

# Problems in Elementary Computer Science

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 10 tháng 5 năm 2023

## Tóm tắt nội dung

1 bộ sưu tập các bài toán chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao cho Tin học sơ cấp. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary computer science/problem](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_computer_science/problem)<sup>1</sup>.

## Mục lục

<b>1 Basic Problems</b>	<b>1</b>
<b>2 Number Theory – Số Học</b>	<b>2</b>
<b>3 Algebraic Expression – Biểu Thức Đại Số</b>	<b>2</b>
<b>4 Resources</b>	<b>4</b>
<b>5 Notes on Python Commands</b>	<b>4</b>
<b>6 Miscellaneous</b>	<b>5</b>
<b>Tài liệu</b>	<b>5</b>

## 1 Basic Problems

**Bài toán 1** (Even vs. odd). *Viết thuật toán & các chương trình bằng các ngôn ngữ lập trình PASCAL, PYTHON, C/C++ để xét tính chẵn lẻ của  $n \in \mathbb{Z}$  được nhập từ bàn phím.*

- Pascal script: [GitHub/NQBH/hobby/elementary computer science/Pascal/even vs. odd](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_computer_science/Pascal/even_vs_odd).
- Python script: [GitHub/NQBH/hobby/elementary computer science/Python/even vs. odd](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_computer_science/Python/even_vs_odd).

**Bài toán 2** (Divisible by). *Viết thuật toán & các chương trình bằng các ngôn ngữ lập trình PASCAL, PYTHON, C/C++ để kiểm tra liệu  $a : b$  hay không, với  $a, b \in \mathbb{Z}$  được nhập từ bàn phím.*

- Pascal script: [GitHub/NQBH/hobby/elementary computer science/Pascal/divisible by](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_computer_science/Pascal/divisible_by).
- Python script: [GitHub/NQBH/hobby/elementary computer science/Python/divisible by](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_computer_science/Python/divisible_by).

**Bài toán 3** (Triangle). *Viết thuật toán & các chương trình bằng các ngôn ngữ lập trình PASCAL, PYTHON, C/C++ để liệu  $a, b, c$  có phải là độ dài của: (a) 1 tam giác. (b) 1 tam giác nhọn. (c) 1 tam giác vuông. (d) 1 tam giác tù.*

- Python script: [GitHub/NQBH/hobby/elementary computer science/Python/triangle](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_computer_science/Python/triangle).

**Bài toán 4** (Polynomial equation). *Viết thuật toán & các chương trình bằng các ngôn ngữ lập trình PASCAL, PYTHON, C/C++ để giải phương trình bậc nhất, bậc 2, bậc 3, & bậc 4 với các hệ số thực được nhập từ bàn phím.*

**Bài toán 5** (Fibonacci sequence). *Viết thuật toán & các chương trình bằng các ngôn ngữ lập trình PASCAL, PYTHON, C/C++ để xuất ra màn hình, với  $n \in \mathbb{N}$  được nhập từ bàn phím: (a) Số Fibonacci thứ  $n$ . (b)  $n$  số Fibonacci đầu tiên.*

**Bài toán 6** (1st  $n$  square roots). *Viết chương trình PASCAL, C/C++, PYTHON xuất ra căn bậc 2 của  $n$  số tự nhiên đầu tiên với  $n \in \mathbb{N}^*$  được nhập từ bàn phím.*

**Bài toán 7** (Số chính phương – Square number). *Viết chương trình PASCAL, C/C++, PYTHON để kiểm tra 1 số  $n \in \mathbb{N}^*$  được nhập từ bàn phím có phải là số chính phương hay không.*

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam  
e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_computer\\_science/problem/NQBH\\_elementary\\_computer\\_science\\_problem.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_computer_science/problem/NQBH_elementary_computer_science_problem.pdf).

**Bài toán 8** (1st  $n$  cube roots). Viết chương trình PASCAL, C/C++, PYTHON xuất ra căn bậc 3 của  $n$  số tự nhiên đầu tiên với  $n \in \mathbb{N}^*$  được nhập từ bàn phím.

**Bài toán 9.** Viết chương trình PASCAL, C/C++, PYTHON để kiểm tra 1 số  $n \in \mathbb{N}^*$  được nhập từ bàn phím có phải là lập phương của 1 số tự nhiên hay không.

**Bài toán 10** (1st  $n$  nth roots). Viết chương trình PASCAL, C/C++, PYTHON xuất ra căn bậc  $n$  của  $m$  số tự nhiên đầu tiên với  $m, n \in \mathbb{N}^*$  được nhập từ bàn phím.

