Congruent Triangles – Các Tam Giác Bằng Nhau

Nguyễn Quản Bá Hồng*

Ngày 13 tháng 3 năm 2023

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about *congruent triangles*. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 7, which is stored & downloadable at the following link: GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/lecture[1]. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/congruent triangles[2].

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về *các tam giác bằng nhau*. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/lecture của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 7. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/congruent triangles.

Nội dung. Tổng các góc của 1 tam giác; quan hệ giữa góc & cạnh đối diện trong 1 tam giác; bất đẳng thức tam giác; 2 tam giác bằng nhau; các trường hợp bằng nhau của 2 tam giác; tam giác cân; đường vuông góc & đường xiên; đường trung trực của 1 đoạn thẳng; tính chất 3 đường trung tuyến, 3 đường phân giác, 3 đường trung trực, 3 đường cao của tam giác.

Mục lục

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: https://nqbh.github.io.

[1] URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/NQBH_elementary_mathematics_grade_7.pdf.

[2] URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/congruent_triangle/NQBH_congruent_triangle.pdf.

1 Tổng Các Góc của 1 Tam Giác

"$\boxed{1}$ Tam giác ABC là hình gồm 3 đoạn thẳng AB, BC, CA khi 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. Tam giác ABC được ký hiệu là ΔABC. 3 cạnh của tam giác: AB, BC, CA. 3 góc của tam giác: góc A, góc B, góc C. Nhận biết được điểm nằm trong & điểm nằm ngoài 1 tam giác. $\boxed{2}$ Tổng 3 góc của 1 tam giác bằng $180°$: $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180°$. $\boxed{3}$ Tam giác vuông là tam giác có 1 góc vuông. Cạnh đối diện với góc vuông gọi là *cạnh huyền*, cạnh huyền là cạnh lớn nhất trong tam giác vuông. 2 góc phụ nhau là 2 góc có tổng bằng $90°$. Góc ngoài của 1 tam giác là góc kề bù với 1 góc trong của tam giác ấy. $\boxed{4}$ 1 số hệ quả của định lý tổng 3 góc của tam giác:

Hệ quả 1. *Trong 1 tam giác vuông 2 góc nhọn phụ nhau.* ΔABC, $\widehat{A}=90° \Rightarrow \widehat{B}+\widehat{C}=90°$.

Hệ quả 2. *1 góc ngoài của 1 tam giác bằng tổng 2 góc trong không kề với nó. 1 góc ngoài của 1 tam giác lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.*

ΔABC, $\widehat{ACx}$ là góc ngoài tại đỉnh C: $\widehat{ACx}=\widehat{A}+\widehat{B}$, $\widehat{ACx}>\widehat{A}$, $\widehat{ACx}>\widehat{B}$ (có thể viết gộp 2 bất đẳng thức cuối thành $\widehat{ACx}>\min\{\widehat{A},\widehat{B}\}$ trong đó $\min\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$ là số nhỏ nhất trong n số a_i, $i=1,2,\ldots,n$). $\boxed{5}$ Tam giác nhọn là tam giác có 3 góc nhọn. Tam giác tù là tam giác có 1 góc tù. Nếu 2 tam giác có 2 cặp góc bằng nhau từng đôi một thì cặp góc còn lại cũng bằng nhau." – Tuyên, 2022, Chap. IV, §1, p.65

Bài toán 1 (Thái, 2022, Ví dụ 1, p. 67)**.** *Tháp nghiêng Pisa ở Italy nghiêng $5°$ so với phương thẳng đứng. Tính độ nghiêng của tháp đó so với phương nằm ngang.*

Bài toán 2 (Thái, 2022, 3., p. 68)**.** *(a) Cho biết 1 góc nhọn của tam giác vuông bằng $\alpha°$, $\alpha\in(0,90)$. Tính số đo góc còn lại. (b) Cho 1 tam giác vuông có 2 góc bằng nhau. Tính số đo mỗi góc.*

Bài toán 3 (Thái, 2022, 4., p. 68)**.** *Đ hay S? Không có ΔABC nào mà $\widehat{A}=3\widehat{B}$, $\widehat{B}=3\widehat{C}$, & $C=14°$.*

Bài toán 4 (Tuyên, 2022, Ví dụ 15, p. 65)**.** *Cho 2 đường thẳng a,b cắt nhau tại 1 điểm ở ngoài mép tờ giấy. Trong tay chỉ có thước đo góc, làm thế nào để đo được góc nhọn giữa 2 đường thẳng a,b (đoạn thẳng AB nằm trong góc đó).*

Để tính số đo 1 góc của tam giác ta lấy $180°$ trừ đi tổng số đo của 2 góc còn lại.

