

1st-Order Polynomial Equation with 1 Variable

Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 5 tháng 2 năm 2023

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about 1st-order polynomial equation with 1 variable. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 8, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/1st order polynomial equation with 1 variable](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_polynomial_equation_with_1_variable)².

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về phương trình bậc nhất 1 ẩn. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 8. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/1st order polynomial equation with 1 variable](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_polynomial_equation_with_1_variable).

Mục lục

1 Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn & Cách Giải	1
2 Phương Trình Đưa Được Về Dạng $ax + b = 0$	2
3 Phương Trình Tích	3
4 Phương Trình Chứa Ẩn Ở Mẫu	4
5 Giải Bài Toán Bằng Cách Lập Phương Trình	4
Tài liệu	4

1 Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn & Cách Giải

Định nghĩa 1.1 (Phương trình bậc nhất 1 ẩn). *Phương trình dạng $ax + b = 0$, với $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, là 2 số đã cho, được gọi là phương trình bậc nhất 1 ẩn.*

Bài toán 1. *Biện luận theo các tham số $a, b \in \mathbb{R}$ để giải phương trình bậc nhất 1 ẩn $ax + b = 0$.*

Bài toán 2 (Thân et al., 2022, 2., p. 5). *Thử lại & cho biết các khẳng định sau có đúng không? (a) $x^3 + 3x = 2x^2 - 3x + 1 \Leftrightarrow x = -1$; (b) $(z - 2)(z^2 + 1) = 2z + 5 \Leftrightarrow z = 3$.*

Bài toán 3 (Thân et al., 2022, 4., pp. 5–6). *Trong 1 cửa hàng bán thực phẩm, Tâm thấy cô bán hàng dùng 1 chiếc cân đĩa. 1 bên đĩa cô đặt 1 quả cân 500g, bên đĩa kia, cô đặt 2 gói hàng như nhau & 3 quả cân nhỏ, mỗi quả 50g thì cân thăng bằng. Nếu khối lượng mỗi gói hàng là x g thì điều đó có thể được mô tả bởi phương trình nào?*

Bài toán 4 (Thân et al., 2022, 5., p. 6). *Chứng minh phương trình $2mx - 5 = -x + 6m - 2$ luôn luôn nhận $x = 3$ làm nghiệm, dù m lấy bất cứ giá trị nào? Phương trình còn nghiệm nào khác $x = 3$ hay không?*

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/NQBH_elementary_mathematics_grade_8.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_polynomial_equation_1_variable/NQBH_1st_order_polynomial_equation_1_variable.pdf.

Bài toán 5 (Thân et al., 2022, 6., p. 6). Cho 2 phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$ (1); $x + (x - 2)(2x + 1) = 2$. (a) Chứng minh 2 phương trình có nghiệm chung là $x = 2$. (b) Chứng minh $x = 3$ là nghiệm của (1) nhưng không là nghiệm của (2). (c) 2 phương trình đã cho có tương đương với nhau không, vì sao?

Bài toán 6 (Thân et al., 2022, 7., p. 6). Tại sao có thể kết luận tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x} + 1 = 2\sqrt{-x}$ là \emptyset ?

Nhận xét 1.1. 1 phương trình đại số có chứa các biểu thức \sqrt{x} & $\sqrt{-x}$ chỉ có thể nhận $x = 0$ là nghiệm. Nếu $x = 0$ không là nghiệm của phương trình đó, thì phương trình đó vô nghiệm.

Bài toán 7 (Thân et al., 2022, 8., p. 6). Chứng minh phương trình $x + |x| = 0$ nghiệm đúng với mọi $x \leq 0$.

Bài toán 8 (Thân et al., 2022, 9., p. 6). Cho phương trình $(m^2 + 5m + 4)x^2 = m + 4$, trong đó $m \in \mathbb{R}$. Chứng minh: (a) Khi $m = -4$, phương trình nghiệm đúng với mọi giá trị của ẩn. (b) Khi $m = -1$, phương trình vô nghiệm. (c) Khi $m = -2$ hoặc $m = -3$, phương trình cũng vô nghiệm. (d) Khi $m = 0$, phương trình nhận $x = \pm 1$ là nghiệm.

Bài toán 9 (Thân et al., 2022, 12, p. 6). Tìm giá trị của m sao cho phương trình $2x + m = x - 1$ nhận $x = -2$ làm nghiệm.

Bài toán 10 (Mở rộng Thân et al., 2022, 12, p. 6). Tìm giá trị của m sao cho phương trình $ax + m = bx + c$ nhận $x = x_0$ làm nghiệm với $a, b, c, x_0 \in \mathbb{R}$ cho trước.

