

Real – Số Thực \mathbb{R}

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 5 tháng 12 năm 2022

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about real. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 7, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_7/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/real](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_7/real) \mathbb{R} ².

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về phân thức đại số & phân thức đại số thực. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_7/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 7. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 7/real](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_7/real) \mathbb{Q} .

Mục lục

1 Problem	1
1.1 Số Vô Tỷ. Căn Bậc 2. Số Thực	1
1.2 Giá Trị Tuyệt Đối của 1 Biểu Thức	2
1.2.1 Tính giá trị của 1 biểu thức	2
1.2.2 Rút gọn biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối	2
1.2.3 Tìm giá trị của biến trong đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối	2
1.2.4 Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối	2
1.3 Tỷ Lệ Thức	3
1.4 Tính Chất của Dây Tỷ Số Bằng Nhau	4
1.5 Chia Tỷ Lệ	4
Tài liệu	5

1 Problem

Bài toán 1.1. Chứng minh: $(x^2 + m^2)(x^2 + n^2) = 0 \Leftrightarrow x^2 + m^2n^2 = 0 \text{ \& } (x^2 + m^2)(x^2 + n^2) \neq 0 \Leftrightarrow x^2 + m^2n^2 \neq 0$, $\forall x, m, n \in \mathbb{R}$.

Ý nghĩa: Điều kiện để các công thức nhân chia lũy thừa cùng cơ số xác định.

1.1 Số Vô Tỷ. Căn Bậc 2. Số Thực

“Mọi số hữu tỷ đều biểu diễn được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn đều biểu diễn 1 số hữu tỷ. Số vô tỷ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn. Tập hợp các số thực \mathbb{R} bao gồm tập hợp số hữu tỷ \mathbb{Q} & tập hợp số vô tỷ \mathbb{I} . Cho số a không âm. Căn bậc 2 của a là số x mà $x^2 = a$. Căn bậc 2 không âm của a ký hiệu là \sqrt{a} . Nếu $n \in \mathbb{N}$ không là số chính phương thì \sqrt{n} là số vô tỷ.” – Bình, 2022, §7

Bài toán 1.2 (Bình, 2022, §7, Ví dụ 11). Chứng minh: (a) $\sqrt{15}$ là số vô tỷ. (b) Nếu số tự nhiên a không phải là số chính phương thì \sqrt{a} là số vô tỷ.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/NQBH_elementary_mathematics_grade_7.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_7/real/NQBH_real.pdf.

Bài toán 1.3 (Bình, 2022, §7, 69.). *Tìm x biết: (a) $x^2 = 81$. (b) $(x-1)^2 = \frac{9}{16}$. (c) $x - 2\sqrt{x} = 0$. (d) $x = \sqrt{x}$.*

Bài toán 1.4 (Bình, 2022, §7, 70.). *Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$. Chứng minh với $x = \frac{16}{9}$ & $x = \frac{25}{9}$ thì A có giá trị là số nguyên.*

Bài toán 1.5 (Bình, 2022, §7, 71.). *Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$. Tìm số nguyên x để A có giá trị là 1 số nguyên.*

Bài toán 1.6 (Bình, 2022, §7, 72.). *Chứng minh: (a) $\sqrt{2}$ là số vô tỷ. (b) $5 - \sqrt{2}$ là số vô tỷ.*

Bài toán 1.7 (Bình, 2022, §7, 73.). *(a) Có 2 số vô tỷ nào mà tích là 1 số hữu tỷ hay không? (b) Có 2 số vô tỷ dương nào mà tổng là 1 số hữu tỷ hay không?*

Bài toán 1.8 (Bình, 2022, §7, 74.). *Ký hiệu $\lfloor x \rfloor$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x . Tính giá trị của tổng: $\sum_{i=1}^{35} \lfloor \sqrt{i} \rfloor = \lfloor \sqrt{1} \rfloor + \lfloor \sqrt{2} \rfloor + \dots + \lfloor \sqrt{35} \rfloor$.*

Bài toán 1.9 (Bình, 2022, §7, 75.). *Cho $a, b \in \mathbb{R}$ sao cho các tập hợp $\{a^2 + a; b\}$ & $\{b^2 + b; a\}$ bằng nhau. Chứng minh $a = b$.*

1.2 Giá Trị Tuyệt Đối của 1 Biểu Thức

Định nghĩa 1.1 (Giá trị tuyệt đối). “Giá trị tuyệt đối của 1 số a , ký hiệu $|a|$, là số đo của khoảng cách từ điểm a đến điểm gốc trên trục số.