**Bài toán 11.** Viết chương trình PASCAL, C/C++, PYTHON để kiểm tra 1 số  $m$  được nhập từ bàn phím có phải là lũy thừa bậc  $n$  của 1 số tự nhiên hay không với  $m, n \in \mathbb{N}^*$  được nhập từ bàn phím.

## 2 Number Theory – Số Học

## 3 Algebraic Expression – Biểu Thức Đại Số

**Bài toán 12** ([Vie21], 1., p. 15, Vũng Tàu 2020). Cho  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ . Yêu cầu: Tính giá trị của biểu thức  $S = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc} + \sqrt{abc}$ .

- Dữ liệu vào: File `root.inp` chứa 3 số nguyên dương  $a, b, c$ . Mỗi số trên 1 dòng.
- Kết quả: Ghi vào File `root.out` kết quả  $S$  tính được (làm tròn lấy 2 chữ số sau phần thập phân). E.g.,

root.inp	root.out
2	4.25
1	
2	

Python script: [GitHub/NQBH/hobby/elementary computer science/Python/root.py](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_computer_science/Python/root.py)<sup>2</sup>. Input: `root.inp`. Output: `root.out`.

```
from math import *
file_in = open("root.inp")
file_out = open("root.out", "w")
a = file_in.readline()
b = file_in.readline()
c = file_in.readline()
a = int(a)
b = int(b)
c = int(c)
S = (a**a + b**b + c**c)/(a*b*c) + sqrt(a*b*c)
S = str(round(S,2))
file_out.write(S)
file_in.close()
file_out.close()
```

**Lưu ý 1.** Tương tự, ta có thể tính hầu như bất kỳ hàm số  $f(a, b, c)$  3 biến  $a, b, c$  với  $f$  là 1 hàm số có thể viết được nhờ thư viện `math` của Python. Tổng quát hơn, ta có thể tính bất kỳ hàm số nhiều biến  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  với  $x_i, i = 1, 2, \dots, n, n \in \mathbb{N}^*$  là các biến, với  $f$  là 1 hàm số có thể viết được nhờ thư viện `math` của Python.

**Bài toán 13** ([Vie21], 2., p. 19, Bắc Giang 2020). Nhà An có 1 trang trại rộng lớn. Do sở thích của An nên bố An chỉ nuôi gà Ế chó. 1 hôm bố An đổ con gái nhà mình nuôi bao nhiêu gà, bao nhiêu chó? Bố An cho biết nhà có tổng số gà Ế chó là  $x$  con. Do số lượng nhiều Ế khó đếm từng loại nên An chỉ đếm được tổng số chân của gà Ế chó là  $y$  chân. Giúp An trả lời câu đố.

- Dữ liệu vào: Đọc từ file văn bản `toanco.inp` gồm 2 số nguyên dương  $x, y$  trên 1 dòng. 2 số cách nhau 1 khoảng trống ( $x \leq 10^5, y \leq 4 \cdot 10^5$ ).
- Kết quả: Ghi ra file văn bản `toanco.out` gồm 2 số tương ứng là số gà Ế số chó tìm được. 2 số cách nhau 1 khoảng trống. Giả sử bài toán luôn có nghiệm.

toanco.inp	toanco.out
36 100	22 14

Python script: [GitHub/NQBH/hobby/elementary computer science/Python/toanco.py](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_computer_science/Python/toanco.py)<sup>3</sup>. Input: `toanco.inp`. Output: `toanco.out`.

<sup>2</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_computer\\_science/Python/root.py](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_computer_science/Python/root.py).

<sup>3</sup>URL: [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_computer\\_science/Python/toanco.py](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_computer_science/Python/toanco.py).

```

file_in = open("toanco.inp")
file_out = open("toanco.out", "w")
s = file_in.readline()
s = s.split()
x = int(s[0])
y = int(s[1])
a = int(2*x - y/2)
b = int(y/2 - x)
file_out.write(str(a) + " " + str(b))
file_in.close()
file_out.close()