2 Phương Trình Đưa Được Về Dạng $ax + b = 0$

Chỉ xét các phương trình $f(x) = g(x)$ mà 2 vế của chúng là 2 biểu thức hữu tỷ của ẩn, không chứa ẩn ở mẫu & có thể đưa được về dạng $ax + b = 0$ hay $ax = -b$.

Bài toán 11. Biện luận theo cách tham số $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ cho trước để giải phương trình bậc nhất 1 ẩn $ax + b = cx + d$.

Bài toán 12. Biện luận theo cách tham số $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j \in \mathbb{R}$ cho trước để giải phương trình bậc nhất 1 ẩn:

$$\frac{ax+b}{c} + dx + e = \frac{fx+g}{h} + ix + j.$$

Bài toán 13 (Chính et al., 2022, Ví dụ 3, p. 11). Giải phương trình $\frac{(3x-1)(x+2)}{3} - \frac{2x^2+1}{2} = \frac{11}{2}$.

Bài toán 14 (Mở rộng Chính et al., 2022, Ví dụ 3, p. 11). Giải phương trình $\frac{(ax+b)(cx+d)}{e} + \frac{fx^2+gx+h}{i} = jx + k$ với $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k \in \mathbb{R}$ thỏa $\frac{ac}{e} + \frac{f}{i} = 0$.

Nhận xét 2.1. Điều kiện $\frac{ac}{e} + \frac{f}{i} = 0$ nhằm mục đích triệt tiêu hệ số của x^2 để quy phương trình đã cho về phương trình bậc nhất 1 ẩn.

Bài toán 15 (Thân et al., 2022, 21., p. 8). Tìm điều kiện của x để giá trị của mỗi phân thức sau được xác định: (a) $A = \frac{3x+2}{2(x-1)-3(2x+1)}$; (b) $B = \frac{0.5(x+3)-2}{1.2(x+0.7)-4(0.6x+0.9)}$.

Bài toán 16 (Thân et al., 2022, 22., p. 8). Giải phương trình: (a) $\frac{5(x-1)+2}{6} - \frac{7x-1}{4} = \frac{2(2x+1)}{7} - 5$; (b) $\frac{3(x-3)}{4} + \frac{4x-10.5}{10} = \frac{3(x+1)}{5} + 6$; (c) $\frac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{3x+2}{10}$; (d) $\frac{x+1}{3} + \frac{3(2x+1)}{4} = \frac{2x+3(x+1)}{6} + \frac{7+12x}{12}$.

Bài toán 17 (Thân et al., 2022, 23., p. 8). Tìm giá trị của k sao cho: (a) Phương trình $(2x+1)(9x+2k) - 5(x+2) = 40$ có nghiệm $x = 2$, $x = x_0 \in \mathbb{R}$ cho trước. (b) Phương trình $2(2x+1) + 18 = 3(x+2)(2x+k)$ có nghiệm $x = 1$, $x = x_0 \in \mathbb{R}$ cho trước.

Bài toán 18 (Thân et al., 2022, 24., p. 8). Tìm các giá trị của x sao cho 2 biểu thức A & B cho sau đây có giá trị bằng nhau: (a) $A = (x-3)(x+4) - 2(3x-2)$, $B = (x-4)^2$; (b) $A = (x+2)(x-2) + 3x^2$, $B = (2x+1)^2 + 2x$; (c) $A = (x-1)(x^2+x+1) - 2x$, $B = x(x-1)(x+1)$; (d) $A = (x+1)^3 - (x-2)^3$, $B = (3x-1)(3x+1)$.

Bài toán 19 (Thân et al., 2022, 25., p. 9). Giải phương trình: (a) $\frac{2x}{3} + \frac{2x-1}{6} = 4 - \frac{x}{3}$; (b) $\frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{4} = 1 - \frac{2(x-1)}{3}$; (c) $\frac{2-x}{2001} - 1 = \frac{1-x}{2002} - \frac{x}{2003}$.

Bài toán 20 (Thân et al., 2022, 3.1., p. 9). Cho 2 phương trình: $\frac{7x}{8} - 5(x-9) = \frac{1}{6}(20x+1.5)$ (1), $2(a-1)x - a(x-1) = 2a+3$ (2). (a) Chứng minh phương trình (1) có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm đó; (b) Giải phương trình (2) khi $a = 2$; (c) Tìm giá trị của a để phương trình (2) có 1 nghiệm bằng $\frac{1}{3}$ nghiệm của phương trình (1).

