

Problems in Elementary Mathematics/Grade 8

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 9 tháng 10 năm 2022

Tóm tắt nội dung

1 bộ sưu tập các bài toán chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao cho Toán sơ cấp lớp *. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/lecture)¹ của tác giả viết cho Toán lớp 8. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/problem](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/problem)².

Mục lục

1	Phép Nhân & Phép Chia Các Đa Thức	3
1.1	Nhân Đơn Thức với Đa Thức	3
1.2	Nhân Đa Thức với Đa Thức	3
1.3	Những Hằng Đẳng Thức Đáng Nhớ	3
1.4	Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử Bằng Phương Pháp Đặt Nhân Tử Chung	4
1.5	Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử Bằng Phương Pháp Dùng Hằng Đẳng Thức	5
1.6	Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử Bằng Phương Pháp Nhóm Hạng Tử	5
1.7	Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử Bằng Cách Phối Hợp Nhiều Phương Pháp	5
1.8	Chia Đơn Thức Cho Đơn Thức	7
1.9	Chia Đa Thức Cho Đơn Thức	7
1.10	Chia Đa Thức 1 Biến Đã Sắp Xếp	7
2	Phân Thức Đại Số	7
2.1	Phân Thức Đại Số	7
2.2	Tính Chất Cơ Bản của Phân Thức	7
2.3	Rút Gọn Phân Thức	7
2.4	Quy Đồng Mẫu thức Nhiều Phân Thức	7
2.5	Phép Cộng Các Phân Thức Đại Số	7
2.6	Phép Trừ Các Phân Thức Đại Số	7
2.7	Phép Nhân Các Phân Thức Đại Số	7
2.8	Phép Chia Các Phân Thức Đại Số	7
2.9	Biến Đổi Các Biểu Thức Hữu Tỷ. Giá Trị của Phân Thức	7
3	Phương Trình Đại Số 1 Ẩn – Algebraic Equation with 1 Unknown	7
3.1	Mở Đầu về Phương Trình	7
3.2	Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn & Cách Giải	7
3.3	Phương Trình Đưa Được về Dạng $ax + b = 0$	7
3.4	Phương Trình Tích	7
3.5	Phương Trình Chứa Ẩn ở Mẫu	7
3.6	Giải Bài Toán Bằng Cách Lập Phương Trình	7
4	Bất Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn – Algebraic Inequation with 1 Unknown	7
4.1	Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Cộng	7
4.2	Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Nhân	7

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/NQBH_elementary_mathematics_grade_8.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/problem/NQBH_elementary_mathematics_grade_8_problem.pdf.

4.3	Bất Phương Trình 1 Ẩn	7
4.4	Bất Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn	7
4.5	Phương Trình Chứa Dấu Giá Trị Tuyệt Đối	7
5	Tứ Giác	7
5.1	Tứ Giác	7
5.2	Hình Thang	7
5.3	Hình Thang Cân	7
5.4	Đường Trung Bình của Tam Giác, của Hình Thang	7
5.5	Dựng Hình Bằng Thước & Compa. Dựng Hình thang	7
5.6	Đối Xứng Trục	7
5.7	Hình Bình Hành	7
5.8	Đối Xứng Tâm	7
5.9	Hình Chữ Nhật	7
5.10	Đường Thẳng Song Song với 1 Đường Thẳng Cho Trước	7
5.11	Hình Thoi	7
5.12	Hình Vuông	7
6	Đa Giác. Diện Tích Đa Giác	7
6.1	Đa Giác. Đa Giác Đều	7
6.2	Diện Tích Hình Chữ Nhật	7
6.3	Diện Tích Tam Giác	7
6.4	Diện Tích Hình Thang	7
6.5	Diện Tích Hình Thoi	7
6.6	Diện Tích Đa Giác	7
7	Tam Giác Đồng Dạng	7
7.1	Định Lý Thales Trong Tam Giác	7
7.2	Định Lý Đảo & Hệ Quả của Định Lý Thales	7
7.3	Tính Chất Đường Phân Giác của Tam Giác	7
7.4	Khái Niệm 2 Tam Giác Đồng Dạng	7
7.5	Trường Hợp Đồng Dạng Thứ Nhất	7
7.6	Trường Hợp Đồng Dạng Thứ 2	7
7.7	Trường Hợp Đồng Dạng Thứ 3	7
7.8	Các Trường Hợp Đồng Dạng của Tam Giác Vuông	7
7.9	Ứng Dụng Thực Tế của Tam Giác Đồng Dạng	7
8	Hình Lăng Trụ Đứng. Hình Chóp Đều	7
8.1	Hình Hộp Chữ Nhật	8
8.2	Thể Tích của Hình Hộp Chữ Nhật	8
8.3	Hình Lăng Trụ Đứng	8
8.4	Diện Tích Xung Quanh của Hình Lăng Trụ Đứng	8
8.5	Thể Tích của Hình Lăng Trụ Đứng	8
8.6	Hình Chóp Đều & Hình Chóp Cụt Đều	8
8.7	Diện Tích Xung Quanh của Hình Chóp Đều	8
8.8	Thể Tích của Hình Chóp Đều	8
	Tài liệu	8

