công thức tính diện tích hình chữ nhật khi chiều dài bằng chiều rộng, i.e., $a = b$.

Bài toán 2.1 (Bình, 2022, Ví dụ 4, p. 103). Cho hình vuông $ABCD$. Ở phía ngoài hình vuông đó, vẽ hình chữ nhật $BCEG$ có chu vi C_1 , diện tích S_1 , vẽ hình chữ nhật $CDHK$ có chu vi C_2 , diện tích S_2 . Tính cạnh của hình vuông, biết $C_1 - C_2 = 24\text{m}$ & $S_1 - S_2 = 240\text{m}^2$.

Bài toán 2.2 (Bình, 2022, Ví dụ 5, p. 103). Hình vuông $ABCD$ được chia thành 5 hình vuông & 1 hình chữ nhật như Hình Bình, 2022, Hình 24a, p. 103. Biết $S_1 = S_2$ & $S_5 = 1\text{cm}^2$. Tính diện tích mỗi hình.

Bài toán 2.3 (Bình, 2022, Ví dụ 6, p. 103). Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 35\text{m}$, $BC = 25\text{m}$ được chia thành 2 hình vuông, 2 hình chữ nhật & 1 hình vuông nhỏ ở giữa (Bình, 2022, Hình 25, p. 103). Tính diện tích của hình vuông nhỏ.

Bài toán 2.4 (Bình, 2022, 5., p. 104). 1 hình vuông được chia thành 5 hình chữ nhật như nhau bởi 4 đường thẳng song song với 1 cạnh. Biết diện tích mỗi hình chữ nhật là 80cm^2 , tính chu vi mỗi hình chữ nhật.

Bài toán 2.5 (Bình, 2022, 6., p. 104). Cho 2 hình vuông cạnh 5cm & 3cm có 1 phần chồng lên nhau (Bình, 2022, Hình 27, p. 104). Tính hiệu diện tích các phần không chồng lên nhau.

Bài toán 2.6 (Bình, 2022, 7., p. 104). Cho 2 hình chữ nhật có hiệu chu vi bằng 8cm , hiệu diện tích bằng 12cm^2 . Khi xếp 2 hình chữ nhật đó cắt nhau vuông góc như Bình, 2022, Hình 28, p. 104 thì phần 2 hình chồng lên nhau là 1 hình vuông. Tính diện tích hình vuông đó.

Bài toán 2.7 (Bình, 2022, 8., p. 104). 1 vườn hình chữ nhật có chu vi 68m được chia thành 7 hình chữ nhật như nhau Bình, 2022, Hình 29, p. 104. Tính chiều dài & chiều rộng của vườn.

Bài toán 2.8 (Bình, 2022, 9., p. 104). Tính diện tích của 1 hình chữ nhật có chu vi 80m , độ dài các cạnh là các số nguyên tố (đơn vị: mét).

Bài toán 2.9 (Bình, 2022, 10., p. 104). Có thể chia 1 hình vuông thành n hình vuông (không nhất thiết bằng nhau) hay không với: (a) $n = 7$? (b) $n = 8$?

Bài toán 2.10 (Bình, 2022, 11., p. 104). Cho 1 hình vuông 5×5 gồm 25 ô vuông. Cắt từ hình vuông đó được nhiều nhất bao nhiêu hình chữ L?

Bài toán 2.11 (Bình, 2022, 12., p. 105). Cho 5 hình chữ nhật như nhau xếp trong 1 hình vuông cạnh 30cm (Bình, 2022, Hình 31, p. 104). Tính diện tích mỗi hình chữ nhật.

Bài toán 2.12 (Bình, 2022, 13., p. 105). 1 tấm bìa hình chữ nhật có chiều dài 9m, chiều rộng 4m. Có thể cắt tấm bìa thành 2 mảnh để ghép lại thành 1 hình vuông được không?

Bài toán 2.13 (Bình, 2022, 14., p. 105). Có 5 miếng gỗ nhỏ hình vuông bằng nhau. Ghép 5 miếng gỗ ấy thành 1 hình vuông lớn sao cho mỗi tấm chỉ được cửa nhiều nhất là 1 nhất.

