

# Integer – Số Nguyên $\mathbb{Z}$

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 6 tháng 12 năm 2022

## Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about integer. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 6, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture)<sup>1</sup>. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer)<sup>2</sup>.

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về số nguyên. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 6. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer).

## Mục lục

<b>1</b>	<b>Số Nguyên</b>	<b>1</b>
1.1	Thứ Tự Trên $\mathbb{Z}$	1
1.2	$\pm$ Trên $\mathbb{Z}$	2
1.3	$\cdot, :$ Trên $\mathbb{Z}$	2
1.4	Tính Chia hết Trên $\mathbb{Z}$	3
	<b>Tài liệu</b>	<b>3</b>

## 1 Số Nguyên

“Tập hợp  $\mathbb{Z}$  các số nguyên gồm các số tự nhiên & các số  $-1, -2, -3, \dots$   $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ . Ta xác định trên  $\mathbb{Z}$  1 thứ tự như sau:  $a < b$  khi & chỉ khi điểm  $a$  ở bên trái điểm  $b$  trên trục số ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Ta xác định trên  $\mathbb{Z}$  2 phép toán: phép cộng & phép nhân. Phép cộng có 4 tính chất: giao hoán, kết hợp, cộng với số 0, cộng với số đối. Phép nhân có 3 tính chất: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1. Giữa phép nhân & phép cộng có quan hệ: phép nhân phân phối đối với phép cộng. Giữa thứ tự & phép toán có quan hệ:  $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ ,  $a < b \Rightarrow ac < bc$  với  $c > 0$ ,  $ac > bc$  với  $c < 0$ . Trừ đi 1 số là cộng với số đối của số trừ. Phép trừ 2 số nguyên bao giờ cũng thực hiện được<sup>3</sup>. Phép chia chỉ thực hiện được trong phạm vi số nguyên khi số bị chia chia hết cho số chia. Trong trường hợp  $a : b$ , ta nói:  $a$  là *bội* của  $b$  &  $b$  là *ước* của  $a$ . *Ước chung* (hoặc *bội chung*) của 2 hay nhiều số là ước (hoặc bội) của tất cả các số đó.” – Bình, 2022, Chap. II, p. 41

### 1.1 Thứ Tự Trên $\mathbb{Z}$

**Bài toán 1** (Bình, 2022, Ví dụ 48, p. 41). Cho  $a \in \mathbb{Z}$ . Gọi khoảng cách từ điểm  $a$  đến điểm gốc trên trục số là giá trị tuyệt đối của số  $a$  & ký hiệu là  $|a|$ . Điền vào chỗ trống các dấu  $\geq, \leq, >, <, =$  để các khẳng định sau là đúng: (a)  $|a| \dots a$ ,  $\forall a \in \mathbb{Z}$ . (b)  $|a| \dots 0$ ,  $\forall a \in \mathbb{Z}$ . (c) Nếu  $a > 0$  thì  $a \dots |a|$ . (d) Nếu  $a = 0$  thì  $a \dots |a|$ . (e) Nếu  $a < 0$  thì  $a \dots |a|$ .

**Bài toán 2** (Bình, 2022, 247., p. 42). Điền vào chỗ trống ... các từ “nhỏ hơn” hoặc “lớn hơn” cho đúng: (a) Mọi số nguyên dương đều ... số 0. (b) Mọi số nguyên âm đều ... số 0. (c) Mỗi số nguyên dương đều ... mọi số nguyên âm. (d) Trong 2 số nguyên dương, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy .... (e) Trong 2 số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy ....

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/NQBH\\_elementary-mathematics-grade-6.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/NQBH_elementary-mathematics-grade-6.pdf).

<sup>2</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/integer/NQBH\\_integer.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/integer/NQBH_integer.pdf).

<sup>3</sup>Phép trừ 2 số tự nhiên sẽ không thực hiện được (i.e., kết quả không phải là 1 số tự nhiên, hay không còn nằm trong  $\mathbb{N}$ ) nếu số bị trừ nhỏ hơn số trừ.

**Bài toán 3** (Bình, 2022, 248., p. 42). *Tìm: (a) Số nguyên dương lớn nhất có 2 chữ số. (a) Số nguyên âm lớn nhất có 2 chữ số.*

**Bài toán 4** (Bình, 2022, 249., p. 42). *Tính  $|b| - |a|$  biết: (a)  $a = -3, b = 7$ ; (b)  $a = 5, b = -6$ ; (c)  $a = 5, b = -5$ ;*

**Bài toán 5** (Bình, 2022, 250., p. 42). *Các khẳng định sau có đúng  $\forall a, b \in \mathbb{Z}$  hay không? Cho ví dụ. (a)  $|a| = |b| \Rightarrow a = b$ . (b)  $a > b \Rightarrow |a| > |b|$ .*

## 1.2 $\pm$ Trên $\mathbb{Z}$

**Bài toán 6** (Bình, 2022, Ví dụ 49, p. 42). *Tìm  $x \in \mathbb{Z}$ , biết  $10 = 10 + 9 + 8 + \dots + x$ , trong đó vế phải là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự giảm dần.*

**Bài toán 7** (Bình, 2022, 251., p. 42). *Tìm tổng của số nguyên âm nhỏ nhất có 1 chữ số & số nguyên dương lớn nhất có 1 chữ số.*

**Bài toán 8** (Bình, 2022, 252., p. 42). *Điền vào chỗ trống cho đúng: (a) Số đối của 1 số nguyên âm là 1 số .... (b) 2 số nguyên đối nhau thì có giá trị tuyệt đối .... (c) 2 số nguyên có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì .... (d) Số ... thì nhỏ hơn số đối của nó. (e) Nếu  $a \dots$  thì  $-a > 0$ . (f) Nếu  $a < 0$  thì  $|a| = \dots$  (g) Nếu  $a < 0$  thì  $a + |a| = \dots$*

