

# Problems in Elementary Mathematics/Grade 6

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 18 tháng 10 năm 2022

## Tóm tắt nội dung

1 bộ sưu tập các bài toán chọn lọc từ cơ bản đến nâng cao cho Toán sơ cấp lớp 6. Tài liệu này là phần bài tập bổ sung cho tài liệu chính [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/lecture](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/lecture)<sup>1</sup> của tác giả viết cho Toán lớp 6. Phiên bản mới nhất của tài liệu này được lưu trữ ở link sau: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/problem](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/problem)<sup>2</sup>.

## Mục lục

<b>1 Tập Hợp Các Số Tự Nhiên</b>	<b>3</b>
1.1 Tập hợp	3
1.2 Tập hợp các số tự nhiên. Cộng, trừ, nhân, chia số tự nhiên	6
1.3 Lũy thừa của 1 số tự nhiên	9
1.4 Thứ tự thực hiện phép tính	10
<b>2 Tính Chất Chia Hết Trong Tập Hợp Các Số Tự Nhiên</b>	<b>11</b>
2.1 Dấu hiệu chia hết	14
2.2 Tính chất chia hết của 1 tổng, 1 hiệu	15
2.3 Ước & bội	18
2.4 Số nguyên tố. Hợp số	18
2.5 Ước chung & bội chung	18
2.6 Ước chung lớn nhất	18
2.7 Bội chung nhỏ nhất	18
<b>3 Số Nguyên</b>	<b>19</b>
3.1 Tập hợp các số nguyên	19
3.2 Phép cộng & phép trừ số nguyên	19
3.3 Quy tắc dấu ngoặc	20
3.4 Quy tắc chuyển vế	20
3.5 Phép nhân & phép chia hết 2 số nguyên	20
3.6 Chuyên Đề	21
3.6.1 Điền Chữ Số	21
3.6.2 Dãy các số viết theo quy luật	22
3.6.3 Đếm số	23
<b>4 Hình Học Trục Quan</b>	<b>26</b>
4.1 Tam giác đều – hình vuông – lục giác đều	26
4.2 Hình chữ nhật – hình thoi – hình bình hành – hình thang cân	26
4.3 Chu vi & diện tích của 1 số tứ giác đã học	26
<b>5 Tính Đối Xứng của Hình Phẳng Tự Nhiên</b>	<b>26</b>
5.1 Hình có trục đối xứng	26
5.2 Hình có tâm đối xứng	26
<b>6 Phân Số</b>	<b>27</b>

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>Explicitly, [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_mathematics/grade\\_6/NQBH\\_elementary\\_mathematics\\_grade\\_6.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/NQBH_elementary_mathematics_grade_6.pdf).

<sup>2</sup>Explicitly, [https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary\\_mathematics/grade\\_6/problem/NQBH\\_elementary\\_mathematics\\_grade\\_6\\_problem.pdf](https://github.com/NQBH/hobby/blob/master/elementary_mathematics/grade_6/problem/NQBH_elementary_mathematics_grade_6_problem.pdf).

6.1	Mở rộng khái niệm phân số . . . . .	27
6.2	Phân số bằng nhau . . . . .	27
6.3	Tính chất cơ bản của phân số . . . . .	27
6.4	So sánh phân số . . . . .	27
6.5	Phép cộng & trừ phân số . . . . .	27
6.6	Phép nhân & chia phân số . . . . .	27
6.7	Hỗn số . . . . .	27
6.8	Tìm giá trị phân số của 1 số cho trước . . . . .	27
6.9	Tìm 1 số biết giá trị 1 phân số của nó . . . . .	27
<b>7</b>	<b>Số Thập Phân . . . . .</b>	<b>27</b>
7.1	Số thập phân. Phần trăm . . . . .	27
7.2	Tính toán với số thập phân . . . . .	27
7.3	Làm tròn số thập phân & ước lượng kết quả . . . . .	27
7.4	Tỷ số & tỷ số phần trăm . . . . .	27
7.5	2 bài toán về tỷ số phần trăm . . . . .	27
<b>8</b>	<b>Những Hình Học Cơ Bản . . . . .</b>	<b>28</b>
8.1	Điểm & đường thẳng . . . . .	28
8.2	Điểm nằm giữa 2 điểm. Tia . . . . .	28
8.3	Đoạn thẳng & độ dài đoạn thẳng . . . . .	28
8.4	Trung điểm của đoạn thẳng . . . . .	28
8.5	Nửa mặt phẳng . . . . .	28
8.6	Góc . . . . .	28
8.7	Số đo góc . . . . .	28
<b>9</b>	<b>Xác Suất Thống Kê . . . . .</b>	<b>28</b>
9.1	Phép thử nghiệm – Sự kiện . . . . .	28
9.2	Thu thập & phân loại dữ liệu . . . . .	28
9.3	Biểu diễn dữ liệu trên bảng . . . . .	28
9.4	Bảng thống kê & biểu đồ tranh . . . . .	28
9.5	Biểu đồ cột . . . . .	28
9.6	Biểu đồ cột kép . . . . .	28
9.7	Xác suất thực nghiệm . . . . .	28
9.8	Hoạt động thực hành & trải nghiệm . . . . .	28
<b>10</b>	<b>Solutions . . . . .</b>	<b>28</b>
	<b>Tài liệu . . . . .</b>	<b>29</b>

# 1 Tập Hợp Các Số Tự Nhiên

## 1.1 Tập hợp

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

Tên tập hợp được viết bằng chữ cái in hoa. Cho  $A = \{a; b; c\}$ . Khi đó,  $a, b, c$  là các phần tử của tập hợp  $A$ .  $a \in A$  đọc là  $a$  thuộc tập hợp  $A$  hay  $a$  là phần tử của tập hợp  $A$ .  $d \notin A$ , đọc là  $d$  không thuộc tập hợp  $A$  hay  $d$  không là phần tử của tập hợp  $A$ .

Cách viết tập hợp có 2 cách:

- *Cách 1.* Liệt kê các phần tử của tập hợp: các phần tử của 1 tập hợp được viết trong 2 dấu ngoặc nhọn  $\{ \}$ , cách nhau bởi dấu “;” (nếu có phần tử là số) hoặc dấu “,”. Mỗi phần tử được liệt kê 1 lần, thứ tự liệt kê tùy ý.
- *Cách 2.* Chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử của tập hợp.

**Các ký hiệu.**  $\mathbb{N}$ : tập hợp các số tự nhiên.  $\mathbb{N}^*$ : tập hợp các số tự nhiên khác 0.  $|$ : sao cho, thỏa mãn.  $\geq$ : lớn hơn hoặc bằng ( $>$  hoặc  $=$ ).  $\leq$ : nhỏ hơn hoặc bằng ( $<$  hoặc  $=$ ).  $\emptyset$ : tập hợp rỗng, i.e., tập hợp không có phần tử nào.

Các bài tập SGK Thái, Đạt, et al., 2022a, 1–4, pp. 7–8 & SBT Thái, 2022, Ví dụ 1, 2, p. 5, 1–8, pp. 6–7.

**Bài toán 1.1** (Trọng et al., 2021, 7., p. 6). Tập hợp  $M$  gồm các chữ cái của từ “THANG LONG”. Hãy viết tập  $M$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.2** (Trọng et al., 2021, 8., p. 6). Tập hợp  $B$  gồm các chữ cái của từ “NGOẠI NGỮ”. Hãy viết tập  $B$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.3** (Trọng et al., 2021, 9., p. 6). Tập hợp  $A$  gồm các số tự nhiên nhỏ hơn 3. Viết tập hợp  $A$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.4** (Trọng et al., 2021, 10., p. 6). Tập hợp  $E$  gồm các số chẵn nhỏ hơn 5. Viết tập hợp  $E$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.5** (Trọng et al., 2021, 11., p. 6). Tập hợp  $H$  gồm các số lẻ nhỏ hơn 8. Viết tập hợp  $H$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.6** (Trọng et al., 2021, 12., p. 7). Tập hợp  $C$  gồm các số tự nhiên nhỏ hơn hoặc bằng 4. Viết tập hợp  $C$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.7** (Trọng et al., 2021, 13., p. 7). Tập hợp  $E$  gồm các số tự nhiên không vượt quá 11. Viết tập hợp  $E$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.8** (Trọng et al., 2021, 14., p. 7). Tập hợp  $C$  gồm các số tự nhiên lớn hơn 1 & nhỏ hơn 5. Viết tập hợp  $C$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.9** (Trọng et al., 2021, 15., p. 7). Tập hợp  $D$  gồm các số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 6 & nhỏ hơn 12. Viết tập hợp  $D$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.10** (Trọng et al., 2021, 16., p. 7). Tập hợp  $E$  gồm các số tự nhiên lớn hơn 4 & nhỏ hơn 9. Viết tập hợp  $E$  bằng cách liệt kê các phần tử.

**Bài toán 1.11** (Trọng et al., 2021, 17., p. 7). Tập hợp  $A$  gồm các số tự nhiên nhỏ hơn 3. Viết tập hợp  $A$  bằng cách chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

**Bài toán 1.12** (Trọng et al., 2021, 18., p. 7). Tập hợp  $B$  gồm các số tự nhiên nhỏ hơn 8. Viết tập hợp  $B$  bằng cách chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

**Bài toán 1.13** (Trọng et al., 2021, 19., p. 7). Tập hợp  $C$  gồm các số tự nhiên lớn hơn 11. Viết tập hợp  $C$  bằng cách chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

**Bài toán 1.14** (Trọng et al., 2021, 20., p. 7). Tập hợp  $A$  gồm các số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 8. Viết tập hợp  $A$  bằng cách chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

**Bài toán 1.15** (Trọng et al., 2021, 21., p. 7). Tập hợp  $B$  gồm các số tự nhiên lớn hơn 7 & nhỏ hơn 17. Viết tập hợp  $B$  bằng cách chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

**Bài toán 1.16** (Trọng et al., 2021, 22., p. 7). Tập hợp  $C$  gồm các số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 7 & nhỏ hơn 14. Viết tập hợp  $C$  bằng cách chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

**Bài toán 1.17** (Trọng et al., 2021, 23., p. 7). Tập hợp  $A$  gồm các số tự nhiên khác 0 & nhỏ hơn hoặc bằng 5. Viết tập hợp  $A$  bằng cách chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

**Bài toán 1.18** (Trọng et al., 2021, 24., p. 7). Cho  $A$  là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 5. Viết tập hợp  $A$  bằng 2 cách: 1. Liệt kê các phần tử. 2. Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

**Bài toán 1.19** (Trọng et al., 2021, 25., p. 7). Cho  $A$  là tập hợp các số tự nhiên lớn hơn 4 & nhỏ hơn 8. Viết tập hợp  $A$  bằng 2 cách: 1. Liệt kê các phần tử. 2. Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

**Bài toán 1.20** (Trọng et al., 2021, 26., p. 7). Tìm tập hợp  $B$  gồm các số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 5 & nhỏ hơn hoặc bằng 6 rồi viết tập hợp  $B$  bằng 2 cách: liệt kê các phần tử & nêu tính chất đặc trưng của các phần tử.

**Bài toán 1.21** (Trọng et al., 2021, 27., p. 7). Viết tập hợp  $K$  những người sống trên mặt trăng.

**Bài toán 1.22** (Trọng et al., 2021, 28., p. 8).  $A$  là tập hợp các số tự nhiên không quá 4. (a) Viết tập hợp  $A$  bằng cách liệt kê & cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử. (b) Điền vào chỗ trống dùng ký hiệu  $\in, \notin$ :  $4 \square A$ ,  $3 \square A$ ,  $0 \square A$ ,  $6 \square A$ ,  $1 \square A$ ,  $\frac{1}{2} \square A$ .

**Bài toán 1.23** (Trọng et al., 2021, 29., p. 8). Viết tập hợp  $C$  các số tự nhiên lớn hơn 5 & nhỏ hơn 6 bằng 2 cách.

**Bài toán 1.24** (Trọng et al., 2021, 30., p. 8). Cho  $A$  là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 7 &  $B$  là tập hợp các số tự nhiên chẵn nhỏ hơn 8. (a) Viết các tập  $A$  &  $B$  bằng cách liệt kê phần tử. (b) Điền vào ô trống dùng các ký hiệu:  $\subset, \in, \notin$ :  $B \square A$ ,  $5 \square B$ ,  $6 \square A$ ,  $7 \square B$ ,  $6 \square B$ ,  $4 \square A$ ,  $4 \square B$ ,  $5 \square A$ ,  $0 \square A$ ,  $0 \square B$ .

**Bài toán 1.25** (Trọng et al., 2021, 31., p. 8). Cho  $A$  là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 4. (a) Viết tập  $A$  bằng 2 cách. (b) Xét tính đúng sai của các cách viết sau:  $0 \in A$ ,  $1 \notin A$ ,  $4 \in A$ ,  $3 \in A$ ,  $5 \notin A$ ,  $2 \in A$ . (c) Điền vào ô trống dùng ký hiệu  $\in, \notin$ :  $3 \square A$ ,  $5 \square A$ ,  $4 \square A$ ,  $0 \square A$ ,  $1 \square A$ ,  $2 \square A$ .

#### KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

- Số phần tử của tập hợp.** 1 tập hợp có thể có 1 phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử hoặc không có phần tử nào.
- Tập hợp con.** Nếu mọi phần tử của tập hợp  $A$  đều thuộc tập hợp  $B$  thì tập hợp  $A$  là *tập hợp con* của tập hợp  $B$ . Ký hiệu:  $A \subset B$  hay  $B \supset A$ .
- Tập hợp bằng nhau.** Nếu các phần tử của tập hợp  $A$  & tập hợp  $B$  giống nhau thì tập hợp  $A$  bằng tập hợp  $B$ .

**Lưu ý 1.1.** Tập hợp rỗng  $\emptyset$  là tập hợp con của mọi tập hợp. Nếu  $A \subset B$  &  $B \supset A$  thì  $A = B$ . Mọi tập hợp đều là tập hợp con của chính nó, i.e.,  $A \subset A$  với mọi tập hợp  $A$ .

**Bài toán 1.26** (Trọng et al., 2021, 32., p. 8). Cho tập hợp  $A = \{1; 3\}$ . (a) Viết các tập hợp con của tập hợp  $A$  sao cho mỗi tập hợp con đó có đúng 1 phần tử. (b) Viết các tập hợp con của tập hợp  $A$  sao cho mỗi tập hợp con đó có đúng 2 phần tử. (c) Viết tất cả các tập hợp con của tập hợp  $A$ .

**Bài toán 1.27** (Trọng et al., 2021, 33., p. 9). Cho tập hợp  $A = \{3; 4; 5\}$ . (a) Viết các tập hợp con của tập hợp  $A$  sao cho mỗi tập hợp con đó có đúng 1 phần tử. (b) Viết các tập hợp con của tập hợp  $A$  sao cho mỗi tập hợp con đó có đúng 2 phần tử. (c) Viết tất cả các tập hợp con của tập hợp  $A$ .

**Bài toán 1.28** (Trọng et al., 2021, 34., p. 9). Cho tập hợp  $B = \{a; b; c\}$ . Viết tất cả các tập hợp con của tập hợp  $B$ .

**Bài toán 1.29** (Trọng et al., 2021, 35., p. 9). Cho  $A$  là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 8 &  $B$  là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 5. (a) Hãy viết các tập hợp  $A$  &  $B$  bằng cách liệt kê các phần tử. (b) Dùng ký hiệu  $\subset$  để thể hiện quan hệ giữa 2 tập hợp  $A$  &  $B$ .

**Bài toán 1.30** (Trọng et al., 2021, 36., p. 9). Cho 2 tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 7\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{N} | x < 6\}$ . (a) Viết các tập hợp  $A$  &  $B$  bằng cách liệt kê các phần tử & cho biết số phần tử của mỗi tập hợp. (b) Dùng ký hiệu  $\subset$  để thể hiện quan hệ giữa 2 tập hợp  $A$  &  $B$ .

**Bài toán 1.31** (Trọng et al., 2021, 37., p. 9). Cho 2 tập hợp  $C = \{x \in \mathbb{N}^* | x < 6\}$ ;  $D = \{x \in \mathbb{N}^* | x < 9\}$ . (a) Viết các tập hợp  $C$  &  $D$  bằng cách liệt kê các phần tử & cho biết số phần tử của mỗi tập hợp. (b) Dùng ký hiệu  $\subset$  để thể hiện quan hệ giữa 2 tập hợp  $C$  &  $D$ .

**Bài toán 1.32** (Trọng et al., 2021, 38., p. 9). Cho  $A$  là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 8,  $B$  là tập hợp các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 7. (a) Viết tập hợp  $A$  &  $B$  bằng cách liệt kê các phần tử. (b) Viết các tập con của  $B$ . (c) Dùng các ký hiệu đã học điền vào ô trống.  $1 \square A$ ,  $2 \square B$ ,  $0 \square A$ ,  $\{1; 3\} \square B$ ,  $B \square A$ ,  $\{0; 1\} \in A$ .

**Bài toán 1.33** (Trọng et al., 2021, 39., p. 9).  $A$  là tập hợp các số tự nhiên khác 0 & nhỏ hơn 7. (a) Viết tập  $A$  bằng 2 cách: Liệt kê các phần tử. Nêu tính chất đặc trưng của các phần tử. (b) Viết các tập con của  $A$  sao cho mỗi tập con đó có đúng 2 phần tử.

**Bài toán 1.34** (Trọng et al., 2021, 40., p. 9).  $A$  là tập hợp các số tự nhiên lớn hơn 5 & nhỏ hơn 9. (a) Viết tập  $A$  bằng 2 cách: Liệt kê các phần tử. Nêu tính chất đặc trưng của các phần tử. (b) Tìm các tập con của  $A$ . (c) Điền vào ô trống:  $1 \square A$ ,  $5 \square A$ ,  $7 \square A$ ,  $\{6, 7\} \square A$ ,  $\{0, 1, 2\} \square A$ .

**Bài toán 1.35** (Trọng et al., 2021, 41., p. 10). Cho  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N}^* | x \leq 5\}$ . (a) Viết tập hợp  $A$  bằng cách nêu các tính chất chung của các phần tử & viết tập  $B$  bằng cách liệt kê các phần tử. (b) Dùng ký hiệu để biểu thị sự quan hệ giữa  $A$  &  $B$ .

**Bài toán 1.36** (Trọng et al., 2021, 42., p. 10). Cho  $A = \{x \in \mathbb{N} | 30 < x < 50, x : 5\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} | 30 < x < 50, x : 2\}$ . (a) Viết các tập hợp  $A, B$  bằng cách liệt kê các phần tử. (c) Tìm các tập con của  $A$ .