Ta thường sử dụng định nghĩa trên dưới dạng:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{nếu } a \geq 0, \\ -a, & \text{nếu } a < 0. \end{cases}$$

Tính chất. • Nếu $a = 0$ thì $|a| = 0$, nếu $a \neq 0$ thì $|a| > 0$. Ta có: *Giá trị tuyệt đối của 1 số thì không âm: $|a| \geq 0, \forall a \in \mathbb{R}$.*
• Nếu $a \geq 0$ thì $|a| = a$, nếu $a < 0$ thì $|a| > a$. Ta có: *Giá trị tuyệt đối của 1 số thì lớn hơn hoặc bằng số đó: $|a| \geq a, \forall a \in \mathbb{R}$.*

1.2.1 Tính giá trị của 1 biểu thức

Bài toán 1.10 (Bình, 2022, Ví dụ 15, p. 19). *Tính giá trị của biểu thức $A = 3x^2 - 2x + 1$ với $|x| = \frac{1}{2}$.*

1.2.2 Rút gọn biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối

Bài toán 1.11 (Bình, 2022, Ví dụ 16, p. 20). *Rút gọn biểu thức $|a| + a$.*

1.2.3 Tìm giá trị của biến trong đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối

Bài toán 1.12 (Bình, 2022, Ví dụ 17, p. 20). *Tìm x thỏa $2|3x - 1| + 1 = 5$.*

Bài toán 1.13 (Bình, 2022, Ví dụ 18, p. 20). *Tìm x thỏa $|x - 5| - x = 3$.*

Bài toán 1.14 (Bình, 2022, Ví dụ 19, p. 20). *Tìm x thỏa $|x - 2| = 2x - 3$.*

Bài toán 1.15 (Bình, 2022, Ví dụ 20, p. 20). *Với giá trị nào của a, b thì đẳng thức $|a(b - 2)| = a(2 - b)$ đúng?*

Bài toán 1.16 (Bình, 2022, Ví dụ 21, p. 21). *Tìm các số $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa $a + b = |a| - |b|$.*

1.2.4 Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối

Bài toán 1.17 (Bình, 2022, Ví dụ 22, p. 21). *Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2|3x - 1| - 4$.*

Bài toán 1.18 (Bình, 2022, Ví dụ 23, p. 21). *Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = 10 - 4|x - 2|$.*

Bài toán 1.19 (Bình, 2022, Ví dụ 24, p. 21). *Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \frac{6}{|x|-3}$ với $x \in \mathbb{Z}$.*

Bài toán 1.20 (Bình, 2022, Ví dụ 25, p. 21). *Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x - |x|$.*

Bài toán 1.21 (Bình, 2022, 70., p. 22). *Tìm tất cả các số a thỏa mãn 1 trong các điều kiện sau: (a) $a = |a|$; (b) $a < |a|$; (c) $a > |a|$; (d) $|a| = -a$; (e) $a \leq |a|$.*

Bài toán 1.22 (Bình, 2022, 71., p. 22). *Bổ sung các điều kiện để các khẳng định sau là đúng: (a) $|a| = |b| \Rightarrow a = b$; (b) $a > b \Rightarrow |a| > |b|$.*

Bài toán 1.23 (Bình, 2022, 72., p. 22). Cho $|x| = |y|$, $x < 0$, $y > 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
(a) $x^2y > 0$; (b) $x + y = 0$; (c) $xy < 0$; (d) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0$; (e) $\frac{x}{y} + 1 = 0$.