Bài toán 2.14 (Bình, 2022, 15., p. 105). Cho 1 tấm bìa hình chữ nhật kích thước 9×12 , ở chính giữa bị khuyết 1 dải hình chữ nhật kích thước 1×8 (Bình, 2022, Hình 32, p. 105). Cắt tấm bìa này thành 2 mảnh để ghép lại thành 1 hình vuông.

Bài toán 2.15 (Bình, 2022, 16., p. 105). Cho 1 tấm bìa hình chữ thập như Bình, 2022, Hình 33, p. 105. Chia hình đó làm 3 mảnh để ghép lại thành 1 hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

3 Diện Tích Hình Bình Hành, Hình Thoi

“• Hình bình hành với đáy a , chiều cao tương ứng h có diện tích $S = ah$. • Hình thoi với đáy a , chiều cao tương ứng h có diện tích $S = ah$. • Hình thoi với 2 đường chéo bằng m & n có diện tích $S = \frac{1}{2}mn$.” – Bình, 2022, p. 105

Bài toán 3.1 (Bình, 2022, Ví dụ 7, p. 105). 1 hình bình hành có 2 cạnh bằng 10cm & 15cm, 1 đường cao bằng 12cm. Tính đường cao còn lại.

Bài toán 3.2 (Bình, 2022, 17., p. 105). 1 hình bình hành có diện tích 72cm^2 . Tính đáy & chiều cao tương ứng, biết đáy gấp đôi chiều cao.

Bài toán 3.3 (Bình, 2022, 18., p. 105). 1 hình thoi có 2 đường chéo 30cm & 40cm. Tính chiều cao của hình thoi, biết nếu 1 tam giác vuông có các cạnh góc vuông $3k$ & $4k$ thì cạnh huyền bằng $5k$.

Bài toán 3.4 (Bình, 2022, 19., p. 105). Tìm 1 hình có các cạnh bằng nhau sao cho hình đó: (a) Chia được thành 4 hình có các cạnh bằng nhau; (b) Chia được thành 6 hình có các cạnh bằng nhau; (c) Chia được thành 8 hình có các cạnh bằng nhau;

Bài toán 3.5 (Bình, 2022, 20., p. 106). Cho Bình, 2022, Hình 35, p. 105, trong đó có 1 tam giác được tô màu. (a) Có bao nhiêu hình thoi chứa tam giác được tô màu? (b) Có bao nhiêu hình bình hành khác hình thoi chứa tam giác được tô màu?

4 Diện Tích Hình Tam Giác, Hình Thang

“• Hình tam giác với đáy a , chiều cao tương ứng h có diện tích $S = \frac{1}{2}ah$. • Hình thang với đáy a & b , chiều cao h có diện tích $S = \frac{1}{2}(a+b)h$.” – Bình, 2022, p. 106

Bài toán 4.1 (Bình, 2022, Ví dụ 8, p. 106). Cho các hình vuông $ABCD$ & $CEGH$ có cạnh 6cm & 4cm Bình, 2022, Hình 36, p. 106. Tính diện tích $\triangle BDG$.

Bài toán 4.2 (Bình, 2022, Ví dụ 9, p. 107). Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài AB hơn chiều rộng BC là 4cm. Hình chữ nhật được chia thành 1 hình vuông & 4 hình thang (Bình, 2022, Hình 38, p. 107). Tính cạnh của hình vuông, biết $S_1 + S_2 = 49\text{cm}^2$; $S_3 + S_4 = 41\text{cm}^2$.

Bài toán 4.3 (Bình, 2022, Ví dụ 10, p. 107). Cho hình bình hành $ABCD$ có điểm E thuộc cạnh BC , điểm G thuộc cạnh AB & $AE = CG$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ D đến AE , K là chân đường vuông góc kẻ từ D đến CG . So sánh các độ dài DH & DK .

Bài toán 4.4 (Bình, 2022, 21., p. 107). Cho lục giác đều $ABCDEF$, điểm M thuộc đường chéo CG . So sánh diện tích $\triangle AMC$ & $\triangle DMC$.