**Bài toán 1.37** (Trọng et al., 2021, 43., p. 10). Cho  $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 4\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} | x < 7\}$ . Liệt kê các phần tử của tập hợp  $A$  &  $B$ .

**Bài toán 1.38** (Trọng et al., 2021, 45., p. 10). Cho  $A = \{x \in \mathbb{N} | 20 \leq x < 40, x : 3\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} | 30 \leq x \leq 40, x : 5\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{N} | 30 \leq x \leq 40, x : 4\}$ . Viết các tập hợp  $A, B, C$  bằng cách liệt kê.

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

Công thức tính số phần tử của tập hợp là các dãy số đặc biệt:

$$\text{số phần tử} = \frac{\text{số lớn nhất} - \text{số bé nhất}}{\text{khoảng cách giữa 2 số liên tiếp}} + 1.$$

**Bài toán 1.39** (Trọng et al., 2021, 46., p. 10). Cho tập hợp  $A = \{1; 3; 5; \dots; 39\}$ . Tính số phần tử của tập hợp  $A$ .

**Bài toán 1.40** (Trọng et al., 2021, 47., p. 10). Cho  $E = \{5; 10; 15; 20; \dots; 195\}$ . Tính số phần tử của tập hợp  $E$ .

**Bài toán 1.41** (Trọng et al., 2021, 48., p. 10). Cho  $E = \{3; 5; 7; 9; \dots; 113; 115\}$ . Tính số phần tử của tập hợp  $F$ .

**Bài toán 1.42** (Trọng et al., 2021, 49., p. 10). Để đánh số trang của cuốn sách dày 98 trang người ta dùng tất cả bao nhiêu chữ số?

**Bài toán 1.43** (Trọng et al., 2021, 50., p. 10). Để đánh số trang của cuốn sách dày 150 trang ta cần dùng bao nhiêu chữ số?

**Bài toán 1.44** (Trọng et al., 2021, 51., p. 10). Người ta dùng 1002 chữ số để đánh số trang 1 cuốn sách từ 1 đến hết. Hỏi cuốn sách đó dày nhiều trang?

**Bài toán 1.45** (Trọng et al., 2021, 52., p. 10). Để đánh số trang 1 quyển sách người ta dùng hết 831 chữ số. Hỏi quyển sách đó có bao nhiêu trang?

**Bài toán 1.46.** Với  $a, b$  là 2 số tự nhiên cho trước, viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp đó:

$$A_1 = \{x | x \text{ là số tự nhiên, } a < x < b\},$$

$$A_2 = \{x | x \text{ là số tự nhiên, } a \leq x < b\},$$

$$A_3 = \{x | x \text{ là số tự nhiên, } a < x \leq b\},$$

$$A_4 = \{x | x \text{ là số tự nhiên, } a \leq x \leq b\},$$

$$B_1 = \{x | x \text{ là số tự nhiên chẵn, } a < x < b\},$$

$$B_2 = \{x | x \text{ là số tự nhiên chẵn, } a \leq x < b\},$$

$$B_3 = \{x | x \text{ là số tự nhiên chẵn, } a < x \leq b\},$$

$$B_4 = \{x | x \text{ là số tự nhiên chẵn, } a \leq x \leq b\},$$

$$C_1 = \{x | x \text{ là số tự nhiên lẻ, } a < x < b\},$$

$$C_2 = \{x | x \text{ là số tự nhiên lẻ, } a \leq x < b\},$$

$$C_3 = \{x | x \text{ là số tự nhiên lẻ, } a < x \leq b\},$$

$$C_4 = \{x | x \text{ là số tự nhiên lẻ, } a \leq x \leq b\}.$$

*Hint.* So sánh  $a, b$ . Nếu  $a > b$  thì các tập hợp trên đều là tập hợp rỗng  $\emptyset$ . Nếu  $a \leq b$ , xét tiếp tính chẵn lẻ của  $a, b$  cho các tập  $B_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , &  $C_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$ .

**Bài toán 1.47.** Viết các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp đó:

$$A_1 = \{x | x \text{ là số tự nhiên, } ax + b = c\},$$

$$A_2 = \{x | x \text{ là số tự nhiên, } ax - b = c\},$$

$$A_3 = \{x | x \text{ là số tự nhiên, } a - bx = c\},$$

$$A_4 = \left\{x | x \text{ là số tự nhiên, } \frac{x}{a} + b = c\right\},$$

$$A_5 = \left\{x | x \text{ là số tự nhiên, } \frac{a}{x} + b = c\right\},$$

$$A_6 = \left\{x | x \text{ là số tự nhiên, } \frac{ax + b}{c} = d\right\},$$

$$A_7 = \left\{x | x \text{ là số tự nhiên, } \frac{a}{bx + c} = d\right\},$$

$$A_8 = \{x | x \text{ là số tự nhiên, } f(x) = 0\}.$$

Tổng quát của dạng toán này là viết tập hợp  $A = \{x | x \text{ là số tự nhiên, } x \text{ thỏa mãn phương nào đại số } f(x) = 0 \text{ nào đó}\}$ . Nếu phương trình đại số đó vô nghiệm trên tập hợp các số tự nhiên thì  $A = \emptyset$ . Nếu phương trình đại số đó có các nghiệm  $x_1, \dots, x_n$  là các số tự nhiên, với  $n$  là số tự nhiên khác 0, thì  $A = \{x_1, \dots, x_n\}$ . Điểm cốt lõi ở đây là giải phương trình đại số đó trên tập các số tự nhiên.

## 1.2 Tập hợp các số tự nhiên. Cộng, trừ, nhân, chia số tự nhiên

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

Cách ghi số tự nhiên trong hệ thập phân: (a) Trong hệ thập phân, mỗi số tự nhiên được viết dưới dạng 1 dãy những số lấy trong 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, & 9; vị trí của các chữ số trong dãy gọi là hàng. (b) Cứ 10 đơn vị ở 1 hàng thì bằng 1 đơn vị của hàng liền trước nó. E.g., 10 chục thì bằng 1 trăm; 10 trăm thì bằng 1 nghìn; ... Trong tập hợp số tự nhiên, số liền sau hơn số liền trước 1 đơn vị.

Các bài tập SGK Thái, Đạt, et al., 2022a, 1–4, pp. 7–8 & SBT Thái, 2022, Ví dụ 1–3, pp. 7–8, 9–14, pp. 8–9.

**Bài toán 1.48** (Trọng et al., 2021, 1., p. 11). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng, khẳng định nào là sai? (a)  $1999 > 2003$ ; (b) 100000 là số tự nhiên nhỏ lớn nhất; (c)  $5 \leq 5$ ; (d) Số 1 là số tự nhiên nhỏ nhất.

**Bài toán 1.49** (Trọng et al., 2021, 2., p. 11). Thay mỗi chữ cái dưới đây bằng 1 số tự nhiên phù hợp trong những trường hợp sau: (a) 17,  $a$ ,  $b$  là 3 số lẻ liên tiếp tăng dần. (b)  $m$ , 101,  $n$ ,  $p$  là 4 số tự nhiên liên tiếp giảm dần.

**Bài toán 1.50** (Trọng et al., 2021, 3., p. 11). (a) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số; (b) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số khác nhau; (c) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số khác nhau & đều là số chẵn; (d) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số khác nhau & đều là số lẻ.

**Bài toán 1.51** (Trọng et al., 2021, 5., p. 11). Dùng các chữ số 0, 3, & 5 viết 1 số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau mà chữ số 5 có giá trị là 50.

**Bài toán 1.52** (Trọng et al., 2021, 6., p. 11). Số chẵn là số tự nhiên có chữ số tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8; số lẻ là số tự nhiên có chữ số tận cùng là 1, 3, 5, 7, 9. 2 số chẵn (hoặc lẻ) liên tiếp thì hơn kém nhau 2 đơn vị. (a) Viết tập hợp  $A$  các số chẵn nhỏ hơn 15. (b) Viết tập hợp  $B$  các số lẻ lớn hơn 5 nhưng nhỏ hơn 17. (c) Viết tập hợp  $C$  3 số chẵn liên tiếp, trong đó số lớn nhất là 46.

**Bài toán 1.53** (Trọng et al., 2021, 9., p. 12). Trong 1 cửa hàng bánh kẹo, người ta đóng gói kẹo thành các loại: mỗi gói có 10 cái kẹo; mỗi hộp có 10 gói; mỗi thùng có 10 hộp. 1 người mua 9 thùng, 9 hộp & 9 gói kẹo. Hỏi người đó đã mua tất cả bao nhiêu cái kẹo?

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

Mỗi số tự nhiên viết trong hệ thập phân đều biểu diễn được thành tổng giá trị các chữ số của nó.

**Bài toán 1.54** (Trọng et al., 2021, 14., 15., p. 12). Viết các số sau dưới dạng tổng giá trị các chữ số của nó:

$$\overline{5at}, \overline{ab}, \overline{xyz}, \overline{a5b}, \overline{xyzt}, \overline{xt5z}, \overline{a2yb3}.$$

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“Ngoài cách ghi số trong hệ thập phân gồm các chữ số từ 0 đến 9 & các hàng (đơn vị, chục, trăm, nghìn, ...) như trên, còn có cách ghi số La Mã như sau: I = 1, V = 5, X = 10. Mỗi chữ số La Mã có giá trị không phụ thuộc vào vị trí của nó trong số La Mã. Mỗi số La Mã biểu diễn 1 số tự nhiên bằng tổng giá trị của các thành phần viết nên số đó. Không có số La Mã nào biểu diễn số 0.” – Trọng et al., 2021, p. 13



**Bài toán 1.55** (Trọng et al., 2021, 16., p. 13). *Viết giá trị tương ứng trong hệ thập phân của các số La Mã: XIV, XVI, XXIII.*

**Bài toán 1.56** (Trọng et al., 2021, 17., p. 13). *Viết các số sau bằng số La Mã: 18, 25.*

**Bài toán 1.57** (Trọng et al., 2021, 18., p. 13). *Sắp xếp theo thứ tự từ lớn đến bé: I, VII, IX, XI, V, IV, II, XVIII.*

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“Đối với biểu thức có phép toán cộng, trừ, nhân, chia, ta thực hiện phép tính nhân, chia trước, cộng, trừ sau.” – Trọng et al., 2021, p. 13. “Phép cộng & phép nhân có tính chất giao hoán & kết hợp: Tính chất giao hoán:  $a + b = b + a$ ,  $ab = ba$ . Tính chất kết hợp:  $(a + b) + c = a + (b + c)$ ,  $(ab)c = a(bc)$ .” – Trọng et al., 2021, p. 14

“Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng: Muốn nhân 1 số với 1 tổng, ta lấy số đó nhân với từng số hạng của tổng, i.e.,  $a(b + c) = ab + ac$ . Tính chất cộng với số 0, nhân với số 1:  $a + 0 = a$  &  $a \cdot 1 = a$ . Ngược với phép nhân phân phối là lấy thừa số chung.” – Trọng et al., 2021, p. 14

“Muốn tính biểu thức 1 cách hợp lý, ta sử dụng tính chất giao hoán, kết hợp để xuất hiện các phép tính có kết quả tròn chục, tròn trăm, tròn nghìn, ...”<sup>a</sup> – Trọng et al., 2021, p. 15

<sup>a</sup>I.e., làm xuất hiện  $a \cdot 10^n$  với  $a, n \in \mathbb{N}^*$ .

**Bài toán 1.58** (Trọng et al., 2021, 26., p. 15). *Tính hợp lý: (a)  $1 + 7 + 9$ ; (b)  $2 + 5 + 8$ ; (c)  $11 + 2 + 8 + 9$ ; (d)  $5 \cdot 3 \cdot 4$ ; (e)  $2 \cdot 3 \cdot 50$ ; (f)  $9 \cdot 6 + 9 \cdot 4$ ; (g)  $2 \cdot 8 + 2 \cdot 12$ ; (h)  $4 \cdot 7 + 4 \cdot 13$ ; (i)  $7 \cdot 3 + 7 \cdot 17$ ; (j)  $11 \cdot 13 + 37 \cdot 11$ .*

**Bài toán 1.59** (Trọng et al., 2021, 27., p. 15). *Tính nhanh: (a)  $46 + 17 + 54$ ; (b)  $87 \cdot 36 + 87 \cdot 64$ .*

**Bài toán 1.60** (Trọng et al., 2021, 28., p. 15). *Áp dụng các tính chất của phép cộng & phép nhân để tính nhanh: (a)  $86 + 357 + 14$ ; (b)  $772 + 69 + 128$ ; (c)  $25 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 27 \cdot 2$ ; (d)  $28 \cdot 64 + 28 \cdot 36$ .*

**Bài toán 1.61** (Trọng et al., 2021, 29., p. 15). *Áp dụng các tính chất của phép cộng & phép nhân để tính nhanh: (a)  $25 + 39 + 21$ ; (b)  $997 + 29 + 3 + 51$ ; (c)  $578 + 125 + 422 + 375$ ; (d)  $198 + 789 + 502 + 311$ ; (e)  $158 + 445 + 342 + 555$ ; (f)  $714 + 382 + 286 + 318$ ; (g)  $15 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 8$ ; (h)  $14 \cdot 25 \cdot 6 \cdot 7$ ; (i)  $24 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10$ ; (j)  $18 \cdot 26 \cdot 25 \cdot 9$ ; (k)  $25(187 + 18 + 1382)$ ; (l)  $125 \cdot 98 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 25$ ; (m)  $1122 \cdot 34 + 2244 \cdot 83$ ; (n)  $8466 \cdot 15 + 170 \cdot 4233$ ; (o)  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$ ; (p)  $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$ .*

**Bài toán 1.62** (Trọng et al., 2021, 30., p. 15). *Tính nhanh: (a)  $285 + 470 + 115 + 230$ ; (b)  $571 + 216 + 129 + 124$ .*

**Bài toán 1.63** (Trọng et al., 2021, 31., p. 15). *Tìm các tích bằng nhau mà không cần tính kết quả của mỗi tích:  $15 \cdot 2 \cdot 6$ ,  $4 \cdot 4 \cdot 9$ ,  $5 \cdot 3 \cdot 12$ ,  $15 \cdot 3 \cdot 4$ ,  $8 \cdot 2 \cdot 9$ .*

**Bài toán 1.64** (Trọng et al., 2021, 32., p. 15). *Tính nhanh: (a)  $13 \cdot 58 \cdot 4 + 32 \cdot 26 \cdot 2 + 52 \cdot 10$ ; (b)  $15 \cdot 37 \cdot 4 + 120 \cdot 21 + 21 \cdot 5 \cdot 12$ ; (c)  $14 \cdot 35 \cdot 5 + 10 \cdot 25 \cdot 7 + 20 \cdot 70$ ; (d)  $15(27 + 18 + 6) + 15(23 + 12)$ ; (e)  $24(15 + 49) + 12(50 + 42)$ ; (f)  $10(81 + 19) + 100 + 50(91 + 9)$ ; (g)  $53(51 + 4) + 53(49 + 96) + 53$ ; (h)  $42(15 + 96) + 6(25 + 4) \cdot 7$ ; (i)  $45(13 + 78) + 9(87 + 22) \cdot 5$ ; (j)  $16(27 + 75) + 8(53 + 25) \cdot 2$ .*

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“Muốn tìm số hạng chưa biết, ta lấy tổng trừ đi số hạng đã biết. Muốn tìm số bị trừ, ta lấy hiệu cộng với số trừ. Muốn tìm số trừ, ta lấy số bị trừ trừ đi hiệu. Muốn tìm thừa số chưa biết, ta lấy tích chia cho thừa số đã biết. Muốn tìm số bị chia, ta lấy thương nhân với số chia. Muốn tìm số chia, ta lấy số bị chia chia cho thương.” – Trọng et al., 2021, p. 16

“Cho 2 số tự nhiên  $a$  &  $b$ , trong đó  $b \neq 0$ , ta luôn tìm được 2 số tự nhiên  $q$  &  $r$  duy nhất sao cho:

$\boxed{\text{số bị chia} = \text{số chia} \cdot \text{thương} + \text{số dư}}$ , i.e.,  $a = bq + r$ , trong đó  $0 \leq r < b$ . Nếu  $r = 0$  thì ta có phép chia hết. Nếu  $r \neq 0$  thì ta có phép chia có dư. Điều kiện để thực hiện phép trừ các số tự nhiên là số bị trừ lớn hơn hoặc bằng số trừ. Số chia bao giờ cũng khác 0.” – Trọng et al., 2021, p. 18

**Bài toán 1.65** (Trọng et al., 2021, 42., p. 19). *Tìm  $a \in \mathbb{N}$  biết khi chia  $a$  cho 4 thì được thương là 14 & có số dư là 12.*

**Bài toán 1.66** (Trọng et al., 2021, 43., p. 19). *Tìm  $m \in \mathbb{N}$  biết khi chia  $m$  cho 13 thì được thương là 4 & có số dư là 12.*

**Bài toán 1.67** (Trọng et al., 2021, 44., p. 19). *Tìm  $a \in \mathbb{N}$  biết khi chia 58 cho  $a$  thì được thương là 4 & có số dư là 2.*

**Bài toán 1.68** (Trọng et al., 2021, 45., p. 19). *Tìm  $b \in \mathbb{N}$  biết khi chia 64 cho  $b$  thì được thương là 4 & có số dư là 12.*

**Bài toán 1.69** (Trọng et al., 2021, 46., p. 19). *Tìm  $a \in \mathbb{N}$  biết khi chia  $a$  cho 13 thì được thương là 4 & có số dư  $r$  lớn hơn 11.*

**Bài toán 1.70** (Trọng et al., 2021, 47., p. 19). *Tìm  $a \in \mathbb{N}$  biết khi chia  $a$  cho 13 thì được thương là 4 & số dư là số lớn nhất có thể được trong phép chia ấy.*

**Bài toán 1.71** (Trọng et al., 2021, 48., p. 19). *Tìm  $a \in \mathbb{N}$ , biết khi chia  $a$  cho 17 thì được thương là 6 & số dư là số lớn nhất có thể có trong phép chia ấy.*

**Bài toán 1.72** (Trọng et al., 2021, 49., p. 19). *Tìm  $a \in \mathbb{N}$ , biết khi chia  $a$  cho 17 thì được thương là 6 & số dư lớn hơn 15.*

