

Integer – Số Nguyên \mathbb{Z}

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 7 tháng 12 năm 2022

Tóm tắt nội dung

[EN] This text is a collection of problems, from easy to advanced, about integer. This text is also a supplementary material for my lecture note on Elementary Mathematics grade 6, which is stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture)¹. The latest version of this text has been stored & downloadable at the following link: [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer)².

[VI] Tài liệu này là 1 bộ sưu tập các bài tập chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao về số nguyên. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính – bài giảng [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/lecture) của tác giả viết cho Toán Sơ Cấp lớp 6. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ & có thể tải xuống ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/integer).

Mục lục

1 Số Nguyên	1
1.1 Thứ Tự Trên \mathbb{Z}	1
1.2 \pm Trên \mathbb{Z}	2
1.3 $\cdot, :$ Trên \mathbb{Z}	2
1.4 Tính Chia hết Trên \mathbb{Z}	3
1.5 Điền Chữ Số	3
Tài liệu	4

1 Số Nguyên

“Tập hợp \mathbb{Z} các số nguyên gồm các số tự nhiên & các số $-1, -2, -3, \dots$ $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Ta xác định trên \mathbb{Z} 1 thứ tự như sau: $a < b$ khi & chỉ khi điểm a ở bên trái điểm b trên trục số ($a, b \in \mathbb{Z}$). Ta xác định trên \mathbb{Z} 2 phép toán: phép cộng & phép nhân. Phép cộng có 4 tính chất: giao hoán, kết hợp, cộng với số 0, cộng với số đối. Phép nhân có 3 tính chất: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1. Giữa phép nhân & phép cộng có quan hệ: phép nhân phân phối đối với phép cộng. Giữa thứ tự & phép toán có quan hệ: $a < b \Rightarrow a + c < b + c$, $a < b \Rightarrow ac < bc$ với $c > 0$, $ac > bc$ với $c < 0$. Trừ đi 1 số là cộng với số đối của số trừ. Phép trừ 2 số nguyên bao giờ cũng thực hiện được³. Phép chia chỉ thực hiện được trong phạm vi số nguyên khi số bị chia chia hết cho số chia. Trong trường hợp $a : b$, ta nói: a là *bội* của b & b là *ước* của a . *Ước chung* (hoặc *bội chung*) của 2 hay nhiều số là ước (hoặc bội) của tất cả các số đó.” – Bình, 2022, Chap. II, p. 41

1.1 Thứ Tự Trên \mathbb{Z}

Bài toán 1 (Bình, 2022, Ví dụ 48, p. 41). Cho $a \in \mathbb{Z}$. Gọi khoảng cách từ điểm a đến điểm gốc trên trục số là giá trị tuyệt đối của số a & ký hiệu là $|a|$. Điền vào chỗ trống các dấu $\geq, \leq, >, <, =$ để các khẳng định sau là đúng: (a) $|a| \dots a, \forall a \in \mathbb{Z}$. (b) $|a| \dots 0, \forall a \in \mathbb{Z}$. (c) Nếu $a > 0$ thì $a \dots |a|$. (d) Nếu $a = 0$ thì $a \dots |a|$. (e) Nếu $a < 0$ thì $a \dots |a|$.

Bài toán 2 (Bình, 2022, 247., p. 42). Điền vào chỗ trống ... các từ “nhỏ hơn” hoặc “lớn hơn” cho đúng: (a) Mọi số nguyên dương đều ... số 0. (b) Mọi số nguyên âm đều ... số 0. (c) Mỗi số nguyên dương đều ... mọi số nguyên âm. (d) Trong 2 số nguyên dương, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy (e) Trong 2 số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanhong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/NQBH_elementary-mathematics-grade-6.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary-mathematics/grade-6/integer/NQBH_integer.pdf.

³Phép trừ 2 số tự nhiên sẽ không thực hiện được (i.e., kết quả không phải là 1 số tự nhiên, hay không còn nằm trong \mathbb{N}) nếu số bị trừ nhỏ hơn số trừ.