Bài toán 21 (Thân et al., 2022, 3.2., p. 9). Bằng cách đặt ẩn phụ, giải phương trình: (a) $\frac{6(16x+3)}{7} - 8 = \frac{3(16x+3)}{7} + 7$. Hint: Đặt $u = \frac{16x+3}{7}$. (b) $(\sqrt{2}+2)(x\sqrt{2}-1) = 2x\sqrt{2} - \sqrt{2}$. Hint: Đặt $u = x\sqrt{2} - 1$. (c) $0.05\left(\frac{2x-2}{2009} + \frac{2x}{2010} + \frac{2x+2}{2011}\right) = 3.3 - \left(\frac{x-1}{2009} + \frac{x}{2010} + \frac{x+1}{2011}\right)$. Hint: Đặt $u = \frac{x-1}{2009} + \frac{x}{2010} + \frac{x+1}{2011}$.

3 Phương Trình Tích

Bài toán 22. *Biện luận theo các tham số $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ cho trước để giải phương trình: (a) $(ax + b)(cx + d) = 0$. (b) $(ax + b)(cx + d)(ex + f) = 0$.*

Tổng quát hơn:

Bài toán 23 (Phương trình tích các phương trình bậc nhất 1 ẩn). *Biện luận theo các tham số $a_i, b_i, i = 1, \dots, n$ cho trước để giải phương trình: $\prod_{i=1}^n (a_i x + b_i) = (a_1 x + b_1)(a_2 x + b_2) \cdots (a_n x + b_n) = 0$.*

Bài toán 24 (Phương trình tích các phương trình bậc nhất 1 ẩn x & y). *Biện luận theo các tham số $a_i, b_i, i = 1, \dots, n, c_j, d_j, j = 1, \dots, m$, cho trước để giải phương trình: $\prod_{i=1}^n (a_i x + b_i) \prod_{j=1}^m (c_j y + d_j) = (a_1 x + b_1)(a_2 x + b_2) \cdots (a_n x + b_n)(c_1 y + d_1)(c_2 y + d_2) \cdots (c_m y + d_m) = 0$.*

Bài toán 25. *Giải phương trình $(x^2 - 1) + (x + 1)(x - 2) = 0$.*

Bài toán 26 (Chính et al., 2022, Ví dụ 2, p. 16). *Giải phương trình $(x + 1)(x + 4) = (2 - x)(2 + x)$.*

Bài toán 27 (Chính et al., 2022, ?3, p. 16). *Giải phương trình $(x - 1)(x^2 + 3x - 2) - (x^3 - 1) = 0$.*

Bài toán 28 (Chính et al., 2022, Ví dụ 3, p. 16). *Giải phương trình $2x^3 = x^2 + 2x - 1$.*

Bài toán 29 (Chính et al., 2022, ?4, p. 17). *Giải phương trình $(x^3 + x^2) + (x^2 + x) = 0$.*

Bài toán 30 (Chính et al., 2022, 21., p. 17). *Giải phương trình: (a) $(3x - 2)(4x + 5) = 0$; (b) $2.3x - 6.9)(0.1x + 2) = 0$; (c) $(4x + 2)(x^2 + 1) = 0$; (d) $(2x + 7)(x - 5)(5x + 1) = 0$.*

Bài toán 31 (Chính et al., 2022, 22., p. 17). *Bằng cách phân tích về trái thành nhân tử, giải các phương trình sau: (a) $2x(x - 3) + 5(x - 3) = 0$; (b) $(x^2 - 4) + (x - 2)(3 - 2x) = 0$; (c) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$; (d) $x(2x - 7) - 4x + 14 = 0$; (e) $(2x - 5)^2 - (x + 2)^2 = 0$; (f) $x^2 - x - (3x - 3) = 0$.*

Bài toán 32 (Chính et al., 2022, 23., p. 17). *Giải phương trình: (a) $x(2x - 9) = 3x(x - 5)$; (b) $0.5x(x - 3) = (x - 3)(1.5x - 1)$; (c) $3x - 15 = 2x(x - 5)$; (d) $\frac{3}{7}x - 1 = \frac{1}{7}x(3x - 7)$.*

Bài toán 33 (Chính et al., 2022, 24., p. 17). *Giải phương trình: (a) $(x^2 - 2x + 1) - 4 = 0$; (b) $x^2 - x = -2x + 2$; (c) $4x^2 + 4x + 1 = x^2$; (d) $x^2 - 5x + 6 = 0$.*

Bài toán 34 (Chính et al., 2022, 25., p. 17). *Giải phương trình: (a) $2x^3 + 6x^2 = x^2 + 3x$; (b) $(3x - 1)(x^2 + 2) = (3x - 1)(7x - 10)$.*