**Bài toán 1.73** (Trọng et al., 2021, 50., p. 19). *1. Minh dùng 23000đ để mua bút. Mỗi cây bút giá 2000đ. Hỏi Minh mua được nhiều nhất bao nhiêu cây bút? & còn dư mấy ngàn? 2. Lan dùng 5000đ để mua bút. 1 cây bút giá 2000đ. Hỏi Lan mua được nhiều nhất mấy cây bút? & còn dư mấy ngàn?*

**Bài toán 1.74** (Trọng et al., 2021, 51., p. 19). *1 trường có 50 phòng học, mỗi phòng có 11 bộ bàn ghế, mỗi bộ bàn ghế có thể xếp cho 4 học sinh ngồi. Trường có thể nhận nhiều nhất bao nhiêu học sinh để mọi học sinh đều có chỗ ngồi?*

**Bài toán 1.75** (Trọng et al., 2021, 52., p. 19). *1 trường Trung học cơ sở có 997 học sinh tham dự lễ tổng kết cuối năm. Ban tổ chức đã chuẩn bị những chiếc băng 5 chỗ ngồi. Phải có ít nhất bao nhiêu ghế băng như vậy để tất cả học sinh đều có chỗ ngồi?*

**Bài toán 1.76** (Trọng et al., 2021, 53., p. 19). *1 tàu hỏa cần chở 900 khách. Mỗi toa tàu chứa được 88 khách. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu toa để chở hết khách?*

**Bài toán 1.77** (Trọng et al., 2021, 54., p. 19). *Tỉnh Bắc Giang có dân số 1803905 & đứng thứ 12 về dân số trong 63 tỉnh thành toàn quốc. Tính dân số Thanh Hóa (tỉnh đông dân thứ 3), biết rằng gấp đôi số dân Bắc Giang vẫn còn kém dân số Thanh Hóa 32228 người.*

**Bài toán 1.78** (Trọng et al., 2021, 55., p. 19). *1 tàu hỏa cần chở 980 khách. Mỗi toa tàu có 11 khoang, mỗi khoang có 8 chỗ ngồi. Hỏi cần có ít nhất bao nhiêu toa để chở hết khách?*

**Bài toán 1.79** (Trọng et al., 2021, 56., p. 19). *Mỗi hội trường có 32 chỗ ngồi cho 1 hàng ghế. Nếu có 890 đại biểu tham dự họp thì phải dùng ít nhất bao nhiêu hàng ghế?*

**Bài toán 1.80** (Trọng et al., 2021, 57., p. 19). *Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$ , biết  $ab + 13 = 200$ .*

**Bài toán 1.81** (Trọng et al., 2021, 58., p. 19). *Trong 1 phép chia có số bị chia là 200, số dư là 13. Tìm số chia & thương.*

**Bài toán 1.82** (Trọng et al., 2021, 59., p. 19). *Trong tháng 7 nhà ông Khánh dùng hết 115 số điện. Hỏi ông Khánh phải trả bao nhiêu tiền điện, biết đơn giá điện như sau: Giá tiền cho 50 số đầu tiên là 1678đ/số. Giá tiền cho 50 số tiếp theo (51–100) là 1734đ/số. Giá tiền cho 100 số tiếp theo (101–200) là 2014đ/số.*

**Bài toán 1.83** (Trọng et al., 2021, 60., p. 20). *1 phòng chiếu phim có 18 hàng ghế, mỗi hàng có 18 ghế. Giá 1 vé xem phim là 50000đ. (a) Tối thứ 7, tất cả các vé đều được bán hết. Số tiền bán vé thu được là bao nhiêu? (b) Tối thứ 6, số tiền bán vé thu được là 10550000đ. Hỏi có bao nhiêu vé không bán được? (c) Chủ Nhật còn 41 vé không bán được. Hỏi số tiền bán vé thu được là bao nhiêu?*

**Bài toán 1.84** (Bình, 2022a, Ví dụ 3, p. 6). *Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 2 vào đằng sau số đó thì được số lớn gấp 3 lần số có được bằng cách viết thêm chữ số 2 vào đằng trước nó.*

**Bài toán 1.85** (Bình, 2022a, p. 7). *Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có chữ số đầu tiên ở bên trái là 2, khi chuyển chữ số 2 này xuống cuối cùng thì số đó tăng gấp 3 lần.*

**Bài toán 1.86** (Bình, 2022a, p. 7). *Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng nếu viết thêm 1 chữ số vào đằng sau số đó thì được số lớn gấp 3 lần số có được nếu viết thêm chính chữ số ấy vào đằng trước số đó.*

**Bài toán 1.87** (Bình, 2022a, 8., p. 8). *Tìm số tự nhiên có tận cùng bằng 3, biết rằng nếu xóa chữ số hàng đơn vị thì số đó giảm đi 1992 đơn vị.*

**Bài toán 1.88** (Bình, 2022a, 9., p. 8). *Tìm số tự nhiên có 6 chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị là 4 & nếu chuyển chữ số đó lên hàng đầu tiên thì số đó tăng gấp 4 lần.*

**Bài toán 1.89** (Bình, 2022a, 10., p. 8). *Cho 4 chữ số  $a, b, c, d$  khác nhau & khác 0. Lập số tự nhiên lớn nhất & số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số gồm cả 4 chữ số ấy. Tổng của 2 số này bằng 11330. Tìm tổng các chữ số  $a + b + c + d$ .*

**Bài toán 1.90** (Bình, 2022a, 11., p. 8). *Cho 3 chữ số  $a, b, c$  sao cho  $0 < a < b < c$ .*

(a) *Viết tập hợp A các số tự nhiên có 3 chữ số gồm cả 3 chữ số  $a, b, c$ .*



(b) Biết tổng 2 số nhỏ nhất trong tập hợp  $A$  bằng 488. Tìm 3 chữ số  $a, b, c$  nói trên.

**Bài toán 1.91** (Bình, 2022a, 12., p. 8). Tìm 3 chữ số khác nhau & khác 0, biết rằng nếu dùng cả 3 chữ số này lập thành các số tự nhiên có 3 chữ số thì 2 số lớn nhất có tổng bằng 1444.

**Bài toán 1.92** (Bình, 2022a, 6., p. 8). Với cả 2 chữ số  $I$  &  $X$ , viết được bao nhiêu số La Mã? (mỗi chữ số có thể viết nhiều lần, nhưng không viết liên tiếp quá 3 lần).

**Bài toán 1.93** (Bình, 2022a, 7., p. 8). (a) Dùng 3 que diêm, xếp được các số La Mã nào?

(b) Để viết các số La Mã từ 4000 trở lên, e.g. số 19520, người ta viết  $XIXmDXX$  (chữ  $m$  biểu thị 1 nghìn,  $m$  là chữ đầu của từ mille, tiếng Latin là 1 nghìn). Hãy viết các số sau bằng chữ số La Mã: 7203, 121512.

### 1.3 Lũy thừa của 1 số tự nhiên

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“**Dạng.** Lũy thừa là tích của nhiều thừa số giống nhau.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_n, \forall n \in \mathbb{N}^*. \quad (1.1)$$

$a^n$ , trong đó  $a$  là cơ số,  $n$  là số mũ. Quy ước:  $a^0 = 1, \forall a \in \mathbb{N}^*$ .” – Trọng et al., 2021, p. 20

**Bài toán 1.94** (Trọng et al., 2021, 13., p. 21). Tìm  $c \in \mathbb{N}$ , biết rằng với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  ta có: (a)  $c^n = 1$ ; (b)  $c^n = 0$ .

**Bài toán 1.95** (Trọng et al., 2021, 14., p. 21). Tính  $11^2, 111^2$ . Từ đó dự đoán kết quả của  $1111^2, 11111^2$ , &  $1 \dots 1^2$  với  $n$  số 1.

**Bài toán 1.96** (Trọng et al., 2021, 15., p. 21). Ta có:  $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$ . Viết các tổng sau dưới dạng bình phương của 1 số tự nhiên: (a)  $1 + 3 + 5 + 7$ ; (b)  $1 + 3 + 5 + 7 + 9$ ; (c)  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$ ; (d) Tổng của  $n$  số lẻ đầu tiên:  $1 + 3 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ .

**Bài toán 1.97** (Trọng et al., 2021, 16., p. 21). Số chính phương là số bằng bình phương của 1 số tự nhiên (e.g., 0, 1, 4, 9, 16, ...). Mỗi tổng sau có là 1 số chính phương không? (a)  $1^3 + 2^3$ ; (b)  $1^3 + 2^3 + 3^3$ ; (c)  $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$ . (d)  $\sum_{i=1}^n i^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3$ .

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“Khi nhân 2 hay nhiều lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số & cộng các số mũ.  $a^m a^n = a^{m+n}, \forall a, m, n \in \mathbb{N}$ . Khi chia 2 lũy thừa cùng cơ số (khác 0), ta giữ nguyên cơ số & trừ các số mũ.  $a^m : a^n = a^{m-n}, \forall a, m, n \in \mathbb{N}, a \neq 0, m \geq n$ .” – Trọng et al., 2021, p. 22

**Bài toán 1.98** (Trọng et al., 2021, 22., p. 22). Biết rằng khối lượng của Trái Đất khoảng 600...00 tấn với 21 chữ số 0, khối lượng của Mặt Trăng khoảng 7500...00 với 18 chữ số 0. (a) Viết khối lượng Trái Đất & khối lượng Mặt Trăng dưới dạng tích của 1 số với lũy thừa của 10. (b) Khối lượng của Trái Đất gấp bao nhiêu lần khối lượng Mặt Trăng?

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“Muốn tìm  $x$  ở số mũ, ta đưa về lũy thừa cùng cơ số rồi suy ra số mũ bằng số mũ. Trong tập hợp số tự nhiên  $\mathbb{N}$ , muốn tìm  $x$  ở cơ số, ta đưa về lũy thừa cùng số mũ, suy ra cơ số bằng cơ số.” – Trọng et al., 2021, p. 22

**Bài toán 1.99.** Giải & biện luận phương trình  $m^x = m^n$  với  $m, n \in \mathbb{N}$  cho trước. Tương tự, giải & biện luận phương trình  $m^{f(x)} = m^n$  với  $m, n \in \mathbb{N}$  với  $f$  là 1 hàm số sao cho phương trình  $f(x) = m$  giải được & có các nghiệm tự nhiên là các số  $x_i, i = 1, \dots, k, k \in \mathbb{N}$ .

**Bài toán 1.100.** Giải & biện luận phương trình  $(ax + b)^n = m^n$  với  $a, b, m, n \in \mathbb{N}$  cho trước. Tương tự, giải & biện luận phương trình  $(f(x))^n = m^n$  với  $f$  là 1 hàm số sao cho phương trình  $f(x) = \pm m$  giải được & có các nghiệm tự nhiên là các số  $x_i, i = 1, \dots, k, k \in \mathbb{N}$ .

## 1.4 Thứ tự thực hiện phép tính

### KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“Đối với biểu thức không có dấu ngoặc, ta thực hiện phép tính lũy thừa, rồi đến phép tính nhân, chia, rồi đến phép tính cộng & trừ. Đối với biểu thức có dấu ngoặc, ta thực hiện các phép tính trong dấu ngoặc tròn  $()$ , rồi đến các phép tính trong dấu ngoặc vuông  $[]$ , rồi đến các phép tính trong dấu ngoặc nhọn  $\{ \}$ .” – Trọng et al., 2021, p. 24

**Bài toán 1.101** (Trọng et al., 2021, 3., p. 24). *Tính:* (a)  $13 + 21 \cdot 5 - (198 : 11 - 8)$ ; (b)  $272 : 16 - 5 + 4(30 - 5 - 255 : 17)$ ; (c)  $15 \cdot 24 - 14 \cdot 5(145 : 5 - 27)$ ; (d)  $18 \cdot 3 - 18 \cdot 2 + 3(51 : 17)$ ; (e)  $(64 + 115 + 36) - 25 \cdot 8$ ; (f)  $15 \cdot 8 - (17 - 30 + 83) - 144 : 6$ ; (g)  $250 : 50 - (46 - 75 + 54)$ ; (h)  $13(17 - 95 + 83) : 5 - 18 : 9$ ; (i)  $140 - 180(47 - 90 + 43) + 7$ ; (j)  $24(15 + 30 + 85 - 120) : 10$ ; (k)  $27 + 73 - 30(25 - 10)$ ; (l)  $18 - 4(27 - 90 + 73) : 10$ .

**Bài toán 1.102** (Trọng et al., 2021, 4., pp. 24-25). *Tính:* (a)  $140 - [25 : (4^2 - 11) + 4]$ ; (b)  $40 - [6 - (5 - 1)]$ ; (c)  $4 \cdot 3 + [8 - (2 + 3)]$ ; (d)  $36 : \{46 - [4(17 - 7)]\}$ ; (e)  $2 \cdot \{19 + [12 : (8 - 4)] + 5\}$ ; (f)  $12 : \{18 : [9 - (4 + 2)]\}$ ; (g)  $40 : \{5[10 - (6 + 3)]\}$ ; (h)  $25\{16 : [12 - 4 + 4(4 : 2)]\}$ ; (i)  $3[(15 : 2) : (5 + 5 \cdot 2)]$ ; (j)  $30 : \{15 : [8 - (1 + 2)]\}$ ; (k)  $15 - \{15 : [6 - (1 + 2)]\}$ .

**Bài toán 1.103** (Trọng et al., 2021, 5., p. 25). *Tính:* (a)  $(6 : 2) + 4^2$ ; (b)  $(5 \cdot 2^2 - 20) : 5$ ; (c)  $2^3(7 + 3)$ ; (d)  $(4 \cdot 5 - 2^3) \cdot 2$ ; (e)  $(5^2 \cdot 2 - 10) \cdot 4$ ; (f)  $(1^{10} + 80) : 3^2$ ; (g)  $2^3 \cdot 5 - (15 - 10)$ ; (h)  $2^2 + [10^5 : 10^4 - (2 + 3 \cdot 2)]$ ; (i)  $2^2 + [5^3 : 5^2 + (6 : 2)]$ ; (j)  $3^2 + [4^5 : 4^3 - (12 : 3)]$ .

**Bài toán 1.104** (Trọng et al., 2021, 6., p. 25). *Tính:* (a)  $(2^{2007} + 2^{2006}) : 2^{2006}$ ; (b)  $(3^{2011} + 3^{2010}) : 3^{2010}$ ; (c)  $(5^{2001} + 5^{2000}) : 5^{2000}$ ; (d)  $(4^{2001} - 4^{2000}) : 4^{2000}$ ; (e)  $(6^{2005} - 6^{2004}) : 6^{2004}$ ; (f)  $(7^{2011} - 7^{2010}) : 7^{2010}$ .

**Bài toán 1.105** (Trọng et al., 2021, 7., p. 25). *Tính:* (a)  $9 \cdot (8^2 - 15)$ ; (b)  $75 : 3 + 6 \cdot 9^2$ ; (c)  $39 \cdot 213 + 87 \cdot 39$ ; (d)  $80 - [130 - (12 - 4)^2]$ .

**Bài toán 1.106** (Trọng et al., 2021, 8., p. 25). *Tính:* (a)  $25 : 5 \cdot 7$ ; (b)  $30 : 2 \cdot 8 \cdot 4$ ; (c)  $20 : 2^2 \cdot 14$ ; (d)  $125 : 5^3 \cdot 170$ ; (e)  $64 : 2^5 \cdot 30 \cdot 4$ ; (f)  $(25 : 5^2 \cdot 30) : 15 \cdot 7$ ; (g)  $[(5^2 \cdot 2 : 10) \cdot 4] : (2^2 \cdot 5 : 2)$ ; (h)  $(15 : 3 \cdot 5^2) : (20 : 2^2)$ ; (i)  $2^2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 2 \cdot 3$ ; (j)  $3^2 \cdot 5 - 2^2 \cdot 7 + 1 \cdot 5$ ; (k)  $5^2 \cdot 2 - 3^2 \cdot 4$ ; (l)  $7^2 \cdot 3 - 5^2 \cdot 3$ ; (m)  $(5 \cdot 2^2 - 20) : 5 + 3^2 \cdot 6$ ; (n)  $(24 \cdot 5 - 5^2 \cdot 2) : (5 \cdot 2) - 3$ ; (o)  $[(5^2 \cdot 2^3 - 7^2 \cdot 2) : 2] \cdot 6 - 7 \cdot 2^5$ ; (p)  $(6 \cdot 5^2 - 13 \cdot 7) \cdot 2 - 2^3(7 + 3)$ .

**Bài toán 1.107** (Trọng et al., 2021, 9., p. 26). *Tính:* (a)  $2^3 - 5^3 : 5^2 + 12 \cdot 2^2$ ; (b)  $5[(85 - 35 : 7) : 8 + 90] - 50$ ; (c)  $2[(2 - 3^3 : 3^2) : 2^2 + 99] - 100$ ; (d)  $2^7 : 2^2 + 5^4 : 5^3 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^5$ ; (e)  $5 \cdot 2^2 \cdot 2^3 - 4(5^8 : 5^6)$ ; (f)  $(3^5 \cdot 3^7) : 3^{10} + 5 \cdot 2^4 - 7^3 : 7$ ; (g)  $15 : (3^5 : 3^4) - 2^9 : 2^7$ ; (h)  $5 \cdot 3^5 : (3^8 : 3^5) - 2^3 \cdot 5$ ; (i)  $4[(3 + 3^7 : 3^4) : 10 + 97] - 300$ ; (j)  $5[(92 + 2^5 : 2^2) : 5^2 + 2^4] - 7^2$ ; (k)  $3^2[(5^2 - 3) : 11] - 2^4 + 2 \cdot 10^3$ ; (l)  $2^2 \cdot 5[(5^2 + 2^3) : 11 - 2] - 3^2 \cdot 2$ ; (m)  $(6^{2007} - 6^{2006}) : 6^{2006}$ ; (n)  $(5^{2001} - 5^{2000}) : 5^{2000}$ ; (o)  $(7^{2005} + 7^{2004}) : 7^{2004}$ ; (p)  $(11^{2023} + 11^{2022}) : 11^{2022}$ ; (q)  $(5^7 + 5^9)(6^8 + 6^{10})(2^4 - 4^2)$ ; (r)  $(7^3 + 7^5)(5^4 + 5^6)(3^3 \cdot 3 - 9^2)$ .

