

# Giải Đề Thi Toán 9 Trường Trung Học Phổ Thông Chuyên Amsterdam Hà Nội

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 18 tháng 7 năm 2023

## Mục lục

1	Đề Kiểm Tra Toán 9 Giữa Học Kỳ I 2019–2020	1
2	Đề Kiểm Tra Toán 9 Giữa Học Kỳ I 2020–2021	2

## 1 Đề Kiểm Tra Toán 9 Giữa Học Kỳ I 2019–2020

**Bài toán 1.** Cho 2 biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x} + 10}{\sqrt{x}}$  &  $B = \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2x - \sqrt{x} + 2}{x - 4}$  (với  $x > 0, x \neq 4$ ). (a) Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 16$ . (b) Rút gọn biểu thức  $B$ . (c) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để biểu thức  $P = AB$  nhận giá trị nguyên.

*Giải.* (a) Khi  $x = 16$ ,  $A = \frac{\sqrt{16} + 10}{\sqrt{16}} = \frac{4 + 10}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3.5$ . (b) Mẫu thức chung (MTC):  $x - 4 = (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)$ .

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x} - 2 - \sqrt{x}(\sqrt{x} + 2) + 2x - \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} - 2 - x - 2\sqrt{x} + 2x - \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{x} - 2 + 2\sqrt{x} - 1) - 2 + 2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}. \end{aligned}$$

(c) Từ kết quả rút gọn của  $B$  ở câu (b), ta có:

$$P = AB = \frac{\sqrt{x} + 10}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x} + 10}{\sqrt{x} + 2} = 1 + \frac{8}{\sqrt{x} + 2}.$$

Có  $P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{8}{\sqrt{x} + 2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 8 : (\sqrt{x} + 2) \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 \in \mathcal{U}(8) \cap \mathbb{Z} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8\}$ , mà  $\sqrt{x} + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0$ , & quan trọng là ĐKXD của  $A$  là  $x > 0$ , ĐKXD của  $B$  là  $x \geq 0$  &  $x \neq 4$ , nên suy ra  $P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 \in \{2, 4, 8\}$  &  $x > 0, x \neq 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} \in \{0, 2, 6\}$  &  $x > 0, x \neq 4 \Leftrightarrow x \in \{0, 4, 36\}$  &  $x > 0, x \neq 4 \Leftrightarrow x = 36$ . Vậy  $P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = 36$ .  $\square$

**Lưu ý 1.** Có nhiều cách rút gọn  $B$ . Trong lời giải trên ở câu (b), ta đã đặt nhân tử chung là  $\sqrt{x}$  ở tử thức để phân tích nhân tử tử thức rồi sau đó đơn giản nhân tử chung  $\sqrt{x} - 2$  với mẫu thức. Ngoài cách này, ta có thể nhân phân phối vào như sau:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x} - 2 - \sqrt{x}(\sqrt{x} + 2) + 2x - \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} - 2 - x - 2\sqrt{x} + 2x - \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{(2x - x) + (\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - \sqrt{x}) + (2 - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{x - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}. \end{aligned}$$

**Bài toán 2.** Giải phương trình: (a)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2x - 1$ . (b)  $\sqrt{2x - 3} - \sqrt{x + 1} = 0$ .

*Giải.* (a) ĐKXD:  $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  nên phương trình xác định  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2x - 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2} = 2x - 1 \Leftrightarrow |x - 3| = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 2x - 1 \geq 0 \\ 3 - x = 2x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \text{ loại vì } 2 \cdot -2 - 1 = -5 < 0 \\ x = \frac{4}{3}, \text{ nhận vì } 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3} > 0. \end{cases}$$

Vậy  $S = \{\frac{4}{3}\}$ . (b) ĐKXD:  $2x - 3 \geq 0$  &  $x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$  &  $x \geq -1 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$ . Ta có:  $\sqrt{2x - 3} - \sqrt{x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x - 3} = \sqrt{x + 1} \Rightarrow 2x - 3 = x + 1 \Leftrightarrow x = 4$ . Thử lại  $x = 4$  thấy thỏa mãn:  $\sqrt{2 \cdot 4 - 3} - \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} - \sqrt{5} = 0$ . Vậy  $S = \{4\}$ .  $\square$

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam  
e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

**Bài toán 3.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB < AC$ , đường cao  $AH$ . Các đường phân giác của  $BAH$  &  $CAH$ , tương ứng cắt cạnh  $BC$  tại  $M, N$ . Gọi  $K$  là trung điểm  $AM$ . (a) Chứng minh  $\triangle AMC$  là 1 tam giác cân. (b) Dựng  $KI \perp BC$  tại  $I$ . Chứng minh  $MK^2 = MI \cdot MC$  &  $MA^2 = 2MH \cdot MC$ . (c) Chứng minh  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{4CK^2}$ .

Giải.

□

**Bài toán 4.** (a) Cho  $a, b, c$  là các số thực không âm thỏa mãn  $a + b + c = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất & giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = a^4 + b^4 + c^4 - 3abc$ . (b) Tìm giá trị lớn nhất & giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$ .

Giải.

□

## 2 Đề Kiểm Tra Toán 9 Giữa Học Kỳ I 2020–2021

**Bài toán 5.** Cho 2 biểu thức  $A = \frac{3(\sqrt{x}-2)}{x+2}$  &  $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$  với  $x \geq 0$  &  $x \neq 4$ . (a) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ . (b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $B < 0$ . (c) Tìm các số thực  $x$  sao cho  $AB$  nhận giá trị là số nguyên.

Giải.

□

**Bài toán 6.** Giải phương trình  $\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{2x - 4} = 0$ .

Giải.

□

**Bài toán 7.** (a) Chiều dài của 1 cái bập bênh là 5.2 m, khi 1 đầu của cái bập bênh chạm đất thì cái bập bênh tạo với mặt đất 1 góc  $23^\circ$ . Hỏi đầu còn lại của các bập bênh cách mặt đất bao nhiêu m? Biết mặt đất phẳng, kết quả làm tròn 2 chữ số sau dấu phẩy. (b) Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB < AC$ , đường cao  $AH$ . (a) Cho  $AB = 5\text{cm}$ ,  $AC = 12\text{cm}$ . Tính tỷ số  $\frac{BH}{CH}$ . (b) Kẻ  $HE, HF$  lần lượt vuông góc với  $AB, AC$  tại  $E, F$ . Chứng minh  $EF$  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính  $HC$ . (c) Gọi  $O$  là trung điểm của  $HC$  &  $d$  là tiếp tuyến tại  $C$  của đường tròn đường kính  $HC$ . Đường thẳng đi qua  $H$ , vuông góc với  $AO$  & cắt  $d$  tại  $D$ . Chứng minh  $\triangle HAC \sim \triangle COD$ .

Giải.

□

**Bài toán 8.** Cho  $x, y$  là các số thực không âm thỏa mãn  $x + y = 2020$ . Tìm giá trị lớn nhất & giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \sqrt{x} + 2\sqrt{y}$ .

Giải.

□