Some Topics in Elementary Computer Science

Nguyễn Quản Bá Hồng*

Ngày 15 tháng 5 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Mục lục

1 Competitive Programming CP

2 Number Theory

Definition 1. *An integer $a \in \mathbb{Z}$ is called a* factor *or a* divisor *of an integer $b \in \mathbb{Z}$ if a divides b (i.e., b is divisible by a). If a is a factor of b, we write $a \mid b$, or $b \vdots a$, & otherwise we write $a \nmid b$, or $b \not\vdots a$.*

Bài toán 1 (Factor/Divisor – Ước số)**.** *Với $n \in \mathbb{Z}$ được nhập từ bàn phím, viết chương trình* Pascal, Python, C/C++ *xuất ra tất cả: (a) các ước nguyên dương của n. (b) các ước nguyên của n.*

Bài toán 2 (Prime factorization – Phân tích ra thừa số nguyên tố)**.** *Với $n \in \mathbb{Z}$ được nhập từ bàn phím, viết chương trình* Pascal, Python, C/C++ *xuất ra phân tích ra thừa số nguyên tố của n. E.g., với $n = 72$, xuất ra* `72 = 2^3*3^2`*, với $n = 12$, xuất ra* `12 = 2^2*3`*.*

Let $\tau(n)$ denote the number of (positive) divisors of an integer $n \in \mathbb{Z}$. E.g., $\tau(12) = 6$ since the divisors of 12 are 1, 2, 3, 4, 6, & 12. To calculate the value of $\tau(n)$, we can use the following formula:

$$n = \prod_{i=1}^{k} p_i^{\alpha_i} = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k} \Rightarrow \tau(n) = \prod_{i=1}^{k} (\alpha_i + 1) = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \cdots (\alpha_k + 1),\ \forall n \in \mathbb{Z},$$

because for each prime p_i, there are $\alpha_i + 1$ ways to choose how many times it appears in the factor.

Example 1. $12 = 2^2 \cdot 3 \Rightarrow \tau(12) = (2+1)(1+1) = 3 \cdot 2 = 6$.

Bài toán 3 ($\tau(n)$)**.** *Với $n \in \mathbb{Z}$ được nhập từ bàn phím, viết chương trình* Pascal, Python, C/C++ *xuất ra giá trị của hàm $\tau(n)$ số ước số của n.*

Let $\sigma(n)$ denote the sum of divisors of an integer $n \in \mathbb{Z}$.

Example 2. $\text{Ư}(12) \cap \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \Rightarrow \sigma(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$.

To calculate the value of $\sigma(n)$, we can use the following formula:

$$\begin{aligned} n = \prod_{i=1}^{k} p_i^{\alpha_i} = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k} \Rightarrow \sigma(n) &= \prod_{i=1}^{k} \sum_{j=0}^{\alpha_i} p_i^j = \prod_{i=1}^{k} (1 + p_i + p_i^2 + \cdots + p_i^{\alpha_i}) = \prod_{i=1}^{k} \frac{p_i^{\alpha_i+1} - 1}{p_i - 1} \\ &= \frac{p_1^{\alpha_1+1} - 1}{p_1 - 1} \cdot \frac{p_2^{\alpha_2+1} - 1}{p_2 - 1} \cdots \frac{p_k^{\alpha_k+1} - 1}{p_k - 1},\ \forall n \in \mathbb{Z}, \end{aligned}$$

where the latter form is based on the *geometric progression formula*.

Example 3. $12 = 2^2 \cdot 3 \Rightarrow \sigma(12) = \frac{2^3-1}{2-1} \cdot \frac{3^2-1}{3-1} = 28$.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: `nguyenquanbahong@gmail.com`; website: https://nqbh.github.io.