**Bài toán 1.108** (Trọng et al., 2021, 10., p. 26). *Trong 8 tháng đầu năm, 1 cửa hàng bán được 1264 chiếc ti vi. Trong 4 tháng cuối năm, trung bình mỗi tháng cửa hàng bán được 164 ti vi. Hỏi trong cả năm, trung bình mỗi tháng cửa hàng đó bán được bao nhiêu ti vi? Viết biểu thức viết kết quả.*

**Bài toán 1.109** (Trọng et al., 2021, 13., p. 26). *Trang đổ Nga dùng 4 chữ số 2 cùng với dấu phép tính & dấu ngoặc (nếu cần) viết dãy tính có kết quả lần lượt bằng 0, 1, 2, 3, 4. Giúp Nga làm điều đó.*

### KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“Muốn tính biểu thức 1 cách hợp lý, ta sử dụng tính chất giao hoán, kết hợp để xuất hiện các phép tính có kết quả tròn chục, tròn trăm, tròn nghìn, ...” – Trọng et al., 2021, p. 26, i.e., làm xuất hiện  $a10^n$  với  $a, n \in \mathbb{N}^*$  1 cách hợp lý.

**Bài toán 1.110** (Trọng et al., 2021, 15., p. 27). *Tính hợp lý:* (a)  $4 \cdot 24 \cdot 5^2 - (3^3 \cdot 18 + 3^3 \cdot 12)$ ; (b)  $2^3 \cdot 7 \cdot 5^3 - (5^2 \cdot 65 + 5^2 \cdot 35)$ ; (c)  $2^2 \cdot 74 \cdot 5^2 + 5^2 \cdot 26 \cdot 4 - 7000$ ; (d)  $31 \cdot 15 \cdot 7^2 \cdot 4 - 31 \cdot 49 \cdot 40$ ; (e)  $55 \cdot 2^2 \cdot 5 + 4 \cdot 89 \cdot 5^2 - 3^2 \cdot 10^3$ .

### KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“Ta có thể tính tổng các số hạng cách đều nhau dựa vào công thức sau:

$$\begin{aligned} \text{số số hạng} &= (\text{số lớn nhất} - \text{số bé nhất}) : \text{khoảng cách giữa 2 số liên tiếp} + 1, \\ \text{tổng} &= [(\text{số đầu} + \text{số cuối}) \cdot \text{số số hạng}] : 2. \end{aligned}$$

” – Trọng et al., 2021, p. 29

**Bài toán 1.111** (Trọng et al., 2021, 15., p. 27). *Tính hợp lý:* (a)  $1+2+3+\dots+9+10 = \sum_{i=1}^{10} i$ ; (b)  $2+4+6+\dots+16+18 = \sum_{i=1}^9 2i$ ; (c)  $1+3+5+\dots+17+19 = \sum_{i=0}^9 (2i+1)$ ; (d)  $1+4+7+\dots+25+28 = \sum_{i=0}^9 (3i+1)$ ; (e)  $2+6+10+\dots+30+34 = \sum_{i=0}^8 (4i+2)$ ; (f)  $3+8+13+\dots+38+43 = \sum_{i=0}^8 (5i+3)$ ; (g)  $5+8+11+\dots+26+29 = \sum_{i=1}^9 (3i+2)$ ; (h)  $7+11+15+\dots+43+47 = \sum_{i=1}^{11} (4i+3)$ ; (i)  $1+6+11+\dots+46+51 = \sum_{i=0}^{10} (5i+1)$ ; (j)  $4+10+16+\dots+58+64 = \sum_{i=0}^{10} (6i+4)$ ; (k)  $10+13+16+\dots+37+40 = \sum_{i=3}^{13} (3i+1)$ ; (l)  $2+4+6+8+10+12+1+4+7+10+13+16+19$ ; (m)  $5+7+9+11+13+15+17+3+8+13+18+23+28$ ; (n)  $4+7+10+13+16+19+5+9+13+17+21+25$ ; (o)  $7+12+17+22+27+8+10+12+14+16+18+20$ .

## 2 Tính Chất Chia Hết Trong Tập Hợp Các Số Tự Nhiên

KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

“Số có chữ số tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 thì chia hết cho 2. Số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3. Số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5. Số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9. Ký hiệu:  $a : b$  đọc là  $a$  chia hết cho  $b$ ;  $a \nmid b$  đọc là  $a$  không chia hết cho  $b$ . Các số chia hết cho 9 thì luôn chia hết cho 3 nhưng các số chia hết cho 3 thì có thể không chia hết cho 9.” – Trọng et al., 2021, p. 30

**Bài toán 2.1** (Trọng et al., 2021, 10., p. 31). *Thay dấu \* bằng 1 chữ số để các số sau:* (a)  $\overline{1373*}$  chia hết cho 2 & cho 9; (b)  $\overline{158*}$  chia hết cho 2 & cho 3; (c)  $\overline{1475*}$  chia hết cho 2 & cho 5; (d)  $\overline{171*}$  chia hết cho 5 & cho 9; (e) \*

**Bài toán 2.2** (Bình, 2022a, Ví dụ 5\*, p. 9). *Tìm kết quả của phép nhân*  $A = \underbrace{3\dots3}_{50 \text{ chữ số}} \cdot \underbrace{9\dots9}_{50 \text{ chữ số}}$ .

**Bài toán 2.3** (Bình, 2022a, Ví dụ 6\*, p. 10). *Tổng của 2 số tự nhiên gấp 3 hiệu của chúng. Tìm thương của 2 số tự nhiên ấy.*

**Bài toán 2.4** (Bình, 2022a, Ví dụ 7, p. 10). *Khi chia số tự nhiên  $a$  cho 54, ta được số dư là 38. Chia số  $a$  cho 18, ta được thương là 14 & còn dư. Tìm số  $a$ .*

**Bài toán 2.5** (Bình, 2022a, Ví dụ 8\*, p. 10). *Chứng minh rằng  $A$  là 1 lũy thừa của 2, với  $A = 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}$ .*

Dùng ký hiệu tổng  $\sum$ , có thể viết gọn  $A$  thành:  $A = 4 + \sum_{i=2}^{20} 2^i$ .

**Bài toán 2.6** (Bình, 2022a, 13., p. 11). *Có thể viết được hay không 9 số vào 1 bảng vuông  $3 \times 3$ , sao cho: Tổng các số trong 3 dòng theo thứ tự bằng 352, 463, 541; tổng các số trong 3 cột theo thứ tự bằng 335, 687, 234?*

**Bài toán 2.7** (Bình, 2022a, 14., p. 11). *Cho 9 số xếp vào 9 ô thành 1 hàng ngang, trong đó số đầu tiên là 4, số cuối cùng là 8, & tổng 3 số ở 3 ô liền nhau bất kỳ bằng 17. Hãy tìm 9 số đó.*

**Bài toán 2.8** (Bình, 2022a, 15., p. 11). *Tìm số có 3 chữ số, biết rằng chữ số hàng trăm gấp 4 lần chữ số hàng đơn vị & nếu viết số ấy theo thứ tự ngược lại thì nó giảm đi 594 đơn vị.*

**Bài toán 2.9** (Bình, 2022a, 16., p. 11). *Thay các dấu \* bởi các chữ số thích hợp:  $**** - *** = **$  biết rằng số bị trừ, số trừ & hiệu đều không đổi nếu đọc mỗi số từ phải sang trái.*

**Bài toán 2.10** (Bình, 2022a, 18., p. 11). *Hiệu của 2 số là 4. Nếu tăng 1 số gấp 3 lần, giữ nguyên số kia thì hiệu của chúng bằng 60. Tìm 2 số đó.*

**Bài toán 2.11** (Bình, 2022a, 19., p. 11). *Tìm 2 số, biết rằng tổng của chúng gấp 5 lần hiệu của chúng, tích của chúng gấp 24 lần hiệu của chúng.*

**Bài toán 2.12** (Bình, 2022a, 20., p. 11). *Tìm 2 số, biết rằng tổng của chúng gấp 7 lần hiệu của chúng, còn tích của chúng gấp 192 lần hiệu của chúng.*

**Bài toán 2.13** (Bình, 2022a, 21., p. 11). *Tích của 2 số là 6210. Nếu giảm 1 thừa số đi 7 đơn vị thì tích mới là 5265. Tìm các thừa số của tích.*

**Bài toán 2.14** (Bình, 2022a, 22., p. 11). *Bạn Bảo làm 1 phép nhân, trong đó số nhân là 102. Nhưng khi viết số nhân, bạn đã quên không viết chữ số 0 nên tích bị giảm đi 21870 đơn vị so với tích đúng. Tìm số bị nhân của phép nhân đó.*

**Bài toán 2.15** (Bình, 2022a, 23., p. 11). *1 học sinh nhân 78 với số nhân là số có 2 chữ số, trong đó chữ số hàng chục gấp 3 lần chữ số hàng đơn vị. Do nhầm lẫn bạn đó viết đổi thứ tự 2 chữ số của số nhân, nên tích giảm đi 2808 đơn vị so với tích đúng. Tìm số nhân đúng.*

**Bài toán 2.16** (Bình, 2022a, 24., p. 12). 1 học sinh nhân 1 số với 463. Vì bạn đó viết các chữ số tận cùng của các tích riêng ở cùng 1 cột nên tích bằng 30524. Tìm số bị nhân.

**Bài toán 2.17** (Bình, 2022a, 25., p. 12). Hãy chứng tỏ rằng hiệu sau có thể viết được thành 1 tích của 2 thừa số bằng nhau:  $11111111 - 2222$ .

**Bài toán 2.18** (Bình, 2022a, 26., p. 12). Chỉ ra 2 số khác nhau sao cho nếu nhân mỗi số với 7 thì ta được kết quả là các số gồm toàn các chữ số 9.

**Bài toán 2.19** (Bình, 2022a, 27\*, p. 12). Tìm kết quả của phép nhân sau:  $\underbrace{3 \dots 3}_{50 \text{ chữ số}} \cdot \underbrace{3 \dots 3}_{50 \text{ chữ số}}$ .

**Bài toán 2.20** (Bình, 2022a, 28., p. 12). Chứng minh rằng các số sau có thể viết được thành 1 tích của 2 số tự nhiên liên tiếp: 111222, 444222.

**Bài toán 2.21** (Bình, 2022a, 29., p. 12). Tìm 2 số tự nhiên có thương bằng 35, biết rằng nếu số bị chia tăng thêm 1056 đơn vị thì thương bằng 57.

**Bài toán 2.22** (Bình, 2022a, 30., p. 12). Tìm số bị chia & số chia, biết rằng: Thương bằng 6, số dư bằng 49, tổng của số bị chia, số chia & số dư bằng 595.

**Bài toán 2.23** (Bình, 2022a, 31., p. 12). 1 phép chia có thương bằng 4, số dư bằng 25. Tổng của số bị chia, số chia & số dư bằng 210. Tìm số bị chia & số chia.

**Bài toán 2.24** (Bình, 2022a, 32., p. 12). Trong 1 năm, có ít nhất bao nhiêu ngày chủ nhật? Có nhiều nhất bao nhiêu ngày chủ nhật?

**Bài toán 2.25** (Bình, 2022a, 33., p. 12). Ngày 19/8/2002 vào ngày thứ 2. Tính xem ngày 19/8/1945 vào ngày nào trong tuần?

**Bài toán 2.26** (Bình, 2022a, 34., p. 12). Tìm thương của 1 phép nhân, biết rằng nếu thêm 15 vào số bị chia & thêm 5 vào số chia thì thương & số dư không đổi.

**Bài toán 2.27** (Bình, 2022a, 35., p. 12). Tìm thương của 1 phép chia, biết rằng nếu tăng số bị chia 90 đơn vị, tăng số chia 6 đơn vị thì thương & số dư không đổi.

**Bài toán 2.28** (Bình, 2022a, 36., p. 12). Tìm thương của 1 phép chia, biết rằng nếu tăng số bị chia 73 đơn vị, tăng số chia 4 đơn vị thì thương không đổi, còn số dư tăng 5 đơn vị.

**Bài toán 2.29** (Bình, 2022a, 37., p. 12). Xác định phép chia, biết rằng số bị chia, số chia, thương & số dư là 4 số trong các số sau: (a) 3, 4, 16, 64, 256, 772. (b) 2, 3, 9, 27, 81, 243, 567.

**Bài toán 2.30** (Bình, 2022a, 38., pp. 12–13). Khi chia 1 số tự nhiên gồm 3 chữ số như nhau cho 1 số tự nhiên gồm 3 chữ số như nhau, ta được thương là 2 & còn dư. Nếu xóa 1 chữ số ở số bị chia & xóa 1 chữ số ở số chia thì thương của phép chia vẫn bằng 3 nhưng số dư giảm hơn trước là 100. Tìm số bị chia & số chia lúc đầu.

**Bài toán 2.31** (Bình, 2022a, 39., p. 13). Trong 1 phép chia có dư, số bị chia gồm 4 chữ số như nhau, số chia gồm 3 chữ số như nhau, thương bằng 13 & còn dư. Nếu xóa 1 chữ số ở số bị chia, xóa 1 chữ số ở số chia thì thương không đổi, còn số dư giảm hơn trước là 100 đơn vị. Tìm số bị chia & số chia lúc đầu.

**Bài toán 2.32** (Bình, 2022a, 40., p. 13). Tính:

$$(a) 4^{10} \cdot 8^{15}; (b) 4^{15} \cdot 5^{30}; (c) 27^{16} : 9^{10}; (d) A = \frac{72^3 \times 54^2}{108^4}; (e) B = \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}.$$

**Bài toán 2.33** (Bình, 2022a, 41., p. 13). Tính giá trị của các biểu thức:

$$(a) \frac{2^{10} \cdot 13 + 2^{10} \cdot 65}{2^8 \cdot 104};$$

$$(b) (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) \cdot (65 \cdot 111 - 13 \cdot 15 \cdot 37).$$

Biểu thức câu (b) có thể viết gọn hơn như sau:  $\left(\sum_{i=1}^{100} i\right) \left(\sum_{i=1}^{10} i^2\right) \cdot (65 \cdot 111 - 13 \cdot 15 \cdot 37)$ , hoặc gọn hơn nữa (vì 2 tổng  $\sum$  có cùng chỉ số chạy  $i$  nên được hiểu ngầm là rời nhau chứ không phải lồng vào nhau):  $\left(\sum_{i=1}^{100} i \sum_{i=1}^{10} i^2\right) \cdot (65 \cdot 111 - 13 \cdot 15 \cdot 37)$ .

**Bài toán 2.34** (Bình, 2022a, 42., p. 13). Tìm  $x \in \mathbb{N}$ , biết rằng: (a)  $2^x \cdot 4 = 128$ ; (b)  $x^{15} = x$ ; (c)  $(2x + 1)^3 = 125$ ; (d)  $(x - 5)^4 = (x - 5)^6$ .

**Bài toán 2.35** (Bình, 2022a, 43., p. 13). Cho  $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{100} = \sum_{i=1}^{100} 3^i$ . Tìm  $n \in \mathbb{N}$ , biết rằng  $2A + 3 = 3^n$ .

**Bài toán 2.36** (Bình, 2022a, 44., p. 13). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng bình phương của chữ số hàng chục bằng tích của 2 chữ số kia & số tự nhiên đó trừ đi số gồm 3 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại bằng 495.

**Bài toán 2.37** (Bình, 2022a, 45., p. 13). Tính nhanh: (a)  $19 \cdot 64 + 76 \cdot 34$ ; (b)  $35 \cdot 12 + 65 \cdot 13$ ; (c)  $136 \cdot 68 + 16 \cdot 272$ ; (d)  $(2 + 4 + 6 + \cdots + 100) \cdot (36 \cdot 333 - 108 \cdot 111) = \left(\sum_{i=1}^{50} 2i\right) \cdot (36 \cdot 333 - 108 \cdot 111)$ ; (e)  $19991999 \cdot 1998 - 19981998 \cdot 1999$ .

**Bài toán 2.38** (Bình, 2022a, 46., pp. 13–14). Không tính cụ thể các giá trị của  $A$  &  $B$ , hãy cho biết số nào lớn hơn & lớn hơn bao nhiêu? (a)  $A = 1998 \cdot 1998$ ,  $B = 1996 \cdot 2000$ . (b)  $A = 2000 \cdot 2000$ ,  $B = 1990 \cdot 2010$ . (c)  $A = 25 \cdot 33 - 10$ ,  $B = 31 \cdot 26 + 10$ . (d)  $A = 32 \cdot 53 - 31$ ,  $B = 53 \cdot 31 + 32$ .

Bài toán trên có thể được tổng quát như sau:

**Bài toán 2.39.** Cho  $n, k \in \mathbb{N}^*$ . Không tính cụ thể các giá trị của  $A_i$  &  $B_i$ ,  $i = 1, 2$ , hãy cho biết số nào lớn hơn & lớn hơn bao nhiêu? (a)  $A_1 = n \cdot n = n^2$ ,  $B_1 = (n - k)(n + k)$ . (b)  $A_2 = n^3$ ,  $B_2 = (n - k)n(n + k)$ .

*Giải.* (a) Khai triển  $B_1$  hoặc dùng hằng đẳng thức đáng nhớ  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ,  $\forall a, b \in \mathbb{R}$ , ta có  $B_1 = (n - k)(n + k) = n^2 + nk - kn - k^2 = n^2 - k^2 = A_1 - k^2 < A_1$  do  $k \geq 1$ . Vậy  $A_1 > B_1$  & lớn hơn 1 lượng bằng  $k^2$ .

(b) Nhận thấy  $A_2 = nA_1$ ,  $B_2 = nB_1$ , nên  $A_2 - B_2 = n(A_1 - B_1) = nk^2 > 0$ .

Hoàn tất. □

Bài toán trên có thể được tổng quát hơn nữa như sau, ý tưởng giải vẫn là sử dụng nhiều lần hằng đẳng thức  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ,  $\forall a, b \in \mathbb{R}$ , 1 cách thích hợp:

**Bài toán 2.40.** Cho  $m, n, k \in \mathbb{N}^*$ . Không tính cụ thể các giá trị của  $A_i$  &  $B_i$ ,  $i = 1, 2$ , hãy cho biết số nào lớn hơn & lớn hơn bao nhiêu?

(a)  $A_1 = n^{2m}$ ,  $B_1 = (n - mk)(n - (m - 1)k) \cdots (n - k)(n + k) \cdots (n + mk)$ .

(b)  $A_2 = n^{2m+1}$ ,  $B_2 = (n - mk)(n - (m - 1)k) \cdots (n - k)n(n + k) \cdots (n + mk)$ .

Khi  $m = 1$ , bài toán tổng quát này trở thành bài toán trước đó.

**Bài toán 2.41** (Bình, 2022a, 47., p. 14). Tìm thương của phép chia sau mà không tính kết quả cụ thể của số bị chia & số chia:  $\frac{37 \cdot 13 - 13}{24 + 37 \cdot 12}$ .