Bài toán 5 (Tuyên, 2022, Ví dụ 16, p. 66)**.** *Cho ΔABC, các tia phân giác của góc B, góc C cắt nhau tại O. Chứng minh: (a) $\widehat{BOC}=90°+\frac{\widehat{A}}{2}$; (b) Nếu $\widehat{BOC}=135°$ thì ΔABC vuông tại A.*

Bài toán 6 (Tuyên, 2022, 58., p. 66)**.** *Cho ΔABC vuông tại A. Trên tia đối tia CA lấy điểm E khác C. Gọi D là hình chiếu vuông góc của E lên đường thẳng BC. Chứng minh: $\widehat{B}=\widehat{CED}$.*

Bài toán 7 (Tuyên, 2022, 59., p. 66)**.** *Cho ΔABC vuông tại A, $\widehat{C}=25°$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Vẽ $AH\perp BC$. Tính $\widehat{HAD}$.*

Bài toán 8 (Tuyên, 2022, 60., p. 66)**.** *Cho ΔABC vuông tại A. Tia phân giác của góc C cắt AB tại D. (a) Chứng minh góc BDC là góc tù. (b) Giả sử $\widehat{BDC}=105°$, tính $\widehat{B}$.*

Bài toán 9 (Tuyên, 2022, 61., p. 66)**.** *Cho ΔABC & điểm O nằm trong tam giác đó. So sánh góc BOC & BAC.*

Bài toán 10 (Tuyên, 2022, 62., p. 66)**.** *Cho ΔABC vuông tại A. Vẽ $AH\perp BC$. Vẽ các tia phân giác của góc B & góc HAC cắt nhau tại O. Chứng minh ΔAOB là tam giác vuông.*

Bài toán 11 (Tuyên, 2022, 63., p. 66)**.** *Chứng minh với mỗi tam giác bao giờ cũng tồn tại 1 góc ngoài không lớn hơn $120°$.*

Bài toán 12 (Tuyên, 2022, 64., pp. 66–67)**.** *Cho ΔABC có $\widehat{B}>\widehat{C}$. Vẽ tia phân giác của góc A cắt BC tại D. (a) Chứng minh $\widehat{ADC}-\widehat{ADB}=\widehat{ABC}-\widehat{C}$. (b) Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài tại đỉnh A của ΔABC cắt đường thẳng BC tại E. Chứng minh $\widehat{AEB}=\frac{\widehat{ABC}-\widehat{C}}{2}$.*

Bài toán 13 (Tuyên, 2022, 65., p. 66)**.** *Trên lá cờ đỏ sao vàng của Việt Nam có ngôi sao 5 cánh. Tính tổng các góc ở 5 đỉnh của ngôi sao đó.*

2 Quan Hệ Giữa Góc & Cạnh Đối Diện. Bất Đẳng Thức Tam Giác

Bài toán 14 (Thái et al., 2022, p. 75)**.** *Cho ΔABC có $AB=2$cm, $BC=4$cm. So sánh AB & AC.*

Bài toán 15. *Đ hay sai? (a) Nếu 1 tam giác có 1 cạnh dài gấp đôi 1 cạnh khác, thì 2 cạnh đó lần lượt là cạnh dài nhất & ngắn nhất của tam giác đó. (b) Nếu 1 tam giác có 1 cạnh dài hơn gấp đôi 1 cạnh khác, thì 2 cạnh đó lần lượt là cạnh dài nhất & ngắn nhất của tam giác đó.*

3 2 Tam Giác Bằng Nhau

Định nghĩa 1 (2 tam giác bằng nhau)**.** 2 tam giác bằng nhau *là 2 tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.*

4 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 1 của Tam Giác: Cạnh - Cạnh - Cạnh

