

# Fraction – Phân Số

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 28 tháng 12 năm 2022

## Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about fraction. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 6, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/lecture)<sup>1</sup>. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/fraction](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/fraction)<sup>2</sup>.

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về phân số. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 6. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/fraction](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/fraction).

## Mục lục

|    |                                                                                          |   |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 1  | Phân Số. Tính chất Cơ Bản của Phân Số. Rút Gọn Phân Số . . . . .                         | 2 |
| 2  | Quy Đồng Mẫu Số Nhiều Phân Số. So Sánh Phân Số. Hỗn Số Dương . . . . .                   | 4 |
| 3  | 1 Số Phương Pháp Đặc Biệt để So Sánh 2 Phân Số . . . . .                                 | 5 |
| 4  | $\pm$ Phân Số . . . . .                                                                  | 5 |
| 5  | $;$ , $:$ Phân Số . . . . .                                                              | 5 |
| 6  | Tổng Các Phân Số Viết Theo Quy Luật . . . . .                                            | 5 |
| 7  | Số Thập Phân. Làm Tròn Số Thập Phân. Các Phép Tính với Số Thập Phân . . . . .            | 5 |
| 8  | Tìm Giá Trị Phân Số của 1 Số Cho Trước. Tìm 1 Số Biết Giá Trị 1 Phân Số của Nó . . . . . | 5 |
| 9  | Tìm Tỷ Số & Tỷ Số % của 2 Đại Lượng . . . . .                                            | 5 |
| 10 | Toán về Công Việc Làm Đồng Thời . . . . .                                                | 5 |
| 11 | Miscellaneous . . . . .                                                                  | 5 |
|    | Tài liệu . . . . .                                                                       | 5 |

---

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_mathematics/grade\\_6/NQBH\\_elementary\\_mathematics\\_grade\\_6.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/NQBH_elementary_mathematics_grade_6.pdf).

<sup>2</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_mathematics/grade\\_6/fraction/NQBH\\_fraction.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/fraction/NQBH_fraction.pdf).

# 1 Phân Số. Tính chất Cơ Bản của Phân Số. Rút Gọn Phân Số

“**1.** Ta gọi  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$  là 1 *phân số*,  $a$  là *tử*,  $b$  là *mẫu* của phân số. Ta có thể viết thương của phép chia  $a \in \mathbb{Z}$  cho  $b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$  dưới dạng  $\frac{a}{b}$  & cũng gọi  $\frac{a}{b}$  là phân số.  $a \in \mathbb{Z}$  có thể viết dưới dạng phân số  $\frac{a}{1}$ . **2.** 2 phân số bằng nhau. Cho  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ ,  $d \neq 0$ . Nếu  $ad = bc$  thì  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , ngược lại nếu  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì  $ad = bc$ . **3.** 2 tính chất cơ bản của phân số:  $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$ ,  $\forall a, b, m \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ ,  $m \neq 0$ .  $\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}$ ,  $\forall a, b, n \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ ,  $n \in \text{ƯC}(a, b)$ . **4.** Rút gọn phân số: Muốn rút gọn 1 phân số, ta chia cả tử & mẫu của phân số đó cho 1 ước chung khác  $\pm 1$  của chúng. Phân số tối giản là phân số mà tử & mẫu chỉ có ước chung là  $\pm 1$ , i.e.,  $\frac{a}{b}$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ ,  $\text{ƯCLN}(a, b) = 1$ . **5.** Nếu đổi dấu cả tử & mẫu của 1 phân số thì được 1 phân số mới bằng phân số đã cho.  $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$ ,  $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ ,  $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ . **6.** Nếu  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản thì mọi phân số bằng nó đều có dạng  $\frac{am}{bm}$  với  $m \in \mathbb{Z}$  &  $m \neq 0$ .” – Tuyên, 2022, Chap. 3, §1, p. 45