Bài toán 1.24 (Bình, 2022, 73., p. 22). Tìm giá trị của các biểu thức: (a) $A = 6x^3 - 3x^2 + 2|x| + 4$ với $x = -\frac{2}{3}$; (b) $B = 2|x| - 3|y|$ với $x = \frac{1}{2}$, $y = -3$; (c) $C = 2|x - 2| - 3|1 - x|$ với $x = 4$; (d) $D = \frac{5x^2 - 7x + 1}{3x - 1}$ với $|x| = \frac{1}{2}$.

Bài toán 1.25 (Bình, 2022, 74., p. 22). Rút gọn các biểu thức: (a) $|a| - a$; (b) $|a|a$; (c) $|a| : a$.

Bài toán 1.26 (Bình, 2022, 75., p. 22). Tìm x trong các đẳng thức: (a) $|2x - 3| = 5$; (b) $|2x - 1| = |2x + 3|$; (c) $|x - 1| + 3x = 1$; (d) $|5x - 3| - x = 7$.

Bài toán 1.27 (Bình, 2022, 76., p. 23). Tìm các số a & b thỏa mãn 1 trong các điều kiện sau: (a) $a + b = |a| + |b|$; (b) $a + b = |b| - |a|$.

Bài toán 1.28 (Bình, 2022, 77., p. 23). Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn 1 trong các điều kiện sau: (a) $|x| + |y| = 20$; (b) $|x| + |y| < 20$.

Bài toán 1.29 (Bình, 2022, 78., p. 23). Điền vào chỗ chấm các dấu $\geq, \leq, =$ để các khẳng định sau đúng với mọi a, b . Phát biểu mỗi khẳng định đó thành 1 tính chất & chỉ rõ khi nào xảy ra dấu đẳng thức? (a) $|a + b| \dots |a| + |b|$; (b) $|a - b| \dots |a| - |b|$ với $|a| \geq |b|$; (c) $|ab| \dots |a||b|$; (d) $|\frac{a}{b}| \dots \frac{|a|}{|b|}$.

Bài toán 1.30 (Bình, 2022, 79., p. 23). Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức: (a) $A = 2|3x - 2| - 1$; (b) $B = 5|1 - 4x| - 1$; (c) $C = x^2 + 3|y - 2| - 1$; (d) $D = x + |x|$.

Bài toán 1.31 (Bình, 2022, 80., p. 23). Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức: (a) $A = 5 - |2x - 1|$; (b) $B = \frac{1}{|x - 2| + 3}$.

Bài toán 1.32 (Bình, 2022, 81., p. 23). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $C = \frac{x+2}{|x|}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

1.3 Tỷ Lệ Thức

“Tỷ lệ thức là 1 đẳng thức của 2 tỷ lệ. Trong tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (hoặc $a : b = c : d$) các số hạng a & d được gọi là *ngoại tỷ*, các số hạng b & c được gọi là *trung tỷ*. Khi viết tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ta luôn giả thiết $b \neq 0$, $d \neq 0$. Từ tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta suy ra $ad = bc$. Đảo lại, nếu $ad = bc$ (cả 4 số a, b, c, d khác 0³) thì ta có các tỷ lệ thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, $\frac{d}{a} = \frac{c}{b}$, $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$. Như vậy trong tỷ lệ thức, ta có thể hoán vị các ngoại tỷ với nhau, hoán vị các trung tỷ với nhau, hoán vị cả ngoại tỷ với nhau & trung tỷ với nhau. Từ đẳng thức $ad = bc$, ta lập được 4 tỷ lệ thức với các số hạng là a, b, c, d (với quy ước 2 tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ & $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$ chỉ kể là 1 tỷ lệ thức).” – Bình, 2022, §4

Bài toán 1.33 (Bình, 2022, §4, Ví dụ 6). Cho 3 số 6, 8, 24. (a) Tìm số x , sao cho x cùng với 3 số trên lập thành 1 tỷ lệ thức. (b) Có thể lập được tất cả bao nhiêu tỷ lệ thức?