Bài toán 35 (Thân et al., 2022, 26., pp. 9-10). *Giải phương trình: (a) $(4x - 10)(24 + 5x) = 0$; (b) $(3.5 - 7x)(0.1x + 2.3) = 0$; (c) $(3x - 2) \left(\frac{2(x+3)}{7} - \frac{4x-3}{5} \right) = 0$; (d) $(3.3 - 11x) \left(\frac{7x+2}{5} + \frac{2(1-3x)}{3} \right) = 0$.*

Bài toán 36 (Thân et al., 2022, 27., p. 10). *Giải phương trình: (a) $(\sqrt{3} - x\sqrt{5})(2x\sqrt{2} + 1) = 0$; (b) $(2x - \sqrt{7})(x\sqrt{10} + 3) = 0$; (c) $(2 - 3x\sqrt{5})(2.5x + \sqrt{2}) = 0$; (d) $(\sqrt{13} + 5x)(3.4 - 4x\sqrt{17}) = 0$.*

Bài toán 37 (Thân et al., 2022, 28., p. 10). *Giải phương trình: (a) $(x - 1)(5x + 3) = (3x - 8)(x - 1)$; (b) $3x(25x + 15) - 35(5x + 3) = 0$; (c) $(2 - 3x)(x + 11) = (3x - 2)(2 - 5x)$; (d) $(2x^2 + 1)(4x - 3) = (2x^2 + 1)(x - 12)$; (e) $(2x - 1)^2 + (2 - x)(2x - 1) = 0$; (f) $(x + 2)(3 - 4x) = x^2 + 4x + 4$.*

Bài toán 38 (Thân et al., 2022, 29., p. 10). *Giải phương trình: (a) $(x - 1)(x^2 + 5x - 2) - (x^3 - 1) = 0$; (b) $x^2 + (x + 2)(11x - 7) = 4$; (c) $x^3 + 1 = x(x + 1)$; (d) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$.*

Bài toán 39 (Thân et al., 2022, 30., p. 10). *Giải các phương trình bậc 2 sau bằng cách đưa về dạng phương trình tích: (a) $x^2 - 3x + 2 = 0$; (b) $-x^2 + 5x - 6 = 0$; (c) $4x^2 - 12x + 5 = 0$; (d) $2x^2 + 5x + 3 = 0$.*

Bài toán 40 (Thân et al., 2022, 31., p. 10). *Giải các phương trình sau bằng cách đưa về dạng phương trình tích: (a) $(x - \sqrt{2}) + 3(x^2 - 2) = 0$; (b) $x^2 - 5 = (2x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$.*

Bài toán 41 (Thân et al., 2022, 32., p. 10). *Cho phương trình $(3x + 2k - 5)(x - 3k + 1) = 0$, trong đó $k \in \mathbb{R}$. (a) Tìm các giá trị của k sao cho 1 trong các nghiệm của phương trình là $x = 1$. (b) Với mỗi giá trị của k tìm được ở câu (a), giải phương trình đã cho.*

Bài toán 42 (Thân et al., 2022, 33., p. 11). *Biết $x = -2$ là 1 trong các nghiệm của phương trình $x^3 + ax^2 - 4x - 4 = 0$. (a) Xác định giá trị của a . (b) Với a vừa tìm được ở (a) tìm các nghiệm còn lại của phương trình bằng cách đưa phương trình đã cho về dạng phương trình tích.*

Bài toán 43 (Thân et al., 2022, 34., p. 11). *Cho biểu thức 2 biến $f(x, y) = (2x - 3y + 7)(3x + 2y - 1)$. (a) Tìm các giá trị của y sao cho phương trình (ẩn x) $f(x, y) = 0$, nhận $x = -3$ làm nghiệm. (b) Tìm các giá trị của x sao cho phương trình (ẩn y) $f(x, y) = 0$ nhận $y = 2$ làm nghiệm.*

4 Phương Trình Chứa Ẩn Ở Mẫu

5 Giải Bài Toán Bằng Cách Lập Phương Trình

Tài liệu

Chính, Phan Đức, Tôn Thân, Nguyễn Huy Doan, Lê Văn Hồng, Trương Công Thành, and Nguyễn Hữu Thảo (2022). *Toán 8 Tập 2*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 133.

Thân, Tôn, Nguyễn Huy Doan, Lê Văn Hồng, Trần Hữu Nam, Trương Công Thành, and Nguyễn Hữu Thảo (2022). *Bài Tập Toán 8 Tập 2*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 192.