1 Phép Nhân & Phép Chia Các Đa Thức

1.1 Nhân Đơn Thức với Đa Thức

Bài toán 1.1 (Đơn thức nhân đơn thức). *Tính: (a) $ax^m bx^n$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $\forall m, n \in \mathbb{N}$; (b) $ax^m by^n$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $\forall m, n \in \mathbb{N}$; (c) $\prod_{i=1}^n a_i x^{m_i} = a_1 x^{m_1} \cdots a_n x^{m_n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $a_i \in \mathbb{R}$, $m_i \in \mathbb{N}$, $\forall i = 1, \dots, n$; (d) $\prod_{i=1}^n a_i x_i^{m_i} = a_1 x_1^{m_1} \cdots a_n x_n^{m_n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $a_i \in \mathbb{R}$, $m_i \in \mathbb{N}$, $\forall i = 1, \dots, n$. Trong đó, x, y, x_i 's là các biến số của các đơn thức này.*

Bài toán 1.2 (Đơn thức nhân đa thức). *Tính: (a) $ax^n(bx + c)$; (b) $ax^n(bx^2 + cx + d)$; (c) $ax^n(bx^3 + cx^2 + dx + e)$; (d) $ax^m \sum_{i=0}^n a_i x^i = ax^m(a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0)$.*

Bài toán 1.3 (Bình, 2012, Ví dụ 1, p. 5). *Tính giá trị của biểu thức: $A = x^4 - 17x^3 + 17x^2 - 17x + 20$ tại $x = 16$.*

Bài toán 1.4 (Bình, 2012, Ví dụ 2, p. 5). *Tìm 3 số tự nhiên liên tiếp, biết rằng nếu cộng 3 tích của 2 trong 3 số ấy, ta được 242.*

Bài toán 1.5 (Bình, 2012, 1., p. 5). *Thực hiện phép tính: (a) $3x^n(6x^{n-3} + 1) - 2x^n(9x^{n-3} - 1)$; (b) $5^{n+1} - 4 \cdot 5^n$; (c) $6^2 \cdot 6^4 - 4^3(3^6 - 1)$.*

Bài toán 1.6 (Bình, 2012, 2., p. 6). *Tìm x , biết: (a) $4(18-5x)-12(3x-7) = 15(2x-16)-6(x+14)$; (b) $5(3x+5)-4(2x-3) = 5x+3(2x+12)+1$; (c) $2(5x-8)-3(4x-5) = 4(3x-4)+11$; (d) $5x-3\{4x-2[4x-3(5x-2)]\} = 182$.*

Bài toán 1.7 (Bình, 2012, 3., p. 6). *Tính giá trị của các biểu thức: (a) $A = x^3 - 30x^2 - 31x + 1$ tại $x = 31$; (b) $B = x^5 - 15x^4 + 16x^3 - 29x^2$ tại $x = 14$; (c) $C = x^{14} - 10x^3 + 10x^2 - 10x^{11} + \cdots + 10x^2 - 10x + 10$ tại $x = 9$.*

Bài toán 1.8 (Bình, 2012, 4., p. 6). *Tính giá trị của biểu thức sau bằng cách thay số bởi chữ 1 cách hợp lý:*

$$A = 2 \frac{1}{315} \cdot \frac{1}{651} - \frac{1}{105} \cdot 3 \frac{650}{651} - \frac{4}{315 \cdot 651} + \frac{4}{105}.$$

