

Problem: Trigonometry – Bài Tập Lượng Giác

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 7 tháng 5 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Mục lục

| | |
|--|---|
| 1 Hệ Thức về Cạnh & Đường Cao Trong Tam Giác Vuông | 1 |
| 2 Tỷ Số Lượng Giác của Góc Nhọn | 2 |
| 3 Hệ Thức về Cạnh & Góc Trong Tam Giác Vuông | 2 |
| 4 Miscellaneous | 2 |
| Tài liệu | 2 |

1 Hệ Thức về Cạnh & Đường Cao Trong Tam Giác Vuông

Bài toán 1 ([Tuy23], Thí dụ 1, p. 103). Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ$, 2 đường chéo vuông góc với nhau tại H . Biết $AB = 3\sqrt{5}$ cm, $HA = 3$ cm. Chứng minh: (a) $HA : HB : HC : HD = 1 : 2 : 4 : 8$. (b) $\frac{1}{AB^2} - \frac{1}{CD^2} = \frac{1}{HB^2} - \frac{1}{HC^2}$.

Bài toán 2 ([Tuy23], 1., p. 105). Cho hình thang $ABCD$, $AB \parallel CD$, 2 đường chéo vuông góc với nhau. Biết $AC = 16$ cm, $BD = 12$ cm. Tính chiều cao của hình thang.

Bài toán 3 ([Tuy23], 2., p. 105). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH , đường phân giác AD . Biết $BH = 63$ cm, $CH = 112$ cm, tính HD .

Bài toán 4 ([Tuy23], 3., p. 105). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . 2 đường trung tuyến AD, BE vuông góc với nhau tại G . Biết $AB = \sqrt{6}$ cm. Tính cạnh huyền BC .

Bài toán 5 ([Tuy23], 4., p. 105). Gọi a, b, c là các cạnh của 1 tam giác vuông, h là đường cao ứng với cạnh huyền a . Chứng minh tam giác có các cạnh $a + h, b + c$, & h cũng là 1 tam giác vuông.

Bài toán 6 ([Tuy23], 5., p. 105). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Gọi I, K thứ tự là hình chiếu của H trên AB, AC . Đặt $c = AB$, $b = AC$. (a) Tính AI, AK theo b, c . (b) Chứng minh $\frac{BI}{CK} = \frac{c^3}{b^3}$.

Bài toán 7 ([Tuy23], 6., p. 105). Cho $\triangle ABC$, $AB = 1$, $\widehat{A} = 105^\circ$, $\widehat{B} = 60^\circ$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = 1$. Vẽ $ED \parallel AB$, $D \in AC$. Chứng minh: $\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{4}{3}$.

Bài toán 8 ([Tuy23], 7., p. 105). Cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 2BC$. Trên cạnh BC lấy điểm E . Tia AE cắt đường thẳng CD tại F . Chứng minh: $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{4AF^2}$.

Bài toán 9 ([Tuy23], 8., p. 105). Cho 3 đoạn thẳng có độ dài a, b, c . Dựng đoạn thẳng x sao cho $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

Bài toán 10 ([Tuy23], 9., p. 105). Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{A} = 120^\circ$. 1 đường thẳng d không cắt các cạnh của hình thoi. Chứng minh: tổng các bình phương hình chiếu của 4 cạnh với 2 lần bình phương hình chiếu của đường chéo AC trên đường thẳng d không phụ thuộc vào vị trí của đường thẳng d .

Bài toán 11 ([Tuy23], 10., p. 106). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Từ 1 điểm O ở trong tam giác ta vẽ $OD \perp BC$, $OE \perp CA$, $OF \perp AB$. Xác định vị trí của O để $OD^2 + OE^2 + OF^2$ nhỏ nhất.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyentuanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

Bài toán 12 ([Bìn+23], Ví dụ 1, p. 5). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB : AC = 3 : 4$ & $AB + AC = 21$ cm. (a) Tính các cạnh của $\triangle ABC$. (b) Tính độ dài các đoạn AH, BH, CH .

