

# Problem: Calculus on $\mathbb{N}$

## Bài Tập: Các Phép Tính Trên Tập Hợp Các Số Tự Nhiên

### 1 $\pm, \cdot, :$ on $\mathbb{N}$

1 ([Tuy23], Ví dụ 3, p. 8). 1 học sinh khi nhân 1 số với 31 đã đặt các tích riêng thẳng hàng như trong phép cộng nên tích đã giảm đi 540 đơn vị so với tích đúng. Tìm tích đúng.

2 ([Tuy23], Ví dụ 4, p. 8). Cho 2 số không chia hết cho 3, khi chia cho 3, khi chia cho 3 được các số dư khác nhau. Chứng minh tổng của 2 số đó chia hết cho 3.

3 ([Tuy23], 14., p. 9). Tính hợp lý: (a)  $38 + 41 + 117 + 159 + 62$ . (b)  $73 + 86 + 978 + 914 + 3022$ . (c)  $341 \cdot 67 + 341 \cdot 16 + 659 \cdot 83$ . (d)  $42 \cdot 53 + 47 \cdot 156 - 47 \cdot 114$ .

4 ([Tuy23], 15., p. 9). Tính giá trị của biểu thức: (a)  $A = (100 - 1) \cdot (100 - 2) \cdots (100 - n)$  với  $n \in \mathbb{N}^*$  & tích trên có đúng 100 thừa số. (b)  $B = 13a + 19b + 4a - 2b$  với  $a + b = 100$ .

5 ([Tuy23], 16., p. 9). Không tính giá trị cụ thể, so sánh giá trị 2 biểu thức: (a)  $A = 199 \cdot 201$  &  $B = 200 \cdot 200$ . (b)  $C = 35' \cdot 53 - 18$  &  $D = 35 + 53 \cdot 34$ .

6 ([Tuy23], 17., p. 9). Tính hợp lý: (a)  $(44 \cdot 52 \cdot 60) : (11 \cdot 13 \cdot 15)$ . (b)  $123 \cdot 456456 - 456 \cdot 123123$ . (c)  $(98 \cdot 7676 - 9898 \cdot 76) : (2021 \cdot 2022 \cdot 2023 \cdots 2030)$ .

7 ([Tuy23], 18., p. 9). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = 2021 - 1021 : (999 - x)$ .

8 ([Tuy23], 20., p. 9). Tìm số hạng thứ 5, thứ  $n$  của dãy số: (a) 2, 3, 7, 25, .... (b) 8, 30, 72, 140, ....

9 ([Tuy23], 21., p. 9). Tìm  $x$ : (a)  $(x + 74) - 318 = 200$ . (b)  $3636 : (12x - 91) = 36$ . (c)  $(x : 23 + 45) \cdot 67 = 8911$ .

10 ([Tuy23], 22., p. 9). 1 nong tầm là 5 nong kén. 1 nong kén là 9 nén tơ. Hỏi muốn được 540 nén tơ thì phải chăn bao nhiêu nong tầm?

11 ([Tuy23], 23., p. 9). 2 số tự nhiên  $a, b$  chia hết cho  $m$  có cùng số dư,  $a \geq b$ . Chứng tỏ  $a - b$  chia hết cho  $m$ .

12 ([Tuy23], 24., p. 9). Trong 1 phép chia có số bị chia là 155, số dư là 12. Tìm số chia & thương.

13 ([Tuy23], 25., p. 9). Viết tập hợp  $A$  các số tự nhiên  $x$  biết lấy  $x$  chia cho 12 ta được thương bằng số dư.

14 ([Tuy23], 26., p. 10). Chia 129 cho 1 số ta được số dư là 10. Chia 61 cho số đó ta cũng được số dư là 10. Tìm số chia.

15 ([Tuy23], 27., p. 10). Cho 3 chữ số  $a, b, c$  khác nhau & khác 0. Với cùng cả 3 chữ số này có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số?

16 ([Tuy23], 28., p. 10). Cho 4 chữ số khác nhau & khác 0. (a) Với cùng cả 4 chữ số này có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số? (b) Có thể lập được bao nhiêu số có 2 chữ số khác nhau trong 4 chữ số đã cho?

17 ([Tuy23], 29., p. 10). Cho 4 chữ số khác nhau trong đó có 1 chữ số 0. Với cùng cả 4 chữ số này có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số?

