

3D Vector – Vector Trong Không Gian

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 16 tháng 2 năm 2023

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about 3D vector. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 11, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 11/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_11/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 11/3D vector](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_11/3D_vector)².

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về biểu thức đại số. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 11/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_11/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 11. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 11/3D vector](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_11/3D_vector).

Nội dung. Vector trong không gian, 2 đường thẳng vuông góc trong không gian, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, 2 mặt phẳng vuông góc, khoảng cách trong không gian.

Mục lục

1	Vector Trong Không Gian	2
2	2 Đường Thẳng Vuông Góc	2
3	Đường Thẳng Vuông Góc với Mặt Phẳng	2
4	2 Mặt Phẳng Vuông Góc	3
5	Khoảng Cách	3
	Tài liệu	3

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_11/NQBH_elementary_mathematics_grade_11.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_11/3D_vector/NQBH_3D_vector.pdf.

1 Vector Trong Không Gian

2 2 Đường Thẳng Vuông Góc

Bài toán 1 (Hạo et al., 2022, 1., p. 97). Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Xác định góc giữa các cặp vector: (a) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}$; (b) $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{EG}$; (c) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DH}$.

Bài toán 2 (Hạo et al., 2022, 2., p. 97). Cho tứ diện $ABCD$. (a) Chứng minh $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$. (b) Từ đẳng thức trên suy ra nếu tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$ & $AC \perp DB$ thì $AD \perp BC$.

Bài toán 3 (Hạo et al., 2022, 3., p. 97). (a) Trong không gian nếu 2 đường thẳng a, b vuông góc với đường thẳng c thì a, b có song song với nhau không? (b) Trong không gian nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b & đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì a có vuông góc với c không?

Bài toán 4 (Hạo et al., 2022, 4., p. 98). Trong không gian cho 2 tam giác đều ABC & ABC' có chung cạnh AB & nằm trong 2 mặt phẳng khác nhau. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AC, CB, BC', C'A$. Chứng minh: (a) $AB \perp CC'$; (b) Tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Bài toán 5 (Hạo et al., 2022, 5., p. 98). Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ & $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Chứng minh $SA \perp BC, SB \perp AC, SC \perp AB$.

Bài toán 6 (Hạo et al., 2022, 6., p. 98). Trong không gian cho 2 hình vuông $ABCD$ & $ABC'D'$ có chung cạnh AB & nằm trong 2 mặt phẳng khác nhau, lần lượt có tâm O & O' . Chứng minh: $AB \perp OO'$ & tứ giác $CDD'C'$ là hình chữ nhật.

Bài toán 7 (Hạo et al., 2022, 7., p. 98). Cho S là diện tích của $\triangle ABC$. Chứng minh: $S = \frac{1}{2} \sqrt{\overrightarrow{AB}^2 \cdot \overrightarrow{AC}^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$.

Bài toán 8 (Hạo et al., 2022, 8., p. 98). Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ & $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Chứng minh: (a) $AB \perp CD$; (b) Nếu M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD thì $MN \perp AB$ & $MN \perp CD$.

3 Đường Thẳng Vuông Góc với Mặt Phẳng

Bài toán 9 (Hạo et al., 2022, 2., p. 104). Cho 2 đường thẳng phân biệt a, b & mặt phẳng (α) . Đ/S? (a) Nếu $a \parallel (\alpha)$ & $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$. (b) Nếu $a \parallel (\alpha)$ & $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$. (c) Nếu $a \parallel (\alpha)$ & $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$. (d) Nếu $a \perp (\alpha)$ & $b \perp a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

Bài toán 10 (Hạo et al., 2022, 2., p. 104). Cho tứ diện $ABCD$ có 2 mặt ABC & BCD là 2 tam giác cân có chung cạnh đáy BC . Gọi I là trung điểm của cạnh BC . (a) Chứng minh $BC \perp (ADI)$. (b) Gọi AH là đường cao của $\triangle ADI$, chứng minh $AH \perp (BCD)$.

Bài toán 11 (Hạo et al., 2022, 3., pp. 104–105). Cho hình chóp $S.ABCD$. có đáy là hình thoi $ABCD$ & có $SA = SB = SC = SD$. Gọi O là giao điểm của AC, BD . Chứng minh: (a) $SO \perp (ABCD)$; (b) $AC \perp (SBD)$ & $BD \perp (SAC)$.

Bài toán 12 (Hạo et al., 2022, 4., p. 105). Cho tứ diện $OABC$ có 3 cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O tới mặt phẳng (ABC) . Chứng minh: (a) H là trực tâm của $\triangle ABC$. (b) $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Bài toán 13 (Hạo et al., 2022, 5., p. 105). Trên mặt phẳng (α) cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC & BD , S là 1 điểm nằm ngoài mặt phẳng (α) sao cho $SA = SC, SB = SD$. Chứng minh: (a) $SO \perp (\alpha)$; (b) Nếu trong mặt phẳng (SAB) kẻ SH vuông góc với AB tại H thì AB vuông góc với mặt phẳng (SOH) .

Bài toán 14 (Hạo et al., 2022, 6., p. 105). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi $ABCD$ & có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi I, K là 2 điểm lần lượt lấy trên 2 cạnh SB, SD sao cho $\frac{SI}{SB} = \frac{SK}{SD}$. Chứng minh: (a) $BD \perp SC$; (b) $IK \perp (SAC)$.

Bài toán 15 (Hạo et al., 2022, 7., p. 105). Cho tứ diện $SABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) & có $\triangle ABC$ vuông tại B . Trong mặt phẳng (SAB) kẻ AM vuông góc với SB tại M . Trên cạnh SC lấy điểm N sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC}$. Chứng minh: (a) $BC \perp (SAB)$ & $AM \perp (SBC)$; (b) $SB \perp AN$.

Bài toán 16 (Hạo et al., 2022, 8., p. 105). Cho điểm S không thuộc mặt phẳng (α) có hình chiếu trên (α) là điểm H . Với điểm M bất kỳ trên (α) & M không trùng với H , gọi SM là đường xiên & đoạn HM là hình chiếu của đường xiên đó. Chứng minh: (a) 2 đường xiên bằng nhau \Leftrightarrow 2 hình chiếu của chúng bằng nhau. (b) Với 2 đường xiên cho trước, đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn & ngược lại đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn.

4 2 Mặt Phẳng Vuông Góc

5 Khoảng Cách

Tài liệu

Hạo, Trần Văn, Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, Nguyễn Hà Thanh, and Phan Văn Viện (2022). *Hình Học 11*. Tái bản lần thứ 15. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 136.