Định lý 1. *Nếu 3 cạnh của tam giác này bằng 3 cạnh của tam giác kia thì 2 tam giác đó bằng nhau.*

$$\Delta ABC = \Delta A'B'C' \Leftrightarrow AB = A'B', BC = B'C', CA = C'A', \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'},$$
$$\Delta ABC = \Delta A'B'C' \Leftrightarrow AB = A'B', BC = B'C', CA = C'A',$$
$$\Delta ABC = \Delta A'B'C' \not\Leftrightarrow \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'}.$$

Lưu ý 1. *2 tam giác có các cặp góc tương ứng bằng nhau chưa chắc đã bằng nhau: 2 tam giác đó chỉ đồng dạng, i.e., cùng hình dạng nhưng khác nhau về kích cỡ.*

Bài toán 16 (Thái et al., 2022, Ví dụ 2, p. 81)**.** *Cho góc xOy. (a) Dùng thước thẳng (có chia đơn vị) & compa vẽ hình theo các bước sau: Vẽ 1 phần đường tròn tâm O bán kính* 2cm *cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B. Vẽ 1 phần đường tròn tâm A bán kính* 3cm*. Vẽ 1 phần đường tròn tâm B bán kính* 3cm *cắt phần đường tròn tâm A bán kính* 3cm *tại C nằm trong góc xOy. Vẽ tia Oz đi qua điểm C. (b) Chứng minh: $\Delta OAC = \Delta OBC$. Tia Oz là tia phân giác của góc xOy.*

Bài toán 17. *Chứng minh: Nếu cạnh huyền & 1 cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền & 1 cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì 2 tam giác vuông đó bằng nhau.*

Định lý 2. *Nếu cạnh huyền & 1 cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền & 1 cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì 2 tam giác vuông đó bằng nhau.*

Bài toán 18. *Nếu 2 cặp cạnh góc vuông tương ứng của 2 tam giác vuông bằng nhau thì 2 tam giác vuông đó có bằng nhau hay không?*

Bài toán 19 (Thái et al., 2022, Ví dụ 3, p. 82)**.** *Cho ΔABC có $AB = AC$, $AH \perp BC$. Chứng minh: (a) $\Delta AHB = \Delta AHC$. (b) AH là tia phân giác của góc BAC.*

Bài toán 20 (Thái et al., 2022, **1.**, p. 83)**.** *Cho tứ giác $MNPQ$ sao cho $MN = QN$, $MP = QP$. Chứng minh $\widehat{MNP} = \widehat{QNP}$, $\widehat{MPN} = \widehat{QPN}$, $\widehat{NMP} = \widehat{NQP}$.*

Bài toán 21 (Thái et al., 2022, **2.**, p. 83)**.** *Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = AD$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$. Chứng minh $\widehat{ACB} = \widehat{ACD}$, $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$, $BC = CD$.*

5 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 2 của Tam Giác: Cạnh - Góc - Cạnh

6 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 3 của Tam Giác: Góc - Cạnh - Góc

Bài toán 22 (Thái et al., 2022, 1., p. 91)**.** *Cho $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ thỏa mãn: $AB = A'B'$, $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$. $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ có bằng nhau không? Vì sao?*

1st giải. Có $\widehat{B} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A'} - \widehat{C'} = \widehat{B'}$. Vì $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$, $AB = A'B'$ nên $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (g.c.g). □

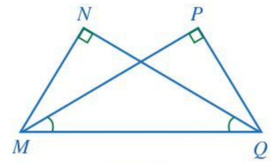
2nd giải. Vì $\widehat{B} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{C}$, $\widehat{B'} = 180^\circ - \widehat{A'} - \widehat{C'}$, mà $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$, nên $\widehat{B} = \widehat{B'}$. Xét ΔABC & $\Delta A'B'C'$: $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$, $AB = A'B'$. Suy ra $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (g.c.g). □

Bài toán 23 (Thái et al., 2022, 2., p. 92)**.** *Cho tứ giác $ANBM$ có 2 đường chéo AB, MN cắt nhau tại O, $AM = BN$, $\widehat{OAM} = \widehat{OBN}$. Chứng minh $OA = OB$, $OM = ON$, $\widehat{OMA} = \widehat{ONB}$.*

