

Polynomial – Đa Thức

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 12 tháng 12 năm 2022

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about polynomial. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 8, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/polynomial](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/polynomial)².

[vi] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về đa thức. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 8. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 8/polynomial](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/polynomial).

Mục lục

1 Nhân Đa Thức	1
2 Các Hằng Đẳng Thức Đáng Nhớ	2
3 Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử	4
Tài liệu	5

1 Nhân Đa Thức

“**1.** Muốn nhân 1 đơn thức với 1 đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau. **2.** Muốn nhân 1 đa thức với 1 đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau. **3.** Quy tắc nhân 1 đơn thức với 1 đa thức còn được vận dụng theo chiều ngược lại: $AB + AC = A(B + C)$. **4.** Nếu 2 đa thức $P(x), Q(x)$ luôn có giá trị bằng nhau với mọi giá trị của biến thì 2 đa thức đó gọi là *2 đa thức đồng nhất*, ký hiệu $P(x) \equiv Q(x)$. 2 đa thức $P(x), Q(x)$ (viết dưới dạng thu gọn) là *đồng nhất* khi & chỉ khi hệ số của các lũy thừa cùng bậc bằng nhau. Đặc biệt, nếu $P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ luôn bằng 0 với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $a_0 = a_1 = \dots = a_n = 0$, i.e., $a_i = 0, \forall i = 0, 1, \dots, n$.” – Tuyên, 2022, Chap. 1, §1, p. 4

Bài toán 1 (Tuyên, 2022, Ví dụ 1, p. 4). Cho $P = (x + 5)(ax^2 + bx + 25)$ & $Q = x^3 + 125$. (a) Viết P dưới dạng 1 đa thức thu gọn theo lũy thừa giảm dần của x . (b) Với giá trị nào của a, b thì $P = Q, \forall x \in \mathbb{R}$.

Giải. (a) $P = (x + 5)(ax^2 + bx + 25) = ax^3 + bx^2 + 25x + 5ax^2 + 5bx + 125 = ax^3 + (5a + b)x^2 + (5b + 25)x + 125$. (b) $P = Q, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow ax^3 + (5a + b)x^2 + (5b + 25)x + 125 = x^3 + 125, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (a = 1) \wedge (5a + b = 0) \wedge (5b + 25 = 0) \Leftrightarrow (a = 1) \wedge (b = -5)$. \square

Nhận xét. “Phương pháp giải (b) dựa vào tính chất: 2 đa thức P, Q (viết dưới dạng thu gọn) là đồng nhất khi & chỉ khi mọi hệ số của các đơn thức đồng dạng chứa trong 2 đa thức đó phải bằng nhau.” – Tuyên, 2022, p. 5

Bài toán 2 (Tuyên, 2022, 1., p. 5). Tính giá trị của các biểu thức sau bằng cách hợp lý:

(a) $A = x^5 - 100x^4 + 100x^3 - 100x^2 + 100x - 9$ tại $x = 99$. (b) $B = x^6 - 20x^5 - 20x^4 - 20x^3 - 20x^2 - 20x + 3$ tại $x = 21$. (c) $C = x^7 - 26x^6 + 27x^5 - 47x^4 - 77x^3 + 50x^2 + x - 24$ tại $x = 25$.

Bài toán 3 (Tuyên, 2022, 2., p. 5). Cho $x, y \in \mathbb{Z}$. Chứng minh: (a) Nếu $A = 5x + y : 19$ thì $B = 4x - 3y : 19$. (b) Nếu $C = 4x + 3y : 13$ thì $D = 7x + 2y : 13$.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: nguyenquanhong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/NQBH_elementary_mathematics_grade_8.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_8/polynomial/NQBH_polynomial.pdf.

Bài toán 4 (Tuyên, 2022, 3., p. 5). Cho 4 số lẻ liên tiếp. Chứng minh hiệu của tích 2 số cuối với tích 2 số đầu chia hết cho 16.

Bài toán 5 (Tuyên, 2022, 4., pp. 5–6). Cho 4 số nguyên liên tiếp. (a) Hỏi tích của số đầu với số cuối nhỏ hơn tích của 2 số ở giữa bao nhiêu đơn vị? (b) Giả sử tích của số đầu với số thứ 3 nhỏ hơn tích của số thứ 2 & số thứ 4 là 99, tìm 4 số nguyên đó.