**Bài toán 2.42** (Bình, 2022a, 48., p. 14). Tính:

$$(a) A = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \cdots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \cdots + 3 - 2 + 1} = \frac{\sum_{i=1}^{101} i}{\sum_{i=1}^{101} (-1)^{i+1} i};$$

$$(b) B = \frac{3737 \cdot 43 - 4343 \cdot 37}{2 + 4 + 6 + \cdots + 100} = \frac{3737 \cdot 43 - 4343 \cdot 37}{\sum_{i=1}^{50} 2i}.$$

**Bài toán 2.43** (Bình, 2022a, 49., p. 14). Vận dụng tính chất các phép tính để tìm các kết quả bằng cách nhanh chóng:

$$(a) 1990 \cdot 1992 \cdot 1998; (b) \frac{1374 \cdot 57 + 687 \cdot 86}{26 \cdot 13 + 74 \cdot 14}; (c) \frac{124 \cdot 237 + 152}{870 + 235 \cdot 122}; (d) \frac{423134 \cdot 846267 - 423133}{846267 \cdot 423133 + 423134}.$$

**Bài toán 2.44** (Bình, 2022a, 50., p. 14). Tìm  $a \in \mathbb{N}$ , biết rằng: (a)  $697 : \frac{15a + 364}{a} = 17$ ; (b)  $92 \cdot 4 - 27 = \frac{a + 350}{a} + 315$ .

**Bài toán 2.45** (Bình, 2022a, 51., p. 14). Tìm  $x \in \mathbb{N}$ , biết rằng:

$$(a) \frac{720}{41 - (2x - 5)} = 2^3 \cdot 5;$$

$$(b) (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \cdots + (x + 100) = \sum_{i=1}^{100} (x + i) = 5750.$$

**Bài toán 2.46** (Bình, 2022a, 52., p. 14). Hãy viết 5 dãy tính có kết quả bằng 100, với 6 chữ số 5 cùng với dấu các phép tính (& dấu ngoặc nếu cần).

**Bài toán 2.47** (Bình, 2022a, 53., p. 14). (a) Hãy viết dãy tính có kết quả bằng 100, với 5 chữ số như nhau cùng với dấu các phép tính (& dấu ngoặc nếu cần). (b) Cũng hỏi như trên với 6 chữ số như nhau.



**Bài toán 2.48** (Bình, 2022a, 54., p. 14). (a) Hãy viết dãy tính có kết quả bằng 1,000,000, với 5 chữ số như nhau cùng với dấu các phép tính (ℳ dấu ngoặc nếu cần). (b) Cũng hỏi như trên với 6 chữ số như nhau.

**Bài toán 2.49** (Bình, 2022a, 55., p. 14). Cho số 123456789. Hãy đặt 1 số dấu “+” ℳ “-” vào giữa các chữ số để kết quả của phép tính bằng 100.

**Bài toán 2.50** (Bình, 2022a, 56., p. 14). Cho số 987654321. Hãy đặt 1 số dấu “+” ℳ “-” vào giữa các chữ số để kết quả của phép tính bằng: (a) 100; (b) 99.

## 2.1 Dấu hiệu chia hết

**Bài toán 2.51** (Bình, 2022a, Ví dụ 9, p. 16). Chứng minh rằng: (a)  $\overline{ab} + \overline{ba} : 11$ ; (b)  $\overline{ab} - \overline{ba} : 9$  với  $a > b$ .

Giả thiết  $a > b$  sẽ không cần thiết khi học phép chia hết của số nguyên ở Chương 2/Chap. 2.

**Bài toán 2.52** (Bình, 2022a, Ví dụ 10, p. 16). Chứng minh rằng nếu  $\overline{ab} + \overline{cd} : 11$  thì  $\overline{abcd} : 11$ .

**Bài toán 2.53** (Bình, 2022a, Ví dụ 11, p. 16). Cho số  $\overline{abc} : 27$ . Chứng minh rằng  $\overline{bca} : 27$ .

**Bài toán 2.54** (Bình, 2022a, 57., p. 16). Có thể chọn được 5 số trong dãy số sau để tổng của chúng bằng 70 không? (a) 1, 2, ..., 30; (b) 1, 3, 5, ..., 27, 29.

**Bài toán 2.55** (Bình, 2022a, 58., p. 16). Cho 9 số: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17. Có thể phân chia được hay không 9 số trên thành 2 nhóm sao cho: (a) Tổng các số thuộc nhóm I gấp đôi tổng các số thuộc nhóm II? (b) Tổng các số thuộc nhóm I bằng tổng các số thuộc nhóm II?

**Bài toán 2.56** (Bình, 2022a, 59., pp. 16–17). (a) Có 3 số tự nhiên nào mà tổng của chúng tận cùng bằng 4, tích của chúng tận cùng bằng 1 hay không? (b) Có tồn tại hay không 4 số tự nhiên mà tổng của chúng ℳ tích của chúng đều là số lẻ?

**Bài toán 2.57** (Bình, 2022a, 60., p. 17). Chứng minh rằng không tồn tại  $a, b, c \in \mathbb{N}$  mà  $abc + a = 333$ ,  $abc + b = 335$ ,  $abc + c = 341$ .

**Bài toán 2.58** (Bình, 2022a, 61., p. 17). (a) Chứng minh rằng nếu viết thêm vào đằng sau 1 số tự nhiên có 2 chữ số số gồm chính 2 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại thì được 1 số chia hết cho 11. (b) Cũng chứng minh như trên đối với số tự nhiên có 3 chữ số.

**Bài toán 2.59** (Bình, 2022a, 62., p. 17). Chứng minh rằng nếu  $\overline{ab} = 2 \cdot \overline{cd}$  thì  $\overline{abcd} : 67$ .

**Bài toán 2.60** (Bình, 2022a, 63., p. 17). Chứng minh rằng: (a)  $\overline{abcabc}$  chia hết cho 7, 11, ℳ 13; (b)  $\overline{abcdef}$  chia hết cho 23 ℳ 29, biết rằng  $\overline{abc} = 2 \cdot \overline{def}$ .

**Bài toán 2.61** (Bình, 2022a, 64., p. 17). Chứng minh rằng nếu  $\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef} : 11$  thì  $\overline{abcdef} : 11$ .

**Bài toán 2.62** (Bình, 2022a, 65., p. 17). (a) Cho  $\overline{abc} + \overline{def} : 37$ . Chứng minh rằng  $\overline{abcdef} : 37$ . (b) Cho  $\overline{abc} - \overline{def} : 7$ . Chứng minh rằng  $\overline{abcdef} : 7$ . (c) Cho 8 số tự nhiên có 3 chữ số. Chứng minh rằng trong 8 số đó, tồn tại 2 số mà khi viết liên tiếp nhau thì tạo thành 1 số có 6 chữ số chia hết cho 7.

**Bài toán 2.63** (Bình, 2022a, 66., p. 17). Tìm chữ số  $a$  biết rằng  $\overline{20a20a20a} : 7$ .

**Bài toán 2.64** (Bình, 2022a, 67., p. 17). Cho 3 chữ số khác nhau ℳ khác 0. Lập tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số gồm cả 3 chữ số ấy. Chứng minh rằng tổng của chúng chia hết cho 6 ℳ 37.

**Bài toán 2.65** (Bình, 2022a, 68., p. 17). Có 2 số tự nhiên  $x, y$  nào mà  $(x + y)(x - y) = 1002$  hay không?

**Bài toán 2.66** (Bình, 2022a, 69., p. 17). Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, sao cho nếu viết nó tiếp sau số 1999 thì ta được 1 số chia hết cho 37.

**Bài toán 2.67** (Bình, 2022a, 70., p. 17). Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Chứng minh rằng: (a)  $(n + 10)(n + 15) : 2$ ; (b)  $n(n + 1)(n + 2)$  chia hết cho 2 ℳ cho 3; (c)  $n(n + 1)(2n + 1)$  chia hết cho 2 ℳ cho 3.

**Bài toán 2.68** (Bình, 2022a, 71., p. 17). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$ , sao cho  $a : b$  ℳ  $b : a$ .

**Bài toán 2.69** (Bình, 2022a, 72., p. 17). 1 học sinh viết các số tự nhiên từ 1 đến  $\overline{abc}$ . Bạn đó phải viết tất cả  $m$  chữ số. Biết rằng  $m : \overline{abc}$ , tìm  $\overline{abc}$ .

**Bài toán 2.70** (Bình, 2022a, 73., p. 18). Cho 9 số tự nhiên viết theo thứ tự giảm dần từ 9 đến 1: 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Có thể đặt được hay không 1 số dấu “+” hoặc “-” vào giữa các số đó để kết quả của phép tính bằng: (a) 5; (b) 6?

**Bài toán 2.71** (Bình, 2022a, 74., p. 18). Cho tổng  $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = \sum_{i=1}^9 i$ . Xóa 2 số bất kỳ rồi thay bằng hiệu của chúng ℳ cứ làm như vậy nhiều lần. Có cách nào làm cho kết quả cuối cùng bằng 0 được hay không?

**Bài toán 2.72** (Bình, 2022a, 75\*, p. 18). Chứng minh rằng tổng các số ghi trên vé xổ số có 6 chữ số mà tổng 3 chữ số đầu bằng tổng 3 chữ số cuối thì chia hết cho 13 (các chữ số đầu có thể bằng 0).



## 2.2 Tính chất chia hết của 1 tổng, 1 hiệu

**Bài toán 2.73** (Bình, 2022a, Ví dụ 12, p. 18). Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, chia hết cho 5 & cho 27 biết rằng 2 chữ số giữa của số đó là 97.

**Bài toán 2.74** (Bình, 2022a, Ví dụ 13, p. 18). 2 số tự nhiên  $a$  &  $2a$  đều có tổng các chữ số bằng  $k$ . Chứng minh rằng  $a : 9$ .

**Bài toán 2.75** (Bình, 2022a, Ví dụ 14, p. 19). Chứng minh rằng số gồm 27 chữ số 1 thì chia hết cho 27.

**Bài toán 2.76** (Bình, 2022a, Ví dụ 15, p. 19). Cho số tự nhiên  $\overline{ab}$  bằng 3 lần tích các chữ số của nó. (a) Chứng minh rằng  $b : a$ . (b) Giả sử  $b = ka$  ( $k \in \mathbb{N}$ ), chứng minh rằng  $k$  là ước của 10. (c) Tìm các số  $\overline{ab}$  nói trên.

**Bài toán 2.77** (Bình, 2022a, Ví dụ 16\*, p. 20). Tìm số tự nhiên có chữ số, biết rằng số đó chia hết cho tích các chữ số của nó.

**Bài toán 2.78** (Bình, 2022a, 76., p. 20). Cho  $A = 13! - 11!$ . (a)  $A$  có chia hết cho 2 hay không? (b)  $A$  có chia hết cho 5 hay không? (c)  $A$  có chia hết cho 155 hay không?

**Bài toán 2.79** (Bình, 2022a, 77., p. 21). Tổng các số tự nhiên từ 1 đến 154, i.e.,  $\sum_{i=1}^{154} i$ , có chia hết cho 2 hay không? Có chia hết cho 5 hay không?

Công thức tính tổng  $n$  số tự nhiên  $\neq 0$  đầu tiên:

$$1 + 2 + \dots + n = \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

**Bài toán 2.80** (Bình, 2022a, 78., p. 21). Cho  $A = 11^9 + 11^8 + \dots + 11 + 1 = \sum_{i=0}^9 11^i$ . Chứng minh rằng  $A : 5$ .

**Bài toán 2.81** (Bình, 2022a, 79., p. 21). Chứng minh rằng  $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + n + 6 \not\vdots 5$ .

**Bài toán 2.82** (Bình, 2022a, 80., p. 21). Trong các số tự nhiên  $< 1000$ , có bao nhiêu số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5?

**Bài toán 2.83** (Bình, 2022a, 81., p. 21). Tìm các số tự nhiên chia cho 4 thì dư 1, còn chia cho 25 thì dư 3.

**Bài toán 2.84** (Bình, 2022a, 82., p. 21). Tìm các số tự nhiên chia cho 3 thì dư 3, chia cho 125 thì dư 12.

**Bài toán 2.85** (Bình, 2022a, 83., p. 21). Có phép trừ 2 số tự nhiên nào mà số trừ gấp 3 lần hiệu & số bị trừ bằng 1030 hay không?

**Bài toán 2.86** (Bình, 2022a, 84., p. 21). Điền các chữ số thích hợp vào dấu \*, sao cho: (a)  $\overline{521*} : 8$ ; (b)  $\overline{2*8*7} : 9$ , biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng nghìn là 2.

**Bài toán 2.87** (Bình, 2022a, 85., p. 21). Tìm các chữ số  $a, b$ , sao cho: (a)  $a - b = 4$  &  $\overline{7a5b1} : 3$ . (b)  $a - b = 6$  &  $\overline{4a7 + 1b5} : 9$ .

**Bài toán 2.88** (Bình, 2022a, 86., p. 21). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, chia hết cho 5 & 9, biết rằng chữ số hàng chục bằng trung bình cộng của 2 chữ số kia.

**Bài toán 2.89** (Bình, 2022a, 87., p. 21). Tìm 2 số tự nhiên chia hết cho 9, biết rằng: (a) Tổng của chúng bằng  $\overline{*657}$  & hiệu của chúng bằng  $\overline{5*91}$ ; (b) Tổng của chúng bằng  $\overline{513*}$  & số lớn gấp đôi số nhỏ.

**Bài toán 2.90** (Bình, 2022a, 88., p. 21). Bạn An làm phép tính trừ trong đó số bị trừ là số có 3 chữ số, số trừ là số gồm chính 3 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại. An tính được hiệu bằng 188. Hãy chứng tỏ rằng An đã tính sai.

**Bài toán 2.91** (Bình, 2022a, 89., p. 21). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, chia hết cho 45, biết rằng hiệu giữa số đó & số gồm chính 3 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại bằng 297.

**Bài toán 2.92** (Bình, 2022a, 90., p. 21). Chứng minh rằng: (a)  $10^{28} : 72$ ; (b)  $8^8 + 2^{20} : 17$ .

**Bài toán 2.93** (Bình, 2022a, 91., p. 21). (a) Cho  $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60} = \sum_{i=1}^{60} 2^i$ . Chứng minh rằng  $A$  chia hết cho 3, 7, & 15. (b) Cho  $B = 3 + 3^3 + 3^5 + \dots + 3^{1991}$ . Chứng minh rằng  $B$  chia hết cho 13 & 41.

**Bài toán 2.94** (Bình, 2022a, 92., p. 22). Chứng minh rằng: (a)  $2n + \underbrace{1\dots 1}_{n \text{ chữ số}} : 3$ ; (b)  $10^n + 18n - 1 : 27$ ; (c)  $10^n + 72n - 1 : 81$ .

**Bài toán 2.95** (Bình, 2022a, 93., p. 22). Chứng minh rằng: (a) Số gồm 81 chữ số 1 thì chia hết cho 81; (b) Số gồm 27 nhóm chữ số 10 thì chia hết cho 27.

**Bài toán 2.96** (Bình, 2022a, 94., p. 22). 2 số tự nhiên  $a$  &  $4a$  có tổng các chữ số bằng nhau. Chứng minh rằng  $a : 3$ .

**Bài toán 2.97** (Bình, 2022a, 95\*, p. 22). (a) Tổng các chữ số của  $3^{100}$  viết trong hệ thập phân có thể bằng 459 hay không? (b) Tổng các chữ số của  $3^{1000}$  là  $A$ , tổng các chữ số của  $A$  là  $B$ , tổng các chữ số của  $B$  là  $C$ . Tính  $C$ .

**Bài toán 2.98** (Bình, 2022a, 96., p. 22). Cho 2 số tự nhiên  $a$  &  $b$  tùy ý có số dư trong phép chia cho 9 theo thứ tự là  $r_1$  &  $r_2$ . Chứng minh rằng  $r_1 r_2$  &  $ab$  có cùng số dư trong phép chia cho 9.

**Bài toán 2.99** (Bình, 2022a, 97., p. 22). 1 số tự nhiên chia hết cho 4 có 3 chữ số đều chẵn, khác nhau & khác 0. Chứng minh rằng tồn tại cách đổi vị trí các chữ số để được 1 số mới chia hết cho 4.

**Bài toán 2.100** (Bình, 2022a, 98\*, p. 22). Tìm số  $\overline{abcd}$ , biết rằng số đó chia hết cho tích các số  $\overline{ab}$  &  $\overline{cd}$ , i.e.,  $\overline{abcd} : \overline{ab} \cdot \overline{cd}$ .

**Bài toán 2.101** (Bình, 2022a, 99\*, p. 22). Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng số đó bằng 45 lần tích các chữ số của nó.

**Bài toán 2.102** (Bình, 2022a, 100., p. 22). 1 cửa hàng có 6 hòm hàng với khối lượng 316kg, 327kg, 336kg, 338kg, 349kg, 351kg. Cửa hàng đó đã bán 5 hòm, trong đó khối lượng hàng bán buổi sáng gấp 4 lần khối lượng hàng bán buổi chiều. Hỏi hòm còn lại là hòm nào?

**Bài toán 2.103** (Bình, 2022a, 101., p. 22). Từ 4 chữ số 1, 2, 3, 4, lập tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số gồm cả 4 chữ số ấy. Trong các số đó, có tồn tại 2 số nào mà 1 số chia hết cho số còn lại hay không?

**Bài toán 2.104** (Bình, 2022a, 102\*, p. 22). Chứng minh rằng trong tất cả các số tự nhiên khác nhau có 7 chữ số lập bởi cả 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, không có 2 số nào mà 1 số chia hết cho số còn lại.

**Bài toán 2.105** (Bình, 2022a, Ví dụ 18, p. 23). Tìm số nguyên tố  $p$ , sao cho  $p + 2$  &  $p + 4$  cũng là các số nguyên tố.

*Hint.* Xét tính chia hết cho 3 của  $p$  (i.e., xét đồng dư/modulo 3). □

**Bài toán 2.106** (Bình, 2022a, Ví dụ 19, p. 23). 1 số nguyên tố  $p$  chia cho 42 có số dư  $r$  là hợp số. Tìm số dư  $r$ .

**Bài toán 2.107** (Bình, 2022a, 103., p. 24). Ta biết rằng có 25 số nguyên tố  $< 100$ . Tổng của 25 số nguyên tố đó là số chẵn hay số lẻ?

**Bài toán 2.108** (Bình, 2022a, 104., p. 24). Tổng của 3 số nguyên tố bằng 1012. Tìm số nhỏ nhất trong 3 số nguyên tố đó.