```

**Bài toán 14** ([Vie21], 3., p. 20, Yên Bái 2020, Tổng nguyên tố). *Viết chương trình nhập vào 2 số nguyên  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $0 < a < b$ . (a) Tìm & tính tổng các số nguyên tố của dãy số từ  $a$  đến  $b$ . (b) Xuất ra màn hình các số chia hết cho 5 của dãy số từ  $a$  đến  $b$ . (c) (Bội của  $n \in \mathbb{N}^*$ ) Xuất ra màn hình các số chia hết cho  $n$  của dãy số từ  $a$  đến  $b$  với  $n \in \mathbb{N}^*$  được nhập từ bàn phím. E.g., nhập  $a = 6$ ,  $b = 22$ . Kết quả tổng các số nguyên tố trong dãy số từ 6 đến 22:  $7 + 11 + 13 + 17 + 19 = 67$ . Các số chia hết cho 5 của dãy số từ 6 đến 22: 10, 15, 20.*

**Bài toán 15** ([Vie21], 4., p. 22, Hải Dương 2020, Số mạnh mẽ). Số mạnh mẽ là số khi nó chia hết cho 1 số nguyên tố thì cũng chia hết cho cả bình phương của số nguyên tố đó, i.e.,  $a \in \mathbb{N}^*$  là số mạnh mẽ  $\Leftrightarrow (a : p \Rightarrow a : p^2, \forall p: \text{prime})$ . E.g., 25 là số mạnh mẽ, vì nó chia hết cho số nguyên tố 5 & chia hết cho cả  $5^2 = 25$ . Viết chương trình liệt kê các số mạnh mẽ không vượt quá 1000.

See, e.g., [Wikipedia/powerful number](#), [MathWorld/powerful number](#).

**Bài toán 16** ([Vie21], 5., p. 23, Việt Nam 2020, Bội chính phương). Cho 1 dãy số  $A$  có  $n$  phần tử. Tìm số nguyên dương  $P$  nhỏ nhất thỏa mãn:  $a$  là số chính phương &  $a$  chia hết cho tất cả các phần tử của dãy số  $A$ .

- Yêu cầu: In ra phần dư của phép chia khi chia  $a$  cho  $10^9 + 7$ .
- Dữ liệu vào: Vào từ thiết bị theo khuôn dạng sau: Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $n$  là số lượng phần tử của dãy số. Dòng tiếp theo chứa  $n$  số nguyên dương là các phần tử của dãy  $A$ . Các số trên 1 dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.
- Kết quả: Ghi ra thiết bị ra gồm 1 số nguyên duy nhất là kết quả của bài toán. E.g.,

Dữ liệu vào	Dữ liệu ra
3 2 1 3	36

**Bài toán 17** ([Vie21], 1., p. 25, Hải Dương 2020, Số hạnh phúc & số buồn bã– Happy- & sad numbers). Với 1 số nguyên dương bất kỳ, thay thế số đó bằng tổng bình phương các chữ số của nó & cứ lặp lại quá trình đó sẽ có các trường hợp sau xảy ra: Kết thúc bằng 1 – ta gọi số đó là số hạnh phúc/happy number. Kết thúc bằng 0 – ta gọi số đó là số buồn bã/sad number. Lặp lại vô hạn lần – số đó không hạnh phúc cũng không buồn bã. E.g., số 44: lần 1:  $4^2 + 4^2 = 32$ , lần 2:  $3^2 + 2^2 = 13$ , lần 3:  $1^2 + 3^2 = 10$ , lần 4:  $1^2 + 0^2 = 1$ , nên 44 là số hạnh phúc. Viết chương trình để kiểm tra xem ngày sinh của 1 người bất kỳ có phải là số hạnh phúc không?

**Bài toán 18** ([Vie21], 2., p. 25, Gia Lai 2019, Phân số tối giản – Irreducible fraction). 1 chuỗi được gọi là có dạng phân số nếu nó có dạng ‘tử\_số/mẫu\_số’. Viết chương trình nhập vào chuỗi có dạng phân số, sau đó xuất ra dạng tối giản của phân số đó. E.g., Chuỗi ‘12/15’ biểu diễn cho phân số. Dạng tối giản của phân số đó là ‘3/5’.

**Bài toán 19** (Tổng tất cả, tổng phần tử chẵn, lẻ, bình phương, lập phương, lũy thừa bậc  $n$ , căn bậc 2, 3, & căn bậc  $n$ , nghịch đảo, nghịch đảo bình phương, nghịch đảo lập phương, nghịch đảo lũy thừa bậc  $n$ , nghịch đảo căn bậc 2, 3, & nghịch đảo căn bậc  $n$  – Sums of all, odds, evens, squares, cubes,  $n$ th powers, square roots, cube roots,  $n$ th roots, reciprocals of square, of cubes, of  $n$ th powers, of square roots, of cube roots, of  $n$ th roots). Cho 1 dãy gồm  $n$  số nguyên:  $(a_i)_{i=1}^m = a_1, a_2, \dots, a_m$ ,  $m \in \mathbb{N}^*$ ,  $a_i \in \mathbb{Z}$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, m$ , mỗi số có giá trị không vượt quá  $10^9$ .