Bài toán 6 (Tuyên, 2022, 5., p. 6). Cho $b + c = 10$. Chứng minh đẳng thức $(10a + b)(10a + c) = 100a(a + 1) + bc$. Áp dụng để tính nhẩm: $62 \cdot 68$, $43 \cdot 47$.

Bài toán 7 (Tuyên, 2022, 6., p. 6). Xác định các hệ số a, b, c biết: (a) $(2x - 5)(3x + b) = ax^2 + x + c$.
(b) $(ax + b)(x^2 - x - 1) = ax^3 + cx^2 - 1$.

Bài toán 8 (Tuyên, 2022, 7., p. 6). Cho $m \in \mathbb{N}^*$, $m < 30$. Có bao nhiêu giá trị của m để đa thức $x^2 + mx + 72$ là tích của 2 đa thức bậc nhất với hệ số nguyên?

2 Các Hằng Đẳng Thức Đáng Nhớ

“1. $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$. 2. $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$. 3. $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$. 4. $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = A^3 + B^3 + 3AB(A + B)$. 5. $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = A^3 - B^3 - 3AB(A + B)$. 6. $(A + B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$. 7. $(A - B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$. 8. Bình phương của đa thức: $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$, $(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$, ... 9. Lũy thừa bậc n của 1 nhị thức (nhị thức Newton):

$$\begin{aligned}(a + b)^0 &= 1, \\(a + b)^1 &= 1a + 1b, \\(a + b)^2 &= 1a^2 + 2ab + 1b^2, \\(a + b)^3 &= 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3, \\(a + b)^4 &= 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4, \\(a + b)^5 &= 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5.\end{aligned}$$

Ta thấy khi khai triển $(a + b)^n$ ta được 1 đa thức có $n + 1$ hạng tử, hạng tử đầu là a^n , hạng tử cuối là b^n , các hạng tử còn lại đều chứa các nhân tử a & b . Vì vậy $(a + b)^n = B(a) + b^n = B(b) + a^n$. 10. Nếu viết riêng các hệ số ở vế phải ta được bảng sau (gọi là tam giác Pascal):

$$\begin{array}{ccccccc}1 & & & & & & \\1 & 1 & & & & & \\1 & 2 & 1 & & & & \\1 & 3 & 3 & 1 & & & \\1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & \\1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & \\& \dots & & & & & \end{array}$$

Nhận xét: Mỗi dòng đều bắt đầu bằng 1 & kết thúc bằng 1. Mỗi số trên 1 dòng kể từ dòng thứ 2 đều bằng số liền trên cộng với số bên trái của số liền trên.” – Tuyên, 2022, §2, pp. 6–7

Bài toán 9 (Tuyên, 2022, Ví dụ 2, p. 7). Cho $x + y = 9$, $xy = 14$. Tính giá trị của các biểu thức sau: (a) $x - y$; (b) $x^2 + y^2$; (c) $x^3 + y^3$.

Giải. (a) $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 9^2 - 4 \cdot 14 = 25 \Rightarrow x - y = \pm 5$. (b) $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 9^2 - 2 \cdot 14 = 53$. (c) $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 9^3 - 3 \cdot 14 \cdot 9 = 351$. \square

Lưu ý 2.1. “2 số có bình phương bằng nhau thì chúng đối nhau hoặc bằng nhau. Ngược lại, 2 số đối nhau hoặc bằng nhau thì có bình phương bằng nhau. $(a - b)^2 = (b - a)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.” – Tuyên, 2022, p. 8

Bài toán 10 (Mở rộng Tuyên, 2022, p. 7). Cho $x + y = a$, $xy = b$, với $a, b \in \mathbb{R}$, $a^2 \geq 4b$. Tính giá trị của các biểu thức sau theo a, b : (a) $x - y$; (b) $x^2 + y^2$; (c) $x^2 - y^2$; (d) $x^3 + y^3$; (e) $x^3 - y^3$.