1st giải. Vì $\widehat{M} = 180^\circ - \widehat{AOM} - \widehat{A}$, $\widehat{N} = 180^\circ - \widehat{BON} - \widehat{B}$, mà $\widehat{AOM} = \widehat{BON}$ (2 góc đối đỉnh), $\widehat{A} = \widehat{B}$, nên $\widehat{M} = \widehat{N}$. Xét ΔAOM & ΔBON: $AM = BN$, $\widehat{A} = \widehat{B}$, $\widehat{M} = \widehat{N}$. Suy ra $\Delta AOM = \Delta BON$, suy ra $OA = OB$, $OM = ON$, $\widehat{OMA} = \widehat{ONB}$. □

2nd giải. $\widehat{A} = \widehat{B} \Rightarrow AM \parallel BN$ (2 góc so le trong). $AM \parallel BN \Rightarrow \widehat{M} = \widehat{N}$ (2 góc so le trong). Xét ΔAOM & ΔBON: $AM = BN$, $\widehat{A} = \widehat{B}$, $\widehat{M} = \widehat{N}$. Suy ra $\Delta AOM = \Delta BON$, suy ra $OA = OB$, $OM = ON$, $\widehat{OMA} = \widehat{ONB}$. □

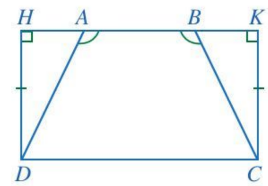
Bài toán 24 (Thái et al., 2022, 3., p. 92)**.** *Cho tứ giác $MNPQ$, $\widehat{MNQ} = \widehat{MPQ} = 90^\circ$, $\widehat{NQM} = \widehat{PMQ}$. Chứng minh $MN = PQ$, $MP = NQ$.*



Hình 1: Thái et al., 2022, Hình 66, p. 92.

1st giải. Xét ΔNMQ & ΔPQM: $\widehat{MNQ} = \widehat{MPQ} = 90^\circ$, $\widehat{NQM} = \widehat{PMQ}$, MQ cạnh chung. Suy ra $\Delta NMQ = \Delta PQM$ (ch.g), suy ra $MN = PQ$, $MP = NQ$. □

Bài toán 25 (Thái et al., 2022, 4., p. 92)**.** *Cho hình sau có $\widehat{AHD} = \widehat{BKC} = 90^\circ$, $DH = CK$, $\widehat{DAB} = \widehat{CBA}$. Chứng minh $AD = BC$.*



Hình 2: Thái et al., 2022, Hình 67, p. 92.

Bài toán 26 (Thái et al., 2022, 5., p. 92)**.** *Cho ΔABC có $\widehat{B} > \widehat{C}$. Tia phân giác góc BAC cắt cạnh BC tại điểm D. (a) Chứng minh $\widehat{ADB} < \widehat{ADC}$. (b) Kẻ tia Dx nằm trong góc ADC sao cho $\widehat{ADx} = \widehat{ADB}$. Giả sử tia Dx cắt cạnh AC tại điểm E. Chứng minh $\Delta ABD = \Delta AED$, $AB < AC$.*

Bài toán 27 (Thái et al., 2022, 6., p. 92)**.** *Cho $\Delta ABC = \Delta MNP$. Tia phân giác của góc BAC & NMP lần lượt cắt các cạnh BC, NP tại D, Q. Chứng minh $AD = MQ$.*

7 Tam Giác Cân

Định nghĩa 2 (Tam giác cân)**.** Tam giác cân *là tam giác có 2 cạnh bằng nhau.*

Cho ΔABC cân có $AB = AC$. Khi đó, ta gọi: ΔABC là tam giác cân tại A. AB, AC là các cạnh bên & BC là cạnh đáy. $\widehat{B}, \widehat{C}$ là các góc ở đáy & $\widehat{A}$ là góc ở đỉnh.

Bài toán 28 (Thái et al., 2022, 1., p. 96)**.** *Cho ΔABC cân tại A có M, N lần lượt là trung điểm của 2 cạnh AC, AB. Chứng minh $BM = CN$.*

1st giải. Xét ΔABM & ΔACN: $\widehat{A}$: góc chung, $AB = AC$ (ΔABC cân tại A), $AM = AN$ ($AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC = AN$ vì M, N lần lượt là trung điểm AB, AC). Suy ra $\Delta ABM = \Delta ACN$ (c.g.c), suy ra $BM = CN$. □

