

# Integer – Số Nguyên $\mathbb{Z}$

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 8 tháng 12 năm 2022

## Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about integer. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 6, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture)<sup>1</sup>. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/integer](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer)<sup>2</sup>.

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về số nguyên. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 6. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/integer](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer).

## Mục lục

<b>1</b>	<b>Thứ Tự Trên <math>\mathbb{Z}</math></b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b><math>\pm</math> Trên <math>\mathbb{Z}</math></b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b><math>\cdot, :</math> Trên <math>\mathbb{Z}</math></b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Tính Chia hết Trên <math>\mathbb{Z}</math></b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Điền Chữ Số</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>Dãy Các Số Viết Theo Quy Luật</b>	<b>6</b>
6.1	Dãy cộng	6
6.2	Các dãy khác	6
6.3	Đếm số	8
	<b>Tài liệu</b>	<b>9</b>

## Số Nguyên

“Tập hợp  $\mathbb{Z}$  các số nguyên gồm các số tự nhiên & các số  $-1, -2, -3, \dots$   $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ . Ta xác định trên  $\mathbb{Z}$  1 thứ tự như sau:  $a < b$  khi & chỉ khi điểm  $a$  ở bên trái điểm  $b$  trên trục số ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Ta xác định trên  $\mathbb{Z}$  2 phép toán: phép cộng & phép nhân. Phép cộng có 4 tính chất: giao hoán, kết hợp, cộng với số 0, cộng với số đối. Phép nhân có 3 tính chất: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1. Giữa phép nhân & phép cộng có quan hệ: phép nhân phân phối đối với phép cộng. Giữa thứ tự & phép toán có quan hệ:  $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ ,  $a < b \Rightarrow ac < bc$  với  $c > 0$ ,  $ac > bc$  với  $c < 0$ . Trừ đi 1 số là cộng với số đối của số trừ. Phép trừ 2 số nguyên bao giờ cũng thực hiện được<sup>3</sup>. Phép chia chỉ thực hiện được trong phạm vi số nguyên khi số bị chia chia hết cho số chia. Trong trường hợp  $a : b$ , ta nói:  $a$  là *bội* của  $b$  &  $b$  là *ước* của  $a$ . *Ước chung* (hoặc *bội chung*) của 2 hay nhiều số là ước (hoặc bội) của tất cả các số đó.” – Bình, 2022, Chap. II, p. 41

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/NQBH\\_elementary-mathematics-grade-6.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/NQBH_elementary-mathematics-grade-6.pdf).

<sup>2</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/integer/NQBH\\_integer.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/integer/NQBH_integer.pdf).

<sup>3</sup>Phép trừ 2 số tự nhiên sẽ không thực hiện được (i.e., kết quả không phải là 1 số tự nhiên, hay không còn nằm trong  $\mathbb{N}$ ) nếu số bị trừ nhỏ hơn số trừ.

## 1 Thứ Tự Trên $\mathbb{Z}$

**Bài toán 1** (Bình, 2022, Ví dụ 48, p. 41). Cho  $a \in \mathbb{Z}$ . Gọi khoảng cách từ điểm  $a$  đến điểm gốc trên trục số là giá trị tuyệt đối của số  $a$  & ký hiệu là  $|a|$ . Điền vào chỗ trống các dấu  $\geq, \leq, >, <, =$  để các khẳng định sau là đúng: (a)  $|a| \dots a, \forall a \in \mathbb{Z}$ . (a)  $|a| \dots 0, \forall a \in \mathbb{Z}$ . (c) Nếu  $a > 0$  thì  $a \dots |a|$ . (d) Nếu  $a = 0$  thì  $a \dots |a|$ . (e) Nếu  $a < 0$  thì  $a \dots |a|$ .

**Bài toán 2** (Bình, 2022, 247., p. 42). Điền vào chỗ trống ... các từ “nhỏ hơn” hoặc “lớn hơn” cho đúng: (a) Mọi số nguyên dương đều ... số 0. (b) Mọi số nguyên âm đều ... số 0. (c) Mọi số nguyên dương đều ... mọi số nguyên âm. (d) Trong 2 số nguyên dương, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy ... (e) Trong 2 số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy ...

**Bài toán 3** (Bình, 2022, 248., p. 42). Tìm: (a) Số nguyên dương lớn nhất có 2 chữ số. (a) Số nguyên âm lớn nhất có 2 chữ số.

**Bài toán 4** (Bình, 2022, 249., p. 42). Tính  $|b| - |a|$  biết: (a)  $a = -3, b = 7$ ; (b)  $a = 5, b = -6$ ; (c)  $a = 5, b = -5$ ;

**Bài toán 5** (Bình, 2022, 250., p. 42). Các khẳng định sau có đúng  $\forall a, b \in \mathbb{Z}$  hay không? Cho ví dụ. (a)  $|a| = |b| \Rightarrow a = b$ . (b)  $a > b \Rightarrow |a| > |b|$ .

## 2 ± Trêm $\mathbb{Z}$

**Bài toán 6** (Bình, 2022, Ví dụ 49, p. 42). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$ , biết  $10 = 10 + 9 + 8 + \dots + x$ , trong đó vế phải là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự giảm dần.

**Bài toán 7** (Bình, 2022, 251., p. 42). Tìm tổng của số nguyên âm nhỏ nhất có 1 chữ số & số nguyên dương lớn nhất có 1 chữ số.

**Bài toán 8** (Bình, 2022, 252., p. 42). Điền vào chỗ trống cho đúng: (a) Số đối của 1 số nguyên âm là 1 số ... (b) 2 số nguyên đối nhau thì có giá trị tuyệt đối ... (c) 2 số nguyên có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì ... (d) Số ... thì nhỏ hơn số đối của nó. (e) Nếu  $a \dots$  thì  $-a > 0$ . (f) Nếu  $a < 0$  thì  $|a| = \dots$  (g) Nếu  $a < 0$  thì  $a + |a| = \dots$

**Bài toán 9** (Bình, 2022, 253., p. 43). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  biết: (a)  $x + 13 = 5$ . (b)  $x - 1 = -9$ . (c)  $25 - |x| = 10$ . (d)  $|x - 2| + 7 = 12$ . (e)  $x + 4$  là số nguyên dương nhỏ nhất. (f)  $10 - x$  là số nguyên âm lớn nhất.