Giải. (a) $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = a^2 - 4 \cdot b \Rightarrow x - y = \pm\sqrt{a^2 - 4b}$. (b) $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = a^2 - 2 \cdot b$. (c) $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = \pm a\sqrt{a^2 - 4b}$. (d) $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = a^3 - 3ab$. (e) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2) = \pm\sqrt{a^2 - 4b}(a^2 - 2b + b) = \pm\sqrt{a^2 - 4b}(a^2 - b)$. \square

Bài toán 11 (Tuyên, 2022, Ví dụ 3, p. 8). *Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = (x + 3y - 5)^2 - 6xy + 26$.*

Giải. $A = x^2 + 9y^2 + 25 + 6xy - 10x - 30y - 6xy + 26 = (x^2 - 10x + 25) + (9y^2 - 30y + 25) + 1 = (x - 5)^2 + (3y - 5)^2 + 1 \geq 1$, $\forall x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow \min A = 1 \Leftrightarrow (x = 5) \wedge (y = \frac{5}{3})$. \square

Lưu ý 2.2. (a) “Các hằng đẳng thức được vận dụng theo 2 chiều ngược nhau, e.g., $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ hoặc ngược lại $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$. (b) Bình phương của mọi số thực đều không âm: $x^2 \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$, “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$; hay tương đương với $(a - b)^2 \geq 0$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$, “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.” – Tuyên, 2022, p. 9

Bài toán 12 (Tuyên, 2022, 8., p. 9). *Chứng minh các đẳng thức: (a) $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) = 2^{32} - 1$; (b) $100^2 + 103^2 + 105^2 + 94^2 = 101^2 + 98^2 + 96^2 + 107^2$.*

Bài toán 13 (Tuyên, 2022, 9., p. 9). *Tính giá trị của biểu thức bằng cách hợp lý: (a) $A = \frac{258^2 - 242^2}{254^2 - 246^2}$; (b) $B = 263^2 + 74 \cdot 263 + 37^2$; (c) $C = 136^2 - 92 \cdot 136 + 46^2$; (d) $D = (50^2 + 48^2 + 46^2 + \dots + 2^2) - (49^2 + 47^2 + 45^2 + \dots + 1^2)$.*

Bài toán 14 (Tuyên, 2022, 10., p. 9). *Cho biết $2(a^2 + b^2) = (a - b)^2$. Chứng minh a & b đối nhau.*

Bài toán 15 (Tuyên, 2022, 11., p. 9). *Cho $a, b, x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Biết $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$. Tìm hệ thức giữa 4 số a, b, x, y .*

Bài toán 16 (Tuyên, 2022, 12., p. 9). *Cho $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$. Chứng minh $a = b = c$.*

Bài toán 17 (Tuyên, 2022, 13., p. 9). *Chứng minh không có các số $x, y \in \mathbb{R}$ nào thỏa mãn mỗi đẳng thức sau: (a) $3x^2 + y^2 + 10x - 2xy + 26 = 0$; (b) $4x^2 + 3y^2 - 4x + 30y + 78 = 0$; (c) $3x^2 + 6y^2 - 12x - 20y + 40 = 0$.*

Bài toán 18 (Tuyên, 2022, 14., p. 10). *Tìm $x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ thỏa $x^2 + 2x + 4^n - 2^{n+1} + 2 = 0$.*

Bài toán 19 (Tuyên, 2022, 15., p. 10). *Chứng minh: (a) Biểu thức $A = x^2 + x + 1$ luôn luôn dương với mọi số thực x ; (b) Biểu thức $B = x^2 - xy + y^2$ luôn luôn dương với mọi số thực x, y không đồng thời bằng 0; (c) Biểu thức $C = 4x - 10 - x^2$ luôn luôn âm với mọi số thực x .*

Bài toán 20 (Tuyên, 2022, 16., p. 10). *Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: (a) $A = 25x^2 + 3y^2 - 10x + 11$; (b) $B = (x - 3)^2 + (x - 11)^2$; (c) $C = (x + 1)(x - 2)(x - 3)(x - 6)$.*

Bài toán 21 (Tuyên, 2022, 17., p. 10). *Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: (a) $A = 2x - x^2$; (b) $B = 19 - 6x - 9x^2$.*

Bài toán 22 (Tuyên, 2022, 18., p. 10). *Chứng minh: (a) 2 số chẵn hơn kém nhau 4 đơn vị thì hiệu các bình phương của chúng chia hết cho 16; (b) 2 số lẻ hơn kém nhau 6 đơn vị thì hiệu các bình phương của chúng chia hết cho 24.*