18 ([Tuy23], 30., p. 10). Anh Bách đi mua bánh kẹo tại 1 siêu thị, thanh toán bằng 1 phiếu mua hàng trị giá 100000 đồng. Siêu thị không trả lại số tiền thừa. Giúp anh Bách chọn mua vừa hết số tiền ghi trong phiếu. Bảng giá 1 số mặt hàng có bán:

STT	Tên hàng	Đơn vị	Giá bán
1	Bánh đậu xanh	Hộp	31 500 đồng
2	Bánh bông lan	Gói	23 500 đồng
3	Bánh gạo	Gói	19 000 đồng
4	Bánh gạo chiên	Gói	17 800 đồng
5	Bánh quy	Gói	13 500 đồng
6	Bánh xốp	Gói	5300 đồng
7	Kẹo hương dâu	Gói	2 500 đồng

## 2 Exponentiation on $\mathbb{N}$ – Lũy Thừa với Số Mũ Tự Nhiên

**Định nghĩa 1** (Số chính phương). Số chính phương là số bằng bình phương của 1 số tự nhiên, i.e.,  $a$  là số chính phương  $\Leftrightarrow a = n^2$  với  $n \in \mathbb{N}$  nào đó.

**19** ([Tuy23], Ví dụ 5, p. 11). Chứng minh tổng  $\sum_{i=1}^5 i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$  là 1 số chính phương.

**20** ([Tuy23], Ví dụ 6, p. 11). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  biết  $2 \cdot 3^x = 162$ .

**21** ([Tuy23], Ví dụ 7, p. 11). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  biết  $(x+2)^4 = 5^2 \cdot 25$ .

**22** ([Tuy23], 31., p. 11). Trong các số  $2^4, 3^4, 4^2, 4^3, 99^0, 0^{99}, 1^n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ , các số nào bằng nhau? Số nào nhỏ nhất? Số nào lớn nhất?

**23** ([Tuy23], 32., p. 11). Kiểm tra đẳng thức  $152 - 5^3 = 10^2$  đúng hay sai. Nếu sai, di chuyển 1 chữ số đến vị trí khác để được đẳng thức đúng.

**24** ([Tuy23], 33., p. 11). Chứng minh mỗi tổng/hiệu sau là 1 số chính phương: (a)  $3^2 + 4^2$ . (b)  $13^2 - 5^2$ . (c)  $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$ .

**25** ([Tuy23], 34., pp. 11–12). Viết các tổng/hiệu sau dưới dạng 1 lũy thừa với số mũ lớn hơn 1. (a)  $17^2 - 15^2$ . (b)  $4^3 - 2^3 + 5^2$ .

**26** ([Tuy23], 35., p. 12). Viết số 729 dưới dạng 1 lũy thừa với 3 cơ số khác nhau & số mũ lớn hơn 1.

**27** ([Tuy23], 36., p. 12). Viết các tích/thương sau dưới dạng lũy thừa của 1 số: (a)  $2^5 \cdot 8^4$ . (b)  $25^6 \cdot 125^3$ . (c)  $625^5 : 25^7$ . (d)  $12^3 \cdot 3^3$ .

**28** ([Tuy23], 37., p. 12). Tính  $6^{3^1}, 3^{2^3}, 7^{1^{2^{3^4}}}, 2020^{3^{0^{1^0}}}$ .

**29** ([Tuy23], 38., p. 12). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  biết: (a)  $(3x-2)^3 = 64$ . (b)  $(2x+5)^4 = 3^4 \cdot 5^4$ .

**30** ([Tuy23], 39., p. 12). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  biết: (a)  $5^x + 5^{x+2} = 650$ . (b)  $3^{x+4} = 9^{2x-1}$ .

**31** ([Tuy23], 40., p. 12). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  biết: (a)  $2^x - 15 = 17$ . (b)  $(7x-11)^3 = 2^5 \cdot 5^2 + 200$ .

**32** ([Tuy23], 41., p. 12). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  biết: (a)  $x^{10} = 1^x$ . (b)  $x^{10} = x$ . (c)  $(2x-15)^5 = (2x-15)^3$ .

**33** ([Tuy23], 42., p. 12). Tìm  $m, n \in \mathbb{N}$  thỏa  $2^m + 2^n = 40$ .

**34** ([Tuy23], 43., p. 12). Số  $4^6 \cdot 5^{14}$  có bao nhiêu chữ số nếu viết trong hệ thập phân ở dạng thông thường (không có số mũ)?