“Số có dạng  $\frac{a}{b}$  trong đó  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$  được gọi là *phân số*. Số nguyên  $n \in \mathbb{Z}$  được đồng nhất với phân số  $\frac{n}{1}$ . Tính chất cơ bản của phân số:  $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{a:n}{b:n}$  với  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$ ,  $n \in \text{ƯC}(a, b)$ . Nếu  $\text{ƯCLN}(|a|, |b|) = 1$  thì  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Nếu  $\frac{m}{n}$  là dạng tối giản của phân số  $\frac{a}{b}$  thì tồn tại số nguyên  $k \in \mathbb{Z}$  sao cho  $a = mk$ ,  $b = nk$ .” – Bình, 2022, Chap. III, §1, p. 4

**Bài toán 1** (Tuyên, 2022, Ví dụ 49, p. 45). Cho  $A = \{-5, 0, 9\}$ . Viết tất cả các phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in A$ . Có bao nhiêu phân số thỏa mãn?

*Giải.* Số 0 không thể lấy làm mẫu của phân số. Lấy  $-5$  làm mẫu:  $\frac{-5}{-5}, \frac{0}{-5}, \frac{9}{-5}$ . Lấy 9 làm mẫu:  $\frac{-5}{9}, \frac{0}{9}, \frac{9}{9}$ . Có 6 phân số thỏa mãn.  $\square$

**Bài toán 2** (Mở rộng Tuyên, 2022, Ví dụ 49, p. 45). Cho  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \subset \mathbb{Z}$ . Viết tất cả các phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in A$ . Có bao nhiêu phân số thỏa mãn?

*Giải.* Xét 2 trường hợp: (a) Nếu  $0 \notin A$ , i.e.,  $a_i \neq 0$ ,  $\forall i = 1, \dots, n$ . Tất cả các phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in A$ :  $\frac{a_i}{a_j}$ ,  $\forall i, j = 1, \dots, n$ , có tổng cộng  $n^2$  phân số thỏa mãn. (b) Nếu  $0 \in A$ , i.e., tồn tại chỉ số  $k \in \{1, \dots, n\}$  sao cho  $a_k = 0$ , ngoài ra  $a_i \neq 0$ ,  $\forall i = 1, \dots, n$ ,  $i \neq k$  (vì  $A$  là 1 tập hợp nên không có các phần tử trùng nhau). Tất cả các phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in A$ :  $\frac{a_i}{a_j}$ ,  $\forall i, j = 1, \dots, n$ ,  $j \neq k$  có tổng cộng  $n(n-1) = n^2 - n$  phân số thỏa mãn.  $\square$

**Nhận xét 1.1.** “Mẫu của 1 phân số phải khác 0 nhưng tử của phân số có thể bằng 0, khi đó giá trị của phân số đúng bằng 0, i.e.,  $\frac{0}{b} = 0$ ,  $\forall b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ . Tử & mẫu của 1 phân số có thể bằng nhau, khi đó giá trị của phân số đúng bằng 1, i.e.,  $\frac{a}{a} = 1$ ,  $\forall a \in \mathbb{Z}$ ,  $a \neq 0$ .” – Tuyên, 2022, p. 46

**Bài toán 3** (Tuyên, 2022, Ví dụ 50, p. 46). Viết tập hợp  $B$  các phân số bằng phân số  $\frac{7}{-15}$  với mẫu dương có 2 chữ số.

*Giải.*  $\frac{7}{-15} = -\frac{7}{15}$ . Phân số này là 1 phân số tối giản với mẫu dương. Mọi phân số bằng nó đều có dạng  $-\frac{7m}{15m}$  với  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$ . Mẫu số của các phân số cần phải tìm là 1 số có 2 chữ số nên chọn  $m \in \mathbb{Z}$  sao cho  $10 \leq 15m \leq 99$ , suy ra<sup>3</sup>  $1 \leq m \leq 6$ , i.e.,  $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Vậy  $B = \{-\frac{7}{15}, -\frac{14}{30}, -\frac{21}{45}, -\frac{28}{60}, -\frac{35}{75}, -\frac{42}{90}\}$ .  $\square$

**Bài toán 4** (Mở rộng Tuyên, 2022, Ví dụ 50, p. 46). Cho trước  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ , &  $n \in \mathbb{N}^*$ . Viết tập hợp  $B$  các phân số bằng phân số  $\frac{a}{b}$  với mẫu dương có  $n$  chữ số.