Bài toán 23 (Tuyên, 2022, 19., p. 10). *Cho $x > y > 0$ & $x - y = 7$, $xy = 60$. Không tính x, y , tính: (a) $x^2 - y^2$; (b) $x^4 + y^4$.*

Bài toán 24 (Tuyên, 2022, 20., p. 10). *Cho $a + b + c = 2p$. Chứng minh: (a) $a^2 - b^2 - c^2 + 2abc = 4(p - b)(p - c)$; (b) $p^2 + (p - a)^2 + (p - b)^2 + (p - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$.*

Bài toán 25 (Tuyên, 2022, 21., p. 10). *Cho $a = m^2 + n^2$, $b = m^2 - n^2$, $c = 2mn$. Chứng minh nếu $m > n > 0$ thì a, b, c là độ dài 3 cạnh của 1 tam giác vuông.*

Bài toán 26 (Tuyên, 2022, 22., p. 11). *Tính giá trị của biểu thức: $A = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$ với $x = -103$; (b) $B = x^3 - 15x^2 + 75x$ với $x = 25$; (c) $C = (x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ với $x = -3$.*

Bài toán 27 (Tuyên, 2022, 23., p. 11). *Cho $x - y = 2$, tính giá trị của biểu thức: $A = 2(x^3 - y^3) - 3(x + y)^2$.*

Bài toán 28 (Tuyên, 2022, 24., p. 11). *Cho $x + y + z = 0$. Chứng minh $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$.*

Bài toán 29 (Tuyên, 2022, 25., p. 11). *Rút gọn biểu thức $A = (x - y - 1)^3 - (x - y + 1)^3 + 6(x - y)^2$.*

Bài toán 30 (Tuyên, 2022, 26., p. 11). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) = 0, \\ (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) = 16. \end{cases}$$

Bài toán 31 (Tuyên, 2022, 27., p. 11). *Chứng minh: (a) $742^3 - 692^3 : 200$; (b) $685^3 + 315^3 : 25000$.*

Bài toán 32 (Tuyên, 2022, 28*, p. 11). Cho $a + b + c + d = 0$. Chứng minh $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3(b + c)(ad - bc)$.

Bài toán 33 (Tuyên, 2022, 29., p. 11). Cho $a + b + c = 0$. Chứng minh: (a) $(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$; (b) $a^4 + b^4 + c^4 = 2(ab + bc + ca)^2$.

Bài toán 34 (Tuyên, 2022, 30., p. 11). Xác định các hệ số a, b để đa thức $A = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + ax + b$ là bình phương của 1 đa thức.

Bài toán 35 (Tuyên, 2022, 31., p. 11). Cho $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh $a^4 + b^4 + c^4 = \frac{1}{2}$.

Bài toán 36 (Tuyên, 2022, 32., pp. 11–12). Cho a, b, c là 3 số thực không đồng thời bằng 0. Chứng minh có ít nhất 1 trong các biểu thức sau có giá trị dương: $x = (a - b + c)^2 + 8ab$, $y = (a - b + c)^2 + 8bc$, $z = (a - b + c)^2 - 8ca$.

Bài toán 37 (Tuyên, 2022, 33., p. 12). Tính tổng các hệ số của tất cả các hạng tử trong khai triển của nhị thức: (a) $(5x - 3)^6$; (b) $(3x - 4y)^{20}$.

Bài toán 38 (Tuyên, 2022, 34., p. 12). Đa thức $(x + y)^5$ được khai triển theo lũy thừa giảm của x . Biết hạng tử thứ 2 & hạng tử thứ 3 có giá trị bằng nhau khi cho $x = a$, $y = b$ trong đó a, b là các số thực dương & $a - b = 1$. Tìm a, b .

Bài toán 39 (Tuyên, 2022, 35., p. 12). Tính: (a) $(x + 2)^2$; (b) $(x - 1)^6$; (c) $(x - 1)^5$.

Bài toán 40 (Tuyên, 2022, 36., p. 12). Tìm số dư của phép chia 38^{10} cho 13 & 38^9 cho 13.