**35** ([Tuy23], 44., p. 12). Trong âm nhạc, về trường độ thì: 1 nốt tròn bằng 2 nốt trắng, 1 nốt trắng bằng 2 nốt đen, 1 nốt đen bằng 2 nốt móc đơn, 1 nốt móc đơn bằng 2 nốt móc kép, 1 nốt móc kép bằng 2 nốt móc 3, 1 nốt móc 3 bằng 2 nốt móc 4. Dùng lũy thừa của 1 số tự nhiên để: (a) Diễn tả mối quan hệ về trường độ giữa nốt tròn với các nốt nhạc khác. (b) Cho biết nốt nhạc có trường độ gấp 8 lần nốt móc 3 là nốt nhạc nào?

**36** ([Tuy23], 45., p. 12, Phân bào). Tế bào lớn lên đến 1 kích thước nhất định thì phân chia thành 2 tế bào con. Mỗi tế bào con tiếp tục lớn lên cho đến khi bằng tế bào mẹ, sau đó phân chia thành 2 tế bào, quá trình cứ thế tiếp tục. Cho biết: (a) Số tế bào con sau lần phân chia thứ 3, thứ 5, thứ  $n \in \mathbb{N}^*$ . Viết kết quả dưới dạng lũy thừa cơ số 2. (b) Sau mấy lần phân chia thì số tế bào con là 128?

Về phân bào, see, e.g., [Wikipedia/phân bào](#) & [Wikipedia/spindle apparatus](#).

### 2.1 Compare Exponentiations – So Sánh Các Lũy Thừa

**37** ([Tuy23], Ví dụ 8, p. 13). So sánh  $3^7$  &  $2^{11}$ .

**38** ([Tuy23], Ví dụ 9, p. 13). So sánh  $16^{19}$  &  $8^{25}$ .

**39** ([Tuy23], Ví dụ 10, p. 13). So sánh  $3^{4040}$  &  $2^{6060}$ .

**40** ([Tuy23], 46., p. 14). So sánh: (a)  $27^{11}$  &  $81^8$ . (b)  $625^5$  &  $125^7$ .

**41** ([Tuy23], 47., p. 14). So sánh: (a)  $5^{36}$  &  $11^{24}$ . (b)  $3^{2n}$  &  $2^{3n}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**42** ([Tuy23], 48., p. 14). So sánh  $A = 2 \cdot 3^{54}$  &  $B = 6 \cdot 5^{32}$ .

**43** ([Tuy23], 49., p. 14). Chứng minh:  $5^{60n} < 2^{140n} < 3^{100n}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**44** ([Tuy23], 50., p. 14). Sắp xếp 3 số  $3^{539}, 7^{308}, 2^{847}$  theo thứ tự tăng dần.

**45** ([Tuy23], 51., p. 14). So sánh: (a)  $5^{75}$  &  $7^{60}$ . (b)  $3^{21}$  &  $2^{31}$ .

**46** ([Tuy23], 52., p. 14). So sánh: (a)  $5^{23}$  &  $6 \cdot 5^{22}$ . (b)  $7 \cdot 2^{13}$  &  $2^{16}$ . (c)  $21^{15}$  &  $27^5 \cdot 49^8$ .

**47** ([Tuy23], 53., p. 14). So sánh: (a)  $199^{20}$  &  $2003^{15}$ . (b)  $3^{39}$  &  $11^{21}$ .

**48** ([Tuy23], 54., p. 14). So sánh 2 hiệu  $A = 72^{45} - 72^{44}$  &  $B = 72^{44} - 72^{43}$ .

**49** ([Tuy23], 55., p. 14). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  biết: (a)  $16^x < 128^4$ . (b)  $5^x \cdot 5^{x+1} \cdot 5^{x+2} \leq \underbrace{100 \dots 0}_{18} : 2^{18}$ .

**50** ([Tuy23], 56., p. 14). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  biết  $2^5 \cdot 3^n \cdot 3^{n+2} \leq 32 \cdot 3^6 \cdot 3^4$ .

**51** ([Tuy23], 57., p. 14). So sánh  $A = \sum_{i=0}^9 2^i = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9$  &  $B = 5 \cdot 2^8$ .

**52** ([Tuy23], 58., p. 14). Viết số lớn nhất bằng cách dùng 3 chữ số 1, 2, 3 với điều kiện mỗi chữ số chỉ dùng 1 lần.

## Tài liệu

[Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.