1.2 Nhân Đa Thức với Đa Thức

Bài toán 1.9 (Đa thức nhân đa thức). *Tính: (a) $(ax+b)(cx+d)$; (b) $(ax^2+bx+c)(dx+e)$; (c) $(ax^3+bx^2+cx+d)(ex+f)$; (d) $(ax^2+bx+c)(dx^2+ex+f)$; (e) $(ax^3+bx^2+cx+d)(ex^2+fx+g)$; (f) $(ax^3+bx^2+cx+d)(ex^3+fx^2+gx+h)$; (g) $(\sum_{i=0}^m a_i x^i) (\sum_{j=0}^n b_j x^j) = (a_m x^m + \cdots + a_1 x + a_0)(b_n x^n + \cdots + b_1 x + b_0)$.*

Bài toán 1.10 (Bình, 2012, 5., p. 6). *Thực hiện phép tính: (a) $(x-1)(x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)$; (b) $(x+1)(x^6-x^5+x^4-x^3+x^2-x+1)$.*

1 tổng quát của bài toán này:

Bài toán 1.11. *Tính: (a) $(x-1) \sum_{i=0}^n x^i = (x-1)(x^n + x^{n-1} + \cdots + x + 1)$, $\forall n \in \mathbb{N}$; (b) $(x+1) \sum_{i=0}^n (-1)^i x^i$.*

1.3 Những Hằng Đẳng Thức Đáng Nhớ

Bài toán 1.12 (Chính et al., 2022, 23., p. 12). *Chứng minh các đẳng thức sau:*

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab, \quad (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab, \quad \forall a, b \in \mathbb{R}.$$

Bài toán 1.13 (Chính et al., 2022, 25., p. 12). *Tính (a) $(a+b+c)^2$; (b) $(a+b-c)^2$; (c) $a-b-c)^2$.*

Tổng quát hơn,

Bài toán 1.14. *Với $n \in \mathbb{N}^*$ cho trước, tính $(\sum_{i=1}^n a_i)^2 = (a_1 + \cdots + a_n)^2$, sau đó phát biểu đẳng thức tìm được bằng lời. Từ đó suy ra kết quả của $(\sum_{i=1}^n \pm a_i)^2 = (\pm a_1 \pm \cdots \pm a_n)^2$.*

Bài toán 1.15 (Chính et al., 2022, 31., p. 16). *Chứng minh rằng:*

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b), \quad a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b), \quad \forall a, b \in \mathbb{R}.$$

Áp dụng: Tính $a^3 + b^3$ biết $ab = m$ & $a + b = n$ với $m, n \in \mathbb{R}$ cho trước. Tính $a^3 - b^3$ biết $ab = m$ & $a - b = k$ với $m, k \in \mathbb{R}$ cho trước.

1.4 Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử Bằng Phương Pháp Đặt Nhân Tử Chung

“Để phân tích 1 đa thức thành nhân tử, ta thường dùng các phương pháp: • Đặt nhân tử chung. • Dùng các hằng đẳng thức đáng nhớ. • Nhóm các hạng tử 1 cách thích hợp nhằm làm xuất hiện dạng hằng đẳng thức hoặc xuất hiện nhân tử chung mới. Để phân tích đa thức thành nhân tử, người ta còn dùng các phương pháp khác. Xem chuyên đề 1 số phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.” – Bình, 2012, p. 15

Bài toán 1.16 (Bình, 2012, Ví dụ 9, p. 15). *Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$.*

Bài toán 1.17 (Bình, 2012, Ví dụ 10, p. 15). *Cho $a + b + c = 0$. Rút gọn biểu thức $M = a^3 + b^3 + c(a^2 + b^2) - abc$.*

Bài toán 1.18 (Bình, 2012, Ví dụ 11, p. 16). *(a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$. (b) Phân tích đa thức sau thành nhân tử bằng cách áp dụng câu (a): $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$.*

Bài toán 1.19 (Bình, 2012, Ví dụ 12, p. 16). *Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (a) $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$; (b) $8(x + y + z)^3 - (x + y)^3 - (y + z)^3 - (z + x)^3$.*

