

Fraction – Phân Số

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 21 tháng 12 năm 2022

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about fraction. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 6, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/fraction](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/fraction) \mathbb{Z} ².

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về phân số. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 6. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/fraction](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/fraction).

Mục lục

1	Phân Số. 2 Tính chất Cơ Bản của Phân Số. Rút Gọn Phân Số	2
2	Quy Đồng Mẫu Số Nhiều Phân Số. So Sánh Phân Số. Hỗn Số Dương	3
3	1 Số Phương Pháp Đặc Biệt để So Sánh 2 Phân Số	4
4	\pm Phân Số	4
5	$;$, $:$ Phân Số	4
6	Tổng Các Phân Số Viết Theo Quy Luật	4
7	Số Thập Phân. Làm Tròn Số Thập Phân. Các Phép Tính với Số Thập Phân	4
8	Tìm Giá Trị Phân Số của 1 Số Cho Trước. Tìm 1 Số Biết Giá Trị 1 Phân Số của Nó	4
9	Tìm Tỷ Số & Tỷ Số % của 2 Đại Lượng	4
10	Toán về Công Việc Làm Đồng Thời	4
11	Miscellaneous	4
	Tài liệu	4

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/NQBH_elementary_mathematics_grade_6.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/fraction/NQBH_fraction.pdf.

1 Phân Số. 2 Tính chất Cơ Bản của Phân Số. Rút Gọn Phân Số

“**1.** Ta gọi $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ là 1 *phân số*, a là *tử*, b là *mẫu* của phân số. Ta có thể viết thương của phép chia $a \in \mathbb{Z}$ cho $b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ dưới dạng $\frac{a}{b}$ & cũng gọi $\frac{a}{b}$ là phân số. $a \in \mathbb{Z}$ có thể viết dưới dạng phân số $\frac{a}{1}$. **2.** 2 phân số bằng nhau. Cho $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $d \neq 0$. Nếu $ad = bc$ thì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ngược lại nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$. **3.** 2 tính chất cơ bản của phân số: $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$, $\forall a, b, m \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $m \neq 0$. $\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}$, $\forall a, b, n \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $n \in \text{ƯC}(a, b)$. **4.** Rút gọn phân số: Muốn rút gọn 1 phân số, ta chia cả tử & mẫu của phân số đó cho 1 ước chung khác ± 1 của chúng. Phân số tối giản là phân số mà tử & mẫu chỉ có ước chung là ± 1 , i.e., $\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $\text{ƯCLN}(a, b) = 1$. **5.** Nếu đổi dấu cả tử & mẫu của 1 phân số thì được 1 phân số mới bằng phân số đã cho. $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$, $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$, $\forall a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$. **6.** Nếu $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản thì mọi phân số bằng nó đều có dạng $\frac{am}{bm}$ với $m \in \mathbb{Z}$ & $m \neq 0$.” – Tuyên, 2022, Chap. 3, §1, p. 45

Bài toán 1 (Tuyên, 2022, Ví dụ 49, p. 45). Cho $A = \{-5, 0, 9\}$. Viết tất cả các phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in A$. Có bao nhiêu phân số thỏa mãn?

Giải. Số 0 không thể lấy làm mẫu của phân số. Lấy -5 làm mẫu: $\frac{-5}{-5}$, $\frac{0}{-5}$, $\frac{9}{-5}$. Lấy 9 làm mẫu: $\frac{-5}{9}$, $\frac{0}{9}$, $\frac{9}{9}$. Có 6 phân số thỏa mãn. \square

Bài toán 2 (Mở rộng Tuyên, 2022, Ví dụ 49, p. 45). Cho $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \subset \mathbb{Z}$. Viết tất cả các phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in A$. Có bao nhiêu phân số thỏa mãn?