Bài toán 1.34 (Bình, 2022, §4, Ví dụ 7). Cho tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ (giả thiết $a \neq b$, $c \neq d$ & mỗi số $a, b, c, d \neq 0$).

Bài toán 1.35 (Bình, 2022, Ví dụ 8, §4). Cho tỷ lệ thức $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$. Biết $xy = 90$. Tính x & y .

Bài toán 1.36 (Bình, 2022, Ví dụ 29, p. 25). Cho dãy số 10, 11, ..., n . Tìm số n nhỏ nhất để trong dãy đó ta chọn được 4 số khác nhau lập thành 1 tỷ lệ thức.

Bài toán 1.37 (Bình, 2022, §4, 53.). Tìm $x \in \mathbb{Q}$ trong tỷ lệ thức: (a) $0.4 : x = x : 0.9$. (b) $13\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3} = 26 : (2x - 1)$. (c) $0.2 : 1\frac{1}{5} = \frac{2}{3} : (6x + 7)$. (d) $\frac{37-x}{x+13} = \frac{3}{7}$.

Bài toán 1.38 (Bình, 2022, §4, 54.). Cho tỷ lệ thức $\frac{3x-y}{x+y} = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị của tỷ số $\frac{x}{y}$.

Bài toán 1.39 (Bình, 2022, §4, 55.). Cho tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh các tỷ lệ thức sau (giả thiết các tỷ lệ thức đều có nghĩa): (a) $\frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$. (b) $\frac{ab}{cd} = \frac{a^2-b^2}{c^2-d^2}$. (c) $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$.

Bài toán 1.40 (Bình, 2022, §4, 56.). Chứng minh: ta có tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nếu có 1 trong các đẳng thức sau (giả thiết các tỷ lệ thức đều có nghĩa): (a) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$. (b) $(a+b+c+d)(a-b-c+d) = (a-b+c-d)(a+b-c-d)$.

Bài toán 1.41 (Bình, 2022, §4, 57.). Cho tỷ lệ thức $\frac{a+b+c}{a+b-c} = \frac{a-b+c}{a-b-c}$ trong đó $b \neq 0$. Chứng minh $c = 0$.

Bài toán 1.42 (Bình, 2022, §4, 58.). Cho tỷ lệ thức $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$. Chứng minh: $a = c$ hoặc $a + b + c + d = 0$.

Bài toán 1.43 (Bình, 2022, §4, 59.). Có thể lập được 1 tỷ lệ thức từ 4 trong các số sau không (mỗi số chỉ chọn 1 lần)? Nếu có thì lập được bao nhiêu tỷ lệ thức? (a) 3, 4, 5, 6, 7. (b) 1, 2, 4, 8, 16. (c) 1, 3, 9, 27, 81, 243.

Bài toán 1.44 (Bình, 2022, §4, 60.). Cho 4 số 2, 4, 8, 16. Tìm $x \in \mathbb{Q}$ cùng với 3 trong 4 số trên lập được thành 1 tỷ lệ thức.

³I.e., $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \neq 0$.

1.4 Tính Chất của Dãy Tỷ Số Bằng Nhau

“Nếu có n tỷ số bằng nhau ($n \geq 2$): $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$ thì $\frac{a_1}{b_1} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i a_i}{\sum_{i=1}^n c_i b_i} = \frac{c_1 a_1 + c_2 a_2 + \dots + c_n a_n}{c_1 b_1 + c_2 b_2 + \dots + c_n b_n}$ (nếu đặt dấu “-” trước số hạng trên của tỷ số nào thì cũng đặt dấu “-” trước số hạng dưới của tỷ số đó). Ta gọi tính chất này là *tính chất dãy tỷ số bằng nhau*. Tính chất dãy tỷ số bằng nhau cho ta 1 khả năng rộng rãi để từ 1 số tỷ số bằng nhau cho trước, ta lập được những tỷ số mới bằng các tỷ số đã cho, trong đó số hạng trên hoặc số hạng dưới của nó có dạng thuận lợi nhằm sử dụng các dữ kiện của bài toán.” – Bình, 2022, §5