**Bài toán 2.109** (Bình, 2022a, 105., p. 24). Tìm 4 số nguyên tố liên tiếp, sao cho tổng của chúng là số nguyên tố.

**Bài toán 2.110** (Bình, 2022a, 106., p. 24). Tổng của 2 số nguyên tố có thể bằng 2003 hay không?

**Bài toán 2.111** (Bình, 2022a, 107., p. 24). Tìm 2 số tự nhiên, sao cho tổng & tích của chúng đều là số nguyên tố.

**Bài toán 2.112** (Bình, 2022a, 108., p. 24). Các số sau là số nguyên tố hay hợp số? (a)  $A = \underbrace{1 \dots 1}_{2001's}$ ; (b)  $B = \underbrace{1 \dots 1}_{2000's}$ ; (c)  $C = 1010101$ ; (d)  $D = 1112111$ ; (e)  $E = 1! + 2! + \dots + 100! = \sum_{i=1}^{100} i!$ ; (f)  $F = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 - 28$ ; (g)  $G = 311141111$ .

**Bài toán 2.113** (Bình, 2022a, 109., p. 24). Tìm số nguyên tố có 3 chữ số, biết rằng nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì ta được 1 số là lập phương của 1 số tự nhiên.

**Bài toán 2.114** (Bình, 2022a, 110., p. 24). Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, chữ số hàng nghìn bằng chữ số hàng đơn vị, chữ số hàng trăm bằng chữ số hàng chục & số đó viết được dưới dạng tích của 3 số nguyên tố liên tiếp.

**Bài toán 2.115** (Bình, 2022a, 111., p. 24). Tìm số nguyên tố  $p$ , sao cho các số sau cũng là số nguyên tố: (a)  $p + 2$  &  $p + 10$ ; (b)  $p + 10$  &  $p + 20$ ; (c)  $p + 2$ ,  $p + 6$ ,  $p + 8$ ,  $p + 12$ ,  $p + 14$ .

**Bài toán 2.116** (Bình, 2022a, 112., p. 24). Tìm số nguyên tố, biết rằng số đó bằng tổng của 2 số nguyên tố & bằng hiệu của 2 số nguyên tố.

**Bài toán 2.117** (Bình, 2022a, 113\*, p. 24). Cho 3 số nguyên tố  $> 3$ , trong đó số sau lớn hơn số trước là  $d$  đơn vị. Chứng minh rằng  $d : 6$ .

**Định nghĩa 2.1** (2 số nguyên tố sinh đôi). 2 số nguyên tố gọi là sinh đôi nếu chúng là 2 số nguyên tố lẻ liên tiếp.

**Bài toán 2.118** (Bình, 2022a, 114., p. 24). Chứng minh rằng 1 số tự nhiên  $> 3$  nằm giữa 2 số nguyên tố sinh đôi thì chia hết cho 6.

**Bài toán 2.119** (Bình, 2022a, 115., p. 24). Cho  $p$  là số nguyên tố  $> 3$ . Biết  $p + 2$  cũng là số nguyên tố. Chứng minh rằng  $p + 1 : 6$ .

**Bài toán 2.120** (Bình, 2022a, 116., p. 25). Cho  $p$  &  $p + 4$  là các số nguyên tố ( $p > 3$ ). Chứng minh rằng  $p + 8$  là hợp số.

**Bài toán 2.121** (Bình, 2022a, 117., p. 25). Cho  $p$  &  $8p - 1$  là các số nguyên tố. Chứng minh rằng  $8p + 1$  là hợp số.

**Bài toán 2.122** (Bình, 2022a, 118., p. 25, Ngày sinh của bạn). 1 ngày đầu năm 2002, Huy viết thư hỏi ngày sinh của Long & nhận được thư trả lời: “Mình sinh ngày  $a$ , tháng  $b$ , năm  $1900 + c$  & đến nay  $d$  tuổi. Biết rằng  $abcd = 59007$ .” Huy đã tính được ngày sinh của Long & kịp viết thư mừng sinh nhật bạn. Hỏi Long sinh ngày nào?

**Bài toán 2.123** (Bình, 2022a, 119., p. 25). 1 số nguyên tố chia cho 30 có số dư là  $r$ . Tìm  $r$  biết rằng  $r$  không là số nguyên tố.

**Bài toán 2.124** (Bình, 2022a, 120., p. 25). Chứng minh rằng: (a) Số 17 không viết được dưới dạng tổng của 3 hợp số khác nhau. (b\*) Mọi số lẻ  $> 17$  đều viết được dưới dạng tổng của 3 hợp số khác nhau.

“Bằng cách phân tích 1 số ra thừa số nguyên tố, ta có thể dễ dàng tìm được ước (ước số) của số đó.” – Bình, 2022a, §6, p. 25

**Bài toán 2.125** (Bình, 2022a, Ví dụ 20, p. 25). Tìm số chia & thương của 1 phép chia có số bị chia bằng 145, số dư bằng 12 biết rằng thương khác 1 (số chia & thương là các số tự nhiên).

**Bài toán 2.126** (Bình, 2022a, Ví dụ 21\*, p. 26). Hãy viết số 108 dưới dạng tổng các số tự nhiên liên tiếp  $> 0$ .

**Bài toán 2.127** (Bình, 2022a, 121., p. 26). Tìm  $x, y \in \mathbb{N}$ , sao cho: (a)  $(2x + 1)(y - 3) = 10$ ; (b)  $(3x - 2)(2y - 3) = 1$ ; (c)  $(x + 1)(2y - 1) = 12$ ; (d)  $x + 6 = y(x - 1)$ ; (e)  $x - 3 = y(x + 2)$ .

**Bài toán 2.128** (Bình, 2022a, 122., p. 26). 1 phép chia số tự nhiên có số bị chia bằng 3193. Tìm số chia & thương của phép chia đó, biết rằng số chia có 2 chữ số.

**Bài toán 2.129** (Bình, 2022a, 123., p. 26). Tìm số chia của 1 phép chia, biết rằng: Số bị chia bằng 236, số dư bằng 15, số chia là số tự nhiên có 2 chữ số.

**Bài toán 2.130** (Bình, 2022a, 124., p. 27). Tìm ước của 161 trong  $[50, 150]$ .

**Bài toán 2.131** (Bình, 2022a, 125., p. 27). Tìm 2 số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 600.

**Bài toán 2.132** (Bình, 2022a, 126., p. 27). Tìm 3 số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 2730.

**Bài toán 2.133** (Bình, 2022a, 127., p. 27). Tìm 3 số lẻ liên tiếp có tích bằng 12075.

**Bài toán 2.134** (Bình, 2022a, 128., p. 27). 1 tờ hóa đơn bị dây mực, chỗ dây mực biểu thị bởi dấu \*. Hãy phục hồi lại các chữ số bị dây mực (dấu \* thay cho 1 hoặc nhiều chữ số).

Giá mua 1 hộp bút	3200 đồng
Giá bán 1 hộp bút	*00 đồng
Số hộp bút đã bán	* chiếc
Thành tiền	107300 đồng

**Bài toán 2.135** (Bình, 2022a, 129., p. 27). Tìm  $n \in \mathbb{N}$ , biết rằng:  $\sum_{i=1}^n i = 820$ .

**Bài toán 2.136** (Bình, 2022a, 130\*, p. 27). Hãy viết số 100 dưới dạng tổng các số lẻ liên tiếp.

**Bài toán 2.137** (Bình, 2022a, 131., p. 27, Số nhà của bạn). Tân & Hùng gặp nhau trong hội nghị học sinh giỏi toán. Tân hỏi số nhà Hùng, Hùng trả lời: “Nhà mình ở chính giữa đoạn phố, đoạn phố ấy có tổng các số nhà bằng 161.” Nghĩ 1 chút, Tân nói: “Bạn ở số nhà 23 chứ gì!” Hỏi Tân đã tìm ra như thế nào?

**Bài toán 2.138** (Bình, 2022a, 133., p. 27). Tìm  $n \in \mathbb{N}$ , sao cho: (a)  $n + 4 : n + 1$ ; (b)  $n^2 + 4 : n + 2$ ; (c)  $13n : n - 1$ .

**Bài toán 2.139** (Bình, 2022a, 134\*, p. 27). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng nó tăng gấp  $n$  lần nếu cộng mỗi chữ số của nó với  $n$  ( $n$  là số tự nhiên, có thể gồm 1 hoặc nhiều chữ số).

## 2.3 Ước & bội

## 2.4 Số nguyên tố. Hợp số

## 2.5 Ước chung & bội chung

## 2.6 Ước chung lớn nhất

**Bài toán 2.140** (Bình, 2022a, Ví dụ 22, p. 28). Tìm  $a \in \mathbb{N}$ , biết rằng 264 chia cho  $a$  dư 24, còn 363 chia cho  $a$  dư 43.

**Bài toán 2.141** (Bình, 2022a, 135., p. 28). Tìm  $a \in \mathbb{N}$ , biết rằng 398 chia cho  $a$  thì dư 38, còn 450 chia cho  $a$  thì dư 18.

**Bài toán 2.142** (Bình, 2022a, 136., p. 28). Tìm  $a \in \mathbb{N}$ , biết rằng 350 chia cho  $a$  thì dư 14, còn 320 chia cho  $a$  thì dư 26.

**Bài toán 2.143** (Bình, 2022a, 137., p. 28). Có 100 quyển vở & 90 bút chì được thưởng đều cho 1 số học sinh, còn lại 4 quyển vở & 18 bút chì không đủ chia đều. Tính số học sinh được thưởng.

**Bài toán 2.144** (Bình, 2022a, 138., p. 29). Phần thưởng cho học sinh của 1 lớp học gồm 128 vở, 48 bút chì, 192 nhãn vở. Có thể chia được nhiều nhất thành bao nhiêu phần thưởng như nhau, mỗi phần thưởng gồm bao nhiêu vở, bút chì, nhãn vở?

**Bài toán 2.145** (Bình, 2022a, 139., p. 29). 3 khối 6, 7, 8 theo thứ tự có 300 học sinh, 276 học sinh, 252 học sinh xếp hàng dọc để diễu hành sao cho số hàng dọc của mỗi khối như nhau. Có thể xếp nhiều nhất thành mấy hàng dọc để mỗi khối đều không có ai lẻ hàng? Khi đó ở mỗi khối có bao nhiêu hàng ngang?

**Bài toán 2.146** (Bình, 2022a, 140., p. 29). Người ta muốn chia 200 bút bi, 240 bút chì, 320 tẩy thành 1 số phần thưởng như nhau. Hỏi có thể chia được nhiều nhất là bao nhiêu phần thưởng, mỗi phần thưởng có bao nhiêu bút bi, bút chì, tẩy?

**Bài toán 2.147** (Bình, 2022a, 141., p. 29). Tìm số chia & thương của 1 phép chia số tự nhiên có số bị chia bằng 9578 & các số dư liên tiếp là 5, 3, 2.

## 2.7 Bội chung nhỏ nhất

**Bài toán 2.148** (Bình, 2022a, Ví dụ 24, p. 29). Tìm số tự nhiên  $a$  nhỏ nhất sao cho chia  $a$  cho 3, cho 5, cho 7 được số dư theo thứ tự là 2, 3, 4.

**Bài toán 2.149** (Bình, 2022a, Ví dụ 25, p. 30). 1 số tự nhiên chia cho 3 thì dư 1, chia cho 4 thì dư 2, chia cho 5 thì dư 3, chia cho 6 thì dư 4, & chia hết cho 13. (a) Tìm số nhỏ nhất có tính chất trên. (b) Tìm dạng chung của tất cả các số có tính chất trên.

**Bài toán 2.150** (Bình, 2022a, 142., p. 30). Tìm các bội chung của 40, 60, 126 & nhỏ hơn 6000.

**Bài toán 2.151** (Bình, 2022a, 143., p. 30). 1 cuộc thi chạy tiếp sức theo vòng tròn gồm nhiều chặng. Biết rằng chu vi đường tròn là 330m, mỗi chặng dài 75m, địa điểm xuất phát & kết thúc cùng 1 chỗ. Hỏi cuộc thi có ít nhất mấy chặng?

**Bài toán 2.152** (Bình, 2022a, 144., p. 30). 3 ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ 1 bến. Thời gian cả đi lẫn về của xe thứ nhất là 40 phút, của xe thứ 2 là 50 phút, của xe thứ 3 là 30 phút. Khi trở về bến, mỗi xe đều nghỉ 10 phút rồi tiếp tục chạy. Hỏi sau ít nhất bao lâu: (a) Xe thứ nhất & xe thứ 2 cùng rời bến? (b) Xe thứ 2 & xe thứ 3 cùng rời bến? (c) Cả 3 xe cùng rời bến?

**Bài toán 2.153** (Bình, 2022a, 145., p. 30). 1 đơn vị bộ đội khi xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15, nhưng xếp hàng 41 thì vừa đủ. Tính số người của đơn vị đó biết rằng số người chưa đến 1000.

**Bài toán 2.154** (Bình, 2022a, 146., p. 30). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, sao cho chia nó cho 17, cho 25 được các số dư theo thứ tự là 8 & 16.

**Bài toán 2.155** (Bình, 2022a, 147., p. 30). Tìm số tự nhiên  $n$  lớn nhất có 3 chữ số, sao cho  $n$  chia cho 8 thì dư 7, chia cho 31 thì dư 28.

**Bài toán 2.156** (Bình, 2022a, 148., p. 31). Tìm số tự nhiên  $< 500$ , sao cho chia nó cho 15, cho 35 được các số dư theo thứ tự là 8 & 13.

**Bài toán 2.157** (Bình, 2022a, 149., p. 31). (a) Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số, sao cho chia nó chia 2, cho 3, cho 4, cho 5, cho 6 ta được các số dư theo thứ tự là 1, 2, 3, 4, 5. (b) Tìm dạng chung của các số tự nhiên  $a$  chia cho 4 thì dư 3, chia cho 5 thì dư 4, chia cho 6 thì dư 5, chia hết cho 13.

**Bài toán 2.158** (Bình, 2022a, 150., p. 31). Tìm các số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 8 dư 6, chia cho 12 dư 10, chia cho 15 dư 13 & chia hết cho 23.

**Bài toán 2.159** (Bình, 2022a, 151., p. 31). *Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 8, 10, 15, 20 theo thứ tự dư 5, 7, 12, 17 & chia hết cho 41.*

**Bài toán 2.160** (Bình, 2022a, 152., p. 31). *Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 5, cho 7, cho 9 có số dư theo thứ tự là 3, 4, 5.*

**Bài toán 2.161** (Bình, 2022a, 153., p. 31). *Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 3, cho 4, cho 5 có số dư theo thứ tự là 1, 3, 1.*

**Bài toán 2.162** (Bình, 2022a, 154., p. 31). *Trên đoạn đường dài 4800m có các cột điện trồng cách nhau 60m, nay trồng lại cách nhau 80m. Hỏi có bao nhiêu cột không phải trồng lại, biết rằng ở cả 2 đầu đoạn đường đều có cột điện?*

**Bài toán 2.163** (Bình, 2022a, 155., p. 31). *3 con tàu cập bến theo lịch như sau: Tàu I cứ 15 ngày thì cập bến, tàu II cứ 20 ngày thì cập bến, tàu III cứ 12 ngày thì cập bến. Lần đầu cả 3 tàu cùng cập bến vào ngày thứ 6. Hỏi sau ít nhất bao lâu, cả 3 tàu lại cùng cập bến vào ngày thứ 6?*

**Bài toán 2.164** (Bình, 2022a, 156., p. 31). *Nếu xếp 1 số sách vào từng túi 10 cuốn thì vừa hết, vào từng túi 12 cuốn thì thừa 2 cuốn, vào từng túi 18 cuốn thì thừa 8 cuốn. Biết rằng số sách trong khoảng từ 715 đến 1000, tính số sách đó.*

**Bài toán 2.165** (Bình, 2022a, 157., p. 31). *2 lớp 6A, 6B cùng thu nhặt 1 số giấy vụn bằng nhau. Trong lớp 6A, 1 bạn thu được 26kg, còn lại mỗi bạn thu 11kg. Trong lớp 6B, 1 bạn thu được 25kg, còn lại mỗi bạn thu 10kg. Tính số học sinh mỗi lớp, biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng từ 200kg đến 300kg.*

**Bài toán 2.166** (Bình, 2022a, 158., p. 31). *1 thiết bị điện tử phát ra tiếng kêu “bíp” sau mỗi 60 giây, 1 thiết bị điện tử khác phát ra tiếng kêu “bíp” sau mỗi 62 giây. Cả 2 thiết bị này đều phát ra tiếng “bíp” lúc 10 giờ sáng. Tính thời điểm để cả 2 cùng phát ra tiếng “bíp” tiếp theo.*

**Bài toán 2.167** (Bình, 2022a, 159., p. 31). *Có 2 chiếc đồng hồ (có kim giờ & kim phút). Trong 1 ngày, chiếc thứ nhất chạy nhanh 2 phút, chiếc thứ 2 chạy chậm 3 phút. Cả 2 đồng hồ được lấy lại theo giờ chính xác. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu lâu, cả 2 đồng hồ lại cùng chỉ giờ chính xác?*

## 3 Số Nguyên

### 3.1 Tập hợp các số nguyên

**Bài toán 3.1** (Bình, 2022a, 160., p. 32). *Điền vào chỗ trống (...) các từ “nhỏ hơn” hoặc “lớn hơn” cho đúng: (a) Mọi số nguyên dương đều ... số 0; (b) Mọi số nguyên âm đều ... số 0; (c) Mỗi số nguyên dương đều ... mọi số nguyên âm; (d) Trong 2 số nguyên dương, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy ... (e) Trong 2 số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy ...*

**Bài toán 3.2** (Bình, 2022a, 163., p. 32). *Cho  $a \in \mathbb{Z}$ . Hãy điền vào chỗ trống các dấu  $\geq, \leq, >, <, =$  để các khẳng định sau là đúng: (a)  $|a| \dots a, \forall a$ ; (b)  $|a| \dots 0, \forall a$ ; (c) Nếu  $a > 0$  thì  $a \dots |a|$ ; (d) Nếu  $a = 0$  thì  $a \dots |a|$ ; (e) Nếu  $a < 0$  thì  $a \dots |a|$ .*

**Bài toán 3.3** (Bình, 2022a, 164., p. 32). *Các khẳng định sau có đúng  $\forall a, b \in \mathbb{Z}$  không? Cho ví dụ. (a)  $|a| = |b| \Rightarrow a = b$ ; (b)  $a > b \Rightarrow |a| > |b|$ .*

### 3.2 Phép cộng & phép trừ số nguyên

**Bài toán 3.4** (Bình, 2022a, Ví dụ 26, p. 33). *Tìm  $x \in \mathbb{Z}$ , biết rằng  $10 + 10 + 9 + 8 + \dots + x$ , trong đó vế phải là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự giảm dần.*

**Bài toán 3.5** (Bình, 2022a, 166., p. 33). *Điền vào chỗ trống cho đúng: (a) Số đối của 1 số nguyên âm là 1 số ... (b) 2 số nguyên đối nhau thì có giá trị tuyệt đối ... (c) 2 số nguyên có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì ... (d) Số ... thì nhỏ hơn số đối của nó; (e) Nếu  $a \dots$  thì  $-a > 0$ ; (f) Nếu  $a < 0$  thì  $|a| = \dots$  (g) Nếu  $a < 0$  thì  $a + |a| = \dots$*

**Bài toán 3.6** (Bình, 2022a, 168., p. 33). *Cho bảng vuông  $3 \times 3$  ô. Có thể điền được hay không 9 số nguyên vào 9 ô của bảng sao cho tổng các số ở 3 dòng lần lượt bằng 5, -3, 2 & tổng các số ở 3 cột lần lượt bằng -1, 2, 2?*

**Bài toán 3.7** (Bình, 2022a, 169., p. 33). *(a) Có 10 ô liên tiếp trong đó ô đầu tiên ghi số 6, ô thứ 8 ghi số -4. Hãy điền số vào các ô trống để tổng 3 số ở 3 ô liên nhau bằng 0. (b) 1 bảng vuông  $4 \times 4$  ô có 2 ô ở góc trên ghi số -3 & 2. Hãy điền số vào các ô còn lại, sao cho tổng 2 số ở 2 ô liên nhau thì bằng nhau (2 ô liên nhau là 2 ô có 1 cạnh chung).*

**Bài toán 3.8** (Bình, 2022a, 170., p. 33). *Tìm  $x \in \mathbb{Z}$ , biết rằng  $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + 19 + 20 = \sum_{i=x}^{20} i = 20$ , trong đó vế trái là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự tăng dần.*

**Bài toán 3.9** (Bình, 2022a, 171., p. 33). *Tìm các số nguyên  $a$ , sao cho: (a)  $a > -a$ ; (b)  $a = -a$ ; (c)  $a < -a$*



**Bài toán 3.10** (Bình, 2022a, 172., p. 33). Tìm  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  biết rằng:  $a + b = 11$ ,  $b + c = 3$ ,  $c + a = 2$ .