- Yêu cầu: Tính tổng  $S$  tất cả các phần tử, tổng  $S_{\text{even}}$  các số chẵn, tổng  $S_{\text{odd}}$  các số lẻ, tổng  $S_{\text{sqr}}$  bình phương, tổng  $S_{\text{sqr,even}}$  bình phương các số chẵn, tổng  $S_{\text{sqr,odd}}$  bình phương các số lẻ, tổng  $S_{\text{cb}}$  lập phương, tổng  $S_{\text{cb,even}}$  lập phương các số chẵn, tổng  $S_{\text{cb,odd}}$  lập phương các số lẻ, tổng  $S_{\text{pwr},n}$  lũy thừa bậc  $n$ , tổng  $S_{\text{pwr,even},n}$  lũy thừa bậc  $n$  các số chẵn, tổng  $S_{\text{pwr,odd},n}$  lũy thừa bậc  $n$  các số lẻ, tổng  $S_{\text{sqr},2}$  căn bậc 2, tổng  $S_{\text{sqr,even},2}$  căn bậc 2 các số chẵn, tổng  $S_{\text{sqr,odd},2}$  căn bậc 2 các số lẻ, tổng  $S_{\text{cb},3}$  căn bậc 3, tổng  $S_{\text{cb,even},3}$  căn bậc 3 các số chẵn, tổng  $S_{\text{cb,odd},3}$  căn bậc 3 các số lẻ, tổng  $S_{\text{rt},n}$  căn bậc  $n$  của các số, tổng  $S_{\text{rt,even},n}$  căn bậc  $n$  của các số chẵn, tổng  $S_{\text{rt,odd},n}$  căn bậc  $n$  của các số lẻ trong dãy  $(a_i)_{i=1}^m$ .
- Dữ liệu: Dòng đầu tiên chứa  $m \in \mathbb{N}^*$ ,  $1 \leq m \leq 10^9$ . Dòng thứ 2 chứa  $n \in \mathbb{N}^*$ .  $m$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i + 2$  chứa  $a_i$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, m - 1$ .

*Giải.* Công thức toán học tính các tổng:

$$S := \sum_{i=1}^m a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_m, \quad S_{\text{even}} := \sum_{i=1, 2 \mid a_i}^m a_i, \quad S_{\text{odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m a_i,$$