Giải. Xét 2 trường hợp: (a) Nếu $0 \notin A$, i.e., $a_i \neq 0$, $\forall i = 1, \dots, n$. Tất cả các phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in A$: $\frac{a_i}{a_j}$, $\forall i, j = 1, \dots, n$, có tổng cộng n^2 phân số thỏa mãn. (b) Nếu $0 \in A$, i.e., tồn tại chỉ số $k \in \{1, \dots, n\}$ sao cho $a_k = 0$, ngoài ra $a_i \neq 0$, $\forall i = 1, \dots, n$, $i \neq k$ (vì A là 1 tập hợp nên không có các phần tử trùng nhau). Tất cả các phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in A$: $\frac{a_i}{a_j}$, $\forall i, j = 1, \dots, n$, $j \neq k$ có tổng cộng $n(n-1) = n^2 - n$ phân số thỏa mãn. \square

Nhận xét 1.1. “Mẫu của 1 phân số phải khác 0 nhưng tử của phân số có thể bằng 0, khi đó giá trị của phân số đúng bằng 0, i.e., $\frac{0}{b} = 0$, $\forall b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$. Tử & mẫu của 1 phân số có thể bằng nhau, khi đó giá trị của phân số đúng bằng 1, i.e., $\frac{a}{a} = 1$, $\forall a \in \mathbb{Z}$, $a \neq 0$.” – Tuyên, 2022, p. 46

Bài toán 3 (Tuyên, 2022, Ví dụ 50, p. 46). Viết tập hợp B các phân số bằng phân số $\frac{7}{15}$ với mẫu dương có 2 chữ số.

Giải. $\frac{7}{15} = \frac{7}{15}$. Phân số này là 1 phân số tối giản với mẫu dương. Mọi phân số bằng nó đều có dạng $\frac{7m}{15m}$ với $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$. Mẫu số của các phân số cần phải tìm là 1 số có 2 chữ số nên chọn $m \in \mathbb{Z}$ sao cho $10 \leq 15m \leq 99$, suy ra³ $1 \leq m \leq 6$, i.e., $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Vậy $B = \{\frac{7}{15}, \frac{14}{30}, \frac{21}{45}, \frac{28}{60}, \frac{35}{75}, \frac{42}{90}\}$. \square

Bài toán 4 (Mở rộng Tuyên, 2022, Ví dụ 50, p. 46). Cho trước $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $\exists n \in \mathbb{N}^*$. Viết tập hợp B các phân số bằng phân số $\frac{a}{b}$ với mẫu dương có n chữ số.

Bài toán 5 (Tuyên, 2022, Ví dụ 51, p. 46). Tìm phân số bằng phân số $\frac{32}{60}$, biết tổng của tử & mẫu là 115.

Giải. Có $\frac{32}{60} = \frac{8}{15} = \frac{8m}{15m}$, $\forall m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$. Tổng của tử & mẫu là $115 \Rightarrow 8m + 15m = 115 \Rightarrow 23m = 115 \Rightarrow m = \frac{115}{23} = 5$. Phân số cần tìm: $\frac{8 \cdot 5}{15 \cdot 5} = \frac{40}{75}$. \square

Nhận xét 1.2. “Nếu không rút gọn phân số $\frac{32}{60}$ thành phân số tối giản $\frac{8}{15}$ mà khẳng định các phân số bằng phân số $\frac{32}{60}$ có dạng $\frac{32m}{60m}$ thì sẽ mắc sai lầm là bỏ sót rất nhiều phân số bằng phân số $\frac{32}{60}$ do đó không thể tìm được đáp số của bài toán trên.” – Tuyên, 2022, p. 46

Bài toán 6 (Mở rộng Tuyên, 2022, Ví dụ 51, p. 46). Cho trước $a, b, n \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$. Tìm phân số bằng phân số $\frac{a}{b}$, biết tổng của tử & mẫu là n .

Bài toán 7 (Tuyên, 2022, 236., p. 47). Trong các phân số sau, những phân số nào bằng nhau? $\frac{15}{60}$, $\frac{-7}{5}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{28}{-20}$, $\frac{3}{12}$.