**Bài toán 10** (Bình, 2022, 254., p. 43). (a) Cho bảng vuông  $3 \times 3$  ô:

-8	7	
5		9
	5	-6

Điền số vào các ô trống sao cho tổng các số ở 3 dòng 1,2,3 lần lượt bằng -5, 11, 1. Tính tổng các số ở mỗi cột.

(b) Cho bảng vuông  $3 \times 3$  ô. Có thể điền được hay không 9 số nguyên vào 9 ô của bảng sao cho tổng các số ở 3 dòng lần lượt bằng 5, -3, 2 & tổng các số ở 3 cột lần lượt bằng -1, 2, 2?

**Bài toán 11** (Bình, 2022, 255., p. 43). (a) Có 10 ô liên tiếp trong đó ô đầu tiên ghi số 6, ô thứ 8 ghi số -4. Điền số vào các ô trống để tổng 3 số ở 3 ô liên nhau bằng 0. (b) 1 bảng vuông  $4 \times 4$  ô có 2 ô ở góc trên ghi số -3 & 2. Điền số vào các ô còn lại, sao cho tổng 2 số ở 2 ô liên nhau thì bằng nhau (2 ô liên nhau là 2 ô có 1 cạnh chung).

**Bài toán 12** (Bình, 2022, 256., p. 43). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  biết  $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + 19 + 20 = 20$ , trong đó vế trái là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự tăng dần.

**Bài toán 13** (Bình, 2022, 257., p. 43). Tìm các số nguyên  $a$  sao cho: (a)  $a > -a$ . (b)  $a = -a$ . (c)  $a < -a$ .

**Bài toán 14** (Bình, 2022, 258., p. 43). Tìm  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  biết:  $a + b = 11, b + c = 3, c + a = 2$ .

**Bài toán 15** (Bình, 2022, 259., p. 43). Tìm  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  biết  $a + b + c + d = 1, a + c + d = 2, a + b + d = 3, a + b + c = 4$ .

**Bài toán 16** (Bình, 2022, 260., p. 43). Cho  $\sum_{i=1}^{51} x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_{50} + x_{51} = 0$  &  $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = \dots = x_{47} + x_{48} = x_{49} + x_{50} = x_{50} + x_{51} = 1$ . Tính  $x_{50}$ .

### 3 ., : Trên $\mathbb{Z}$

**Bài toán 17** (Bình, 2022, Ví dụ 50, p. 43). (a) Cho bảng vuông  $3 \times 3$  ô:

5	2	-4
-2	-4	-3
-6	5	7

Tìm tích các số ở mỗi dòng, tích các số ở mỗi cột.

(b) Viết 9 số nguyên khác 0 vào 1 bảng vuông  $3 \times 3$ . Biết tích các số ở mỗi dòng đều là số âm. Chứng minh luôn luôn tồn tại 1 cột mà tích các số trong cột ấy là số âm.

**Bài toán 18** (Bình, 2022, Ví dụ 51, p. 44). Thay các dấu  $\star$  trong biểu thức  $1 \star 2 \star 3$  bằng các phép tính  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$ ,  $:$ .  $\mathcal{E}$  thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

**Bài toán 19** (Bình, 2022, 261., p. 44). Thực hiện các phép tính sau 1 cách nhanh chóng: (a)  $(-14) \cdot (-125) \cdot 3 \cdot (-8)$ ; (b)  $(-127) \cdot 57 + (-127) \cdot 43$ ; (c)  $(-13) \cdot 34 - 87 \cdot 34$ ; (d)  $(-25) \cdot 68 + (-34) \cdot (-250)$ ; (e)  $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$ ; (f)  $B = 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399$ ; (g)  $C = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + \dots + 97 - 98 - 99 + 100$ ; (h)  $D = 2^{200} - 2^{99} - 2^{98} - \dots - 2^2 - 2 - 1$ .

**Bài toán 20** (Bình, 2022, 262., p. 44). Thay các dấu  $\star$  trong biểu thức  $1 \star 2 \star 3 \star 4$  bằng dấu các phép tính  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$ ,  $:$ .  $\mathcal{E}$  thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

**Bài toán 21** (Bình, 2022, 263., p. 44). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  sao cho: (a)  $(x - 1)^2 = 0$ ; (b)  $x(x - 1) = 0$ ; (c)  $(x + 1)(x - 2) = 0$ .

**Bài toán 22** (Bình, 2022, 264., p. 44). Cho dãy số  $a_1, a_2, \dots, a_{100}$  trong đó  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = -1$ ,  $a_k = a_{k-2}a_{k-1}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k \geq 3$ . Tính  $a_{100}$ .

**Bài toán 23** (Bình, 2022, 265., p. 44). Gọi  $a, b, c, d, e, f, g, h$  là các số khác nhau trong tập hợp số  $\{-7, -5, -3, -2, 2, 4, 6, 13\}$ . Tính giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = (a + b + c + d)^2 + (e + f + g + h)^2$ .

### 4 Tính Chia hết Trên $\mathbb{Z}$

**Bài toán 24** (Bình, 2022, Ví dụ 52, p. 44). Số 36 chia cho  $a \in \mathbb{Z}$  rồi trừ đi  $a$ . Lấy kết quả này chia cho  $a$  rồi trừ đi  $a$ . Lại lấy kết quả này chia cho  $a$  rồi trừ đi  $a$ . Cuối cùng ta được số  $-a$ . Tìm  $a$ . Ans: 3.

**Bài toán 25** (Bình, 2022, 266., p. 45). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  biết: (a)  $(x + 2)(y - 3) = 5$ ; (b)  $(x + 1)(xy - 1) = 3$ .

**Bài toán 26** (Bình, 2022, 267., p. 45). Tính tổng  $A + B$  biết  $A$  là tổng các số nguyên âm lẻ có 2 chữ số,  $B$  là tổng các số nguyên dương chẵn có 2 chữ số.

**Bài toán 27** (Bình, 2022, 268., p. 45). Cho  $A = 2 - 5 + 8 - 11 + 14 - 17 + \dots + 98 - 101$ . (a) Viết dạng tổng quát của số hạng thứ  $n$  của  $A$ . (b) Tính giá trị của biểu thức  $A$ .

**Bài toán 28** (Bình, 2022, 269., p. 45). Cho  $A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - \dots - 99 - 100$ . (a)  $A$  có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 hay không? (b)  $A$  có bao nhiêu ước nguyên, có bao nhiêu ước tự nhiên?