**Bài toán 5** (Tuyên, 2022, Ví dụ 51, p. 46). Tìm phân số bằng phân số  $\frac{32}{60}$ , biết tổng của tử & mẫu là 115.

*Giải.* Có  $\frac{32}{60} = \frac{8}{15} = \frac{8m}{15m}$ ,  $\forall m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$ . Tổng của tử & mẫu là 115  $\Rightarrow 8m + 15m = 115 \Rightarrow 23m = 115 \Rightarrow m = \frac{115}{23} = 5$ . Phân số cần tìm:  $\frac{8 \cdot 5}{15 \cdot 5} = \frac{40}{75}$ .  $\square$

**Nhận xét 1.2.** “Nếu không rút gọn phân số  $\frac{32}{60}$  thành phân số tối giản  $\frac{8}{15}$  mà khẳng định các phân số bằng phân số  $\frac{32}{60}$  có dạng  $\frac{32m}{60m}$  thì sẽ mắc sai lầm là bỏ sót rất nhiều phân số bằng phân số  $\frac{32}{60}$  do đó không thể tìm được đáp số của bài toán trên.” – Tuyên, 2022, p. 46

**Bài toán 6** (Mở rộng Tuyên, 2022, Ví dụ 51, p. 46). Cho trước  $a, b, n \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ . Tìm phân số bằng phân số  $\frac{a}{b}$ , biết tổng của tử & mẫu là  $n$ .

**Bài toán 7** (Tuyên, 2022, 236., p. 47). Trong các phân số sau, những phân số nào bằng nhau?  $\frac{15}{60}, \frac{-7}{5}, \frac{6}{15}, \frac{28}{-20}, \frac{3}{12}$ .

**Bài toán 8** (Tuyên, 2022, 237., p. 47). Cho  $A = \frac{3n-5}{n+4}$ . Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  để  $A \in \mathbb{Z}$ .

**Bài toán 9** (Tuyên, 2022, 238., p. 47). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  để cho các phân số sau đồng thời có giá trị nguyên:  $\frac{-12}{n}, \frac{15}{n-2}, \frac{8}{n+1}$ .

<sup>3</sup> $m \in \mathbb{Z} \wedge (10 \leq 15m \leq 99) \Leftrightarrow \lfloor \frac{15}{10} \rfloor = 1 \leq m \leq \lfloor \frac{99}{15} \rfloor = 6$ .

**Bài toán 10** (Tuyên, 2022, 239., p. 47). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  biết: (a)  $\frac{x-1}{9} = \frac{8}{3}$ ; (b)  $\frac{-x}{4} = \frac{-9}{x}$ ; (c)  $\frac{x}{4} = \frac{18}{x+1}$ .

**Bài toán 11** (Tuyên, 2022, 240., p. 47). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa  $\frac{x-4}{y-3} = \frac{4}{3}$  &  $x - y = 5$ .

**Bài toán 12** (Tuyên, 2022, 241., p. 47). Viết dạng tổng quát các phân số bằng phân số  $\frac{-12}{30}$ .

**Bài toán 13** (Tuyên, 2022, 242., p. 47). Rút gọn phân số: (a)  $\frac{990}{2610}$ ; (b)  $\frac{374}{506}$ ; (c)  $\frac{3600-75}{8400-175}$ ; (d)  $\frac{9^{14} \cdot 25^5 \cdot 8^7}{18^{12} \cdot 625^3 \cdot 24^3}$ .

