

Problem: Algebraic Expression Transformation

Bài Tập: Biến Đổi Biểu Thức Đại Số

1 Rational Expression Transformation – Biến Đổi Biểu Thức Hữu Tỷ

Definition 1 (Rational expression). A rational expression is the ratio of 2 polynomials. If f is a rational expression then f can be written in the form $\frac{p}{q}$ where p, q are polynomials.

Like polynomials or any other type of expression, the basic arithmetic operations, namely addition $+$, subtraction $-$, multiplication \cdot , & division $:$ or $/$, can be performed on rational expressions. A nice property of rational expressions is that when any of these operations are performed on 2 rational expressions, the result is always another rational expression. Contrary to polynomials, it is generally easy to multiply or divide but difficult to add or subtract 2 rational expressions.

Notation 1 (Rational vs. irrational). Denote by $\mathbb{Q}_{\text{fn}} := \left\{ \frac{a}{2^m \cdot 5^n} \mid a \in \mathbb{Z}, m, n \in \mathbb{N} \right\}$, $\mathbb{Q}_{\text{ifn}} := \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Q}_{\text{fn}}$, & $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ the set of all finite rationals, the set of all periodic infinite rationals, & the set of irrationals, respectively.

Ký hiệu 1. Ký hiệu $\mathbb{Q}_{\text{fn}} := \left\{ \frac{a}{2^m \cdot 5^n} \mid a \in \mathbb{Z}, m, n \in \mathbb{N} \right\}$, $\mathbb{Q}_{\text{ifn}} := \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Q}_{\text{fn}}$, & $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ lần lượt là các tập hợp tất cả các số hữu tỷ hữu hạn, các số hữu tỷ vô hạn tuần hoàn, & các số vô tỷ.

1.1 Rational expression simplification – Rút gọn biểu thức hữu tỷ

1 ([LAT23], Ví dụ 1, p. 5, chuyên Toán Quảng Ngãi 2018–2019). Cho biểu thức $A = \frac{5x+1}{x^3-1} - \frac{1-2x}{x^2+x+1} - \frac{2}{1-x}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Rút gọn A . (c) Biện luận theo tham số $m \in \mathbb{R}$ để giải phương trình $A = m$. (d) Chứng minh $x \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow A \in \mathbb{Q}$. Tìm $x \in \mathbb{R}$ rồi $x \in \mathbb{Z}$ để A lần lượt thuộc các tập hợp: $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}_{\text{fn}}, \mathbb{Q}_{\text{ifn}}, \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \mathbb{R}_{>0}, \mathbb{R}_{<0}, \mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}_{\leq 0}$.

2 ([LAT23], Ví dụ 2, p. 5). Cho biểu thức $A = \frac{2x^3 - 7x^2 - 12x + 45}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Rút gọn A . (c) Biện luận theo tham số $m \in \mathbb{R}$ để giải phương trình $A = m$. (d) Chứng minh $x \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow A \in \mathbb{Q}$. Tìm $x \in \mathbb{R}$ rồi $x \in \mathbb{Z}$ để A lần lượt thuộc các tập hợp: $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}_{\text{fn}}, \mathbb{Q}_{\text{ifn}}, \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \mathbb{R}_{>0}, \mathbb{R}_{<0}, \mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}_{\leq 0}$.

3 ([LAT23], 1., p. 6). Cho biểu thức $A = \left(\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{2-x} + \frac{1}{x+2} \right) : \left(x-2 + \frac{10-x^2}{x+2} \right)$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Rút gọn A . (c) Tìm $x \in \mathbb{R}$ rồi $x \in \mathbb{Z}$ để A lần lượt thuộc các tập hợp: $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}_{\text{fn}}, \mathbb{Q}_{\text{ifn}}, \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \mathbb{R}_{>0}, \mathbb{R}_{<0}, \mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}_{\leq 0}$.

4 ([LAT23], 2., p. 6). Cho biểu thức $A = \frac{a^3 - 4a^2 - a + 4}{a^3 - 7a^2 + 14a - 8}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Rút gọn A . (c) Tìm $x \in \mathbb{R}$ rồi $x \in \mathbb{Z}$ để A lần lượt thuộc các tập hợp: $\mathbb{R}_{>0}, \mathbb{R}_{<0}, \mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}_{\leq 0}$.

5 ([LAT23], 3., p. 6). Cho biểu thức $A = \left(\frac{1-x^3}{1-x} - x \right) : \frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Rút gọn A . (c) Tìm $x \in \mathbb{R}$ rồi $x \in \mathbb{Z}$ để A lần lượt thuộc các tập hợp: $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}_{\text{fn}}, \mathbb{Q}_{\text{ifn}}, \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \mathbb{R}_{>0}, \mathbb{R}_{<0}, \mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}_{\leq 0}$.