Tổng quát hơn,

**Bài toán 3.11.** Tìm  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  biết rằng:  $a + b = A$ ,  $b + c = B$ ,  $c + a = C$ , với  $A, B, C \in \mathbb{Z}$ .

**Bài toán 3.12** (Bình, 2022a, 173., p. 33). Tìm  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  biết rằng:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 1, \\ a + c + d = 2, \\ a + b + d = 3, \\ a + b + c = 4. \end{cases}$$

**Bài toán 3.13** (Bình, 2022a, 174., p. 33). Cho

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{50} x_i = 0, \\ x_i + x_{i+1} = 1, \quad i = 1, \dots, 50. \end{cases}$$

Tính  $x_{50}$ .

### 3.3 Quy tắc dấu ngoặc

### 3.4 Quy tắc chuyển vế

### 3.5 Phép nhân & phép chia hết 2 số nguyên

**Bài toán 3.14** (Bình, 2022a, Ví dụ 27, p. 34). Viết 9 số nguyên khác 0 vào 1 bảng vuông  $3 \times 3$ . Biết rằng tích các số ở mỗi dòng đều là số âm. Chứng minh rằng luôn luôn tồn tại 1 cột mà tích các số trong cột ấy là số âm.

**Bài toán 3.15** (Bình, 2022a, Ví dụ 28, p. 34). Thay các dấu  $*$  trong biểu thức  $1 * 2 * 3$  bằng dấu các phép tính cộng, trừ, nhân & thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất; số nhỏ nhất.

**Bài toán 3.16** (Bình, 2022a, 175., p. 34). Thực hiện các phép tính sau 1 cách nhanh chóng: (a)  $(-14) \cdot (-125) \cdot 3 \cdot (-8)$ ; (b)  $(-127) \cdot 57 + (-127) \cdot 43$ ; (c)  $(-13) \cdot 34 - 87 \cdot 34$ ; (d)  $(-25) \cdot 68 + (-34) \cdot (-250)$ ; (e)  $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100 = \sum_{i=1}^{100} (-1)^{i+1} i$ ; (f)  $B = 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399$ ; (g)  $C = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + \dots + 97 - 98 - 99 + 100$ ; (h)  $D = 2^{100} - 2^{99} - 2^{98} - \dots - 2^2 - 2 - 1 = 2^{100} - \sum_{i=0}^{99} 2^i$ .

**Bài toán 3.17** (Bình, 2022a, 176., p. 34). Thay các dấu  $*$  trong biểu thức  $1 * 2 * 3 * 4$  bằng dấu các phép tính cộng, trừ, nhân & thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất; số nhỏ nhất.

**Bài toán 3.18** (Bình, 2022a, 178., p. 34). Cho dãy số  $a_1, \dots, a_{100}$  trong đó  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = -1$ ,  $a_k = a_{k-2} \cdot a_{k-1}$  ( $k \in \mathbb{N}$ ,  $k \geq 3$ ). Tính  $a_{100}$ .

**Bài toán 3.19** (Bình, 2022a, Ví dụ 29, p. 36). Số 36 chia cho  $a \in \mathbb{Z}$  rồi trừ đi  $a$ . Lấy kết quả này chia cho  $a$  rồi trừ đi  $a$ . Lại lấy kết quả này chia cho  $a$  rồi trừ đi  $a$ . Cuối cùng ta được số  $-a$ . Tìm  $a$ .

**Bài toán 3.20** (Bình, 2022a, 179., p. 36). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$ , biết rằng: (a)  $(x+2)(y-3) = 5$ ; (b)  $(x+1)(xy-1) = 3$ .

**Bài toán 3.21** (Bình, 2022a, 180., p. 36). Tính tổng  $A+B$  biết rằng  $A$  là tổng các số nguyên âm lẻ có 2 chữ số,  $B$  là tổng các số nguyên dương chẵn có 2 chữ số.

**Bài toán 3.22** (Bình, 2022a, 181., p. 36). Cho  $A = 2 - 5 + 8 - 11 + 14 - 17 + \dots + 98 - 101$ . (a) Viết dạng tổng quát của số hạng thứ  $n$  của  $A$ ; 1. Tính giá trị của biểu thức  $A$ .

**Bài toán 3.23** (Bình, 2022a, 182., p. 36). Cho  $A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - \dots - 99 - 100$ . (a)  $A$  có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 hay không? (b)  $A$  có bao nhiêu ước nguyên, có bao nhiêu ước tự nhiên?

**Bài toán 3.24** (Bình, 2022a, 183., p. 36). Cho dãy số  $1; -3; 5; -7; 9; -11; 13; -15; 17; -19$ . Có thể tìm được hay không 5 số trong các số trên, sao cho đặt dấu “+” hoặc “-” nối các số đó với nhau, ta được kết quả bằng: (a) 15; (b) 20?

**Bài toán 3.25** (Bình, 2022a, 184., p. 36). Thay các dấu  $*$  trong biểu thức  $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9$  bởi các dấu “+” hoặc “-” để giá trị của biểu thức bằng: (a)  $-13$ ; (b)  $-4$ .

**Bài toán 3.26** (Bình, 2022a, 185., p. 36). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$ , sao cho: (a)  $n + 5 : n - 2$ ; (b)  $2n + 1 : n - 5$ ; (c)  $n^2 + 3n - 13 : n + 3$ ; (d)  $n^2 + 3 : n - 1$ .



## 3.6 Chuyên Đề

### 3.6.1 Điền Chữ Số

“Các bài toán về điền chữ số không chỉ yêu cầu kỹ năng tính toán đúng mà còn đòi hỏi cả lập luận chính xác & hợp lý.” – Bình, 2022a, p. 38

**Bài toán 3.27** (Bình, 2022a, Ví dụ 30, p. 38). Thay các chữ bởi các chữ số thích hợp:  $\overline{abc} + \overline{acb} = \overline{bca}$ .

**Bài toán 3.28** (Bình, 2022a, Ví dụ 31, p. 38). Tìm các chữ số  $a, b, c$ , biết rằng tổng  $a + b + c$  bằng tổng của 4 số chẵn liên tiếp & các chữ số  $a, b, c$  thỏa mãn cả 2 phép trừ sau:  $\overline{abc} - \overline{cba} = 99$ ;  $\overline{bac} - \overline{abc} = 270$ .

**Bài toán 3.29** (Bình, 2022a, Ví dụ 33, p. 38). Thay các chữ  $a, b, c$  bằng các chữ số khác nhau thích hợp trong phép nhân sau:  $\overline{ab} \cdot \overline{cc} \cdot \overline{abc} = \overline{abcabc}$ .

**Bài toán 3.30** (Bình, 2022a, Ví dụ 34, p. 38). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng trong 2 cách viết: viết thêm chữ số 5 vào đằng sau số đó hoặc viết thêm chữ số 1 vào đằng trước số đó thì cách viết thứ nhất cho số lớn gấp 5 lần so với cách viết thứ 2.

**Bài toán 3.31** (Bình, 2022a, Ví dụ 35, p. 38). Điền các chữ số thích hợp vào các chữ trong phép nhân sau:  $\overline{2abcdmn} = \overline{cdmna b}$ .

**Bài toán 3.32** (Bình, 2022a, Ví dụ 36, p. 38). Điền các chữ số thích hợp vào các dấu  $*$  trong phép nhân sau:  $*** \cdot *** = ***$  biết rằng cả 2 thừa số đều chẵn & tích là số có 3 chữ số như nhau.

**Bài toán 3.33** (Bình, 2022a, Ví dụ 37, p. 38). Tìm các chữ số  $a, b$ , biết rằng:  $900 : (a + b) = \overline{ab}$ .

**Bài toán 3.34** (Bình, 2022a, Ví dụ 38\*, p. 38). Chứng minh rằng không thể thay các chữ bằng các chữ số để có phép tính đúng: (a)  $\text{HQC VUI} - \text{VUI HQC} = 1991$ ; (b)  $\text{TOÁN} + \text{LÍ} + \text{SỬ} + \text{VẼ} = 1992$ .

Thay các dấu  $*$  & các chữ bởi các chữ số thích hợp:

**Bài toán 3.35** (Bình, 2022a, 186., p. 42).  $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$ .

**Bài toán 3.36** (Bình, 2022a, 187., p. 42). (a)  $\overline{abc} + \overline{ab} + a = 874$ ; (b)  $\overline{abc} + \overline{ab} + a = 1037$ .

**Bài toán 3.37** (Bình, 2022a, 188., p. 42). (a)  $\overline{acc} \cdot b = \overline{dba}$  biết  $a$  là chữ số lẻ; (b)  $\overline{ac} \cdot \overline{ac} = \overline{acc}$ ; (c)  $\overline{ab} \cdot \overline{ab} = \overline{acc}$ ;

**Bài toán 3.38** (Bình, 2022a, 189., p. 42). (a)  $\overline{1bac} \cdot 2 = \overline{abc8}$ ; (b)  $\overline{ab} = 9b$ .

**Bài toán 3.39** (Bình, 2022a, 190., p. 42).  $\overline{4abcdef} = \overline{fabcde}$  &  $\overline{abcde} + f = 15930$ .

**Bài toán 3.40** (Bình, 2022a, 191., p. 42).  $\overline{abc} - \overline{ca} = \overline{ca} - \overline{ac}$ .

**Bài toán 3.41** (Bình, 2022a, 192., p. 42).  $\overline{abcd} + \overline{abc} = 3576$ .

**Bài toán 3.42** (Bình, 2022a, 193., p. 42).  $\overline{abcd0} - \overline{abcd} = \overline{3462*}$ .

**Bài toán 3.43** (Bình, 2022a, 195., p. 42).  $\overline{ab} \cdot b = \overline{1ab}$ .

**Bài toán 3.44** (Bình, 2022a, 196., p. 42).  $\overline{260abc} : \overline{abc} = 626$ .

**Bài toán 3.45** (Bình, 2022a, 198., p. 43). (a)  $\overline{ab} \cdot \overline{cb} = \overline{ddd}$ . (b)  $*** \cdot *** = ***$  biết tích là số có 3 chữ số như nhau.

**Bài toán 3.46** (Bình, 2022a, 199., p. 43).  $\overline{6abcdef} = \overline{defabc}$ .

**Bài toán 3.47** (Bình, 2022a, 200., p. 43).  $20** : 13 = **7$ .

**Bài toán 3.48** (Bình, 2022a, 202., p. 43).  $\overline{abc} : 11 = a + b + c$ .

**Bài toán 3.49** (Bình, 2022a, 203., p. 43).  $(\overline{ab} + \overline{cd})(\overline{ab} - \overline{cd}) = 2002$ .

**Bài toán 3.50** (Bình, 2022a, 204., p. 43). Tìm chữ số  $a$  & số tự nhiên  $x$ , sao cho:  $(12 + 3x)^2 = \overline{1a96}$ .

**Bài toán 3.51** (Bình, 2022a, 205., p. 43). Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 7 vào đằng trước số đó thì được 1 số lớn gấp 4 lần so với số có được bằng cách viết thêm chữ số 7 vào sau số đó.

**Bài toán 3.52** (Bình, 2022a, 206., p. 43). Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, biết rằng nếu viết thêm 1 chữ số 2 vào bên phải & 1 chữ số 2 vào bên trái của nó thì số ấy tăng gấp 36 lần.

**Bài toán 3.53** (Bình, 2022a, 207., p. 43). *Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, biết rằng nếu viết xen vào giữa 2 chữ số của nó chính số đó thì số đó tăng gấp 99 lần.*

**Bài toán 3.54** (Bình, 2022a, 208., p. 43). *Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, sao cho khi nhân số đó với 4 ta được số gồm 4 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại.*

**Bài toán 3.55** (Bình, 2022a, 209., p. 43). *Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, sao cho nhân nó với 9 ta được số gồm chính các chữ số của số ấy viết theo thứ tự ngược lại.*

**Bài toán 3.56** (Bình, 2022a, 210., p. 44). *Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, sao cho nhân nó với 9 ta được số gồm chính các chữ số của số ấy viết theo thứ tự ngược lại.*

**Bài toán 3.57** (Bình, 2022a, 211., p. 44). (a) *Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng nếu xóa chữ số hàng trăm thì số ấy giảm 9 lần.* (b) *Giải bài toán trên nếu không cho biết chữ số bị xóa thuộc hàng nào.*

**Bài toán 3.58** (Bình, 2022a, 212., p. 44). *Tìm  $n \in \mathbb{N}$  có 3 chữ số khác nhau, biết rằng nếu xóa bất kỳ chữ số nào của nó ta cũng được 1 số là ước của  $n$ .*

**Bài toán 3.59** (Bình, 2022a, 213., p. 44). *Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, biết rằng nếu xóa chữ số hàng nghìn thì số ấy giảm 9 lần.*

**Bài toán 3.60** (Bình, 2022a, 214., p. 44). *Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, biết rằng chữ số hàng trăm bằng 0  $\Leftrightarrow$  nếu xóa chữ số 0 đó thì số ấy giảm 9 lần.*

**Bài toán 3.61** (Bình, 2022a, 215., p. 44). *1 số tự nhiên tăng gấp 9 lần nếu viết thêm 1 chữ số 0 vào giữa các chữ số hàng chục  $\Leftrightarrow$  hàng đơn vị của nó. Tìm số ấy.*

**Bài toán 3.62** (Bình, 2022a, 216., p. 44). *Tìm  $A \in \mathbb{N}$ , biết rằng nếu xóa 1 hoặc nhiều chữ số tận cùng của nó thì được số  $B$  mà  $A = 130B$ .*

**Bài toán 3.63** (Bình, 2022a, 217\*, p. 44). *Tìm  $x \in \mathbb{N}$  có chữ số tận cùng bằng 2, biết rằng  $x, 2x, 3x$  đều là các số có 3 chữ số  $\Leftrightarrow$  9 chữ số của 3 số đó đều khác nhau  $\Leftrightarrow$  khác 0.*

**Bài toán 3.64** (Bình, 2022a, 218\*, p. 44). *Tìm  $x \in \mathbb{N}$  có 6 chữ số, biết rằng các tích  $2x, 3x, 4x, 5x, 6x$  cũng là số có 6 chữ số gồm cả 6 chữ số ấy. (a) Cho biết 6 chữ số của số phải tìm là 1, 2, 4, 5, 7, 8. (b) Giải bài toán nếu không cho điều kiện (a).*

### 3.6.2 Dãy các số viết theo quy luật

#### Dãy cộng

**Định nghĩa 3.1** (Dãy cộng). *Dãy cộng là dãy có dạng  $\{a + nb\}_{n=0}^{\infty} = a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots$ , với  $a, b \in \mathbb{N}$ ,  $b \neq 0$ .*

Trong các dãy số cộng, mỗi số hạng, kể từ số hạng thứ 2, đều lớn hơn số hạng đứng trước nó cùng 1 số đơn vị là  $b$ .

**Ví dụ 3.1.** (a)  $a = 0, b = 1$ , dãy  $\{a + nb\}_{n=0}^{\infty} = \{n\}_{n=0}^{\infty} = \mathbb{N} = 0, 1, 2, 3, \dots$  là dãy các số tự nhiên. (b)  $a = 1, b = 2$ , dãy  $\{a + nb\}_{n=0}^{\infty} = \{1 + 2n\}_{n=0}^{\infty} = 1, 3, 5, 7, \dots$  là dãy các số tự nhiên lẻ. (c)  $a = 0, b = 2$ ,  $\{a + nb\}_{n=0}^{\infty} = \{2n\}_{n=0}^{\infty} = 0, 2, 4, 6, \dots$  là dãy các số tự nhiên chẵn. (d) Với  $b \in \mathbb{N}^*, b \geq 2, a \in \mathbb{N}, a < b$ , dãy  $\{a + nb\}_{n=0}^{\infty}$  là dãy các số tự nhiên chia cho  $b$  dư  $a$ .