Bài toán 1.45 (Bình, 2022, §5, Ví dụ 9). *Tìm các số x, y, z biết $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ và $2x + 3y - z = 186$.*

Bài toán 1.46 (Bình, 2022, §5, Ví dụ 10). *Tìm các số x, y, z biết $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$.*

Bài toán 1.47 (Bình, 2022, §5, 61.). *Tìm các số x, y, z biết: (a) $\frac{x}{10} = \frac{y}{10} = \frac{z}{21}$ và $5x + y - 2z = 28$. (b) $3x = 2y, 7y = 5z, x - y + z = 32$. (c) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \frac{y}{3} = \frac{z}{5}, 2x - 3y + z = 6$. (d) $\frac{2x}{3} = \frac{3y}{4} = \frac{4z}{5}$ và $x + y + z = 49$. (e) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $2x + 3y - z = 50$. (g) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ và $xyz = 810$.*

Bài toán 1.48 (Bình, 2022, §5, 62.). *Tìm x biết $\frac{1+2y}{18} = \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x}$.*

Bài toán 1.49 (Bình, 2022, §5, 63.). *Tìm phân số $\frac{a}{b}$ biết nếu cộng thêm cùng 1 số khác 0 vào tử và mẫu thì giá trị của phân số đó không đổi.*

Bài toán 1.50 (Bình, 2022, §5, 64.). *Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3 = \frac{a}{d}$.*

Bài toán 1.51 (Bình, 2022, §5, 65.). *Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$. Chứng minh $a = b = c$.*

Bài toán 1.52 (Bình, 2022, §5, 66.). *Vì sao tỷ số của 2 hỗn số dạng $a\frac{1}{b}$ và $b\frac{1}{a}$ luôn luôn bằng phân số $\frac{a}{b}$?*

Bài toán 1.53 (Bình, 2022, §5, 67.). *Cho 3 tỷ số bằng nhau là $\frac{a}{b+c}, \frac{b}{c+a}, \frac{c}{a+b}$. Tìm giá trị của mỗi tỷ số đó.*

1.5 Chia Tỷ Lệ

“Trong các bài toán về chia 1 số thành các phần tỷ lệ thuận hoặc tỷ lệ nghịch với các số cho trước, cần chú ý: **1.** x, y, z tỷ lệ thuận với $a, b, c \Leftrightarrow x : y : z = a : b : c \Leftrightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$. **2.** x, y, z tỷ lệ nghịch với $m, n, p \Leftrightarrow x : y : z = \frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{p}$.” – Bình, 2022

Bài toán 1.54 (Bình, 2022, Ví dụ 16). *2 xe ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ 2 địa điểm A và B. Xe thứ nhất đi quãng đường AB hết 4h15ph, xe thứ 2 đi quãng đường BA hết 3h45ph. Đến chỗ gặp nhau, xe thứ 2 đi được quãng đường dài hơn quãng đường xe thứ nhất đã đi là 20km. Tính quãng đường AB.*

Bài toán 1.55 (Bình, 2022, Ví dụ 17). *Để đi từ A đến B có thể dùng các phương tiện: máy bay, ô tô, xe lửa. Vận tốc của máy bay, ô tô, xe lửa có tỷ lệ với 6; 2; 1. Biết thời gian đi từ A đến B bằng máy bay ít hơn so với đi bằng ô tô là 6 giờ. Hỏi thời gian xe lửa đi quãng đường AB là bao lâu?*

Bài toán 1.56 (Bình, 2022, Ví dụ 18). *3 kho A, B, C chứa 1 số gạo. Người ta nhập vào kho A thêm $\frac{1}{7}$ số gạo của kho đó, xuất ở kho B đi $\frac{1}{9}$ số gạo của kho đó, xuất ở kho C đi $\frac{2}{7}$ số gạo của kho đó. Khi đó số gạo của 3 kho bằng nhau. Tính số gạo ở mỗi kho lúc đầu, biết kho B chứa nhiều hơn kho A là 20 tạ gạo.*