2nd giải. Xét ΔBCN & ΔCBM: BC: cạnh chung, $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (ΔABC cân tại A), $BN = CM$ ($BN = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC = CM$ vì M, N lần lượt là trung điểm AB, AC). Suy ra $\Delta BCN = \Delta CBM$ (c.g.c), suy ra $BM = CN$. □

Bài toán 29 (Thái et al., 2022, 2., p. 96)**.** *Cho ΔABC có $\widehat{A} = 120^\circ$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại D. Đường thẳng qua D song song với AB cắt cạnh AC tại E. Chứng minh ΔADE đều.*

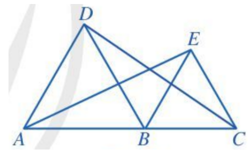
Giải. Xét ΔADE: $\widehat{DAE} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$, $\widehat{ADE} = \widehat{BAD}$ (2 góc so le trong, $AB \parallel DE$) mà $\widehat{BAD} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$ nên $\widehat{ADE} = 60^\circ$, nên $\widehat{AED} = 180^\circ - \widehat{DAE} - \widehat{ADE} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$. Suy ra ΔADE đều. □

Nhận xét 1. *Có thể tính $\widehat{AED}$ riêng như sau: $\widehat{AED} = 180^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (2 góc trong cùng phía, $AB \parallel DE$).*

Bài toán 30 (Thái et al., 2022, 3., p. 96)**.** *Cho ΔABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm của cạnh huyền BC. Chứng minh ΔMAB vuông cân.*

Giải. Xét ΔABM & ΔACM: $AB = AC$ (ΔABC cân tại A), $\widehat{B} = \widehat{C} = 45^\circ$ (ΔABC vuông cân tại A), $MB = MC$ (M là trung điểm BC). Suy ra $\Delta ABM = \Delta ACM$ (c.g.c), suy ra $\widehat{BAM} = \widehat{CAM} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$, suy ra $\widehat{AMB} = 180^\circ - \widehat{BAM} - \widehat{B} = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$. Suy ra ΔMAB vuông cân tại M. □

Bài toán 31 (Thái et al., 2022, 4., p. 96)**.** *Trong hình sau:*



cho biết $\Delta ABD, \Delta BCE$ *là 2 tam giác đều & A, B, C thẳng hàng. Chứng minh: (a)* $AD \parallel BE$, $BD \parallel CE$*; (b)* $\widehat{ABE} = \widehat{DBC} = 120°$*; (c)* $AE = CD$.

Bài toán 32 (Thái et al., 2022, 5., p. 96)**.** *Trong thiết kế của 1 ngôi nhà, độ nghiêng của mái nhà so với phương nằm ngang phải phù hợp với kết cấu của ngôi nhà & vật liệu làm mái nhà. Hình sau mô tả mặt cắt đứng của ngôi nhà, trong đó độ nghiêng của mái nhà so với phương nằm ngang được biểu diễn bởi số đo góc ở đáy của* ΔABC *cân tại A. Tính độ nghiêng của mái nhà so với mặt phẳng nằm ngang trong mỗi trường hợp sau: (a) Góc ở đỉnh A (khoảng)* $120°$ *đối với mái nhà lợp bằng ngói; (b) Góc ở đỉnh A (khoảng)* $140°$ *đối với mái nhà lợp bằng fibro xi măng; (c) Góc ở đỉnh A (khoảng)* $148°$ *đối với mái nhà lợp bằng tôn.*

8 Đường Vuông Góc & Đường Xiên

Bài toán 33 (Thái et al., 2022, 1, p. 97)**.** *Cho* ΔABC *vuông tại A. (a) Khoảng cách từ B đến đường thẳng AC bằng độ dài đoạn thẳng nào? (b) Đoạn thẳng nào là 1 đường xiên kẻ từ điểm B đến đường thẳng AC?*

Giải. (a) Khoảng cách từ B đến đường thẳng AC bằng độ dài đoạn thẳng AB. (b) BC là 1 đường xiên kẻ từ điểm B đến đường thẳng AC. □

Bài toán 34 (Thái et al., 2022, p. 97)**.** *Giả sử* AH, AB *lần lượt là đường vuông góc & đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng d. Trong* ΔAHB*, so sánh: (a)* $\widehat{AHB}$ *&* $\widehat{ABH}$*; (b)* AB, AH.