Bài toán 8 (Tuyên, 2022, 237., p. 47). Cho $A = \frac{3n-5}{n+4}$. Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$.

Bài toán 9 (Tuyên, 2022, 238., p. 47). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để cho các phân số sau đồng thời có giá trị nguyên: $\frac{-12}{n}$, $\frac{15}{n-2}$, $\frac{8}{n+1}$.

Bài toán 10 (Tuyên, 2022, 239., p. 47). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $\frac{x-1}{9} = \frac{8}{3}$; (b) $\frac{-x}{4} = \frac{-9}{x}$; (c) $\frac{x}{4} = \frac{18}{x+1}$.

Bài toán 11 (Tuyên, 2022, 240., p. 47). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa $\frac{x-4}{y-3} = \frac{4}{3}$ & $x - y = 5$.

³ $m \in \mathbb{Z} \wedge (10 \leq 15m \leq 99) \Leftrightarrow \lfloor \frac{15}{10} \rfloor = 1 \leq m \leq \lfloor \frac{99}{15} \rfloor = 6$.

Bài toán 12 (Tuyên, 2022, 241., p. 47). *Viết dạng tổng quát các phân số bằng phân số $\frac{-12}{30}$.*

Bài toán 13 (Tuyên, 2022, 242., p. 47). *Rút gọn phân số: (a) $\frac{990}{2610}$; (b) $\frac{374}{506}$; (c) $\frac{3600-75}{8400-175}$; (d) $\frac{9^{14} \cdot 25^5 \cdot 8^7}{18^{12} \cdot 625^3 \cdot 24^3}$.*

Bài toán 14 (Tuyên, 2022, 243., p. 47). *Cho phân số $\frac{a}{b}$. Chứng minh: Nếu $\frac{a-x}{b-y} = \frac{a}{b}$ thì $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$.*

Bài toán 15 (Tuyên, 2022, 244., p. 47). *Cho phân số $A = \frac{1+3+5+\dots+19}{21+23+25+\dots+39}$. (a) Rút gọn A ; (b) Xóa 1 số hạng ở tử & xóa 1 số hạng ở mẫu để được 1 phân số mới vẫn bằng A .*

Bài toán 16 (Tuyên, 2022, 245., p. 47). *Rút gọn phân số $A = \frac{71 \cdot 52 + 53}{530 \cdot 71 - 180}$ mà không cần thực hiện các phép tính ở tử.*

Bài toán 17 (Tuyên, 2022, 246., p. 47). *2 phân số sau có bằng nhau không? $\frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}}, \frac{\overline{ababab}}{\overline{cdcdcd}}$.*

Bài toán 18 (Tuyên, 2022, 247., p. 47). *Chứng minh: (a) $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 39}{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot \dots \cdot 40} = \frac{1}{2^{20}}$; (b) $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{(n+1)(n+2)(n+3) \cdot \dots \cdot 2n} = \frac{1}{2^n}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.*

Bài toán 19 (Tuyên, 2022, 248., p. 47). *Tìm phân số $\frac{a}{b}$ bằng phân số $\frac{60}{108}$ biết: (a) $\text{ƯCLN}(a, b) = 15$; (b) $\text{BCNN}(a, b) = 180$.*

Bài toán 20 (Tuyên, 2022, 249., p. 48). *Tìm phân số bằng phân số $\frac{200}{520}$ sao cho: (a) Tổng của tử & mẫu là 306; (b) Hiệu của tử & mẫu là 184; (c) Tích của tử & mẫu là 2340.*

Bài toán 21 (Tuyên, 2022, 250., p. 48). *Chứng minh: $\forall n \in \mathbb{Z}$, các phân số sau là các phân số tối giản: (a) $\frac{3n-2}{4n-3}$; (b) $\frac{4n+1}{6n+1}$.*

Bài toán 22 (Tuyên, 2022, 251., p. 48). *Cho $\frac{a}{b}$ là 1 phân số chưa tối giản. Chứng minh các phân số sau chưa tối giản: (a) $\frac{a}{a-b}$; (b) $\frac{2a}{a-2b}$.*