Bài toán 3 (Bình, 2022, 248., p. 42). *Tìm: (a) Số nguyên dương lớn nhất có 2 chữ số. (a) Số nguyên âm lớn nhất có 2 chữ số.*

Bài toán 4 (Bình, 2022, 249., p. 42). *Tính $|b| - |a|$ biết: (a) $a = -3, b = 7$; (b) $a = 5, b = -6$; (c) $a = 5, b = -5$;*

Bài toán 5 (Bình, 2022, 250., p. 42). *Các khẳng định sau có đúng $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ hay không? Cho ví dụ. (a) $|a| = |b| \Rightarrow a = b$. (b) $a > b \Rightarrow |a| > |b|$.*

1.2 \pm Trên \mathbb{Z}

Bài toán 6 (Bình, 2022, Ví dụ 49, p. 42). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $10 = 10 + 9 + 8 + \dots + x$, trong đó vế phải là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự giảm dần.*

Bài toán 7 (Bình, 2022, 251., p. 42). *Tìm tổng của số nguyên âm nhỏ nhất có 1 chữ số & số nguyên dương lớn nhất có 1 chữ số.*

Bài toán 8 (Bình, 2022, 252., p. 42). *Điền vào chỗ trống cho đúng: (a) Số đối của 1 số nguyên âm là 1 số (b) 2 số nguyên đối nhau thì có giá trị tuyệt đối (c) 2 số nguyên có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì (d) Số ... thì nhỏ hơn số đối của nó. (e) Nếu $a \dots$ thì $-a > 0$. (f) Nếu $a < 0$ thì $|a| = \dots$ (g) Nếu $a < 0$ thì $a + |a| = \dots$*

Bài toán 9 (Bình, 2022, 253., p. 43). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $x + 13 = 5$. (b) $x - 1 = -9$. (c) $25 - |x| = 10$. (d) $|x - 2| + 7 = 12$. (e) $x + 4$ là số nguyên dương nhỏ nhất. (f) $10 - x$ là số nguyên âm lớn nhất.*

Bài toán 10 (Bình, 2022, 254., p. 43). (a) Cho bảng vuông 3×3 ô:

-8	7	
5		9
	5	-6

Điền số vào các ô trống sao cho tổng các số ở 3 dòng 1,2,3 lần lượt bằng -5,11,1. Tính tổng các số ở mỗi cột.

(b) Cho bảng vuông 3×3 ô. Có thể điền được hay không 9 số nguyên vào 9 ô của bảng sao cho tổng các số ở 3 dòng lần lượt bằng 5, -3, 2 & tổng các số ở 3 cột lần lượt bằng -1, 2, 2?

Bài toán 11 (Bình, 2022, 255., p. 43). (a) Có 10 ô liên tiếp trong đó ô đầu tiên ghi số 6, ô thứ 8 ghi số -4. Điền số vào các ô trống để tổng 3 số ở 3 ô liên nhau bằng 0. (b) 1 bảng vuông 4×4 ô có 2 ô ở góc trên ghi số -3 & 2. Điền số vào các ô còn lại, sao cho tổng 2 số ở 2 ô liên nhau thì bằng nhau (2 ô liên nhau là 2 ô có 1 cạnh chung).

Bài toán 12 (Bình, 2022, 256., p. 43). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + 19 + 20 = 20$, trong đó vế trái là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự tăng dần.*

Bài toán 13 (Bình, 2022, 257., p. 43). *Tìm các số nguyên a sao cho: (a) $a > -a$. (b) $a = -a$. (c) $a < -a$.*

Bài toán 14 (Bình, 2022, 258., p. 43). *Tìm $a, b, c \in \mathbb{Z}$ biết: $a + b = 11, b + c = 3, c + a = 2$.*

Bài toán 15 (Bình, 2022, 259., p. 43). *Tìm $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ biết $a + b + c + d = 1, a + c + d = 2, a + b + d = 3, a + b + c = 4$.*

Bài toán 16 (Bình, 2022, 260., p. 43). *Cho $\sum_{i=1}^{51} x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_{50} + x_{51} = 0$ & $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = \dots = x_{47} + x_{48} = x_{49} + x_{50} = x_{50} + x_{51} = 1$. Tính x_{50} .*

1.3 $\cdot, :$ Trên \mathbb{Z}

Bài toán 17 (Bình, 2022, Ví dụ 50, p. 43). (a) Cho bảng vuông 3×3 ô:

5	2	-4
-2	-4	-3
-6	5	7

Tìm tích các số ở mỗi dòng, tích các số ở mỗi cột.

(b) Viết 9 số nguyên khác 0 vào 1 bảng vuông 3×3 . Biết tích các số ở mỗi dòng đều là số âm. Chứng minh luôn luôn tồn tại 1 cột mà tích các số trong cột ấy là số âm.