Bài toán 4.5 (Bình, 2022, 22., p. 107). Hình thang cân trên Bình, 2022, Hình 41, p. 107 được tạo thành bởi 10 que diêm. Đặt thêm 5 que diêm nữa vào để có thêm 4 hình thang cân nữa.

Bài toán 4.6 (Bình, 2022, 23., p. 108). Cho Bình, 2022, Hình 42, p. 108, $BM = MC$, $ME \parallel AD$. Biết diện tích $\triangle ABC$ bằng 60cm^2 , tính diện tích $\triangle DEC$.

Bài toán 4.7 (Bình, 2022, 24., p. 108). Cho hình thang $ABCD$ (Bình, 2022, Hình 43, p. 108). (a) Chứng tỏ: $S_1 + S_2 = S_3$. (b) Cho $S_{ABCD} = 210\text{m}^2$, $S_{CMD} = 150\text{m}^2$. Tính S_{ANB} .

Bài toán 4.8 (Bình, 2022, 25., p. 108). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , $AB = 50\text{m}$, $AC = 40\text{m}$. 1 đường thẳng song song với AC , cắt AB & BC theo thứ tự tại D & E , $AD = 10\text{m}$. Tính DE .

Bài toán 4.9 (Bình, 2022, 26., p. 108). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , hình chữ nhật $ADIE$ (Bình, 2022, Hình 44, p. 108). Tính diện tích hình chữ nhật, biết $CD = 10\text{m}$, $BE = 30\text{m}$.

Bài toán 4.10 (Bình, 2022, 27., p. 108). Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 15\text{m}$, đáy $CD = 30\text{m}$, chiều cao 30m . 1 đường thẳng song song với 2 đáy, cắt AD & BC theo thứ tự tại E & F , chiều cao của hình thang $CDEF$ bằng 10m . (a) Tính diện tích $\triangle ABF$, $\triangle CDF$. (b) Tính diện tích 2 hình thang nhỏ.

Bài toán 4.11 (Bình, 2022, 28., p. 108). Cho 2 hình vuông có chung cạnh (Bình, 2022, Hình 45, p. 108). Có bao nhiêu tam giác vuông có đỉnh trùng với đỉnh của các hình vuông?

5 So Sánh Diện Tích & So Sánh Độ Dài

“Xét các bài toán liên quan đến so sánh diện tích 2 tam giác & so sánh 2 đáy, so sánh 2 đường cao. Cho 2 tam giác có đáy, chiều cao, diện tích lần lượt là a_1, h_1, S_1 & a_2, h_2, S_2 . Từ công thức $S = \frac{1}{2}ah$ suy ra: **1.** Nếu $a_1 = a_2$ mà $h_1 = nh_2$ thì $S_1 = nS_2$. **2.** Nếu $h_1 = h_2$ mà $a_1 = na_2$ thì $S_1 = nS_2$. **3.** Nếu $S_1 = S_2$ mà $a_1 = na_2$ thì $h_2 = nh_1$. **3.** Nếu $S_1 = S_2$ mà $h_1 = nh_2$ thì $a_2 = na_1$.” – Bình, 2022, p. 109

Bài toán 5.1 (Bình, 2022, Ví dụ 11, p. 109). Cho $\triangle ABC$ có diện tích S , điểm D trên cạnh AB , điểm E trên cạnh BC , điểm K trên cạnh CA sao cho $AD = \frac{1}{3}AB$, $BE = \frac{1}{3}BC$, $CK = \frac{1}{3}CA$. Tính diện tích $\triangle DEK$.

Bài toán 5.2 (Bình, 2022, Ví dụ 12, p. 109). Cho $\triangle ABC$ có diện tích S , D là trung điểm của AC , điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 2EB$, BD cắt CE ở K . Tính diện tích $\triangle BKC$.

Bài toán 5.3 (Bình, 2022, Ví dụ 13, p. 110). Cho hình thang $ABCD$ có BD là đường cao, đáy $CD = 2AB$, AC cắt BD ở O . Chứng minh: $OC = 2OA$.

Bài toán 5.4 (Bình, 2022, Ví dụ 14, p. 110). Cho hình thang $ABCD$ đáy AB & CD , diện tích S , $CD = 3AB$, AC cắt BD tại O . (a) Chứng minh: $OC = 3OA$, $OD = 3OB$. (b) Tính diện tích $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle COD$.