Bài toán 1.57 (Bình, 2022, Ví dụ 19). *3 đội công nhân I, II, III phải vận chuyển tổng cộng 1530kg hàng từ kho theo thứ tự đến 3 địa điểm cách kho 1500m, 2000m, 3000m. Phân chia số hàng cho mỗi đội sao cho khối lượng hàng tỷ lệ nghịch với khoảng cách cần chuyển.*

Bài toán 1.58 (Bình, 2022, Ví dụ 20). *3 xí nghiệp cùng xây dựng chung 1 cái cầu hết 38 triệu đồng. Xí nghiệp I có 40 xe ở cách cầu 1.5km, xí nghiệp II có 20 xe ở cách cầu 3km, xí nghiệp III có 30 xe ở cách cầu 1km. Hỏi mỗi xí nghiệp phải trả cho việc xây dựng cầu bao nhiêu tiền, biết số tiền phải trả tỷ lệ thuận với số xe và tỷ lệ nghịch với khoảng cách từ xí nghiệp đến cầu?*

Bài toán 1.59 (Bình, 2022, 106.). *(a) Tính thời gian từ lúc 2 kim đồng hồ gặp nhau lần trước đến lúc chúng gặp nhau lần tiếp theo. (b) Trong 1 ngày, 2 kim đồng hồ tạo với nhau góc vuông bao nhiêu lần?*

Bài toán 1.60 (Bình, 2022, 107.). *1 ống dài được kéo bởi 1 máy kéo trên đường. Tuấn chạy dọc từ đầu ống đến cuối ống theo hướng chuyển động của máy kéo thì đếm được 140 bước. Sau đó Tuấn quay lại chạy dọc ống theo chiều ngược lại thì đếm được 20 bước. Biết mỗi bước chạy của Tuấn dài 1m. Tính độ dài của ống.*

Bài toán 1.61 (Bình, 2022, 108.). 5 lớp 7A, 7B, 7C, 7D, 7E nhận chăm sóc vườn trường có diện tích 300m^2 . Lớp 7A nhận 15% diện tích vườn, lớp 7B nhận $\frac{1}{5}$ diện tích còn lại. Diện tích còn lại của vườn sau khi 2 lớp trên nhận được đem chia cho 3 lớp 7C, 7D, 7E tỷ lệ với $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}$. Tính diện tích vườn giao cho mỗi lớp.

Bài toán 1.62 (Bình, 2022, 109.). 3 công nhân được thưởng 100000 đồng, số tiền thưởng được phân chia tỷ lệ với mức sản xuất của mỗi người. Biết mức sản xuất của người thứ nhất so với mức sản xuất của người thứ 2 bằng $5 : 3$, mức sản xuất của người thứ 3 bằng 25% tổng số mức sản xuất của 2 người kia. Tính số tiền mỗi người được thưởng.

Bài toán 1.63 (Bình, 2022, 110.). 1 công trường dự định phân chia số đất cho 3 đội I, II, III tỷ lệ với 7, 6, 5. Nhưng sau đó vì số người của các đội thay đổi nên đã chia lại tỷ lệ với 6, 5, 4. Như vậy có 1 đội làm nhiều hơn so với dự định là 6m^3 đất. Tính số đất đã phân chia cho mỗi đội.

Bài toán 1.64 (Bình, 2022, 111.). Trong 1 đợt lao động, 3 khối 7, 8, 9 chuyển được 912m^3 đất. Trung bình mỗi học sinh khối 7, 8, 9 theo thứ tự làm được $1.2\text{m}^3, 1.4\text{m}^3, 1.6\text{m}^3$. Số học sinh khối 7 & khối 8 tỷ lệ với 1 & 3, số học sinh khối 8 & khối 9 tỷ lệ với 4 & 5. Tính số học sinh của mỗi khối.