Bài toán 18 (Bình, 2022, Ví dụ 51, p. 44). Thay các dấu \star trong biểu thức $1 \star 2 \star 3$ bằng các phép tính $+$, $-$, \cdot , $:$; & thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

Bài toán 19 (Bình, 2022, 261., p. 44). Thực hiện các phép tính sau 1 cách nhanh chóng: (a) $(-14) \cdot (-125) \cdot 3 \cdot (-8)$; (b) $(-127) \cdot 57 + (-127) \cdot 43$; (c) $(-13) \cdot 34 - 87 \cdot 34$; (d) $(-25) \cdot 68 + (-34) \cdot (-250)$; (e) $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$; (f) $B = 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399$; (g) $C = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + \dots + 97 - 98 - 99 + 100$; (h) $D = 2^{200} - 2^{99} - 2^{98} - \dots - 2^2 - 2 - 1$.

Bài toán 20 (Bình, 2022, 262., p. 44). Thay các dấu \star trong biểu thức $1 \star 2 \star 3 \star 4$ bằng dấu các phép tính $+$, $-$, \cdot , $:$; & thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

Bài toán 21 (Bình, 2022, 263., p. 44). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ sao cho: (a) $(x - 1)^2 = 0$; (b) $x(x - 1) = 0$; (c) $(x + 1)(x - 2) = 0$.

Bài toán 22 (Bình, 2022, 264., p. 44). Cho dãy số a_1, a_2, \dots, a_{100} trong đó $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, $a_k = a_{k-2}a_{k-1}$, $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 3$. Tính a_{100} .

Bài toán 23 (Bình, 2022, 265., p. 44). Gọi a, b, c, d, e, f, g, h là các số khác nhau trong tập hợp số $\{-7, -5, -3, -2, 2, 4, 6, 13\}$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $A = (a + b + c + d)^2 + (e + f + g + h)^2$.

1.4 Tính Chia hết Trên \mathbb{Z}

Bài toán 24 (Bình, 2022, Ví dụ 52, p. 44). Số 36 chia cho $a \in \mathbb{Z}$ rồi trừ đi a . Lấy kết quả này chia cho a rồi trừ đi a . Lại lấy kết quả này chia cho a rồi trừ đi a . Cuối cùng ta được số $-a$. Tìm a . Ans: 3.

Bài toán 25 (Bình, 2022, 266., p. 45). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $(x + 2)(y - 3) = 5$; (b) $(x + 1)(xy - 1) = 3$.

Bài toán 26 (Bình, 2022, 267., p. 45). Tính tổng $A + B$ biết A là tổng các số nguyên âm lẻ có 2 chữ số, B là tổng các số nguyên dương chẵn có 2 chữ số.

Bài toán 27 (Bình, 2022, 268., p. 45). Cho $A = 2 - 5 + 8 - 11 + 14 - 17 + \dots + 98 - 101$. (a) Viết dạng tổng quát của số hạng thứ n của A . (b) Tính giá trị của biểu thức A .

Bài toán 28 (Bình, 2022, 269., p. 45). Cho $A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - \dots - 99 - 100$. (a) A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 hay không? (b) A có bao nhiêu ước nguyên, có bao nhiêu ước tự nhiên?

Bài toán 29 (Bình, 2022, 270., p. 45). Cho dãy số $1, -3, 5, -7, 9, -11, 13, -15, 17, -19$. Có thể tìm được hay không 5 số trong các số trên, sao cho đặt dấu “+” hoặc “-” nối các số đó với nhau, ta được kết quả bằng: (a) 15; (b) 20?

Bài toán 30 (Bình, 2022, 271., p. 45). Thay các dấu \star trong biểu thức $1 \star 2 \star 3 \star 4 \star 5 \star 6 \star 7 \star 8 \star 9$ bởi các dấu “+” hoặc “-” để giá trị của biểu thức bằng: (a) -13 ; (b) -4 ?

Bài toán 31 (Bình, 2022, 272., p. 45). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ sao cho: (a) $n + 5 : n - 2$; (b) $2n + 1 : n - 5$; (c) $n^2 + 3n - 13 : n + 3$; (d) $n^2 + 3 : n - 1$.

Bài toán 32 (Bình, 2022, 273., p. 45). Tìm các số a, b, c, d, m khác nhau thuộc tập hợp $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ sao cho $a < b < \min\{c, d\}$, với $\min\{c, d\}$ là số nhỏ hơn trong 2 số c, d , & đặt m nằm ở trung tâm, các số a, b, c, d lần lượt nằm ở bên trái, bên trên, bên phải, bên dưới của m , & tổng của 3 số trên đường nằm ngang bằng tổng của 3 số trên đường thẳng đứng.

Bài toán 33 (Bình, 2022, 274.*, p. 45). Cho n số nguyên (có thể có số âm) với $n > 1$ mà tổng & tích của chúng đều bằng 505. Tìm giá trị nhỏ nhất của n .