Định lý 3. *Trong các đường xiên & đường vuông góc kẻ từ 1 điểm ở ngoài 1 đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường ngắn nhất.*

Bài toán 35 (Thái et al., 2022, 2, p. 97)**.** *Cho* ΔABC *nhọn,* $\widehat{B} > \widehat{C}$*. Gọi H là hình chiếu của A lên BC. Sắp xếp các đoạn thẳng* AB, AH, AC *theo thứ tự độ dài tăng dần.*

Giải. Vì AH là đoạn vuông góc & AB, AC là đường xiên từ A đến BC, nên theo định lý 3 nên AH ngắn nhất trong 3 đoạn AB, AH, AC. Trong ΔABC, $\widehat{B} > \widehat{C} \Rightarrow AC > AB$. Vậy $AH < AB < AC$. □

Bài tập phụ thuộc hình vẽ: Thái et al., 2022, 1.–2., p. 99.

Bài toán 36 (Thái et al., 2022, 3., p. 99)**.** *Cho* ΔABC*. (a) Vẽ H là hình chiếu của B trên đường thẳng AC. (b) Vẽ K là hình chiếu của H trên đường thẳng AB. (c) Chứng minh* $HK < BH < BC$.

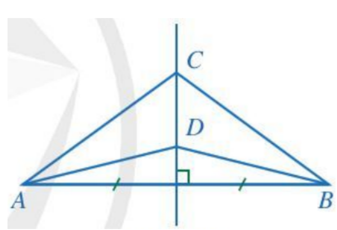
Chứng minh. BH, BC lần lượt là đường vuông góc & đường xiên từ B đến AC, theo định lý 3, suy ra $BH < BC$ (1). Tương tự, HK, HB lần lượt là đường vuông góc & đường xiên từ H đến AB, theo định lý 3, suy ra $HK < HB$ (2). Từ (1) & (2), suy ra $HK < BH < BC$. □

9 Đường Trung Trực của 1 Đoạn Thẳng

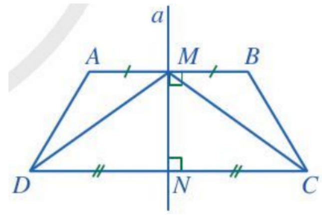
Định nghĩa 3 (Đường trung trực)**.** Đường trung trực *của 1 đoạn thẳng là đường thẳng vuông góc với đoạn thẳng tại trung điểm của đoạn thẳng ấy.*

Đoạn thẳng AB, trung điểm I của đoạn thẳng AB. Đường thẳng d vuông góc với AB tại I. Đường thẳng d là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Bài toán 37 (Thái et al., 2022, 1., p. 103)**.** *Đường thẳng CD là đường trung trực của đoạn thẳng AB. Chứng minh* $\widehat{CAD} = \widehat{CBD}$.



Bài toán 38 (Thái et al., 2022, 2., p. 103)**.** *Đường thẳng a là đường trung trực của cả 2 đoạn thẳng AB, CD. Chứng minh: (a) $AB \parallel CD$; (b) $\Delta MNC = \Delta MND$; (c) $\widehat{AMD} = \widehat{BMC}$; (d) $AD = BC$, $\widehat{A} = \widehat{B}$; (e) $\widehat{ADC} = \widehat{BCD}$.*



Bài toán 39 (Thái et al., 2022, 3., p. 103)**.** *Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng, điểm B nằm giữa 2 điểm A, C. Gọi a, b lần lượt là đường trung trực của các đoạn thẳng AB, BC. Chứng minh $a \parallel b$.*

Chứng minh. Vì a, b lần lượt là đường trung trực của các đoạn thẳng AB, BC, nên $a \perp AB$, $b \perp BC$, mà A, B, C thẳng hàng nên 2 đường thẳng AB, BC trùng nhau: $AB \equiv BC$. Kết hợp lại thu được: $a \perp AB$, $b \perp AB$ suy ra $a \parallel b$. □

Bài toán 40 (Thái et al., 2022, 4., p. 103)**.** *Cho đường thẳng d là đường trung trực của đoạn thẳng AB. Điểm M không thuộc đường thẳng d & đoạn thẳng AB sao cho đường thẳng d cắt đoạn thẳng MB tại điểm I. Chứng minh: (a) $MB = AI + IM$; (b) $MA < MB$.*