**Bài toán 29** (Bình, 2022, 270., p. 45). Cho dãy số  $1, -3, 5, -7, 9, -11, 13, -15, 17, -19$ . Có thể tìm được hay không 5 số trong các số trên, sao cho đặt dấu “+” hoặc “-” nối các số đó với nhau, ta được kết quả bằng: (a) 15; (b) 20?

**Bài toán 30** (Bình, 2022, 271., p. 45). Thay các dấu  $\star$  trong biểu thức  $1 \star 2 \star 3 \star 4 \star 5 \star 6 \star 7 \star 8 \star 9$  bởi các dấu “+” hoặc “-” để giá trị của biểu thức bằng: (a)  $-13$ ; (b)  $-4$ ?

**Bài toán 31** (Bình, 2022, 272., p. 45). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  sao cho: (a)  $n + 5 : n - 2$ ; (b)  $2n + 1 : n - 5$ ; (c)  $n^2 + 3n - 13 : n + 3$ ; (d)  $n^2 + 3 : n - 1$ .

**Bài toán 32** (Bình, 2022, 273., p. 45). Tìm các số  $a, b, c, d, m$  khác nhau thuộc tập hợp  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  sao cho  $a < b < \min\{c, d\}$ , với  $\min\{c, d\}$  là số nhỏ hơn trong 2 số  $c, d$ ,  $\mathcal{E}$  đặt  $m$  nằm ở trung tâm, các số  $a, b, c, d$  lần lượt nằm ở bên trái, bên trên, bên phải, bên dưới của  $m$ ,  $\mathcal{E}$  tổng của 3 số trên đường nằm ngang bằng tổng của 3 số trên đường thẳng đứng.

**Bài toán 33** (Bình, 2022, 274.\* , p. 45). Cho  $n$  số nguyên (có thể có số âm) với  $n > 1$  mà tổng  $\mathcal{E}$  tích của chúng đều bằng 505. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $n$ .

## 5 Điền Chữ Số

“Các bài toán về điền chữ số không chỉ yêu cầu kỹ năng tính toán đúng mà còn đòi hỏi cả lập luận chính xác & hợp lý. Ta quy ước rằng khi ở đề bài cho các chữ  $a, b, c, \dots$  mà không chú thích gì thêm, ta hiểu rằng các chữ khác nhau biểu thị các chữ số khác nhau.” – Bình, 2022, p. 46

**Bài toán 34** (Bình, 2022, Ví dụ 53, p. 46). Thay các chữ bởi các chữ số thích hợp:  $\overline{abc} + \overline{acb} = \overline{bca}$ .

**Bài toán 35** (Bình, 2022, Ví dụ 54, p. 46). Tìm các chữ số  $a, b, c$  biết tổng  $a + b + c$  bằng tổng của 4 số chẵn liên tiếp & các chữ số  $a, b, c$  thỏa mãn cả 2 phép trừ sau:  $\overline{abc} - \overline{cba} = 99$  &  $\overline{bac} - \overline{abc} = 270$ .

**Bài toán 36** (Bình, 2022, Ví dụ 55, p. 46). Thay các dấu  $*$  bằng các chữ số thích hợp trong phép chia:

$$\begin{array}{r} \text{A} \quad * * * * * \\ \text{B} \quad * * * \\ \text{C} \quad 0 \ 0 \ 0 \ * \ * \\ \hline \quad \quad \quad * \ * \\ \quad \quad \quad 0 \ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} * \ * \\ \hline * \ * \ 8 \end{array}$$

**Bài toán 37** (Bình, 2022, Ví dụ 56, p. 47). Thay các chữ  $a, b, c$  bằng các chữ số khác nhau thích hợp trong phép nhân sau:  $\overline{ab} \cdot \overline{cc} \cdot \overline{abc} = \overline{abcabc}$ .

**Bài toán 38** (Bình, 2022, Ví dụ 57, p. 47). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết trong 2 cách viết: viết thêm chữ số 5 vào đằng sau số đó hoặc viết thêm chữ số 1 vào đằng trước số đó thì cách viết thứ nhất cho số lớn gấp 5 lần so với cách viết thứ 2.

**Bài toán 39** (Bình, 2022, Ví dụ 58, p. 48). Điền các chữ số thích hợp vào các chữ trong phép nhân sau:  $\overline{2abcdmn} = \overline{cdmnab}$ .

**Bài toán 40** (Bình, 2022, Ví dụ 59, p. 48). Điền các chữ số thích hợp vào các dấu  $*$  trong phép nhân sau:  $\overline{***} \cdot \overline{***} = \overline{***}$  biết cả 2 thừa số đều chẵn & tích là số có 3 chữ số như nhau.

**Bài toán 41** (Bình, 2022, Ví dụ 60, p. 48). Tìm các chữ số  $a$  &  $b$ , biết  $900 : (a + b) = \overline{ab}$ .

**Bài toán 42** (Bình, 2022, Ví dụ 61, p. 49). Chứng minh không thể thay các chữ bằng các chữ số để có phép tính đúng: (a)  $\text{HQC VUI} - \text{VUI HQC} = 1991$ ; (b)  $\text{TOÁN} + \text{LÝ} + \text{SỬ} + \text{VẼ} = 1992$ .

Thay các dấu  $*$  & các chữ bởi các số thích hợp:

**Bài toán 43** (Bình, 2022, 275., p. 49).  $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$ .

**Bài toán 44** (Bình, 2022, 276., p. 49). (a)  $\overline{abc} + \overline{ab} + a = 874$ ; (b)  $\overline{abc} + \overline{ab} + a = 1037$ .

**Bài toán 45** (Bình, 2022, 277., p. 49). (a)  $\overline{acc} \cdot b = \overline{dba}$  biết  $a$  là chữ số lẻ; (b)  $\overline{ac} \cdot \overline{ac} = \overline{acc}$ ; (c)  $\overline{ab} \cdot \overline{ab} = \overline{acc}$ .

**Bài toán 46** (Bình, 2022, 278., p. 49). (a)  $21\overline{bac} = \overline{abc8}$ ; (b)  $\overline{ab} = 9b$ .

**Bài toán 47** (Bình, 2022, 279., p. 49).  $4\overline{abcdef} = \overline{fabcde}$  &  $\overline{abcde} + f = 15390$ .