**Bài toán 14** (Tuyên, 2022, 243., p. 47). Cho phân số  $\frac{a}{b}$ . Chứng minh: Nếu  $\frac{a-x}{b-y} = \frac{a}{b}$  thì  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ .

**Bài toán 15** (Tuyên, 2022, 244., p. 47). Cho phân số  $A = \frac{1+3+5+\dots+19}{21+23+25+\dots+39}$ . (a) Rút gọn  $A$ ; (b) Xóa 1 số hạng ở tử & xóa 1 số hạng ở mẫu để được 1 phân số mới vẫn bằng  $A$ .

**Bài toán 16** (Tuyên, 2022, 245., p. 47). Rút gọn phân số  $A = \frac{71 \cdot 52 + 53}{530 \cdot 71 - 180}$  mà không cần thực hiện các phép tính ở tử.

**Bài toán 17** (Tuyên, 2022, 246., p. 47). 2 phân số sau có bằng nhau không?  $\frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}}, \frac{\overline{ababab}}{\overline{cdcdcd}}$ .

**Bài toán 18** (Tuyên, 2022, 247., p. 47). Chứng minh: (a)  $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 39}{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot \dots \cdot 40} = \frac{1}{2^{20}}$ ; (b)  $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{(n+1)(n+2)(n+3) \cdot \dots \cdot 2n} = \frac{1}{2^n}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Bài toán 19** (Tuyên, 2022, 248., p. 47). Tìm phân số  $\frac{a}{b}$  bằng phân số  $\frac{60}{108}$  biết: (a)  $\text{ƯCLN}(a, b) = 15$ ; (b)  $\text{BCNN}(a, b) = 180$ .

**Bài toán 20** (Tuyên, 2022, 249., p. 48). Tìm phân số bằng phân số  $\frac{200}{520}$  sao cho: (a) Tổng của tử & mẫu là 306; (b) Hiệu của tử & mẫu là 184; (c) Tích của tử & mẫu là 2340.

**Bài toán 21** (Tuyên, 2022, 250., p. 48). Chứng minh:  $\forall n \in \mathbb{Z}$ , các phân số sau là các phân số tối giản: (a)  $\frac{3n-2}{4n-3}$ ; (b)  $\frac{4n+1}{6n+1}$ .

**Bài toán 22** (Tuyên, 2022, 251., p. 48). Cho  $\frac{a}{b}$  là 1 phân số chưa tối giản. Chứng minh các phân số sau chưa tối giản: (a)  $\frac{a}{a-b}$ ; (b)  $\frac{2a}{a-2b}$ .

**Bài toán 23** (Tuyên, 2022, 252., p. 48). 1 mẫu Bắc Bộ bằng 3600m<sup>2</sup>. Hỏi 1 mẫu Bắc Bộ bằng mấy phần của 1 hecta?

**Bài toán 24** (Bình, 2022, Ví dụ 1, p. 4). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{n+10}{2n-8} \in \mathbb{Z}$  (i.e., có giá trị là 1 số nguyên).

*Giải.* Để phân số  $A$  có giá trị là 1 số nguyên, tử phải chi hết cho mẫu:  $n+10 : 2n-8 \Rightarrow n+10 : n-4 \Rightarrow n-4+14 : n-4 \Rightarrow 14 : n-4 \Rightarrow n-4 \in \text{Ư}(14) \cap \mathbb{Z} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 7, \pm 14\}$ . Vì  $n-4 \geq -4$  (vì  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 0$ ) nên  $n-4 \in \{\pm 1, \pm 2, 7, 14\}$ . Nếu  $n-4 = 1$ ,  $n = 5$ ,  $A = \frac{15}{2}$  (loại). Nếu  $n-4 = -1$ ,  $n = 3$ ,  $A = \frac{13}{-2}$  (loại). Nếu  $n-4 = 2$ ,  $n = 6$ ,  $A = \frac{16}{4} = 4$ . Nếu  $n-4 = -2$ ,  $n = 2$ ,  $A = \frac{12}{-4} = -3$ . Nếu  $n-4 = 7$ ,  $n = 11$ ,  $A = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$  (loại). Nếu  $n-4 = 14$ ,  $n = 18$ ,  $A = \frac{28}{18} = 1$ . Vậy  $n \in \{2, 6, 18\}$ .  $\square$

**Bài toán 25** (Mở rộng Bình, 2022, Ví dụ 1, p. 4). Cho  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ ,  $c^2 + d^2 \neq 0$ . Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{an+b}{cn+d} \in \mathbb{Z}$ .