Bài toán 5.5 (Bình, 2022, Ví dụ 15, p. 111). Cho $\triangle ABC$. Lấy các điểm D, E, F theo thứ tự thuộc các cạnh AB, BC, CA sao cho $AD = \frac{1}{3}AB$, $BE = \frac{1}{3}BC$, $CF = \frac{1}{3}CA$. Các đoạn thẳng AE, BF, CD cắt nhau tạo thành 1 tam giác. Chứng minh diện tích tam giác này bằng $\frac{1}{7}$ diện tích $\triangle ABC$.

Bài toán 5.6 (Bình, 2022, 29., p. 111). Cho $\triangle ABC$ diện tích 60cm^2 , D & E theo thứ tự là trung điểm của AC & AB , BD cắt CE tại I . Tính diện tích $\triangle BIC$.

Bài toán 5.7 (Bình, 2022, 30., p. 111). Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm của AC , E là trung điểm của BD , AE cắt BC tại K . So sánh độ dài KB & KC .

Bài toán 5.8 (Bình, 2022, 31., p. 111). Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm của BC , E là trung điểm của AC , AD cắt BE tại G . So sánh độ dài AG & GD .

Bài toán 5.9 (Bình, 2022, 32., p. 111). Cho $\triangle ABC$, điểm D trên cạnh AC sao cho $AD = \frac{1}{4}AC$, điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = \frac{1}{3}BC$, AE cắt BD tại I . So sánh độ dài AI & IE .

Bài toán 5.10 (Bình, 2022, 33., p. 111). Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm của BC . Điểm G trên AD sao cho $AG = 2GD$, BG cắt AC tại E . Chứng minh E là trung điểm của AC .

Bài toán 5.11 (Bình, 2022, 34., p. 111). Cho $\triangle ABC$ có diện tích S , D là trung điểm của AB , điểm E trên cạnh AC sao cho $AE = \frac{1}{3}EC$, CD cắt BE ở I . Tính diện tích $\triangle BIC$.

Bài toán 5.12 (Bình, 2022, 35., p. 111). Cho hình chữ nhật $ABCD$ diện tích 60m^2 , điểm E thuộc cạnh CD , điểm G thuộc cạnh BC . Biết diện tích $\triangle ADE$ bằng 15m^2 , diện tích $\triangle ABG$ bằng 20m^2 , tính diện tích $\triangle CEG$.

Bài toán 5.13 (Bình, 2022, 36., p. 111). Hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích 72m^2 . E là trung điểm của AB , CE cắt BD tại I . Tính diện tích $\triangle CBI$.

Bài toán 5.14 (Bình, 2022, 37., p. 111). Cho hình thang $ABCD$, đáy $CD = 2AB$, diện tích 90m^2 . AC cắt BD tại O . Tính diện tích $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle COD$, $\triangle DOA$.

Bài toán 5.15 (Bình, 2022, 38., p. 111). Cho hình chữ nhật $ABCD$, các đoạn thẳng BD & CE cắt nhau tại I như Bình, 2022, Hình 51, p. 112. Biết diện tích $\triangle BIE$ & $\triangle BIC$ bằng 16cm^2 & 20cm^2 . Tính diện tích tứ giác $ADIE$.

Bài toán 5.16 (Bình, 2022, 39., p. 111). Cho tứ giác $ABCD$ có diện tích 60m^2 . Chia các cạnh đối AD & BC thành 3 phần bằng nhau $AE = EF = FD$, $BG = GH = HC$. Tính diện tích tứ giác $EFHG$.

Bài toán 5.17 (Bình, 2022, 40.*, p. 111). Cho $\triangle ABC$ có diện tích S . Các điểm D, E, F theo thứ tự nằm trên các cạnh AB, BC, CA sao cho $AD = DB$, $BE = \frac{1}{2}EC$, $CF = \frac{1}{2}FA$. Các đoạn thẳng AE, BF, CD cắt nhau tạo thành 1 tam giác. Tính diện tích tam giác đó.

Tài liệu

Bình, Vũ Hữu (2022). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6, tập 1*. Tái bản lần thứ nhất. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 200.