**Bài toán 48** (Bình, 2022, 280., p. 49).  $\overline{abc} - \overline{ca} = \overline{ca} - \overline{ac}$ .

**Bài toán 49** (Bình, 2022, 281., p. 49).  $\overline{abcd} + \overline{abc} = 3576$ .

**Bài toán 50** (Bình, 2022, 282., p. 49).  $\overline{abcd0} - \overline{abcd} = \overline{3462*}$ .

**Bài toán 51** (Bình, 2022, 283., p. 49). Thay các dấu  $*$  bởi các số thích hợp:

$$\begin{array}{r} * \ * \ * \ * \\ \times \quad * \ * \\ \hline * \ * \ * \ * \\ * \ * \ * \ 7 \\ \hline * \ * \ * \ * \end{array}$$

biết số bị nhân có tổng các chữ số bằng 18 & không đổi khi đọc từ phải sang trái.

**Bài toán 52** (Bình, 2022, 284., p. 49). (a)  $\overline{ab} \cdot b = \overline{1ab}$ ; (b)  $\overline{abc} = 9\overline{bc}$ .

**Bài toán 53** (Bình, 2022, 285., p. 50).  $\overline{260abc} : \overline{abc} = 626$ .

Bài toán 54 (Bình, 2022, 286., p. 50). Thay các dấu \* bởi các số thích hợp:

$$\begin{array}{r} \phantom{00} \phantom{00} * * * \\ \times \phantom{00} 8 * * \\ \hline \phantom{00} * * * 9 \\ * * * \\ \hline * * * * * \end{array}$$

**Bài toán 55** (Bình, 2022, 287., p. 50). (a)  $\overline{ab} \cdot \overline{cb} = \overline{ddd}$ ; (b)  $\star\star \cdot \star = \star\star\star$ ; (c)  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{bbb}$ . Biết tích là số có 3 chữ số như nhau.

**Bài toán 56** (Bình, 2022, 288., p. 50).  $\overline{abcdef} = \overline{defabc}$ .

**Bài toán 57** (Bình, 2022, 289., p. 50).  $20 \star \star : 13 = \star \star 7$ .

Bài toán 58 (Bình, 2022, 290., p. 50). Thay các dấu \* bởi các số thích hợp:

a)  $\begin{array}{r} \text{* * * * *} \\ \text{* *} \\ \hline \text{* *} \\ \text{* *} \\ \hline \end{array}$

b)  $\begin{array}{r} \text{* * * * *} \\ \text{* *} \\ \hline \text{* *} \\ \text{* *} \\ \hline \end{array}$

**Bài toán 59** (Bình, 2022, 291., p. 50).  $\overline{abc} : 11 = a + b + c$ .

**Bài toán 60** (Bình, 2022, 292., p. 50).  $(\overline{ab} + \overline{cd})(\overline{ab} - \overline{cd}) = 2002$ .

**Bài toán 61** (Bình, 2022, 293., p. 50). (a)  $a \cdot \overline{bc} = d \cdot \overline{ef} = 156$  (các chữ khác các chữ số đã có); (b)  $\overline{ab} \cdot \overline{cde} = 16038$  (các chữ khác các chữ số đã có).

**Bài toán 62** (Bình, 2022, 294., p. 50). *Tìm chữ số  $a$  sao cho  $n = \overbrace{4\dots 4}^{55 \text{ số}} a \overbrace{6\dots 6}^{55 \text{ số}} : 13$ .*

**Bài toán 63** (Bình, 2022, 295., p. 50). *Tìm chữ số  $a$  &  $x \in \mathbb{N}$  sao cho:  $(12 + 3x)^2 = \overline{1a96}$ .*

**Bài toán 64** (Bình, 2022, 296., p. 50). *Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 7 vào đằng trước số đó thì được 1 số lớn gấp 4 lần so với số có được bằng cách viết thêm chữ số 7 vào sau số đó.*

**Bài toán 65** (Bình, 2022, 297., p. 50). *Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, biết rằng nếu viết thêm 1 chữ số 2 vào bên phải & 1 chữ số 2 vào bên trái của nó thì số ấy tăng gấp 36 lần.*

**Bài toán 66** (Bình, 2022, 298., p. 50). *Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, biết rằng nếu viết xen vào giữa 2 chữ số của nó chính số đó thì số đó tăng gấp 99 lần.*

**Bài toán 67** (Bình, 2022, 299., p. 50). *Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, sao cho khi nhân số đó với 4 ta được số gồm 4 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại.*

**Bài toán 68** (Bình, 2022, 300., p. 50). *Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, sao cho nhân nó với 9 ta được số gồm chính các chữ số của số ấy viết theo thứ tự ngược lại.*

**Bài toán 69** (Bình, 2022, 301., p. 51). *Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, sao cho nhân nó với 9 ta được số gồm chính các chữ số của số ấy viết theo thứ tự ngược lại.*

**Bài toán 70** (Bình, 2022, 302., p. 51). (a) Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng nếu xóa chữ số hàng trăm thì số ấy giảm 9 lần. (b) Giải bài toán trên nếu không cho biết chữ số bị xóa thuộc hàng nào.

**Bài toán 71** (Bình, 2022, 303., p. 51). *Tìm  $n \in \mathbb{N}$  có 3 chữ số khác nhau, biết rằng nếu xóa bất kỳ chữ số nào của nó ta cũng được 1 số là ước của  $n$ .*

**Bài toán 72** (Bình, 2022, 304., p. 51). *Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, biết rằng nếu xóa chữ số hàng nghìn thì số ấy giảm 9 lần.*

**Bài toán 73** (Bình, 2022, 305., p. 51). (a) Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, biết rằng chữ số hàng trăm bằng 0 nếu xóa chữ số 0 đó thì số ấy giảm 9 lần. (b) 1 số tự nhiên tăng gấp 9 lần nếu viết thêm 1 chữ số 0 vào giữa các chữ số hàng chục ở hàng đơn vị của nó. Tìm số ấy.

**Bài toán 74** (Bình, 2022, 306., p. 51). Tìm  $A \in \mathbb{N}$ , biết rằng nếu xóa 1 hoặc nhiều chữ số tận cùng của nó thì được số  $B$  mà  $A = 130B$ .