**Bài toán 26** (Bình, 2022, Ví dụ 2, p. 5). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{21n+3}{6n+4}$  rút gọn được.

**Bài toán 27** (Mở rộng Bình, 2022, Ví dụ 2, p. 5). Cho  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ ,  $c^2 + d^2 \neq 0$ . Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{an+b}{cn+d}$  rút gọn được.

**Bài toán 28** (Bình, 2022, Ví dụ 3, p. 5). Tìm  $a, b, c, d \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất sao cho  $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{b}{c} = \frac{12}{21}$ ,  $\frac{c}{d} = \frac{6}{11}$ .

**Bài toán 29** (Bình, 2022, Ví dụ 4, p. 5). Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số sao cho số đó bằng mỗi tổng  $a+b, c+d, e+f$  &  $\frac{a}{b} = \frac{35}{49}$ ,  $\frac{c}{d} = \frac{130}{143}$ ,  $\frac{e}{f} = \frac{7}{13}$ .

**Bài toán 30** (Bình, 2022, 1., p. 6). Rút gọn phân số: (a)  $\frac{199 \dots 9}{99 \dots 95}$  (10 chữ số 9 ở tử, 10 chữ số 9 ở mẫu); (b)  $\frac{121212}{424242}$ ; (c)  $\frac{187187187}{221221221}$ ; (d)  $\frac{3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37 \cdot 10101}{505050+70707}$ .

**Bài toán 31** (Bình, 2022, 2., p. 6). Chứng minh các phân số sau có giá trị lưa số tự nhiên: (a)  $\frac{10^{2002}+2}{3}$ ; (b)  $\frac{10^{2003}+8}{9}$ .

**Bài toán 32** (Bình, 2022, 3., p. 6). Chứng minh các phân số sau bằng nhau: (a)  $\frac{1717}{2929}$  &  $\frac{171717}{292929}$ ; (b)  $\frac{3210-34}{4170-41}$  &  $\frac{6420-68}{8340-82}$ ; (c)  $\frac{2106}{7320}$ ,  $\frac{4212}{14640}$ , &  $\frac{6318}{21960}$ .

**Bài toán 33** (Bình, 2022, 4., p. 6). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ ; (b)  $\frac{x}{28} = \frac{y}{35}$ .

**Bài toán 34** (Bình, 2022, 5., p. 6). Tìm các phân số  $\frac{a}{b}$ ,  $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}^*$ , có giá trị bằng: (a)  $\frac{36}{45}$  biết  $\text{BCNN}(a, b) = 300$ ; (b)  $\frac{21}{35}$  biết  $\text{ƯCLN}(a, b) = 30$ ; (c)  $\frac{15}{35}$  biết  $\text{ƯCLN}(a, b) \cdot \text{BCNN}(a, b) = 3549$ .

**Bài toán 35** (Bình, 2022, 6., p. 7). Chứng minh các phân số sau tối giản với mọi  $n \in \mathbb{N}$ . (a)  $\frac{n+1}{2n+3}$ ; (b)  $\frac{2n+3}{4n+8}$ ; (c)  $\frac{3n+2}{5n+3}$ .

**Bài toán 36** (Bình, 2022, 7., p. 7). Cho phân số  $A = \frac{63}{3n+1}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . (a) Với giá trị nào của  $n$  thì  $A$  rút gọn được? (b) Với giá trị nào của  $n$  thì  $A \in \mathbb{N}$ ?