Bài toán 1.20 (Bình, 2012, Ví dụ 13, p. 17). *Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $P = x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$.*

Bài toán 1.21 (Bình, 2012, Ví dụ 14, p. 17). *Xét hằng đẳng thức $(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$. Lần lượt cho x bằng $1, 2, \dots, n$ rồi cộng từng vế n đẳng thức trên để tính giá trị của biểu thức: $S = \sum_{i=1}^n i^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$.*

Bài toán 1.22 (Bình, 2012, 60., p. 18). *Phân tích thành nhân tử: (a) $(ab - 1)^2 + (a + b)^2$; (b) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$; (c) $x^3 - 4x^2 + 12x - 27$; (d) $x^4 - 2x^4 + 2x - 1$; (e) $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1$.*

Bài toán 1.23 (Bình, 2012, 61., p. 18). *Phân tích thành nhân tử: (a) $x^2 - 2x - 4y^2 - 4y$; (b) $x^4 + 2x^2 - 4x - 4$; (c) $x^2(1 - x^2) - 4 - 4x^2$; (d) $(1 + 2x)(1 - 2x) - x(x + 2)(x - 2)$; (e) $x^2 + y^2 - x^2y^2 + xy - x - y$.*

Bài toán 1.24 (Bình, 2012, 62., p. 18). *Chứng minh $199^3 - 199 \vdots 200$.*

Bài toán 1.25 (Bình, 2012, 63., p. 18). *Tính giá trị của biểu thức sau, biết $x^3 - x = 6$: $A = x^6 - 2x^4 + x^3 + x^2 - x$.*

Bài toán 1.26 (Bình, 2012, 64., p. 18). *Phân tích thành nhân tử:*

$$(a) a(b^2 + c^2 + bc) + b(c^2 + a^2 + ac) + c(a^2 + b^2 + ab);$$

$$(b) (a + b + c)(ab + bc + ca) - abc;$$

$$(c) a(a + 2b)^3 - b(2a + b)^3.$$

Bài toán 1.27 (Bình, 2012, 65., pp. 18–19). *Phân tích thành nhân tử:*

$$(a) ab(a + b) - bc(b + c) + ac(a - c);$$

$$(b) a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2) + c(a^2 + b^2) + 2abc;$$

$$(c) (a + b)(a^2 - b^2) + (b + c)(b^2 - c^2) + (c + a)(c^2 - a^2);$$

$$(d) a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b);$$

$$(d) a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b);$$

$$(e) a^3(c - b^2) + b^3(a - c^2) + c^3(b - a^2) + abc(abc - 1).$$

Bài toán 1.28 (Bình, 2012, 66., p. 19). *Phân tích thành nhân tử:*

$$(a) a(b + c)^2(b - c) + b(c + a)^2(c - a) + c(a + b)^2(a - b);$$

$$(b) a(b - c)^3 + b(c - a)^3 + c(a - b)^3;$$

$$(c) a^2b^2(a - b) + b^2c^2(b - c) + c^2a^2(c - a);$$

$$(d) a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2) + c(a^2 + b^2) - 2abc - a^3 - b^3 - c^3;$$

$$(e) a^4(b - c) + b^4(c - a) + c^4(a - b).$$

Bài toán 1.29 (Bình, 2012, 67., p. 19). *Phân tích thành nhân tử: (a) $(a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 - (b + c - a)^3 - (c + a - b)^3$; (b) $abc - (ab + bc + ca) + (a + b + c) - 1$.*

Bài toán 1.30 (Bình, 2012, 68., p. 19). Chứng minh rằng trong 3 số a, b, c , tồn tại 2 số bằng nhau, nếu: $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) = 0$.

Bài toán 1.31 (Bình, 2012, 69., p. 19). Chứng minh rằng nếu $a^2 + b^2 = 2ab$ thì $a = b$.

Bài toán 1.32 (Bình, 2012, 70., p. 19). Chứng minh rằng nếu $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ & a, b, c là các số dương thì $a = b = c$.

Bài toán 1.33 (Bình, 2012, 71., p. 19). Chứng minh rằng nếu $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 = 4abcd$ & a, b, c, d là các số dương thì $a = b = c = d$.