$$\begin{aligned}
S_{\text{sqr}} &:= \sum_{i=1}^m a_i^2 = a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_m^2, \quad S_{\text{sqr,even}} := \sum_{i=1, 2|a_i}^m a_i^2, \quad S_{\text{sqr,odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m a_i^2, \\
S_{\text{cb}} &:= \sum_{i=1}^m a_i^3 = a_1^3 + a_2^3 + \cdots + a_m^3, \quad S_{\text{cb,even}} := \sum_{i=1, 2|a_i}^m a_i^3, \quad S_{\text{odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m a_i^3, \\
S_{\text{pwr},n} &:= \sum_{i=1}^m a_i^n = a_1^n + a_2^n + \cdots + a_m^n, \quad S_{\text{pwr,even},n} := \sum_{i=1, 2|a_i}^m a_i^n, \quad S_{\text{pwr,odd},n} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m a_i^n, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \\
S_{\text{sqr}} &:= \sum_{i=1}^m \sqrt{a_i} = \sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \cdots + \sqrt{a_m}, \quad S_{\text{sqr,even}} := \sum_{i=1, 2|a_i}^m \sqrt{a_i}, \quad S_{\text{sqr,odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \sqrt{a_i}, \\
S_{\text{cb}} &:= \sum_{i=1}^m \sqrt[3]{a_i} = \sqrt[3]{a_1} + \sqrt[3]{a_2} + \cdots + \sqrt[3]{a_m}, \quad S_{\text{cb,even}} := \sum_{i=1, 2|a_i}^m \sqrt[3]{a_i}, \quad S_{\text{cb,odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \sqrt[3]{a_i}, \\
S_{\text{rt},n} &:= \sum_{i=1}^m \sqrt[n]{a_i} = \sqrt[n]{a_1} + \sqrt[n]{a_2} + \cdots + \sqrt[n]{a_m}, \quad S_{\text{rt,even},n} := \sum_{i=1, 2|a_i}^m \sqrt[n]{a_i}, \quad S_{\text{rt,odd},n} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \sqrt[n]{a_i}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \\
S_{\text{rcpc}} &:= \sum_{i=1}^m \frac{1}{a_i} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_m}, \quad S_{\text{rcpc,even}} := \sum_{i=1, 2|a_i, a_i \neq 0}^m \frac{1}{a_i}, \quad S_{\text{rcpc,odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \frac{1}{a_i}, \\
S_{\text{rcpc,sqr}} &:= \sum_{i=1}^m \frac{1}{a_i^2} = \frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \cdots + \frac{1}{a_m^2}, \quad S_{\text{rcpc,sqr,even}} := \sum_{i=1, 2|a_i, a_i \neq 0}^m \frac{1}{a_i^2}, \quad S_{\text{rcpc,sqr,odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \frac{1}{a_i^2}, \\
S_{\text{rcpc,cb}} &:= \sum_{i=1}^m \frac{1}{a_i^3} = \frac{1}{a_1^3} + \frac{1}{a_2^3} + \cdots + \frac{1}{a_m^3}, \quad S_{\text{rcpc,cb,even}} := \sum_{i=1, 2|a_i, a_i \neq 0}^m \frac{1}{a_i^3}, \quad S_{\text{rcpc,cb,odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \frac{1}{a_i^3}, \\
S_{\text{rcpc,pwr},n} &:= \sum_{i=1}^m \frac{1}{a_i^n} = \frac{1}{a_1^n} + \frac{1}{a_2^n} + \cdots + \frac{1}{a_m^n}, \quad S_{\text{rcpc,even,pwr},n} := \sum_{i=1, 2|a_i, a_i \neq 0}^m \frac{1}{a_i^n}, \quad S_{\text{rcpc,odd,pwr},n} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \frac{1}{a_i^n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \\
S_{\text{rcpc,sqr}} &:= \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sqrt{a_i}} = \frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{a_m}}, \quad S_{\text{rcpc,sqr,even}} := \sum_{i=1, 2|a_i, a_i \neq 0}^m \frac{1}{\sqrt{a_i}}, \quad S_{\text{rcpc,sqr,odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \frac{1}{\sqrt{a_i}}, \\
S_{\text{rcpc,cb}} &:= \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sqrt[3]{a_i}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a_1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{a_2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[3]{a_m}}, \quad S_{\text{rcpc,cb,even}} := \sum_{i=1, 2|a_i, a_i \neq 0}^m \frac{1}{\sqrt[3]{a_i}}, \quad S_{\text{rcpc,cb,odd}} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \frac{1}{\sqrt[3]{a_i}}, \\
S_{\text{rcpc,rt},n} &:= \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sqrt[n]{a_i}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a_1}} + \frac{1}{\sqrt[n]{a_2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[n]{a_m}}, \quad S_{\text{rcpc,even,rt},n} := \sum_{i=1, 2|a_i, a_i \neq 0}^m \frac{1}{\sqrt[n]{a_i}}, \quad S_{\text{rcpc,odd,rt},n} := \sum_{i=1, 2 \nmid a_i}^m \frac{1}{\sqrt[n]{a_i}}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.
\end{aligned}$$

Dựa vào các công thức này, sử dụng vòng lặp **for** hoặc **while** để tính các tổng này. □

**Nhận xét 1.** Nếu chỉ tính tổng  $S_{\text{odd}}$  các số lẻ của dãy  $(a_i)_{i=1}^n \subset \mathbb{Z}$  thì ta có bài toán [Vie21, 3., p. 25, Tây Ninh 2019].

**Nhận xét 2** (Mở rộng  $\mathbb{Z}$  ra  $\mathbb{R}, \mathbb{C}$ ). Các tổng  $S, S_{\text{sqr}}, S_{\text{cb}}, S_{\text{pwr},n}, S_{\text{sqr}}, S_{\text{cb}}, S_{\text{rt},n}, S_{\text{rcpc}}$  (i.e., các tổng không có liên quan đến tính chẵn lẻ) vẫn có thể áp dụng cho các dãy số thực thay vì chỉ cho dãy số nguyên, i.e., áp dụng cho  $(a_i)_{i=1}^n \subset \mathbb{R}, a_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, 2, \dots, n$ , thay vì chỉ cho  $(a_i)_{i=1}^n \subset \mathbb{R}, a_i \in \mathbb{Z}, \forall i = 1, 2, \dots, n$ , thậm chí có thể áp dụng cho các dãy số phức  $(a_i)_{i=1}^n \subset \mathbb{C}, a_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, 2, \dots, n$ .