**Bài toán 9** (Bình, 2022, 253., p. 43). *Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  biết: (a)  $x + 13 = 5$ . (b)  $x - 1 = -9$ . (c)  $25 - |x| = 10$ . (d)  $|x - 2| + 7 = 12$ . (e)  $x + 4$  là số nguyên dương nhỏ nhất. (f)  $10 - x$  là số nguyên âm lớn nhất.*

**Bài toán 10** (Bình, 2022, 254., p. 43). (a) Cho bảng vuông  $3 \times 3$  ô:

-8	7	
5		9
	5	-6

Điền số vào các ô trống sao cho tổng các số ở 3 dòng 1,2,3 lần lượt bằng -5,11,1. Tính tổng các số ở mỗi cột.

(b) Cho bảng vuông  $3 \times 3$  ô. Có thể điền được hay không 9 số nguyên vào 9 ô của bảng sao cho tổng các số ở 3 dòng lần lượt bằng 5, -3, 2 & tổng các số ở 3 cột lần lượt bằng -1, 2, 2?

**Bài toán 11** (Bình, 2022, 255., p. 43). (a) Có 10 ô liên tiếp trong đó ô đầu tiên ghi số 6, ô thứ 8 ghi số -4. Điền số vào các ô trống để tổng 3 số ở 3 ô liên nhau bằng 0. (b) 1 bảng vuông  $4 \times 4$  ô có 2 ô ở góc trên ghi số -3 & 2. Điền số vào các ô còn lại, sao cho tổng 2 số ở 2 ô liên nhau thì bằng nhau (2 ô liên nhau là 2 ô có 1 cạnh chung).

**Bài toán 12** (Bình, 2022, 256., p. 43). *Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  biết  $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + 19 + 20 = 20$ , trong đó vế trái là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự tăng dần.*

**Bài toán 13** (Bình, 2022, 257., p. 43). *Tìm các số nguyên  $a$  sao cho: (a)  $a > -a$ . (b)  $a = -a$ . (c)  $a < -a$ .*

**Bài toán 14** (Bình, 2022, 258., p. 43). *Tìm  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  biết:  $a + b = 11, b + c = 3, c + a = 2$ .*

**Bài toán 15** (Bình, 2022, 259., p. 43). *Tìm  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  biết  $a + b + c + d = 1, a + c + d = 2, a + b + d = 3, a + b + c = 4$ .*

**Bài toán 16** (Bình, 2022, 260., p. 43). *Cho  $\sum_{i=1}^{51} x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_{50} + x_{51} = 0$  &  $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = \dots = x_{47} + x_{48} = x_{49} + x_{50} = x_{50} + x_{51} = 1$ . Tính  $x_{50}$ .*

## 1.3 $\cdot, :$ Trên $\mathbb{Z}$

**Bài toán 17** (Bình, 2022, Ví dụ 50, p. 43). (a) Cho bảng vuông  $3 \times 3$  ô:

5	2	-4
-2	-4	-3
-6	5	7

Tìm tích các số ở mỗi dòng, tích các số ở mỗi cột.

(b) Viết 9 số nguyên khác 0 vào 1 bảng vuông  $3 \times 3$ . Biết tích các số ở mỗi dòng đều là số âm. Chứng minh luôn luôn tồn tại 1 cột mà tích các số trong cột ấy là số âm.

**Bài toán 18** (Bình, 2022, Ví dụ 51, p. 44). Thay các dấu  $\star$  trong biểu thức  $1 \star 2 \star 3$  bằng các phép tính  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$ ,  $:$ . Ở thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

**Bài toán 19** (Bình, 2022, 261., p. 44). Thực hiện các phép tính sau 1 cách nhanh chóng: (a)  $(-14) \cdot (-125) \cdot 3 \cdot (-8)$ ; (b)  $(-127) \cdot 57 + (-127) \cdot 43$ ; (c)  $(-13) \cdot 34 - 87 \cdot 34$ ; (d)  $(-25) \cdot 68 + (-34) \cdot (-250)$ ; (e)  $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$ ; (f)  $B = 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399$ ; (g)  $C = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + \dots + 97 - 98 - 99 + 100$ ; (h)  $D = 2^{200} - 2^{99} - 2^{98} - \dots - 2^2 - 2 - 1$ .

**Bài toán 20** (Bình, 2022, 262., p. 44). Thay các dấu  $\star$  trong biểu thức  $1 \star 2 \star 3 \star 4$  bằng dấu các phép tính  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$ ,  $:$ . Ở thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

**Bài toán 21** (Bình, 2022, 263., p. 44). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  sao cho: (a)  $(x - 1)^2 = 0$ ; (b)  $x(x - 1) = 0$ ; (c)  $(x + 1)(x - 2) = 0$ .

**Bài toán 22** (Bình, 2022, 264., p. 44). Cho dãy số  $a_1, a_2, \dots, a_{100}$  trong đó  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = -1$ ,  $a_k = a_{k-2}a_{k-1}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k \geq 3$ . Tính  $a_{100}$ .

**Bài toán 23** (Bình, 2022, 265., p. 44). Gọi  $a, b, c, d, e, f, g, h$  là các số khác nhau trong tập hợp số  $\{-7, -5, -3, -2, 2, 4, 6, 13\}$ . Tính giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = (a + b + c + d)^2 + (e + f + g + h)^2$ .

## 1.4 Tính Chia hết Trên $\mathbb{Z}$

## Tài liệu

Bình, Vũ Hữu (2022). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6, tập 1*. Tái bản lần thứ nhất. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 200.