**Bài toán 75** (Bình, 2022, 307.\*, p. 51). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  có chữ số tận cùng bằng 2, biết rằng  $x, 2x, 3x$  đều là các số có 3 chữ số ở 9 chữ số của 3 số đó đều khác nhau và khác 0.

**Bài toán 76** (Bình, 2022, 308.\*, p. 51). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  có 6 chữ số, biết rằng các tích  $2x, 3x, 4x, 5x, 6x$  cũng là số có 6 chữ số gồm cả 6 chữ số ấy. (a) Cho biết 6 chữ số của số phải tìm là 1, 2, 4, 5, 7, 8. (b) Giải bài toán nếu không cho điều kiện (a).

## 6 Dãy Các Số Viết Theo Quy Luật

### 6.1 Dãy cộng

“Xét các dãy số sau: (a) Dãy số tự nhiên:  $0, 1, 2, 3, \dots$ ; (b) Dãy số lẻ:  $1, 3, 5, 7, \dots$ ; (c) Dãy các số chia cho 3 dư 1:  $1, 4, 7, 10, \dots$ . Trong các dãy số trên, mỗi số hạng, kể từ số hạng thứ 2, đều lớn hơn số hạng đứng liền trước nó cùng 1 đơn vị, số đơn vị này là 1 ở dãy (a), là 2 ở dãy (b), là 3 ở dãy (c). Ta gọi các dãy trên là *dãy cộng*.”

Xét dãy cộng  $4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots$ . Hiệu giữa 2 số liên tiếp của dãy là 3. Số hạng thứ 6 của dãy này là 19, bằng:  $4 + (6 - 1) \cdot 3$ ; số hạng thứ 10 của dãy này là  $4 + (10 - 1) \cdot 3 = 31$ . Tổng quát, nếu 1 dãy cộng có số hạng đầu là  $a_1$  & hiệu giữa 2 số hạng liên tiếp là  $d$  thì số hạng thứ  $n$  của dãy cộng đó (ký hiệu  $a_n$ ) bằng:  $a_n = a_1 + (n - 1)d, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Để tính tổng các số hạng của dãy cộng  $4 + 7 + 10 + \dots + 25 + 28 + 31$  (gồm 10 số) ta viết:  $A = 4 + 7 + 10 + \dots + 25 + 28 + 31, A = 31 + 28 + 25 + \dots + 10 + 7 + 4$  nên  $2A = (4 + 31) + (7 + 28) + \dots + (28 + 7) + (31 + 4) = (4 + 31) \cdot 10$ . Do đó  $A = \frac{(4+31) \cdot 10}{2} = 175$ .

Tổng quát, nếu 1 dãy cộng có  $n$  số hạng, số hạng đầu là  $a_1$ , số hạng cuối là  $a_n$  thì tổng của  $n$  số hạng đó được tính như sau:  $S = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$ . Quy tắc dân gian: dĩ đầu, cộng vĩ, chiết bán, nhân chi (lấy số đầu cộng với số cuối, chia đôi, nhân với số số hạng). Trường hợp đặc biệt, tổng của  $n$  số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ 1 bằng:  $\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$ . – Bình, 2022, Chuyên đề 2, pp. 51–52 (Cho  $a_1 = 1, a_n = n$  trong công thức  $S = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n)$ .)

**Định nghĩa 6.1** (Dãy cộng). Dãy cộng là dãy có dạng  $\{a + nb\}_{n=0}^\infty = a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots$ , với  $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ .

Trong các dãy số cộng, mỗi số hạng, kể từ số hạng thứ 2, đều lớn hơn số hạng đứng trước nó cùng 1 số đơn vị là  $b$ .

**Ví dụ 6.1.** (a)  $a = 0, b = 1$ , dãy  $\{a + nb\}_{n=0}^\infty = \{n\}_{n=0}^\infty = \mathbb{N} = 0, 1, 2, 3, \dots$  là dãy các số tự nhiên. (b)  $a = 1, b = 2$ , dãy  $\{a + nb\}_{n=0}^\infty = \{1 + 2n\}_{n=0}^\infty = 1, 3, 5, 7, \dots$  là dãy các số tự nhiên lẻ. (c)  $a = 0, b = 2$ ,  $\{a + nb\}_{n=0}^\infty = \{2n\}_{n=0}^\infty = 0, 2, 4, 6, \dots$  là dãy các số tự nhiên chẵn. (d) Với  $b \in \mathbb{N}^*, b \geq 2, a \in \mathbb{N}, a < b$ , dãy  $\{a + nb\}_{n=0}^\infty$  là dãy các số tự nhiên chia cho  $b$  dư  $a$ .

**Bài toán 77** (Bình, 2022, Ví dụ 62, p. 52). Bạn Lâm đánh số trang 1 cuốn sách dày 284 trang bằng dãy số chẵn 2, 4, 6, 8, ... (a) Biết mỗi chữ số viết mất 1 giây. Hỏi bạn Lâm cần bao nhiêu phút để đánh số trang cuốn sách? (b) Chữ số thứ 300 mà bạn Lâm viết là chữ số nào?

**Bài toán 78** (Bình, 2022, Ví dụ 63\*, p. 52). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  lớn nhất để tích các số tự nhiên từ 1 đến 1000 chia hết cho  $5^n$ .

“Tổng quát: Số thừa số  $a$  khi phân tích  $n! = \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$  ra thừa số nguyên tố là:  $\sum_{i=1}^k \lfloor \frac{n}{a^i} \rfloor = \lfloor \frac{n}{a} \rfloor + \lfloor \frac{n}{a^2} \rfloor + \dots + \lfloor \frac{n}{a^k} \rfloor$  với  $k$  là số mũ lớn nhất sao cho  $a^k \leq n$ . Ký hiệu  $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$  là số tự nhiên lớn nhất không vượt quá  $\frac{n}{m}$  (nếu  $n : m$  thì  $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$  là thương đúng, nếu  $n \not\vdots m$  thì  $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$  là thương hụt, ta gọi  $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$  là phần nguyên của  $\frac{n}{m}$ ).” – Bình, 2022, p. 53

**Bài toán 79** (Bình, 2022, Ví dụ 64, p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 13 trong dãy  $111, 1111, \dots, \underbrace{1 \dots 1}_{1993 \text{ số}}$ .