Bài toán 41 (Tuyên, 2022, 37., p. 12). Chứng minh 2 chữ số tận cùng của 7^{43} là 43.

3 Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử

“1. Phân tích đa thức thành nhân tử là biến đổi đa thức đó thành 1 tích của những đa thức. 2. Các phương pháp thông thường: • Phương pháp đặt nhân tử chung: $AB + AC - AD = A(B + C - D)$. • Phương pháp dùng hằng đẳng thức: $A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$, $A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3 = (A \pm B)^3$, $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$, $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$, $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$. • Phương pháp nhóm các hạng tử: $AC - AD + BC - BD = A(C - D) + B(C - D) = (A + B)(C - D)$. 3. Dạng tổng quát của các hằng đẳng thức hiệu 2 bình phương, hiệu 2 lập phương: $A^n - B^n = (A - B) \sum_{i=0}^{n-1} A^{n-1-i} B^i = (A - B)(A^{n-1} + A^{n-2}B + \dots + AB^{n-2} + B^{n-1})$. 4. Dạng tổng quát của hằng đẳng thức tổng 2 lập phương: $A^n + B^n = (A + B) \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i A^{n-1-i} B^i = (A + B)(A^{n-1} - A^{n-2}B + A^{n-3}B^2 - \dots + AB^{n-2} + B^{n-1})$ với n lẻ. 5. Áp dụng vào tính chất chia hết: $A^n - B^n : A - B, \forall n \in \mathbb{N}, A \neq B$; $A^n + B^n : A + B, \forall n \in \mathbb{N}, n$ lẻ, $A \neq -B$; $A^{2k} - B^{2k} : A^2 - B^2, \forall k \in \mathbb{N}, A \neq B$.” – Tuyên, 2022, §3, pp. 12–13

Bài toán 42 (Tuyên, 2022, Ví dụ 4, p. 13). Cho $x, y \in \mathbb{R}$, $x \neq y$, thỏa mãn điều kiện $9x(x - y) - 10(y - x)^2 = 0$. Chứng minh $x = 10y$.

Giải. $0 = 9x(x - y) - 10(y - x)^2 = 9x(x - y) - 10(x - y)^2 = (x - y)[9x - 10(x - y)] = (x - y)(-x + 10y) \Rightarrow (x = y) \vee (x = 10y)$, mà $x \neq y$, nên $x = 10y$. \square

“Phân tích đa thức thành nhân tử có nhiều ứng dụng như để tính giá trị của biểu thức, chứng minh tính chia hết hoặc như trong ví dụ trên, để tìm mối quan hệ giữa các biến, ...” – Tuyên, 2022, p. 14

Bài toán 43 (Tuyên, 2022, 38., p. 14). Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (a) $5x(x - 2y) + 2(2y - x)^2$; (b) $7x(y - 4)^2 - (4 - y)^3$; (c) $(4x - 8)(x^2 + 6) - (4x - 8)(x + 7) + 9(8 - 4x)$.

Bài toán 44 (Tuyên, 2022, 39., p. 14). Chứng minh: (a) $43^2 + 43 \cdot 17 : 60$; (b) $27^5 - 3^{11} : 80$.

Bài toán 45 (Tuyên, 2022, 40., p. 14). Tìm 1 số biết 3 lần bình phương của nó đúng bằng 2 lần lập phương của số ấy.

Bài toán 46 (Tuyên, 2022, 41., p. 14). Có các số nguyên x, y, z nào thỏa mãn hệ phương trình sau không?

$$\begin{cases} x^3 + xyz = 957, \\ y^3 + xyz = 795, \\ z^3 + xyz = 579. \end{cases}$$

Bài toán 47 (Tuyên, 2022, 42., p. 14). Chứng minh số $\underbrace{11 \dots 1}_n \underbrace{22 \dots 2}_n$ là tích của 2 số nguyên liên tiếp.

Bài toán 48 (Tuyên, 2022, 43., p. 15). Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (a) $100x^2 - (x^2 + 25)^2$; (b) $(x - y + 5)^2 - 2(x - y + 5) + 1$.