**Bài toán 37** (Bình, 2022, 8., p. 7). Tìm các số tự nhiên  $n$  để các phân số sau là phân số tối giản: (a)  $\frac{2n+3}{4n+1}$ ; (b)  $\frac{3n+2}{7n+1}$ ; (c)  $\frac{2n+7}{5n+2}$ .

**Bài toán 38** (Bình, 2022, 9., p. 7). Có bao nhiêu số nguyên dương  $n$  không vượt quá 1000 để phân số  $\frac{n+12}{n^2+9n-13}$  là phân số tối giản?

**Bài toán 39** (Bình, 2022, 10., p. 7). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $\frac{n+3}{2n-2} \in \mathbb{Z}$ .

**Bài toán 40** (Bình, 2022, 11., p. 7). Tìm các số nguyên  $n$  sao cho các phân số sau có giá trị là số nguyên: (a)  $\frac{12}{3n-1}$ ; (b)  $\frac{2n+3}{7}$ .

**Bài toán 41** (Bình, 2022, 12., p. 7). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{8n+193}{4n+3}$ : (a) Có giá trị là số tự nhiên; (b) Là phân số tối giản; (c) Với giá trị nào của  $n$  trong khoảng từ 150 đến 170 thì phân số  $A$  rút gọn được?

**Bài toán 42** (Bình, 2022, 13., p. 7). Tìm các phân số tối giản nhỏ hơn 1 có tử & mẫu đều dương, biết tích của tử & mẫu của phân số bằng 120.

**Bài toán 43** (Bình, 2022, 14., p. 7). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất để các phân số sau đều là phân số tối giản:  $\frac{5}{n+8}$ ,  $\frac{6}{n+9}$ ,  $\frac{7}{n+10}$ ,  $\dots$ ,  $\frac{17}{n+20}$ .

**Bài toán 44** (Bình, 2022, 15., p. 7). Cho 3 phân số  $\frac{15}{42}$ ,  $\frac{49}{56}$ ,  $\frac{36}{51}$ . Biến đổi 3 phân số trên thành các phân số bằng chúng sao cho mẫu của phân số thứ nhất bằng tử của phân số thứ 2, mẫu của phân số thứ 2 bằng tử của phân số thứ 3.

**Bài toán 45** (Bình, 2022, 16., p. 7). Cho 3 phân số  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{11}{20}$ ,  $\frac{4}{15}$ . Tìm 3 phân số (có tử & mẫu đều dương) theo thứ tự bằng 3 phân số trên sao cho hiệu của mẫu & tử của mỗi phân số này đều bằng nhau & hiệu đó có giá trị nhỏ nhất.

**Bài toán 46** (Bình, 2022, 17., p. 8). Tìm các phân số lớn hơn  $\frac{1}{5}$  & khác số tự nhiên biết nếu lấy mẫu nhân với 1 số, lấy tử cộng với số đó thì giá trị của phân số không đổi.

**Bài toán 47** (Bình, 2022, 18., p. 8). Cho phân số  $A = \frac{23+22+21+\dots+13}{11+10+9+\dots+1}$ . Nêu cách xóa 1 số hạng ở tử & 1 số hạng ở mẫu của  $A$  để được 1 phân số mới vẫn bằng phân số  $A$ .

**Bài toán 48** (Bình, 2022, 19., p. 8, Bộ sử Hume). Người Anh có thói quen xếp bộ sử nước Anh của Hume (David Hume, nhà sử học Scotland) gồm 9 tập ở tủ sách đặc biệt gồm 2 ngăn: ngăn trên xếp 5 cuốn, ngăn dưới xếp 4 cuốn, ở gáy các cuốn sách đó ghi các số 1, 2, 3,  $\dots$ , 9. Nếu chủ nhân xếp  $\frac{13458}{6729}$  (phân số này có giá trị bằng 2) thì chứng tỏ chủ nhân đã đọc 2 tập (riêng trường hợp mới đọc 1 tập thì xếp  $\frac{12345}{6789}$ ). Nêu cách xếp 9 cuốn sách đó để chứng tỏ chủ nhân của bộ sách đã đọc 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tập.