1.2 Biểu thức có tính quy luật

6 ([LAT23], Ví dụ 1, p. 7, chuyên Toán Lam Sơn, Thanh Hóa 2018–2019). Cho biểu thức

$$A(n) = \left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{1+2+\cdots+n}\right), \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

(a) Tính $A(2018)$. (b) Tính $A(n)$ với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

7 ([LAT23], Ví dụ 2, p. 7, HSG Quảng Ngãi 2017–2018). Cho biểu thức $A = \sum_{i=1}^n \frac{i}{1+i^2+i^4} = \frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \frac{3}{1+3^2+3^4} + \cdots + \frac{n}{1+n^2+n^4}$. (a) Tính $A(n)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. (b) Tính $A(2019)$.

8 ([LAT23], Ví dụ 3, p. 8, THPT 391). Cho biểu thức $A = \prod_{i=2}^n \frac{i^3-1}{i^3+1} = \frac{2^3-1}{2^3+1} \cdot \frac{3^3-1}{3^3+1} \cdots \frac{n^3-1}{n^3+1}$. (a) Tính $A(n)$ với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. (b) Tính $A(2019)$.

- 9** ([LAT23], Ví dụ 5, p. 8, THPT 435). So sánh $A = \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{1}{2019^i}\right) = \left(1 + \frac{1}{2019}\right) \left(1 + \frac{1}{2019^2}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2019^n}\right)$ với $n \in \mathbb{N}^*$, & B = $\frac{2019^2 - 1}{2018^2 - 1}$.
- 10** ([LAT23], 1., p. 9). Cho $A = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)(i+2)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. (a) Tính $A(n)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. (b) Tính $A(2016)$.
- 11** ([LAT23], 2., p. 9, THPT 496). Tính tổng $A = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{35} + \frac{1}{56} + \frac{1}{84} + \frac{1}{120} + \frac{1}{165} + \frac{1}{220}$.
- 12** ([LAT23], 3., p. 9, THPT 446). Cho $A = \sum_{i=1}^{2018} \frac{i}{19^i} = \frac{1}{19} + \frac{2}{19^2} + \frac{3}{19^3} + \cdots + \frac{2018}{19^{2018}}$. So sánh A^{2017} & A^{2018} .
- 13** ([LAT23], 4., p. 10, THPT 404). So sánh $A = 2018 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{8} \cdots \frac{995}{998} \cdot \frac{997}{1000}$ & $B = 2019 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{9} \cdots \frac{996}{999} \cdot \frac{998}{1001}$.
- 14** ([LAT23], 5., p. 10, THPT 463). Cho $A = \sum_{i=1}^{49} \frac{1}{i(i+1)^2} = \frac{1}{1 \cdot 2^2} + \frac{1}{2 \cdot 3^2} + \cdots + \frac{1}{49 \cdot 50^2}$ & $B = \sum_{i=2}^{50} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{50^2}$. So sánh A & B với $\frac{1}{2}$.
- 15** ([LAT23], 6., p. 11, THPT 329). Chứng minh: (a) $A = \sum_{i=1}^{2019} \frac{2020}{2019^2 + i} = \frac{2020}{2019^2 + 1} + \frac{2020}{2019^2 + 2} + \cdots + \frac{2020}{2019^2 + n} \notin \mathbb{N}^*$. (b) Tổng quát: $A(n) = \sum_{i=1}^n \frac{n+1}{n^2 + i} = \frac{n+1}{n^2 + 1} + \frac{n+1}{n^2 + 2} + \cdots + \frac{n+1}{n^2 + n} \notin \mathbb{N}^*, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- 16** ([LAT23], 7., p. 11, THPT 492). Chứng minh: (a) $\frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{4035}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2018}} > \frac{2019}{4036}$. (b) $2n \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) > (n+1) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right), \forall n \in \mathbb{N}^*$.