Tổng quát, nếu 1 dãy cộng có số hạng đầu là  $a_1$  & hiệu giữa 2 số hạng liên tiếp là  $d$  thì số hạng thứ  $n$  của dãy cộng đó (ký hiệu là  $a_n$ ) bằng:  $a_n = a_1 + (n - 1)d, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

“Tổng quát, nếu 1 dãy cộng có  $n$  số hạng, số hạng đầu là  $a_1$ , số hạng cuối là  $a_n$  thì tổng của  $n$  số hạng đó được tính như sau:  $S = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n)$ <sup>3</sup>. Trường hợp đặc biệt, tổng của  $n$  số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ 1 bằng:  $\sum_{i=1}^n i = \frac{1}{2}n(n + 1)$ .” – Bình, 2022a, p. 45 (Cho  $a_1 = 1, a_n = n$  trong công thức  $S = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n)$ .)

**Bài toán 3.65** (Bình, 2022a, Ví dụ 39, p. 45). *Bạn Lâm đánh số trang 1 cuốn sách dày 284 trang bằng dãy số chẵn 2, 4, 6, 8, ... (a) Biết mỗi chữ số viết mất 1 giây. Hỏi bạn Lâm cần bao nhiêu phút để đánh số trang cuốn sách? (b) Chữ số thứ 300 mà bạn Lâm viết là chữ số nào?*

**Bài toán 3.66** (Bình, 2022a, Ví dụ 40\*, p. 46). *Tìm  $n \in \mathbb{N}$  lớn nhất để tích các số tự nhiên từ 1 đến 1000 chia hết cho  $5^n$ .*

**Lưu ý 3.1.** “Số thừa số  $a$  khi phân tích  $n! = \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$  ra thừa số nguyên tố là:  $\sum_{i=1}^k \lfloor \frac{n}{a^i} \rfloor = \lfloor \frac{n}{a} \rfloor + \lfloor \frac{n}{a^2} \rfloor + \cdots + \lfloor \frac{n}{a^k} \rfloor$  với  $k$  là số mũ lớn nhất sao cho  $a^k \leq n$ . Ký hiệu  $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$  là số tự nhiên lớn nhất không vượt quá  $\frac{n}{m}$  (nếu  $n : m$  thì  $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$  là thương đúng, nếu  $n \nmid m$  thì  $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$  là thương hụt, ta gọi  $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$  là phần nguyên của  $\frac{n}{m}$ .” – Bình, 2022a, p. 46

**Bài toán 3.67** (Bình, 2022a, Ví dụ 41, p. 46). *Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 13 trong dãy 111, 1111, ...,  $\underbrace{1 \dots 1}_{1993's}$ .*

<sup>3</sup>Quy tắc dân gian: dĩ đầu, cộng vĩ, chiết bán, nhân chi (lấy số đầu cộng với số cuối, chia đôi, nhân với số số hạng).

### Các dãy khác

**Bài toán 3.68** (Bình, 2022a, Ví dụ 42, p. 47). *Tìm số hạng thứ 100 của các dãy được viết theo quy luật: (a) 3, 8, 15, 24, 35, ...; (b) 3, 24, 63, 120, 195, ...; (c) 1, 3, 6, 10, 15, ...; (d) 2, 5, 10, 17, 26, ...*

**Bài toán 3.69** (Bình, 2022a, 219., p. 48). *Tìm chữ số thứ 1000 khi viết liên tiếp liên nhau các số hạng của dãy số lẻ 1, 3, 5, 7, ...*

**Bài toán 3.70** (Bình, 2022a, 220., p. 48). (a) *Tính tổng các số lẻ có 2 chữ số.* (b) *Tính tổng các số chẵn có 2 chữ số.*

**Bài toán 3.71** (Bình, 2022a, 221., p. 48). *Có số hạng nào của dãy sau tận cùng bằng 2 hay không? 1; 1 + 2; 1 + 2 + 3; 1 + 2 + 3 + 4; ...*

**Bài toán 3.72** (Bình, 2022a, 222., p. 48). (a) *Viết liên tiếp các số hạng của dãy số tự nhiên từ 1 đến 100 tạo thành 1 số A. Tính tổng các chữ số của A.* (b) *Cũng hỏi như trên nếu viết từ 1 đến 1000000.*

**Bài toán 3.73** (Bình, 2022a, 223., p. 48). *Khi phân tích ra thừa số nguyên tố, số 1000! chứa thừa số nguyên tố 7 với số mũ bằng bao nhiêu?*

**Bài toán 3.74** (Bình, 2022a, 224., p. 48). *Tích  $A = 500!$  tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?*

**Bài toán 3.75** (Bình, 2022a, 225., p. 48). (a) *Tích  $B = 38 \cdot 39 \cdot 40 \cdots 74$  có bao nhiêu thừa số 2 khi phân tích ra thừa số nguyên tố?* (b) *Tích  $C = 31 \cdot 32 \cdot 33 \cdots 90$  có bao nhiêu thừa số 3 khi phân tích ra thừa số nguyên tố?*

**Bài toán 3.76** (Bình, 2022a, 226., p. 48). *Có bao nhiêu số tự nhiên đồng thời là các số hạng của cả 2 dãy sau: 3, 7, 11, 15, ..., 407 và 2, 9, 16, 23, ..., 709.*

**Bài toán 3.77** (Bình, 2022a, 227., p. 48). *Trong dãy số 1, 2, 3, ..., 1990, có thể chọn được nhiều nhất bao nhiêu số để tổng 2 số bất kỳ được chọn chia hết cho 38?*

**Bài toán 3.78** (Bình, 2022a, 228., p. 48). *Chia dãy số tự nhiên kể từ 1 thành từng nhóm (các số cùng nhóm được đặt trong dấu ngoặc) (1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), (11, 12, 13, 14, 15), ... (a) Tìm số hạng đầu tiên của nhóm thứ 100. (b) Tính tổng các số thuộc nhóm thứ 100.*

**Bài toán 3.79** (Bình, 2022a, 229., p. 48). *Cho  $S_1 = 1 + 2, S_2 = 3 + 4 + 5, S_3 = 6 + 7 + 8 + 9, S_4 = 10 + 11 + 12 + 13 + 14, \dots$  Tính  $S_{100}$ .*

**Bài toán 3.80** (Bình, 2022a, 230., p. 49). *Tính số hạng thứ 50 của các dãy sau: (a)  $1 \cdot 6, 2 \cdot 7, 3 \cdot 8, \dots$ ; (b)  $1 \cdot 4, 4 \cdot 7, 7 \cdot 10, \dots$*

**Bài toán 3.81** (Bình, 2022a, 231., p. 49). *Cho  $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{20} = \sum_{i=0}^{20} 3^i, B = 3^{21} : 2$ . Tính  $B - A$ .*

**Bài toán 3.82** (Bình, 2022a, 232., p. 49). *Cho  $A = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{99}, B = 4^{100}$ . Chứng minh rằng  $A < \frac{B}{3}$ .*

**Bài toán 3.83** (Bình, 2022a, 233., p. 49). *Tính giá trị của biểu thức:*

$$(a) A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{9 \dots 9}_{50's}; \quad (b) B = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{9 \dots 9}_{200's}.$$

### 3.6.3 Đếm số

**Bài toán 3.84** (Bình, 2022a, Ví dụ 43, p. 49). *Có bao nhiêu số  $\overline{abcd}$  mà  $\overline{ab} < \overline{cd}$ ?*

**Bài toán 3.85** (Bình, 2022a, Ví dụ 44, p. 49). *Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 4 gồm 4 chữ số, chữ số tận cùng bằng 2?*

**Lưu ý 3.2.** “Nếu việc chọn đối tượng A có thể thực hiện bởi m cách và với mỗi cách chọn của A có thể chọn đối tượng B bởi n cách thì việc chọn A và B theo thứ tự đó có thể thực hiện bởi mn cách chọn.” – Bình, 2022a, p. 50 Quy tắc nhân trong phép đếm khái niệm tổ hợp, chỉnh hợp sẽ được học ở môn Tổ hợp, trong chương trình Toán 10.

**Bài toán 3.86** (Bình, 2022a, Ví dụ 45, p. 50). *Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số  $\overline{abcd}$ , trong đó  $b - a = 1, d - c = 1$ ?*

**Bài toán 3.87** (Bình, 2022a, Ví dụ 46, p. 50). *Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số trong đó có đúng 1 chữ số 5?*

“Trong nhiều trường hợp, để đếm các số có tính chất nào đó, ta lại đếm trước hết các số không có tính chất ấy.” – Bình, 2022a, p. 51

**Bài toán 3.88** (Bình, 2022a, Ví dụ 47, p. 50). *Có bao nhiêu số chứa ít nhất 1 chữ số 1 trong các số tự nhiên: (a) có 3 chữ số; (b) từ 1 đến 999.*

**Bài toán 3.89** (Bình, 2022a, Ví dụ 48, p. 51). Viết 999 số tự nhiên liên tiếp kể từ 1. Hỏi: (a) Chữ số 2 có mặt bao nhiêu lần? (b) Chữ số 0 có mặt bao nhiêu lần?

**Bài toán 3.90** (Bình, 2022a, 234., p. 52). Bạn Tâm đánh số trang của 1 cuốn vở có 110 trang bằng cách viết dãy số tự nhiên 1, 2, ..., 110. Bạn Tâm phải viết tất cả bao nhiêu chữ số?

**Bài toán 3.91** (Bình, 2022a, 235., p. 52). 1 cô nhân viên đánh máy liên tục dãy số chẵn bắt đầu từ 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... Cô phải đánh tất cả 2000 chữ số. Tìm chữ số cuối cùng mà cô đã đánh.

**Bài toán 3.92** (Bình, 2022a, 236., p. 52). Bạn Mai viết dãy số lẻ 1, 3, 5, ..., 245. (a) Bạn Mai phải viết tất cả bao nhiêu chữ số? (b) Nếu mỗi chữ số viết mất 1 giây thì viết đến số 245 mất bao nhiêu giây? Sau 5 phút, bạn Mai viết đến chữ số nào?

**Bài toán 3.93** (Bình, 2022a, 237., p. 52). Bạn Hùng viết dãy số lẻ 1, 3, 5, 7, ... để đánh số trang 1 cuốn sách. Tính xem chữ số 200 mà bạn Hùng viết là chữ số nào?

**Bài toán 3.94** (Bình, 2022a, 238., p. 52). Để đánh số trang của 1 cuốn sách, người ta viết dãy số tự nhiên bắt đầu từ 1 & phải dùng tất cả 1998 chữ số. (a) Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang? (b) Chữ số thứ 1010 là chữ số nào?

**Bài toán 3.95** (Bình, 2022a, 239., p. 52). Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 3, có 4 chữ số & tận cùng bằng 5?

**Bài toán 3.96** (Bình, 2022a, 240., pp. 52–53). Tuấn muốn đến nhà bạn, nhưng không nhớ số nhà, chỉ biết rằng số nhà của bạn là số chia hết cho 3 & có 2 chữ số. Biết số nhà cuối của dãy phố đó là 135. Hỏi Tuấn phải gõ cửa nhiều nhất bao nhiêu số nhà? (các số nhà không đánh số a, b, ...).

**Bài toán 3.97** (Bình, 2022a, 241., p. 53). Tìm số lượng các số tự nhiên có 4 chữ số mà: (a) Số tạo bởi 2 chữ số đầu (theo thứ tự ấy) cộng với số tạo bởi 2 chữ số cuối (theo thứ tự ấy) nhỏ hơn 100. (b) Số tạo bởi 2 chữ số đầu (theo thứ tự ấy) lớn hơn số tạo bởi 2 chữ số cuối (theo thứ tự ấy)?

**Bài toán 3.98** (Bình, 2022a, 242., p. 53). Trong các số tự nhiên từ 1 đến 252, xóa các số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5, rồi xóa các số chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2. Còn lại bao nhiêu số?

**Bài toán 3.99** (Bình, 2022a, 243., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số mà: (a) Các chữ số đều chẵn? (b) Chữ số hàng chục là chữ số lẻ?

**Bài toán 3.100** (Bình, 2022a, 244., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số mà: (a) Mỗi chữ số đều chẵn? (b) Tổng các chữ số là số chẵn?

**Bài toán 3.101** (Bình, 2022a, 245., p. 53). Có bao nhiêu biển số xe máy khác nhau, mỗi số xe lập bởi 2 chữ cái đứng đầu & 3 chữ số đứng sau? (bảng chữ cái có 25 chữ, không có biển số 000).

**Bài toán 3.102** (Bình, 2022a, 246., p. 53). Trong các số tự nhiên có 3 chữ số, có bao nhiêu số: (a) Chứa đúng 1 chữ số 4? (b) Chứa đúng 2 chữ số 4?

**Bài toán 3.103** (Bình, 2022a, 247., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5, có 4 chữ số, có đúng 1 chữ số 5?

**Bài toán 3.104** (Bình, 2022a, 248., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng cộng nó với số gồm 3 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại thì được 1 số chia hết cho 5?

**Bài toán 3.105** (Bình, 2022a, 249., p. 53). Có bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số, các chữ số khác nhau?

**Bài toán 3.106** (Bình, 2022a, 250., p. 53). Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số trong đó có ít nhất 2 chữ số như nhau?

**Bài toán 3.107** (Bình, 2022a, 251., p. 53). Trong các số tự nhiên có 4 chữ số, có bao nhiêu số trong đó có đúng 3 chữ số như nhau?

**Bài toán 3.108** (Bình, 2022a, 252., p. 53). Trong các số tự nhiên có 3 chữ số, có bao nhiêu số: (a) Chia hết cho 5, có chứa chữ số 5? (b) Chia hết cho 4, có chứa chữ số 4? (c) Chia hết cho 3, không chứa chữ số 3?

**Bài toán 3.109** (Bình, 2022a, 253., p. 54). Viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1 đến 999 ta được 1 số tự nhiên A. (a) Số A có bao nhiêu chữ số? (b) Tính tổng các chữ số của số A.

**Bài toán 3.110** (Bình, 2022a, 254\*, p. 54). Viết dãy số tự nhiên từ 1 đến 999. (a) Chữ số 1 được viết bao nhiêu lần? (b) Chữ số 0 được viết bao nhiêu lần?

**Bài toán 3.111** (Bình, 2022a, 255., p. 54). Trong các số tự nhiên có 3 chữ số, có bao nhiêu số chứa ít nhất 1 chữ số 4?

**Bài toán 3.112** (Bình, 2022a, 256\*, p. 54). Trong các số tự nhiên từ 1 đến 10000: (a) Có bao nhiêu số chứa chữ số 0? (b) Số chứa chữ số 1 hay số không chứa chữ số 1 có nhiều hơn?

**Bài toán 3.113** (Bình, 2022a, 257., p. 54). Viết dãy số chẵn 100, 102, ..., 390. Hỏi chữ số 2 được viết bao nhiêu lần?

**Bài toán 3.114** (Bình, 2022a, 258., p. 54). Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, lập tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số trong đó mỗi chữ số trên đều có mặt. Chứng minh rằng tổng tất cả các số đó chia hết cho 9.

**Bài toán 3.115** (Bình, 2022a, 259., p. 54). Cho 3 chữ số  $a, b, c$  khác nhau & khác 0. Gọi  $A$  là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số lập bởi cả 3 chữ số trên. (a) Tập hợp  $A$  có bao nhiêu phần tử? (b) Tính tổng các phần tử của tập hợp  $A$ , biết rằng  $a + b + c = 17$ .

**Bài toán 3.116** (Bình, 2022a, 260., p. 54). Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, lập tất cả các số tự nhiên mà mỗi chữ số trên đều có mặt đúng 1 lần. Tìm tổng các số ấy.

**Bài toán 3.117** (Bình, 2022a, 261., p. 54). Tìm tổng các số tự nhiên có 3 chữ số lập bởi các chữ số 2, 3, 0, 7 trong đó: (a) Các chữ số có thể giống nhau; (b) Các chữ số đều khác nhau.

## 4 Hình Học Trực Quan

4.1 Tam giác đều – hình vuông – lục giác đều

4.2 Hình chữ nhật – hình thoi – hình bình hành – hình thang cân

4.3 Chu vi & diện tích của 1 số tứ giác đã học

## 5 Tính Đối Xứng của Hình Phẳng Tự Nhiên

5.1 Hình có trục đối xứng

5.2 Hình có tâm đối xứng



## 6 Phân Số

- 6.1 Mở rộng khái niệm phân số
- 6.2 Phân số bằng nhau
- 6.3 Tính chất cơ bản của phân số
- 6.4 So sánh phân số
- 6.5 Phép cộng & trừ phân số
- 6.6 Phép nhân & chia phân số
- 6.7 Hỗn số
- 6.8 Tìm giá trị phân số của 1 số cho trước
- 6.9 Tìm 1 số biết giá trị 1 phân số của nó

## 7 Số Thập Phân

- 7.1 Số thập phân. Phần trăm
- 7.2 Tính toán với số thập phân
- 7.3 Làm tròn số thập phân & ước lượng kết quả
- 7.4 Tỷ số & tỷ số phần trăm
- 7.5 2 bài toán về tỷ số phần trăm

## 8 Những Hình Học Cơ Bản

8.1 Điểm & đường thẳng

8.2 Điểm nằm giữa 2 điểm. Tia

8.3 Đoạn thẳng & độ dài đoạn thẳng

8.4 Trung điểm của đoạn thẳng

8.5 Nửa mặt phẳng

8.6 Góc

8.7 Số đo góc

## 9 Xác Suất Thống Kê

9.1 Phép thử nghiệm – Sự kiện

9.2 Thu thập & phân loại dữ liệu

9.3 Biểu diễn dữ liệu trên bảng

9.4 Bảng thống kê & biểu đồ tranh

9.5 Biểu đồ cột

9.6 Biểu đồ cột kép

9.7 Xác suất thực nghiệm

9.8 Hoạt động thực hành & trải nghiệm

## 10 Solutions

Tài liệu: Thái, Đạt, et al., 2022a; Thái, Đạt, et al., 2022b; Thái, 2022; Bình, 2022a; Bình, 2022b; Trọng et al., 2021.

## Tài liệu

- Bình, Vũ Hữu (2022a). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6, tập 1*. Tái bản lần thứ nhất. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 200.
- (2022b). *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6, tập 2*. Tái bản lần thứ nhất. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 152.
- Thái, Đỗ Đức (2022). *Bài Tập Toán 6, tập 1*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 124.
- Thái, Đỗ Đức, Đỗ Tiến Đạt, et al. (2022a). *Toán 6, tập 1*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 128.
- (2022b). *Toán 6, tập 2*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 108.
- Trọng, Đặng Đức et al. (2021). *Bồi Dưỡng Năng Lực Tự Học Toán 6*. Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, p. 195.