### 6.2 Các dãy khác

**Bài toán 80** (Bình, 2022, Ví dụ 65, p. 53). Tìm số hạng thứ 100 của các dãy được viết theo quy luật: (a)  $3, 8, 15, 24, 35, \dots$ ; (b)  $3, 24, 63, 120, 195, \dots$ ; (c)  $1, 3, 6, 10, 15, \dots$ ; (d)  $1, 2, 4, 7, 11$ ; (e)  $2, 5, 10, 17, 26, \dots$

*Hint.* 2 số hạng đầu của các dãy trên có thể viết dưới dạng: dãy (a):  $1 \cdot 3, 2 \cdot 4$ ; dãy (b):  $1 \cdot 3, 4 \cdot 6$ ; dãy (c):  $\frac{1 \cdot 2}{2}, \frac{2 \cdot 3}{2}$ ; (d) dãy (e):  $1 + 1^2, 1 + 2^2$ .

**Bài toán 81** (Bình, 2022, Ví dụ 66, p. 54). (a) Tính tổng  $A = \sum_{i=1}^{98} i(i + 1) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 98 \cdot 99$ . (b) Sử dụng kết quả của (a), tính  $B = \sum_{i=1}^{98} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 97^2 + 98^2$ .



Tổng quát:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

**Bài toán 82** (Bình, 2022, 309., p. 55). *Tìm chữ số thứ 1000 khi viết liên tiếp liền nhau các số hạng của dãy số lẻ 1, 3, 5, 7, ...*

**Bài toán 83** (Bình, 2022, 310., p. 55). (a) *Tính tổng các số lẻ có 2 chữ số.* (b) *Tính tổng các số chẵn có 2 chữ số.*

**Bài toán 84** (Bình, 2022, 311., p. 55). *Có số hạng nào của dãy sau tận cùng bằng 2 hay không? 1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, ...*

**Bài toán 85** (Bình, 2022, 312., p. 55). (a) *Viết liên tiếp các số hạng của dãy số tự nhiên từ 1 đến 100 tạo thành 1 số A. Tính tổng các chữ số của A.* (b) *Cũng hỏi như trên nếu viết từ 1 đến 1000000.*

**Bài toán 86** (Bình, 2022, 313., p. 55). *Có n em bé được nhận quà. Cô giáo đã xếp cho các em đứng thành 1 hàng ngang, có số tuổi nhỏ dần kể từ trái sang phải. Lần lượt từ trái sang phải em thứ nhất được 1 chiếc, em thứ 2 được 2 chiếc, cứ như vậy em nhận sau được chia nhiều hơn em nhận trước 1 chiếc kẹo. Đến lượt chia thứ 2, cô giáo cũng chia kẹo từ trái sang phải sao cho em nhận sau được chia nhiều hơn em nhận trước 1 chiếc kẹo (lưu ý: ở lượt thứ 2 thì em thứ nhất nhận không phải 1 chiếc kẹo mà là n + 1 chiếc kẹo). Tính n biết số kẹo chia ở lượt thứ 2 nhiều hơn số kẹo chia ở lượt thứ nhất là 36 chiếc.*

**Bài toán 87** (Bình, 2022, 314., p. 55). *Bạn A viết dãy số tự nhiên như sau: 3, 4, 5, ..., 345 (1). Bạn B thay mỗi số của dãy (1) bởi tổng các chữ số của nó & được dãy (2). Bạn C thay mỗi số của dãy (2) bởi tổng các chữ số của nó & được dãy (3). Bạn D thay mỗi số của dãy (3) bởi tổng các chữ số của nó & được dãy (4). (a) Chứng tỏ chỉ có dãy (4) mới có mọi số hạng đều là số có 1 chữ số. (b) Số nào xuất hiện nhiều nhất ở dãy (4)?*

**Bài toán 88** (Bình, 2022, 315., p. 55). (a) *Khi phân tích ra thừa số nguyên tố, số 1000! chứa thừa số nguyên tố 7 với số mũ bằng bao nhiêu?* (b) *Tích A = 500! tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?*

**Bài toán 89** (Bình, 2022, 316., p. 55). (a) *Tích B = 38 · 39 · 40 · ... · 74 có bao nhiêu thừa số 2 khi phân tích ra thừa số nguyên tố?* (b) *Tích C = 31 · 32 · 33 · ... · 90 có bao nhiêu thừa số 3 khi phân tích ra thừa số nguyên tố?*

**Bài toán 90** (Bình, 2022, 317., p. 55). *2 con châu chấu cùng nhảy 1 lúc từ 1 chỗ & về cùng 1 phía. Khi con I nhảy 1 bước thì con II cũng nhảy 1 bước. Con I nhảy mỗi bước dài 4m. Con II nhảy bước thứ nhất dài 1m, mỗi bước sau tăng hơn so với bước liền trước 1m cho đến khi đuổi kịp con I. Hỏi sau bao nhiêu bước nhảy thì con II đuổi kịp con I?*

**Bài toán 91** (Bình, 2022, 318., p. 56). *Cho 3 dãy các số tự nhiên liên tiếp: 1, 2, 3, ..., 95, 96, 97; 1, 2, 3, ..., 95, 96; 1, 2, 3, ..., 95. Trong dãy nào có thể chia các số của dãy thành 2 nhóm để tổng các số trong mỗi nhóm bằng nhau?*

**Bài toán 92** (Bình, 2022, 319., p. 56). (a) *Viết số hạng thứ n của dãy 1, 4, 7, 10, 13, ...;* (b) *Viết 2 số hạng tiếp theo của dãy 1, 3, 2, 6, 3, 9, 4, 12, 5, ...;* (c) *Viết số hạng thứ n của dãy 1, 2, 4, 7, 11, ...*

**Bài toán 93** (Bình, 2022, 320., p. 56). *Có bao nhiêu số tự nhiên đồng thời là các số hạng của cả 2 dãy sau: 3, 7, 11, 15, ..., 407 & 2, 9, 16, 23, ..., 709.*

**Bài toán 94** (Bình, 2022, 321., p. 56). *Cho 1 dãy gồm 30 số chẵn liên tiếp tăng dần có tổng bằng 1470. Tìm số hạng đầu & số hạng cuối của dãy.*