Bài toán 23 (Tuyên, 2022, 252., p. 48). *1 mẫu Bắc Bộ bằng 3600m². Hỏi 1 mẫu Bắc Bộ bằng mấy phần của 1 hecta?*

2 Quy Đồng Mẫu Số Nhiều Phân Số. So Sánh Phân Số. Hỗn Số Dương

“**1. Quy tắc quy đồng mẫu nhiều phân số với mẫu dương:** *Bước 1.* Tìm BCNN của các mẫu để làm mẫu chung. *Bước 2.* Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu. *Bước 3.* Nhân tử & mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng. **2. So sánh 2 phân số:** Muốn so sánh 2 phân số không cùng mẫu ta viết chúng dưới dạng 2 phân số có cùng mẫu dương rồi so sánh các tử với nhau, phân số nào có tử lớn hơn thì phân số đó lớn hơn. **3. Hỗn số dương:** 1 phân số lớn hơn 1 có thể viết dưới dạng 1 hỗn số. Đó là 1 số gồm phần nguyên kèm theo 1 phân số nhỏ hơn 1. **4.** Trong 2 phân số có tử & mẫu đều dương, nếu 2 tử số bằng nhau, phân số nào có mẫu nhỏ hơn thì phân số đó sẽ lớn hơn & ngược lại. **5.** Phân số có tử & mẫu là 2 số nguyên cùng dấu thì lớn hơn 0 & gọi là *phân số dương*. Phân số có tử & mẫu là 2 số nguyên khác dấu thì nhỏ hơn 0 & gọi là *phân số âm*.” – Tuyên, 2022, Chap. III, §2, p. 48

Bài toán 24 (Công thức hỗn số dương). *Chứng minh:*

$$\frac{ac+b}{c} = a + \frac{b}{c} = a\frac{b}{c}, \quad \forall a, b, c \in \mathbb{Z}, c \neq 0. \quad \frac{a}{b} = \frac{\lfloor \frac{a}{b} \rfloor b + \{\frac{a}{b}\}}{b} = \lfloor \frac{a}{b} \rfloor + \frac{\{\frac{a}{b}\}}{b} = \lfloor \frac{a}{b} \rfloor \frac{\{\frac{a}{b}\}}{b}.$$

Bài toán 25 (Tuyên, 2022, Ví dụ 52, p. 48). *So sánh 2 phân số $\frac{-101}{-100}$ & $\frac{200}{201}$.*

Giải. $\frac{-101}{-100} = \frac{101}{100} > \frac{100}{100} = 1 = \frac{201}{201} > \frac{200}{201}$. Vậy $\frac{-101}{-100} > \frac{200}{201}$. □

Bài toán 26 (Mở rộng Tuyên, 2022, Ví dụ 52, p. 48). *Cho $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, $a > b > 0$, $d > c > 0$. So sánh: $\frac{\pm a}{\pm b}$ & $\frac{\pm c}{\pm d}$.*

Bài toán 27 (Tuyên, 2022, Ví dụ 53, p. 48). *Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần: $\frac{5}{8}, \frac{9}{16}, \frac{2}{-3}, \frac{-7}{12}$.*

3 1 Số Phương Pháp Đặc Biệt để So Sánh 2 Phân Số

4 \pm Phân Số

5 $., :$ Phân Số

6 Tổng Các Phân Số Viết Theo Quy Luật

7 Số Thập Phân. Làm Tròn Số Thập Phân. Các Phép Tính với Số Thập Phân

8 Tìm Giá Trị Phân Số của 1 Số Cho Trước. Tìm 1 Số Biết Giá Trị 1 Phân Số của Nó

9 Tìm Tỷ Số & Tỷ Số % của 2 Đại Lượng

10 Toán về Công Việc Làm Đồng Thời

11 Miscellaneous

Tài liệu

Tuyên, Bùi Văn (2022). *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 184.