Bài toán 1.34 (Bình, 2012, 72., p. 19). Chứng minh rằng nếu $m = a + b + c$ thì $(am + bc)(bm + ac)(cm + ab) = (a + b)^2(b + c)^2(c + a)^2$.

Bài toán 1.35 (Bình, 2012, 73., p. 19). Cho $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$, $ac + bd = 0$. Chứng minh rằng $ab + cd = 0$.

Bài toán 1.36 (Bình, 2012, 74., p. 19). Xét hằng đẳng thức $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$. Lần lượt cho x bằng $1, 2, \dots, n$ rồi cộng từng vế n đẳng thức trên để tính giá trị của biểu thức $S_1 = 1 + 2 + \dots + n$.

Bài toán 1.37 (Bình, 2012, 75., p. 19). Bằng phương pháp tương tự như ở ví dụ 14 & 74, tính giá trị của biểu thức $S_3 = \sum_{i=1}^n i^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3$.

1.5 Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử Bằng Phương Pháp Dùng Hằng Đẳng Thức

1.6 Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử Bằng Phương Pháp Nhóm Hạng Tử

1.7 Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử Bằng Cách Phối Hợp Nhiều Phương Pháp

Bài toán 1.38 (Chính et al., 2022, 58., p. 25). Chứng minh rằng $n^3 - n \vdots 6$, $\forall n \in \mathbb{Z}$.

1.8 Chia Đơn Thức Cho Đơn Thức

1.9 Chia Đa Thức Cho Đơn Thức

1.10 Chia Đa Thức 1 Biến Đã Sắp Xếp

2 Phân Thức Đại Số

2.1 Phân Thức Đại Số

2.2 Tính Chất Cơ Bản của Phân Thức

2.3 Rút Gọn Phân Thức

2.4 Quy Đồng Mẫu thức Nhiều Phân Thức

2.5 Phép Cộng Các Phân Thức Đại Số

2.6 Phép Trừ Các Phân Thức Đại Số

2.7 Phép Nhân Các Phân Thức Đại Số

2.8 Phép Chia Các Phân Thức Đại Số

2.9 Biến Đổi Các Biểu Thức Hữu Tỷ. Giá Trị của Phân Thức

3 Phương Trình Đại Số 1 Ẩn – Algebraic Equation with 1 Unknown

3.1 Mở Đầu về Phương Trình

3.2 Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn & Cách Giải

3.3 Phương Trình Đưa Được về Dạng $ax + b = 0$

3.4 Phương Trình Tích

3.5 Phương Trình Chứa Ẩn ở Mẫu

3.6 Giải Bài Toán Bằng Cách Lập Phương Trình

4 Bất Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn – Algebraic Inequation with 1 Unknown

4.1 Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Cộng

4.2 Liên Hệ Giữa Thứ Tự & Phép Nhân

4.3 Bất Phương Trình 1 Ẩn

4.4 Bất Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn

4.5 Phương Trình Chứa Dấu Giá Trị Tuyệt Đối

5 Tứ Giác

5.1 Tứ Giác

5.2 Hình Thang

5.3 Hình Thang Cân

5.4 Đường Trung Bình của Tam Giác, của Hình Thang

5.5 Dựng Hình Bằng Thước & Compa. Dựng Hình thang

5.6 Đối Xứng Trục

5.7 Hình Bình Hành

5.8 Đối Xứng Tâm

8.1 Hình Hộp Chữ Nhật**8.2 Thể Tích của Hình Hộp Chữ Nhật****8.3 Hình Lăng Trụ Đứng****8.4 Diện Tích Xung Quanh của Hình Lăng Trụ Đứng****8.5 Thể Tích của Hình Lăng Trụ Đứng****B – Hình Chóp Đều****8.6 Hình Chóp Đều & Hình Chóp Cụt Đều****8.7 Diện Tích Xung Quanh của Hình Chóp Đều****8.8 Thể Tích của Hình Chóp Đều****Tài liệu**

Bình, Vũ Hữu (2012). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 8, tập 1*. Tái bản lần thứ 8. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 240.
Chính, Phan Đức et al. (2022). *Toán 8, tập 1*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 136.