

# Square Root & Cube Root – Căn Bậc 2 $\sqrt{f(x)}$ & Căn Bậc 3 $\sqrt[3]{f(x)}$

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 17 tháng 4 năm 2023

## Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about *square root & cube root*. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 9, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 9/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_9/lecture)<sup>1</sup>. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 9/square root & cube root](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_9/square_root_&_cube_root)<sup>2</sup>.

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về *các tam giác đồng dạng*. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 9/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_9/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 9. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 9/square root & cube root](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_9/square_root_&_cube_root).

**Nội dung.** Căn thức bậc 2, 3,  $n$ .

## Mục lục

1	Square Root – Căn Bậc 2	2
2	Căn Bậc 2 & Hằng Đẳng Thức $\sqrt{A^2} =  A $	2
3	Liên Hệ Giữa Phép Nhân & Phép Khai Phương	2
4	Liên Hệ Giữa Phép Chia & Phép Khai Phương	2
5	Biến Đổi Đơn Giản Biểu Thức Chứa Căn Thức Bậc 2	2
6	Rút Gọn Biểu Thức Chứa Căn Thức Bậc 2	2
7	Cube Root – Căn Bậc 3	2
	Tài liệu	2

---

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_mathematics/grade\\_9/NQBH\\_elementary\\_mathematics\\_grade\\_9.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_9/NQBH_elementary_mathematics_grade_9.pdf).

<sup>2</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_mathematics/grade\\_9/similar\\_triangle/NQBH\\_square\\_root\\_cube\\_root.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_9/similar_triangle/NQBH_square_root_cube_root.pdf).

# 1 Square Root – Căn Bậc 2

Phép toán ngược của phép cộng là phép trừ:  $a + b - b = a$ ,  $-(-a) = +a$ ,  $\forall a \in \mathbb{R}$ . Phép toán ngược của phép nhân là phép chia:  $ab : b = a$ ,  $1 : (1 : a) = a$ . Phép toán ngược của phép bình phương là phép lấy căn bậc 2. Phép toán ngược của phép lập phương là phép lấy căn bậc 3. Phép toán ngược của phép lũy thừa bậc  $n$  là phép lấy căn bậc  $n$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Định nghĩa 1** (Căn bậc 2). Căn bậc 2 của 1 số thực  $a$  không âm (i.e.,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \geq 0$ ) là số  $x \in \mathbb{R}$  sao cho  $x^2 = a$ .

## 2 Căn Bậc 2 & Hằng Đẳng Thức $\sqrt{A^2} = |A|$

## 3 Liên Hệ Giữa Phép Nhân & Phép Khai Phương

## 4 Liên Hệ Giữa Phép Chia & Phép Khai Phương

## 5 Biến Đổi Đơn Giản Biểu Thức Chứa Căn Thức Bậc 2

## 6 Rút Gọn Biểu Thức Chứa Căn Thức Bậc 2

**Kiến thức cơ bản.** [1] Với số  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \geq 0$ , số  $b \in \mathbb{R}$  được gọi là *căn bậc 2* của số  $a$  nếu  $b^2 = a$ . [2] Số  $a < 0$  không có căn bậc 2. Số  $a = 0$  chỉ có 1 căn bậc 2 là số 0. Số  $a > 0$  có đúng 2 căn bậc 2 là số  $b$  & số  $-b$  (có thể gom lại thành  $\pm b$ ) trong đó  $b$  được chọn là số dương,  $b > 0$ , ký hiệu bởi  $\sqrt{a}$ , & được gọi là *căn bậc 2 số học* của  $a$ . [3] Với biểu thức đại số  $A$ , biểu thức đại số  $B$  không âm được gọi là *căn bậc 2* của  $A$ , ký hiệu  $B = \sqrt{A}$ , nếu  $B^2 = A$ ,  $A$  được gọi là *biểu thức dưới dấu căn bậc 2*. [4] Điều kiện để  $A$  có căn bậc 2 là  $A \geq 0$ . [5] Với biểu thức đại số  $A$ , ta luôn có  $\sqrt{|A^2|} = |A|$ . [6] Với 2 biểu thức đại số  $A, B$  không âm, ta luôn có  $\sqrt{AB} = \sqrt{A}\sqrt{B}$ ,  $\sqrt{C^2B} = |C|\sqrt{B}$ . [7] Với biểu thức đại số  $A, B$  thỏa mãn  $B \neq 0$ ,  $AB \geq 0$  luôn có:  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{|A|}}{\sqrt{|B|}}$ ,  $\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$ .

**Bài toán 1** (Bình, Ngọc, and Sơn, 2021, Ví dụ 1.1, p. 5). *Rút gọn biểu thức:*  $\sqrt{(7 + 4\sqrt{3})(a - 1)^2}$ .

*Giải.*  $\sqrt{(7 + 4\sqrt{3})(a - 1)^2} = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}\sqrt{(a - 1)^2} = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}\sqrt{(a - 1)^2} = |2 + \sqrt{3}||a - 1| = (2 + \sqrt{3})|a - 1|$ . □

**Lưu ý 1.** *Đẳng thức:*  $(a + b\sqrt{c})^2 = a^2 + 2ab\sqrt{c} + b^2c = (a^2 + b^2c) + 2ab\sqrt{c}$ ,  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $c \geq 0$ .

**Bài toán 2.** Cho  $a, b, c, A, B \in \mathbb{Z}$ ,  $c \geq 0$  thỏa mãn đẳng thức  $(a + b\sqrt{c})^2 = A + B\sqrt{c}$ . (a) Tìm mối quan hệ của  $a, b, c, A, B$ . Biểu diễn  $(A, B)$  theo  $(a, b, c)$ . (b)\* Biểu diễn  $(a, b)$  theo  $(c, A, B)$ .

# 7 Cube Root – Căn Bậc 3

**Lưu ý 2.** *Đẳng thức:*  $(a + b\sqrt[3]{c})^3 = a^3 + 3a^2b\sqrt[3]{c} + 3ab^2\sqrt[3]{c^2} + b^3c = (a^3 + b^3c) + 3a^2b\sqrt[3]{c} + 3ab^2\sqrt[3]{c^2}$ ,  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ .

**Bài toán 3.** Cho  $a, b, c, A, B, C \in \mathbb{Z}$ ,  $c \geq 0$  thỏa mãn đẳng thức  $(a + b\sqrt[3]{c})^3 = A + B\sqrt[3]{c} + C\sqrt[3]{c^2}$ . (a) Tìm mối quan hệ của  $a, b, c, A, B, C$ . Biểu diễn  $(A, B, C)$  theo  $(a, b, c)$ . (b)\* Biểu diễn  $(a, b)$  theo  $(c, A, B, C)$ .

## Tài liệu

Bình, Vũ Hữu, Phạm Thị Bạch Ngọc, and Nguyễn Tâm Sơn (2021). *Tài Liệu Chuyên Toán Trung Học Cơ Sở Toán 9. Tập 1: Đại Số*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 192.