1.5 Diễn Chữ Số

“Các bài toán về diễn chữ số không chỉ yêu cầu kỹ năng tính toán đúng mà còn đòi hỏi cả lập luận chính xác & hợp lý. Ta quy ước rằng khi ở đề bài cho các chữ a, b, c, \dots mà không chú thích gì thêm, ta hiểu rằng các chữ khác nhau biểu thị các chữ số khác nhau.” – Bình, 2022, p. 46

Bài toán 34 (Bình, 2022, Ví dụ 53, p. 46). Thay các chữ bởi các chữ số thích hợp: $\overline{abc} + \overline{acb} = \overline{bca}$.

Bài toán 35 (Bình, 2022, Ví dụ 54, p. 46). Tìm các chữ số a, b, c biết tổng $a + b + c$ bằng tổng của 4 số chẵn liên tiếp & các chữ số a, b, c thỏa mãn cả 2 phép trừ sau: $\overline{abc} - \overline{cba} = 99$ & $\overline{bac} - \overline{abc} = 270$.

Bài toán 36 (Bình, 2022, Ví dụ 55, p. 46). Thay các dấu $*$ bằng các chữ số thích hợp trong phép chia:

$$\begin{array}{r} \text{A} \quad \quad * * * * * \\ \text{B} \quad \quad * * * \\ \text{C} \quad \quad 0 \ 0 \ 0 \ * \ * \\ \hline \quad \quad \quad * * \\ \quad \quad \quad 0 \ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} * * \\ * * \ 8 \\ \hline \end{array}$$

Hình 1: Bình, 2022, Ví dụ 55, p. 47.

Bài toán 37 (Bình, 2022, Ví dụ 56, p. 47). Thay các chữ a, b, c bằng các chữ số khác nhau thích hợp trong phép nhân sau: $\overline{ab} \cdot \overline{cc} \cdot \overline{abc} = \overline{abcabc}$.

Bài toán 38 (Bình, 2022, Ví dụ 57, p. 47). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết trong 2 cách viết: viết thêm chữ số 5 vào đằng sau số đó hoặc viết thêm chữ số 1 vào đằng trước số đó thì cách viết thứ nhất cho số lớn gấp 5 lần so với cách viết thứ 2.

Bài toán 39 (Bình, 2022, Ví dụ 58, p. 48). Điền các chữ số thích hợp vào các chữ trong phép nhân sau: $\overline{2abcdmn} = \overline{cdmna b}$.

Bài toán 40 (Bình, 2022, Ví dụ 59, p. 48). Điền các chữ số thích hợp vào các dấu $*$ trong phép nhân sau: $\star \star \cdot \star \star = \star \star \star$ biết cả 2 thừa số đều chẵn & tích là số có 3 chữ số như nhau.

Bài toán 41 (Bình, 2022, Ví dụ 60, p. 48). Tìm các chữ số a & b , biết $900 : (a + b) = \overline{ab}$.

Bài toán 42 (Bình, 2022, Ví dụ 61, p. 49). Chứng minh không thể thay các chữ bằng các chữ số để có phép tính đúng: (a) HOC VUI – VUI HOC = 1991; (b) TOÁN + LÝ + SỬ + VÊ = 1992.

Thay các dấu $*$ & các chữ bởi các số thích hợp:

Bài toán 43 (Bình, 2022, 275., p. 49). $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$.

Bài toán 44 (Bình, 2022, 276., p. 49). (a) $\overline{abc} + \overline{ab} + a = 874$; (b) $\overline{abc} + \overline{ab} + a = 1037$.

Bài toán 45 (Bình, 2022, 277., p. 49). (a) $\overline{acc} \cdot b = \overline{d b a}$ biết a là chữ số lẻ; (b) $\overline{ac} \cdot \overline{ac} = \overline{acc}$; (c) $\overline{ab} \cdot \overline{ab} = \overline{acc}$.

Bài toán 46 (Bình, 2022, 278., p. 49). (a) $\overline{21bac} = \overline{abc8}$; (b) $\overline{ab} = 9b$.

Bài toán 47 (Bình, 2022, 279., p. 49). $\overline{4abcdef} = \overline{fabcde}$ & $\overline{abcde} + f = 15390$.

Bài toán 48 (Bình, 2022, 280., p. 49). $\overline{abc} - \overline{ca} = \overline{ca} - \overline{ac}$.

Bài toán 49 (Bình, 2022, 281., p. 49). $\overline{abcd} + \overline{abc} = 3576$.

Bài toán 50 (Bình, 2022, 282., p. 49). $\overline{abcd0} - \overline{abcd} = \overline{3462\star}$.

Tài liệu

Bình, Vũ Hữu (2022). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6, tập 1*. Tái bản lần thứ nhất. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 200.