

Problem: Square Root & Cube Root – Bài Tập Căn Bậc 2 & 3

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 22 tháng 4 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Mục lục

1 Square Root & Irrationals – Căn Bậc 2 & Số Vô Tỷ	1
2 Căn Thức Bậc 2 & Hằng Đẳng Thức $\sqrt{A^2} = A $	1
Tài liệu	2

1 Square Root & Irrationals – Căn Bậc 2 & Số Vô Tỷ

Bài toán 1 (Bình, 2023, Ví dụ 2, p. 5). Chứng minh tổng của 1 số hữu tỷ với 1 số vô tỷ là 1 số vô tỷ.

Bài toán 2 (Bình, 2023, Ví dụ 3, p. 5). Xét xem các số a, b có thể là số vô tỷ hay không, nếu: (a) $a + b$ & $a - b$ là các số hữu tỷ. (b) $a - b$ & ab là các số hữu tỷ.

Bài toán 3 (Bình, 2023, Ví dụ 4, p. 5). Chứng minh: Nếu số tự nhiên a không là số chính phương thì \sqrt{a} là số vô tỷ.

Bài toán 4 (Bình, 2023, 2., p. 6). Chứng minh các số sau là số vô tỷ: (a) $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$. (b) $m + \frac{\sqrt{3}}{n}$ với $m, n \in \mathbb{Q}$, $n \neq 0$.

Bài toán 5 (Bình, 2023, 3., p. 6). Xét xem các số a, b có thể là số vô tỷ hay không nếu: (a) ab & $\frac{a}{b}$ là các số hữu tỷ. (b) $a + b$ & $\frac{a}{b}$ là các số hữu tỷ ($a + b \neq 0$). (c) $a + b$, a^2 , & b^2 là các số hữu tỷ ($a + b \neq 0$).

Bài toán 6 (Bình, 2023, 4., p. 6). So sánh 2 số: (a) $2\sqrt{3}$ & $3\sqrt{2}$. (b) $6\sqrt{5}$ & $5\sqrt{6}$. (c) $\sqrt{24} + \sqrt{45}$ & 12. (d) $\sqrt{37} - \sqrt{15}$ & 2.

Bài toán 7 (Bình, 2023, 5., p. 6). (a) Cho 1 ví dụ để chứng tỏ khẳng định $\sqrt{a} \leq a$ với mọi số a không âm là sai. (b) Cho $a > 0$. Với giá trị nào của a thì $\sqrt{a} > a$?

Bài toán 8 (Bình, 2023, 6*, pp. 6–7). (a) Chỉ ra 1 số thực x mà $x - \frac{1}{x}$ là số nguyên ($x \neq \pm 1$). (b) Chứng minh nếu $x - \frac{1}{x}$ là số nguyên & $x \neq \pm 1$ thì x & $x + \frac{1}{x}$ là số vô tỷ. Khi đó $(x + \frac{1}{x})^{2n}$ & $(x + \frac{1}{x})^{2n+1}$ là số hữu tỷ hay số vô tỷ?

2 Căn Thức Bậc 2 & Hằng Đẳng Thức $\sqrt{A^2} = |A|$

Bài toán 9 (Bình, 2023, Ví dụ 5, p. 7). Cho biểu thức $A = \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 4x + 4}}$. (a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức A . (b) Rút gọn biểu thức A .

Bài toán 10 (Bình, 2023, Ví dụ 6, p. 8). Tìm điều kiện xác định của các biểu thức: (a) $A = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 1}}$. (b) $B = \frac{1}{\sqrt{x - \sqrt{2x + 1}}}$.

Bài toán 11 (Bình, 2023, Ví dụ 7, p. 8). Tìm các giá trị của x sao cho $\sqrt{x + 1} < x + 3$.

Bài toán 12 (Bình, 2023, 7., p. 9). Tìm điều kiện xác định của các biểu thức: (a) $3 - \sqrt{1 - 16x^2}$. (b) $\frac{1}{1 - \sqrt{x^2 - 3}}$. (c) $\sqrt{8x - x^2 - 15}$. (d) $\frac{2}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$. (e) $A = \frac{1}{\sqrt{x - \sqrt{2x - 1}}}$. (f) $B = \frac{\sqrt{16 - x^2}}{\sqrt{2x + 1}} + \sqrt{x^2 - 8x + 14}$.

Bài toán 13 (Bình, 2023, 8., p. 9). Cho biểu thức $A = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 + 6x + 9}$. (a) Rút gọn biểu thức A . (b) Tìm các giá trị của x để $A = 1$.

Bài toán 14 (Bình, 2023, 9., p. 9). Tìm các giá trị của x sao cho: (a) $\sqrt{x^2 - 3} \leq x^2 - 3$. (b) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} > x - 6$.

Bài toán 15 (Bình, 2023, 10., p. 9). Cho $a + b + c = 0$ & $a, b, c \neq 0$. Chứng minh hằng đẳng thức: $\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right|$.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyentuanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

Tài liệu

Bình, Vũ Hữu (2023). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 9 Tập 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 275.