**Nhận xét 3** (Mở rộng từ dãy hữu hạn sang chuỗi). Bài toán trên có thể mở rộng ra cho chuỗi (series) số nguyên  $(a_n)_{i=1}^\infty \subset \mathbb{Z}$ , chuỗi số thực  $(a_n)_{i=1}^\infty \subset \mathbb{R}$ , & chuỗi số phức  $(a_n)_{i=1}^\infty \subset \mathbb{C}$ . Đương nhiên, 1 chương trình máy tính chỉ có thể lặp (e.g., **for**, **while**) hữu hạn lần chứ không thể lặp vô hạn lần (infinite loop error) nên ta chỉ có thể tính tổng riêng  $S_m$  của chuỗi  $S$ , e.g.,

$$S_m := \sum_{i=1}^m a_i \rightarrow S := \sum_{i=1}^\infty a_i \text{ as } n \rightarrow \infty, \text{ i.e. } \lim_{m \rightarrow \infty} S_m = S \text{ if } S \in \overline{\mathbb{R}}.$$

## 4 Resources

[Vie21; Vie22; Dàm+09a; Dàm+09b; Dàm+11].

## 5 Notes on Python Commands

- Để sử dụng các hàm toán học trong Python, cần import thư viện **math** vào chương trình: **from math import \***
- Để mở file dữ liệu vào **prob.INP** chỉ để đọc dữ liệu & mở file dữ liệu ra **prob.OUT** để thay đổi dữ liệu trong file: **file = open("prob.inp") & file2 = open("prob.out", "w")**.

## 6 Miscellaneous

**Bài toán 20** ([BTC10], 1., p. 5, Connect). Cho  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $1 < n \leq 100$ ,  $0 < a_i \leq 10^9$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ . Từ các số nguyên này người ta tạo ra 1 số nguyên mới bằng cách kết nối tất cả các số đã cho viết liên tiếp nhau. E.g., với  $n = 4$  & các số 12, 34, 567, 890 ta có thể tạo ra các số mới như sau: 1234567890, 3456789012, 8905673412, ... Để thấy có  $4! = 24$  cách tạo mới như vậy. Trong trường hợp này, số lớn nhất có thể tạo thành là 8905673412.

- **Yêu cầu:** Cho  $n$  & các số  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Xác định số lớn nhất có thể kết nối được theo quy tắc trên.
- **Dữ liệu vào:** Cho trong file văn bản `connect.inp` gồm  $n + 1$  dòng. Dòng đầu tiên ghi số nguyên  $n$ . Trong các dòng còn lại, dòng thứ  $i + 1$  ghi số  $a_i$ .
- **Dữ liệu ra:** Ghi vào file văn bản `connect.out` số lớn nhất được kết nối thành từ các số ban đầu. E.g.,

<code>connect.inp</code>	<code>connect.out</code>
4	8905673412
12	
34	
567	
890	

## Tài liệu

- [BTC10] BTC. *Tuyển Tập Đề Thi Olympic 30 Tháng 4, Lần Thứ XVI - 2010 Tin học*. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, 2010, p. 285.
- [Đàm+09a] Hồ Sĩ Đàm, Đỗ Đức Đông, Lê Minh Hoàng, and Nguyễn Thanh Hùng. *Tài Liệu Giáo Khoa Chuyên Tin, quyển 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2009, p. 219.
- [Đàm+09b] Hồ Sĩ Đàm, Đỗ Đức Đông, Lê Minh Hoàng, and Nguyễn Thanh Hùng. *Tài Liệu Giáo Khoa Chuyên Tin, quyển 2*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2009, p. 240.
- [Đàm+11] Hồ Sĩ Đàm, Đỗ Đức Đông, Lê Minh Hoàng, and Nguyễn Thanh Hùng. *Tài Liệu Giáo Khoa Chuyên Tin, quyển 3*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2011, p. 170.
- [Vie21] Học Viện VietSTEM. *Sách Luyện Thi Hội Thi Tin Học Trẻ với Python Bảng B: Thi Kỹ Năng Lập Trình Cấp Trung Học Cơ Sở*. Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, 2021, p. 190.
- [Vie22] Học Viện VietSTEM. *Lập Trình với Python: Hành Trang Cho Tương Lai*. Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, 2022, p. 224.