Bài toán 1.65 (Bình, 2022, 112.). 3 tổ công nhân có mức sản xuất tỷ lệ với 5, 4, 3. Tổ I tăng năng suất 10%, tổ II tăng năng suất 20%, tổ III tăng năng suất 10%. Do đó trong cùng 1 thời gian, tổ I làm được nhiều hơn tổ II là 7 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ đã làm được trong thời gian đó.

Bài toán 1.66 (Bình, 2022, 113.). Tìm 3 số tự nhiên, biết BCNN của chúng bằng 3150, tỷ số của số thứ nhất & số thứ 2 là $5 : 9$, tỷ số của số thứ nhất & số thứ 3 là $10 : 7$.

Bài toán 1.67 (Bình, 2022, 114.). 3 tấm vải theo thứ tự giá 120000 đồng, 192000 đồng, & 144000 đồng. Tấm thứ nhất & tấm thứ 2 có cùng chiều dài, tấm thứ 2, & tấm thứ 3 có cùng chiều rộng. Tổng của 3 chiều dài là 110m, tổng của 3 chiều rộng là 2.1m. Tính kích thước của mỗi tấm vải, biết giá 1m^2 của 3 tấm vải bằng nhau.

Bài toán 1.68 (Bình, 2022, 115.). Có 3 gói tiền: gói thứ nhất gồm toàn tờ 500 đồng, gói thứ 2 gồm toàn tờ 2000 đồng, gói thứ 3 gồm toàn tờ 5000 đồng. Biết tổng số tờ giấy bạc của 3 gói là 540 tờ & số tiền ở các gói bằng nhau. Tính số tờ giấy bạc mỗi loại.

Bài toán 1.69 (Bình, 2022, 116.). 3 công nhân tiện được tất cả 860 dụng cụ trong cùng 1 thời gian. Để tiện 1 dụng cụ, người thứ nhất cần 5ph, người thứ 2 cần 6ph, người thứ 3 cần 9ph. Tính số dụng cụ mỗi người tiện được.

Bài toán 1.70 (Bình, 2022, 117.). 3 em bé: Ánh 5 tuổi, Bích 6 tuổi, Châu 10 tuổi được bà chia cho 42 chiếc kẹo. Số kẹo được chia tỷ lệ nghịch với số tuổi của mỗi em. Hỏi mỗi em được chia bao nhiêu chiếc kẹo?

Bài toán 1.71 (Bình, 2022, 118.). Tìm 3 phân số, biết tổng của chúng bằng $3\frac{3}{70}$, các tử của chúng tỷ lệ với 3, 4, 5, các mẫu của chúng tỷ lệ với 5, 1, 2.

Bài toán 1.72 (Bình, 2022, 119.). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết số đó là bội của 72 & các chữ số của nó nếu xếp từ nhỏ đến lớn thì tỷ lệ với 1, 2, 3.

Bài toán 1.73 (Bình, 2022, 120.). Độ dài 3 cạnh của 1 tam giác tỷ lệ với 2, 3, 4. 3 chiều cao tương ứng với 3 cạnh đó tỷ lệ với 3 số nào?

Bài toán 1.74 (Bình, 2022, 121.). 3 đường cao của $\triangle ABC$ có độ dài bằng 4, 12, x . Biết $x \in \mathbb{N}^*$. Tìm x (cho biết bất đẳng thức tam giác: mỗi cạnh của tam giác nhỏ hơn tổng 2 cạnh kia & lớn hơn hiệu của chúng).

Bài toán 1.75 (Bình, 2022, 122.). Cho $\triangle ABC$. Có góc ngoài của tam giác tại A, B, C tỷ lệ với 4, 5, 6. Các góc trong tương ứng tỷ lệ với các số nào?

Bài toán 1.76 (Bình, 2022, 123.). Tìm 2 số khác 0 biết tổng, hiệu, tích của chúng tỷ lệ với 5, 1, 12.

Tài liệu

Bình, Vũ Hữu (2022). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 7, tập 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 152.