1.3 Tính giá trị của biểu thức có điều kiện

- 17** ([LAT23], Ví dụ 1, p. 12, THPT 377). Cho 2 đa thức $f(x) = (x-2)^{2018} + (2x-3)^{2017} + 2016x$ & $g(y) = y^{2019} - 2017y^{2018} + 2015y^{2017}$. Giả sử sau khi thu gọn & khai triển ta tìm được tổng tất cả các hệ số của nó là s . Tính $s, g(s)$.
- 18** ([LAT23], Ví dụ 2, p. 12, Pi 2/5 2018). Xét các số thực x, y, z khác 0, đôi một khác nhau & thỏa mãn điều kiện $x^2 - xy = y^2 - yz = z^2 - zx$. Tìm tất cả các giá trị có thể của biểu thức $A = \frac{x}{y} + \frac{z}{y} + \frac{y}{x}$.
- 19** ([LAT23], Ví dụ 3, p. 12). Cho $x + y = 3$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^2 + y^2 + 2xy - 4x - 4y + 2018$.
- 20** ([LAT23], Ví dụ 4, p. 13). Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = 2018 \left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right) + 2019$.
- 21** ([LAT23], Ví dụ 5, p. 13, chuyên Toán Phú Thọ 2016–2017). Tính giá trị biểu thức $A = \frac{1}{2x + 2xz + 1} + \frac{2xy}{y + 2xy + 10} + \frac{10z}{10z + yz + 10}$ với $x, y, z \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $xyz = 5$ & A có nghĩa.
- 22** ([LAT23], Ví dụ 6, p. 13, chuyên Toán Hà Nội 2016–2017). Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ đôi một khác nhau thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ & $abc \neq 0$. Tính $A = \frac{ab^2}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{bc^2}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{ca^2}{c^2 + a^2 - b^2}$.
- 23** ([LAT23], 1., p. 14, chuyên ĐHSPT Hà Nội 2018–2019). Cho $x_1, x_2, \dots, x_9 \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $\prod_{i=1}^9 (1 + x_i) = \prod_{i=1}^9 (1 - x_i) = x$, i.e., $(1 + x_1)(1 + x_2) \cdots (1 + x_9) = (1 - x_1)(1 - x_2) \cdots (1 - x_9) = x$. Tính $A = x \prod_{i=1}^9 x_i = xx_1x_2 \cdots x_9$.
- 24** ([LAT23], 2., p. 14, HSG Phú Thọ 2017–2018). Cho $a^2(b+c) = b^2(c+a) = 2018$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ đôi một khác nhau & khác 0. Tính giá trị của biểu thức $c^2(a+b)$.
- 25** ([LAT23], 3., p. 15, HSG Hải Dương 2018–2019). Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $x+y+z+\sqrt{xyz} = 4$. Chứng minh $\sqrt{x(4-y)(4-z)} + \sqrt{y(4-z)(4-x)} + \sqrt{z(4-x)(4-y)} = 8 + \sqrt{xyz}$.
- 26** ([LAT23], 4., p. 15, HSG Bắc Giang 2017–2018). Cho $x, y, z \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $x + y + z = 7, x^2 + y^2 + z^2 = 23, xyz = 3$. Tính giá trị biểu thức $H = \frac{1}{xy + z - 6} + \frac{1}{yz + x - 6} + \frac{1}{zx + y - 6}$.

27 ([LAT23], 5., p. 16, chuyên Toán Hải Dương 2017–2018). Cho 3 số $x, y, z \in \mathbb{R}$ đôi một khác nhau & thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2018(x-y)(y-z)(z-x)}{2xy^2 + 2yz^2 + 2zx^2 + 3xyz}$.

28 ([LAT23], Ví dụ 1, p. 16). Cho $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $2a^a + b^b = 3c^c$. Tính giá trị của biểu thức $A = 2015^{a-b} + 2016^{b-c} + 2017^{c-a} + 2018$.

29 ([LAT23], 1., p. 16). Cho các số thực dương a, b thỏa mãn: $a^{2018} + b^{2018} = a^{2019} + b^{2019} = a^{2020} + b^{2020}$. Tính giá trị biểu thức $A = 2018(a^{2021} + b^{2021})$.

30 ([LAT23], 2., p. 16). Cho các số thực x, y, z khác 0 thỏa mãn đồng thời $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$ & $\frac{2}{xy} - \frac{1}{z^2} = 4$. Tính giá trị biểu thức $A = (x + 2y + z)^{2018}$.

1.4 Generalization – Tổng Quát Hóa

31 (Rút gọn phân thức bậc 1/bậc 1). Cho biểu thức $A = \frac{ax+b}{cx+d}$ là phân thức với tử thức & mẫu thức đều là đa thức bậc nhất ẩn x , trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $ac \neq 0$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

32 (Rút gọn phân thức bậc 1/bậc 2 dạng rút gọn). Cho biểu thức $A = \frac{x+a}{x^2+bx+c}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc nhất ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc 2 ẩn x , trong đó $a, b, c \in \mathbb{R}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

33 (Rút gọn phân thức bậc 1/bậc 2). Cho biểu thức $A = \frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc nhất ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc 2 ẩn x , trong đó $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, $ac \neq 0$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d, e để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

34 (Rút gọn phân thức bậc 1/bậc 3 dạng rút gọn). Cho biểu thức $A = \frac{x+a}{x^3+bx^2+cx+d}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc nhất ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc 3 ẩn x , trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

35 (Rút gọn phân thức bậc 1/bậc 3). Cho biểu thức $A = \frac{ax+b}{cx^3+dx^2+ex+f}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc nhất ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc 3 ẩn x , trong đó $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$, $ac \neq 0$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d, e, f để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