Bài toán 49 (Tuyên, 2022, 44., p. 15). *Phân tích đa thức thành nhân tử: $(x^2 + 4y^2 - 5)^2 - 16(x^2y^2 + 2xy + 1)$.*

Bài toán 50 (Tuyên, 2022, 45., p. 15). *Cho $A = 4a^2b^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$ trong đó a, b, c là độ dài 3 cạnh của 1 tam giác. Chứng minh $A > 0$.*

Bài toán 51 (Tuyên, 2022, 46., p. 15). *Chứng minh: (a) $21^{10} - 1 : 200$; (b) $39^{20} + 39^{13} : 40$; (c) $2^{60} + 5^{30} : 41$; (d) $2005^{2007} + 2007^{2005} : 2006$.*

Bài toán 52 (Tuyên, 2022, 47., p. 15). *Cho n là 1 số tự nhiên lẻ. Chứng minh $24^n + 1$ chia hết cho 25 nhưng không chia hết cho 23.*

Bài toán 53 (Tuyên, 2022, 48., p. 15). *Cho a là 1 số nguyên lẻ, $a > 1$. Chứng minh $(a - 1)^{\frac{1}{2}(a-1)} - 1 : a - 2$.*

Bài toán 54 (Tuyên, 2022, 49., p. 15). *Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (a) $x^2 - xz - 9y^2 + 3yz$; (b) $x^3 - x^2 - 5x + 125$; (c) $x^3 + 2x^2 - 6x - 27$; (d) $12x^3 + 4x^2 - 27x - 9$.*

Bài toán 55 (Tuyên, 2022, 50., p. 15). *Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (a) $x^4 - 25x^2 + 20x - 4$; (b) $x^2(x^2 - 6) - x^2 + 9$; (c) $ab(x^2 + y^2) - xy(a^2 + b^2)$.*

Bài toán 56 (Tuyên, 2022, 51., p. 15). *Tìm $x, y \in \mathbb{R}$ sao cho $x - y = xy - 1$.*

Bài toán 57 (Tuyên, 2022, 52., p. 15). *Cho $x, y \in \mathbb{R}$, $x \neq y$ sao cho $x^2 - y = y^2 - x$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^2 + 2xy + y^2 - 3x - 3y$.*

Bài toán 58 (Tuyên, 2022, 53., p. 16). *Cho $\frac{a-b}{b-c} = \frac{c-d}{d-a}$. Chứng minh hoặc $a = c$ hoặc $a + c = b + d$.*

Bài toán 59 (Tuyên, 2022, 54., p. 16). *Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (a) $4x^4 + 4x^3 - x^2 - x$; (b) $x^6 - x^4 - 9x^3 + 9x^2$; (c) $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 16x + 16$.*

Bài toán 60 (Tuyên, 2022, 55., p. 16). *Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (a) $(xy + 4)^2 - 4(x + y)^2$; (b) $(ab - xy)^2 - (bx - ay)^2$; (c) $(x^2 + 8x - 34)^2 - (3x^2 - 8x - 2)^2$.*

Bài toán 61 (Tuyên, 2022, 56., p. 16). *Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (a) $(a + b + c)^2 + (a - b + c)^2 - 4b^2$; (b) $a(b^2 - c^2) - b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$; (c) $a^5 + b^5 - (a + b)^5$.*

Bài toán 62 (Tuyên, 2022, 57., p. 16). *Chứng minh: (a) $999^4 + 999$ có tận cùng bằng 3 chữ số 0; (b) $49^5 - 49 : 100$.*

Bài toán 63 (Tuyên, 2022, 58., p. 16). *Chứng minh: (a) Lập phương của 1 số nguyên trừ đi số nguyên đó thì chia hết cho 6; (b) Nếu tổng của 3 số nguyên chia hết cho 6 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 6.*

Bài toán 64 (Tuyên, 2022, 59., p. 16). *Cho $a \neq \pm b$ & $a(a + b)(a + c) = b(b + c)(b + a)$. Chứng minh $a + b + c = 0$.*

Bài toán 65 (Tuyên, 2022, 60., p. 16). *Cho $x^2y - y^2x + x^2z - z^2x + y^2z + z^2y = 2xyz$. Chứng minh trong 3 số x, y, z ít nhất cũng có 2 số bằng nhau hoặc đối nhau.*

Tài liệu

Tuyên, Bùi Văn (2022). *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 8*. Tái bản lần thứ 17. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 326.