Bài toán 13 (Mở rộng [Bìn+23], Ví dụ 1, p. 5). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB : AC = m : n$ & $AB + AC = p$ cm. (a) Tính các cạnh của $\triangle ABC$. (b) Tính độ dài các đoạn AH, BH, CH .

Bài toán 14 ([Bìn+23], Ví dụ 2, p. 6). Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $\widehat{B} = 60^\circ$, $CD = 30$ cm, $CA \perp CB$. Tính diện tích của hình thang.

Bài toán 15 ([Bìn+23], Ví dụ 3, p. 7). Cho $\triangle ABC$ nhọn, đường cao CK , H là trực tâm. Gọi M là 1 điểm trên CK sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$. S, S_1, S_2 theo thứ tự là diện tích các $\triangle AMB, \triangle ABC, \triangle ABH$. Chứng minh $S = \sqrt{S_1 S_2}$.

Bài toán 16 ([Bìn+23], 1.1., p. 7). Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A & điểm M nằm giữa B & C . Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của điểm M lên AB, AC . Chứng minh $MB^2 + MC^2 = 2MA^2$.

Bài toán 17 ([Bìn+23], 1.2., p. 7). Cho hình chữ nhật $ABCD$ & điểm O nằm trong hình chữ nhật đó. Chứng minh $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$.

Bài toán 18 ([Bìn+23], 1.3., p. 8). Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 6$ cm, $CD = 8$ cm. Đường thẳng kẻ từ D vuông góc với AC tại E , cắt cạnh AB tại F . Tính độ dài các đoạn thẳng DE, DF, AE, CE, AF, BF .

Bài toán 19 ([Bìn+23], 1.4., p. 8). Cho $\triangle ABC$ có $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $AC = 5$ cm. Đường cao, đường phân giác, đường trung tuyến của tam giác kẻ từ đỉnh B chia tam giác thành 4 gam giác không có điểm trong chung. Tính diện tích của mỗi tam giác đó.

Bài toán 20 ([Bìn+23], 1.5., p. 8). Trong 1 tam giác vuông tỷ số giữa đường cao & đường trung tuyến kẻ từ đỉnh góc vuông bằng $40 : 41$. Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác đó, biết cạnh huyền bằng $\sqrt{41}$ cm.

Bài toán 21 ([Bìn+23], 1.6., p. 8). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Kẻ $HE \perp AB$, $HF \perp AC$. Gọi O là giao điểm của AH & EF . Chứng minh $HB \cdot HC = 4OE \cdot OF$.

Bài toán 22 ([Bìn+23], 1.7., p. 8).

Bài toán 23 ([Bìn+23], 1.8., p. 8).

Bài toán 24 ([Bìn+23], 1.9., p. 8).

Bài toán 25 ([Bìn+23], 1.10., p. 8).

Bài toán 26 ([Bìn+23], 1.11., p. 8).

Bài toán 27 ([Bìn+23], 1.12., p. 8).

Bài toán 28 ([Bìn+23], 1.13., p. 9).

Bài toán 29 ([Bìn+23], 1.14., p. 9).

Bài toán 30 ([Bìn+23], 1.15., p. 9).

Bài toán 31 ([Bìn+23], 1.16., p. 9).

2 Tỷ Số Lượng Giác của Góc Nhọn

3 Hệ Thức về Cạnh & Góc Trong Tam Giác Vuông

4 Miscellaneous

Tài liệu

[Bìn+23] Vũ Hữu Bình, Nguyễn Ngọc Đàm, Nguyễn Bá Dang, Lê Quốc Hán, and Hồ Quang Vinh. *Tài Liệu Chuyên Toán Trung Học Cơ Sở Toán 9. Tập 2: Hình Học*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 240.

[Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 9*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 340.