Chứng minh. (a) Vì $I \in d$ là đường trung trực của đoạn thẳng AB nên $IA = IB$ (1). Vì M, I, B thẳng hàng & I nằm giữa B, M nên $MB = MI + IB$ (2). Kết hợp (1) & (2) suy ra $MB = MI + IA$. (b) Áp dụng bất đẳng thức tam giác AIM: $AM < MI + IA$ (3). Từ (1) & (3), suy ra $MA < MB$. □

10 Tính Chất 3 Đường Trung Tuyến của Tam Giác

Định nghĩa 4 (Đường trung tuyến)**.** *Trong ΔABC, đoạn thẳng AM nối đỉnh A với trung điểm M của cạnh BC được gọi là* đường trung tuyến *(xuất phát từ đỉnh A hoặc tương ứng với cạnh BC).*

Đôi khi, đường thẳng AM cũng được gọi là *đường trung tuyến* của ΔABC.

Định lý 4. *3 đường trung tuyến của 1 tam giác cùng đi qua 1 điểm. Điểm đó được gọi là* trọng tâm *của tam giác.*

Trong ΔABC, 3 đường trung tuyến AM, BN, CP cùng đi qua điểm G, ta còn nói chúng *đồng quy* tại điểm G. Do đó, để xác định trọng tâm của 1 tam giác, ta chỉ cần vẽ 2 đường trung tuyến bất kỳ & xác định giao điểm của 2 đường đó.

Bài toán 41 (Thái et al., 2022, Ví dụ 3, p. 105)**.** *Cho ΔABC có 2 đường trung tuyến BN, CP cắt nhau tại G. Đường thẳng AG cắt BC tại M. Chứng minh M là trung điểm của cạnh BC.*

Chứng minh. 2 đường trung tuyến BN, CP cắt nhau tại G nên G là trọng tâm của ΔABC. Vì $G \in AM$ nên AM là đường trung tuyến của ΔABC. Vậy M là trung điểm của cạnh BC. □

Bài toán 42 (Thái et al., 2022, 2, p. 105)**.** *Cho ΔPQR có 2 đường trung tuyến QM, RK cắt nhau tại G. Gọi I là trung điểm của cạnh QR. Chứng minh 3 điểm P, G, I thẳng hàng.*

Định lý 5. *Trọng tâm của 1 tam giác cách mỗi đỉnh 1 khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.*

Trong ΔABC, với AM là đường trung tuyến & G là trọng tâm, có: $\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$, $\frac{GM}{GA} = \frac{1}{2}$.

Bài toán 43 (Thái et al., 2022, Ví dụ 5, p. 106)**.** *Cho ΔABC có 2 đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại trọng tâm G. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm GB, GC. Chứng minh: (a) $\Delta GMN = \Delta GPQ$; (b) $MN \parallel PQ$.*

Bài toán 44 (Thái et al., 2022, 1., p. 107)**.** *Cho ΔABC. 3 đường trung tuyến AM, BN, CP đồng quy tại G. Chứng minh: $GA + GB + GC = \frac{2}{3}(AM + BN + CP)$.*

Chứng minh. Vì 3 đường trung tuyến AM, BN, CP đồng quy tại G, G là trọng tâm của ΔABC, nên $GA = \frac{2}{3}AM$, $GB = \frac{2}{3}BN$, $GC = \frac{2}{3}CP$. Cộng 3 đẳng thức này lại, vế theo vế, thu được $GA + GB + GC = \frac{2}{3}(AM + BN + CP)$. □

Bài toán 45 (Thái et al., 2022, 2., p. 107)**.** *Cho ΔABC cân tại A, 2 đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G. Chứng minh: (a) $BM = CN$; (b) ΔGBC cân tại G.*

1st chứng minh. (a) Xét ΔABM & ΔACM: $AB = AC$ (vì ΔABC cân tại A), $AM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB = AN$ (vì M, N là trung điểm AC, AB), $\widehat{A}$: góc chung. Suy ra $\Delta ABM = \Delta ACM$ (c.g.c) $\Rightarrow BM = CN$ (1) (2 cạnh tương ứng). (b) Vì BM, CN là 2 đường trung tuyến của ΔABC nên giao điểm G của chúng là trọng tâm ΔABC, nên $GB = \frac{2}{3}BM$, $GC = \frac{2}{3}CN$ (2). Từ (1) & (2), suy ra $GB = GC$, suy ra ΔGBC cân tại G. □