**Bài toán 95** (Bình, 2022, 322., p. 56). (a) *Tính tổng của n số lẻ liên tiếp bắt đầu từ 1.* (b) *Xếp các hộp thành hàng, hàng thứ nhất có 1 hộp, hàng thứ 2 có 3 hộp, hàng thứ 3 có 5 hộp, etc., sao cho các hộp ở giữa mỗi hàng tạo thành 1 cột. Có tất cả bao nhiêu hộp từ hàng thứ nhất tới hàng thứ 10? Có tất cả bao nhiêu hộp từ hàng thứ nhất tới hàng thứ n, n ∈ ℕ\*?*

**Bài toán 96** (Bình, 2022, 323., p. 56). *Trong dãy số 1, 2, 3, ..., 1990, có thể chọn được nhiều nhất bao nhiêu số để tổng 2 số bất kỳ được chọn chia hết cho 38?*

**Bài toán 97** (Bình, 2022, 324., p. 56). *1 đồng hồ reo chuông vào các thời điểm sau: 4:10, 5:20, 6:40, 8:10, ... Theo quy luật trên, đồng hồ reo chuông lần tiếp theo vào lúc nào?*

**Bài toán 98** (Bình, 2022, 325.\*, p. 56, Theo nội dung bài toán bò ăn cỏ của Newton). *Có 3 cánh đồng cỏ như nhau & cỏ luôn mọc đều như nhau trên toàn bộ cánh đồng. 9 con bò ăn hết số cỏ có sẵn & số cỏ mọc thêm của cánh đồng I trong 2 tuần, 6 con bò ăn hết số cỏ có sẵn & số cỏ mọc thêm của cánh đồng II trong 4 tuần. Hỏi bao nhiêu con bò ăn hết cỏ có sẵn & số cỏ mọc thêm của cánh đồng II trong 6 tuần? (mỗi con bò đều ăn số cỏ như nhau).*

**Bài toán 99** (Bình, 2022, 326.\*, p. 56). *Chia dãy số tự nhiên kể từ 1 thành từng nhóm (các số cùng nhóm được đặt trong dấu ngoặc) (1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), (11, 12, 13, 14, 15), ... (a) Tìm số hạng đầu tiên của nhóm thứ 100. (b) Tính tổng các số thuộc nhóm thứ 100.*

**Bài toán 100** (Bình, 2022, 327., p. 56). Cho  $S_1 = 1 + 2$ ,  $S_2 = 3 + 4 + 5$ ,  $S_3 = 6 + 7 + 8 + 9$ ,  $S_4 = 10 + 11 + 12 + 13 + 14, \dots$ . Tính  $S_{100}$ .

Bài tập phụ thuộc vào hình vẽ: Bình, 2022, 328.–331., p. 57.  
pause here ...

**Bài toán 101** (Bình, 2022, 230., p. 49). Tính số hạng thứ 50 của các dãy sau: (a)  $1 \cdot 6, 2 \cdot 7, 3 \cdot 8, \dots$ ; (b)  $1 \cdot 4, 4 \cdot 7, 7 \cdot 10, \dots$

**Bài toán 102** (Bình, 2022, 231., p. 49). Cho  $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{20} = \sum_{i=0}^{20} 3^i$ ,  $B = 3^{21} : 2$ . Tính  $B - A$ .

**Bài toán 103** (Bình, 2022, 232., p. 49). Cho  $A = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{99}$ ,  $B = 4^{100}$ . Chứng minh rằng  $A < \frac{B}{3}$ .

**Bài toán 104** (Bình, 2022, 233., p. 49). Tính giá trị của biểu thức:

$$(a) A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{9 \dots 9}_{50's}; \quad (b) B = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{9 \dots 9}_{200's}.$$

### 6.3 Đếm số

**Bài toán 105** (Bình, 2022, Ví dụ 43, p. 49). Có bao nhiêu số  $\overline{abcd}$  mà  $\overline{ab} < \overline{cd}$ ?

**Bài toán 106** (Bình, 2022, Ví dụ 44, p. 49). Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 4 gồm 4 chữ số, chữ số tận cùng bằng 2?

**Lưu ý 6.1.** “Nếu việc chọn đối tượng  $A$  có thể thực hiện bởi  $m$  cách  $\mathcal{E}$  với mỗi cách chọn của  $A$  có thể chọn đối tượng  $B$  bởi  $n$  cách thì việc chọn  $A$   $\mathcal{E}$   $B$  theo thứ tự đó có thể thực hiện bởi  $mn$  cách chọn.” – Bình, 2022, p. 50 Quy tắc nhân trong phép đếm  $\mathcal{E}$  khái niệm tổ hợp, chỉnh hợp sẽ được học ở môn Tổ hợp, trong chương trình Toán 10.

**Bài toán 107** (Bình, 2022, Ví dụ 45, p. 50). Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số  $\overline{abcd}$ , trong đó  $b - a = 1$ ,  $d - c = 1$ ?

**Bài toán 108** (Bình, 2022, Ví dụ 46, p. 50). Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số trong đó có đúng 1 chữ số 5?

“Trong nhiều trường hợp, để đếm các số có tính chất nào đó, ta lại đếm trước hết các số không có tính chất ấy.” – Bình, 2022, p. 51

**Bài toán 109** (Bình, 2022, Ví dụ 47, p. 50). Có bao nhiêu số chứa ít nhất 1 chữ số 1 trong các số tự nhiên: (a) có 3 chữ số; (b) từ 1 đến 999.

**Bài toán 110** (Bình, 2022, Ví dụ 48, p. 51). Viết 999 số tự nhiên liên tiếp kể từ 1. Hỏi: (a) Chữ số 2 có mặt bao nhiêu lần? (b) Chữ số 0 có mặt bao nhiêu lần?

**Bài toán 111** (Bình, 2022, 234., p. 52). Bạn Tâm đánh số trang của 1 cuốn vở có 110 trang bằng cách viết dãy số tự nhiên  $1, 2, \dots, 110$ . Bạn Tâm phải viết tất cả bao nhiêu chữ số?

**Bài toán 112** (Bình, 2022, 235., p. 52). 1 cô nhân viên đánh máy liên tục dãy số chẵn bắt đầu từ 2:  $2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots$ . Cô phải đánh tất cả 2000 chữ số. Tìm chữ số cuối cùng mà cô đã đánh.