## 2 Quy Đồng Mẫu Số Nhiều Phân Số. So Sánh Phân Số. Hỗn Số Dương

“1. Quy tắc quy đồng mẫu nhiều phân số với mẫu dương: Bước 1. Tìm BCNN của các mẫu để làm mẫu chung. Bước 2. Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu. Bước 3. Nhân tử & mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng. 2. So sánh 2 phân số: Muốn so sánh 2 phân số không cùng mẫu ta viết chúng dưới dạng 2 phân số có cùng mẫu dương rồi so sánh các tử với nhau, phân số nào có tử lớn hơn thì phân số đó lớn hơn. 3. Hỗn số dương: 1 phân số lớn hơn 1 có thể viết dưới dạng 1 hỗn số. Đó là 1 số gồm phần nguyên kèm theo 1 phân số nhỏ hơn 1. 4. Trong 2 phân số có tử & mẫu đều dương, nếu 2 tử số bằng nhau, phân số nào có mẫu nhỏ hơn thì phân số đó sẽ lớn hơn & ngược lại. 5. Phân số có tử & mẫu là 2 số nguyên cùng dấu thì lớn hơn 0 & gọi là phân số dương. Phân số có tử & mẫu là 2 số nguyên khác dấu thì nhỏ hơn 0 & gọi là phân số âm.” – Tuyên, 2022, Chap. III, §2, p. 48

**Bài toán 49** (Công thức hỗn số dương). Chứng minh:

$$\frac{ac+b}{c} = a + \frac{b}{c} = a\frac{b}{c}, \quad \forall a, b, c \in \mathbb{Z}, c \neq 0. \quad \frac{a}{b} = \frac{[\frac{a}{b}]b + \{\frac{a}{b}\}}{b} = [\frac{a}{b}] + \frac{\{\frac{a}{b}\}}{b} = [\frac{a}{b}] + \frac{\{\frac{a}{b}\}}{b}.$$

**Bài toán 50** (Tuyên, 2022, Ví dụ 52, p. 48). So sánh 2 phân số  $\frac{-101}{-100}$  &  $\frac{200}{201}$ .

*Giải.*  $\frac{-101}{-100} = \frac{101}{100} > \frac{100}{100} = 1 = \frac{201}{201} > \frac{200}{201}$ . Vậy  $\frac{-101}{-100} > \frac{200}{201}$ . □

**Bài toán 51** (Mở rộng Tuyên, 2022, Ví dụ 52, p. 48). Cho  $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ ,  $a > b > 0$ ,  $d > c > 0$ . So sánh:  $\frac{\pm a}{\pm b}$  &  $\frac{\pm c}{\pm d}$ .

**Bài toán 52** (Tuyên, 2022, Ví dụ 53, p. 48). Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần:  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{9}{16}$ ,  $\frac{2}{-3}$ ,  $\frac{-7}{12}$ .

- 3 1 Số Phương Pháp Đặc Biệt để So Sánh 2 Phân Số
- 4  $\pm$  Phân Số
- 5  $;$ ,  $:$  Phân Số
- 6 Tổng Các Phân Số Viết Theo Quy Luật
- 7 Số Thập Phân. Làm Tròn Số Thập Phân. Các Phép Tính với Số Thập Phân
- 8 Tìm Giá Trị Phân Số của 1 Số Cho Trước. Tìm 1 Số Biết Giá Trị 1 Phân Số của Nó
- 9 Tìm Tỷ Số & Tỷ Số % của 2 Đại Lượng
- 10 Toán về Công Việc Làm Đồng Thời
- 11 Miscellaneous

## Tài liệu

Bình, Vũ Hữu (2022). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6, tập 2*. Tái bản lần thứ nhất. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 152.

Tuyên, Bùi Văn (2022). *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 184.