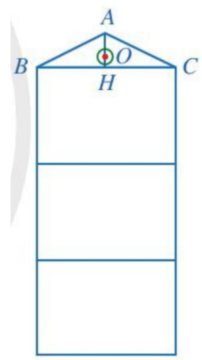
2nd chứng minh. (b) Chứng minh $\Delta GBN = \Delta GCM$ bằng 3 cách: c.c.c, c.g.c, hoặc g.c.g. □

Bài toán 46 (Thái et al., 2022, 3., p. 107)**.** *Cho ΔABC có 2 đường trung tuyến AM, BN cắt nhau tại G. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MG$. Chứng minh: (a) $GA = GD$; (b) $\Delta MBG = \Delta MCD$; (c) $CD = 2GN$.*

Chứng minh. (a) Vì AM, BN là 2 đường trung tuyến của ΔABC nên giao điểm G của chúng là trọng tâm ΔABC, nên $GA = 2GM$, mà $MD = MG$ (giả thiết), suy ra $GA = 2GM = GM + MD = GD$. (b) Xét ΔMBG & ΔMCD: $\widehat{BMG} = \widehat{CMD}$ (2 góc đối đỉnh), $MG = MD$ (giả thiết), $MB = MC$ (vì M là trung điểm BC). Suy ra $\Delta MBG = \Delta MCD$ (c.g.c). (c) Vì $\Delta MBG = \Delta MCD$ nên $GB = CD$ (1), mà G là trọng tâm ΔABC, nên $GB = 2GN$ (2). Từ (1) & (2), suy ra $CD = 2GN$. □

Bài toán 47 (Thái et al., 2022, 4., p. 107)**.** *Cho ΔABC có 2 đường trung tuyến AM, BN cắt nhau tại G. Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng BC. Giả sử H là trung điểm của đoạn thẳng BM. Chứng minh: (a) $\Delta AHB = \Delta AHM$; (b) $AG = \frac{2}{3}AB$.*

Bài toán 48 (Thái et al., 2022, 5., p. 107)**.** *Hình sau là mặt cắt đứng của 1 ngôi nhà 3 tầng có mái dốc. Mỗi tầng cao* 3.3m. *Mặt cắt mái nhà có dạng ΔABC cân tại A với đường trung tuyến AH dài* 1.2m. *Tại vị trí O là trọng tâm ΔABC, người ta làm tâm cho 1 cửa sổ có dạng hình tròn. (a) AH có vuông góc với BC không? Vì sao? (b) Vị trí O ở độ cao bao nhiêu* m *so với mặt đất.*



"*Tính chất khác của trọng tâm tam giác*: (a) Nếu nối 3 đỉnh của ΔABC với trọng tâm G của tam giác đó thì ΔABC được chia thành 3 tam giác nhỏ GAB, GCA, GBC có diện tích bằng nhau. (b) Điểm đặt G làm cho miếng bìa hình tam giác giữ thăng bằng trên đầu ngón tay chính là trọng tâm của tam giác đó." – Thái et al., 2022, p. 107

11 Tính Chất 3 Đường Phân Giác của Tam Giác

Định nghĩa 5 (Đường phân giác)**.** *Trong ΔABC, tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm D. Khi đó, đoạn thẳng AD được gọi là* đường phân giác *(xuất phát từ đỉnh A) của ΔABC.*

Đôi khi, đường thẳng AD cũng được gọi là *đường phân giác* của ΔABC.

Bài toán 49 (Thái et al., 2022, Ví dụ 2, p. 108)**.** *Cho ΔABC cân tại A. Vẽ đường trung tuyến AD. Chứng minh AD cũng là đường phân giác của tam giác đó.*

12 Tính Chất 3 Đường Trung Trực của Tam Giác

13 Tính Chất 3 Đường Cao của Tam Giác

Tài liệu

Thái, Đỗ Đức (2022). *Bài Tập Toán 7 Tập 2*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 124.

Thái, Đỗ Đức, Đỗ Tiến Đạt, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, and Phạm Đức Quang (2022). *Toán 7 Tập 2*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 127.

Tuyên, Bùi Văn (2022). *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 7*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 168.