**Bài toán 113** (Bình, 2022, 236., p. 52). Bạn Mai viết dãy số lẻ  $1, 3, 5, \dots, 245$ . (a) Bạn Mai phải viết tất cả bao nhiêu chữ số? (b) Nếu mỗi chữ số viết mất 1 giây thì viết đến số 245 mất bao nhiêu giây? Sau 5 phút, bạn Mai viết đến chữ số nào?

**Bài toán 114** (Bình, 2022, 237., p. 52). Bạn Hùng viết dãy số lẻ  $1, 3, 5, 7, \dots$  để đánh số trang 1 cuốn sách. Tính xem chữ số 200 mà bạn Hùng viết là chữ số nào?

**Bài toán 115** (Bình, 2022, 238., p. 52). Để đánh số trang của 1 cuốn sách, người ta viết dãy số tự nhiên bắt đầu từ 1  $\mathcal{E}$  phải dùng tất cả 1998 chữ số. (a) Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang? (b) Chữ số thứ 1010 là chữ số nào?

**Bài toán 116** (Bình, 2022, 239., p. 52). Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 3, có 4 chữ số  $\mathcal{E}$  tận cùng bằng 5?

**Bài toán 117** (Bình, 2022, 240., pp. 52–53). Tuấn muốn đến nhà bạn, nhưng không nhớ số nhà, chỉ biết rằng số nhà của bạn là số chia hết cho 3  $\mathcal{E}$  có 2 chữ số. Biết số nhà cuối của dãy phố đó là 135. Hỏi Tuấn phải gõ cửa nhiều nhất bao nhiêu số nhà? (các số nhà không đánh số  $a, b, \dots$ ).

**Bài toán 118** (Bình, 2022, 241., p. 53). Tìm số lượng các số tự nhiên có 4 chữ số mà: (a) Số tạo bởi 2 chữ số đầu (theo thứ tự ấy) cộng với số tạo bởi 2 chữ số cuối (theo thứ tự ấy) nhỏ hơn 100. (b) Số tạo bởi 2 chữ số đầu (theo thứ tự ấy) lớn hơn số tạo bởi 2 chữ số cuối (theo thứ tự ấy)?

**Bài toán 119** (Bình, 2022, 242., p. 53). Trong các số tự nhiên từ 1 đến 252, xóa các số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5, rồi xóa các số chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2. Còn lại bao nhiêu số?



**Bài toán 120** (Bình, 2022, 243., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số mà: (a) Các chữ số đều chẵn? (b) Chữ số hàng chục là chữ số lẻ?

**Bài toán 121** (Bình, 2022, 244., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số mà: (a) Mỗi chữ số đều chẵn? (b) Tổng các chữ số là số chẵn?

**Bài toán 122** (Bình, 2022, 245., p. 53). Có bao nhiêu biểu số xe máy khác nhau, mỗi số xe lập bởi 2 chữ cái đứng đầu & 3 chữ số đứng sau? (bảng chữ cái có 25 chữ, không có biểu số 000).

**Bài toán 123** (Bình, 2022, 246., p. 53). Trong các số tự nhiên có 3 chữ số, có bao nhiêu số: (a) Chứa đúng 1 chữ số 4? (b) Chứa đúng 2 chữ số 4?

**Bài toán 124** (Bình, 2022, 247., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5, có 4 chữ số, có đúng 1 chữ số 5?

**Bài toán 125** (Bình, 2022, 248., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng cộng nó với số gồm 3 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại thì được 1 số chia hết cho 5?

**Bài toán 126** (Bình, 2022, 249., p. 53). Có bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số, các chữ số khác nhau?

**Bài toán 127** (Bình, 2022, 250., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số trong đó có ít nhất 2 chữ số như nhau?

**Bài toán 128** (Bình, 2022, 251., p. 53). Trong các số tự nhiên có 4 chữ số, có bao nhiêu số trong đó có đúng 3 chữ số như nhau?

**Bài toán 129** (Bình, 2022, 252., p. 53). Trong các số tự nhiên có 3 chữ số, có bao nhiêu số: (a) Chia hết cho 5, có chứa chữ số 5? (b) Chia hết cho 4, có chứa chữ số 4? (c) Chia hết cho 3, không chứa chữ số 3?

**Bài toán 130** (Bình, 2022, 253., p. 54). Viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1 đến 999 ta được 1 số tự nhiên A. (a) Số A có bao nhiêu chữ số? (b) Tính tổng các chữ số của số A.

**Bài toán 131** (Bình, 2022, 254\*, p. 54). Viết dãy số tự nhiên từ 1 đến 999. (a) Chữ số 1 được viết bao nhiêu lần? (b) Chữ số 0 được viết bao nhiêu lần?

**Bài toán 132** (Bình, 2022, 255., p. 54). Trong các số tự nhiên có 3 chữ số, có bao nhiêu số chứa ít nhất 1 chữ số 4?

**Bài toán 133** (Bình, 2022, 256\*, p. 54). Trong các số tự nhiên từ 1 đến 10000: (a) Có bao nhiêu số chứa chữ số 0? (b) Số chứa chữ số 1 hay số không chứa chữ số 1 có nhiều hơn?

**Bài toán 134** (Bình, 2022, 257., p. 54). Viết dãy số chẵn 100, 102, ..., 390. Hỏi chữ số 2 được viết bao nhiêu lần?

**Bài toán 135** (Bình, 2022, 258., p. 54). Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, lập tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số trong đó mỗi chữ số trên đều có mặt. Chứng minh rằng tổng tất cả các số đó chia hết cho 9.

**Bài toán 136** (Bình, 2022, 259., p. 54). Cho 3 chữ số  $a, b, c$  khác nhau & khác 0. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số lập bởi cả 3 chữ số trên. (a) Tập hợp A có bao nhiêu phần tử? (b) Tính tổng các phần tử của tập hợp A, biết rằng  $a + b + c = 17$ .

**Bài toán 137** (Bình, 2022, 260., p. 54). Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, lập tất cả các số tự nhiên mà mỗi chữ số trên đều có mặt đúng 1 lần. Tìm tổng các số ấy.

**Bài toán 138** (Bình, 2022, 261., p. 54). Tìm tổng các số tự nhiên có 3 chữ số lập bởi các chữ số 2, 3, 0, 7 trong đó: (a) Các chữ số có thể giống nhau; (b) Các chữ số đều khác nhau.

## Tài liệu

Bình, Vũ Hữu (2022). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6, tập 1*. Tái bản lần thứ nhất. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 200.