36 (Rút gọn phân thức bậc 2/bậc 1 dạng rút gọn). Cho biểu thức $A = \frac{x^2+ax+b}{x+c}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc 2 ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc nhất ẩn x , trong đó $a, b, c \in \mathbb{R}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

37 (Rút gọn phân thức bậc 2/bậc 1). Cho biểu thức $A = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc 2 ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc nhất ẩn x , trong đó $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, $ad \neq 0$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d, e để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

38 (Rút gọn phân thức bậc 2/bậc 2 dạng rút gọn). Cho biểu thức $A = \frac{x^2+ax+b}{x^2+cx+d}$ là phân thức với tử thức & mẫu thức đều là đa thức bậc 2 ẩn x , trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

39 (Rút gọn phân thức bậc 2/bậc 2). Cho biểu thức $A = \frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$ là phân thức với tử thức & mẫu thức đều là đa thức bậc 2 ẩn x , trong đó $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$, $ad \neq 0$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d, e, f để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

40 (Rút gọn phân thức bậc 3/bậc 1 dạng rút gọn). Cho biểu thức $A = \frac{x^3+ax^2+bx+c}{x+d}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc 3 ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc nhất ẩn x , trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

41 (Rút gọn phân thức bậc 3/bậc 1). Cho biểu thức $A = \frac{ax^3+bx^2+cx+d}{ex+f}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc 3 ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc nhất ẩn x , trong đó $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$, $ae \neq 0$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d, e, f để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

42 (Rút gọn phân thức bậc 3/bậc 2 dạng rút gọn). Cho biểu thức $A = \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x^2 + dx + e}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc 3 ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc 2 ẩn x , trong đó $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d, e để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

43 (Rút gọn phân thức bậc 3/bậc 2). Cho biểu thức $A = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{ex^2 + fx + g}$ là phân thức với tử thức là đa thức bậc 3 ẩn x còn mẫu thức là đa thức bậc 2 ẩn x , trong đó $a, b, c, d, e, f, g \in \mathbb{R}$, $ae \neq 0$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d, e, f, g để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

44 (Rút gọn phân thức bậc 3/bậc 3 dạng rút gọn). Cho biểu thức $A = \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x^3 + dx^2 + ex + f}$ là phân thức với tử thức & mẫu thức đều là đa thức bậc 3 ẩn x , trong đó $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d, e, f để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

45 (Rút gọn phân thức bậc 3/bậc 3). Cho biểu thức $A = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{ex^3 + fx^2 + gx + h}$ là phân thức với tử thức & mẫu thức đều là đa thức bậc 3 ẩn x , trong đó $a, b, c, d, e, f, g, h \in \mathbb{R}$, $ae \neq 0$. (a) Tìm ĐKXD của A . (b) Tìm điều kiện của a, b, c, d, e, f, g, h để A có thể rút gọn. (c) Tìm biểu thức rút gọn của A .

Also: Phương trình trùng phương, phương trình quy về phương trình bậc 2, 3.

46. Cho các hàm phân thức $A(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ với $P(x), Q(x)$ thuộc tập hợp đa thức có bậc từ 1 đến 3 & các đa thức có thể quy về dạng đa thức bậc 2 hoặc bậc 3, e.g., hàm số bậc 4 trùng phương $ax^4 + bx^2 + c = a(x^2)^2 + b(x^2) + c$. Viết chương trình Pascal, Python, C/C++ để: (a) Tìm ĐKXD của A , tập xác định (TXD) D_A của A . (b) Kiểm tra thông qua giá trị của các hệ số của tử thức & mẫu thức để biết A có thể rút gọn được hay không nhờ các bài toán trên. (c) Nếu A có thể rút gọn, xuất ra biểu thức rút gọn của A .

- Input. Line 1: Số test $t \in \mathbb{N}^*$. Line chẵn: $P(x)$. Line lẻ ≥ 3 : $Q(x)$.
- Output. Xuất ra ĐKXD, TXD D_A của A . Thông báo A có thể rút gọn được hay không, e.g., A can be simplified or A cannot be simplified. Nếu được, xuất ra biểu thức rút gọn của A .
- Sample.

simplify_rational_expression.inp	simplify_rational_expression.out
1	x != 3 & x != 1/3, D_A = $\mathbb{R} \setminus \{1, 1/3\}$
2x ³ - 7x ² - 12x + 45	A can be simplified
3x ³ - 19x ² + 33x - 9	(2x + 5)/(3x - 1)

Tài liệu

[LAT23] Nguyễn Tiến Lâm, Trương Quang An, and Trịnh Khắc Tuân. *Tuyển Chọn Các Chuyên Đề Bồi Dưỡng Học Sinh Giỏi Toán 9 Đại Số*. Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, 2023, p. 323.