

# Some Topics in Elementary Mathematics/Grade 7

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 19 tháng 9 năm 2022

## Tóm tắt nội dung

content...

## Mục lục

<b>1 Số Hữu Tỷ – Rational Number/Rational</b>	<b>4</b>
1.1 Tập Hợp $\mathbb{Q}$ Các Số Hữu Tỷ – Set $\mathbb{Q}$ of Rationals	4
1.1.1 Số hữu tỷ	4
1.1.2 Biểu diễn số hữu tỷ trên trục số	4
1.1.3 Số đối của 1 số hữu tỷ	4
1.1.4 So sánh các số hữu tỷ	4
1.1.5 Minh họa trên trục số	4
1.2 Cộng, Trừ, Nhân, Chia Số Hữu Tỷ – Addition, Subtraction, Multiplication, Division on Rationals	5
1.2.1 Cộng, trừ 2 số hữu tỷ. Quy tắc chuyển về	5
1.2.2 Nhân, chia 2 số hữu tỷ	5
1.3 Phép Tính Lũy Thừa với Số Mũ Tự Nhiên của 1 Số Hữu Tỷ	5
1.3.1 Phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên	5
1.3.2 Tích & thương của 2 lũy thừa cùng cơ số	5
1.3.3 Lũy thừa của 1 lũy thừa	5
1.3.4 Lũy thừa của 1 tích, 1 thương	6
1.4 Thứ Tự Thực Hiện Các Phép Tính. Quy Tắc Dấu Ngoặc	6
1.4.1 Thứ tự thực hiện các phép tính	6
1.4.2 Quy tắc dấu ngoặc	6
1.5 Biểu Diễn Thập Phân của Số Hữu Tỷ	6
1.5.1 Số thập phân hữu hạn & số thập phân vô hạn tuần hoàn	6
1.5.2 Biểu diễn thập phân của số hữu tỷ	6
1.5.3 Dạng biểu diễn thập phân của số hữu tỷ	6
<b>2 Số Thực – Real Number/Real</b>	<b>7</b>
2.1 Số Vô Tỷ. Căn Bậc 2 Số Học – Irrational Number/Irrational. Square Root	7
2.1.1 Số vô tỷ	7
2.1.2 Căn bậc 2 số học	8
2.1.3 Tỷ số vàng trong nghệ thuật & kiến trúc – Golden ratio in art & architecture	8
2.1.4 Tỷ số vàng & vũ trụ	8
2.2 Tập Hợp $\mathbb{R}$ Các Số Thực – Set $\mathbb{R}$ of Reals	8
2.2.1 Tập hợp số thực	8
2.2.2 Biểu diễn số thực trên trục số	8
2.2.3 Số đối của 1 số thực	9
2.2.4 So sánh các số thực	9
2.2.5 Các phép tính với số thực	9
2.3 Giá Trị Tuyệt Đối của 1 Số Thực – Absolute Value of a Real	10
2.3.1 Khái niệm	10
2.3.2 Tính chất	10
2.4 Làm Tròn & Ước Lượng – Round up & Estimation	10

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

2.4.1	Làm tròn số	10
2.4.2	Ước lượng – Estimation	11
2.5	Tỷ Lệ Thức	11
2.5.1	Tính chất	11
2.6	Dãy Tỷ Số Bằng Nhau	11
2.6.1	Khái niệm	11
2.6.2	Tính chất	11
2.6.3	Ứng dụng	11
2.7	Đại Lượng Tỷ Lệ Thuận	12
2.7.1	Khái niệm	12
2.7.2	Tính chất	12
2.8	Đại Lượng Tỷ Lệ Nghịch	12
2.8.1	Khái niệm	12
2.8.2	Tính chất	12
2.8.3	1 số bài toán	12
2.9	Hoạt Động Thực Hành & Trải Nghiệm: 1 Số Hình Thức Khuyến Mãi trong Kinh Doanh	12
2.9.1	Nội dung chính của chủ đề	12
<b>3</b>	<b>Hình Học Trục Quan – Visual Geometry</b>	<b>13</b>
3.1	Hình Hộp Chữ Nhật. Hình Lập Phương	13
3.1.1	Hình hộp chữ nhật	13
3.1.2	Hình lập phương	13
3.1.3	Diện tích xung quanh & thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương	13
3.2	Hình Lăng Trụ Đứng Tam Giác. Hình Lăng Trụ Đứng Tứ Giác	13
3.2.1	Hình lăng trụ đứng tam giác	13
3.2.2	Hình lăng trụ đứng tứ giác	14
3.2.3	Thể tích & diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác	14
<b>4</b>	<b>Góc. Đường Thẳng Song Song – Angle/Paralleling Lines</b>	<b>14</b>
4.1	Góc ở Vị Trí Đặc Biệt	14
4.1.1	2 góc kề nhau	14
4.2	Tia Phân Giác của 1 Góc	16
4.3	2 Đường Thẳng Song Song	16
4.4	Định Lý	16
<b>5</b>	<b>1 Số Yếu Tố Thống Kê &amp; Xác Suất – Some Ingredients in Statistics &amp; Probability</b>	<b>16</b>
5.1	Thu Thập, Phân Loại & Biểu Diễn Dữ Liệu	16
5.2	Phân Tích & Xử Lý Dữ Liệu	16
5.3	Biểu Đồ Đoạn Thẳng	16
5.4	Biểu Đồ Hình Quạt Tròn	16
5.5	Biến Cố Trong 1 Số Trò Chơi Đơn Giản	16
5.6	Xác Suất của Biến Cố Ngẫu Nhiên trong 1 Số Trò Chơi Đơn Giản	16
5.7	Hoạt Động Thực Hành & Trải Nghiệm: Dung Tích Phổi	16
<b>6</b>	<b>Biểu Thức Đại Số – Algebraic Expression</b>	<b>16</b>
6.1	Biểu Thức Số. Biểu Thức Đại Số	16
6.2	Đa Thức 1 Biến. Nghiệm của Đa Thức 1 Biến	16
6.3	Phép Cộng, Phép Trừ Đa Thức 1 Biến	16
6.4	Phép Nhân Đa Thức 1 Biến	16
6.5	Phép Chia Đa Thức 1 Biến	16
<b>7</b>	<b>Tam Giác – Triangle</b>	<b>16</b>
7.1	Tổng Các Góc của 1 Tam Giác	16
7.2	Quan Hệ Giữa Góc & Cạnh Đối Diện. Bất Đẳng Thức Tam Giác	16
7.3	2 Tam Giác Bằng Nhau	16
7.4	Trường Hợp Bằng Nhau Thứ Nhất của Tam Giác: Cạnh – Cạnh – Cạnh	16
7.5	Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 2 của Tam Giác: Cạnh – Góc – Cạnh	16
7.6	Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 3 của Tam Giác: Góc – Cạnh – Góc	16
7.7	Tam Giác Cân	16
7.8	Đường Vuông Góc & Đường Xiên	16

7.9 Đường Trung Trực của 1 Đoạn Thẳng . . . . .	16
7.10 Tính Chất 3 Đường Trung Tuyến của Tam Giác . . . . .	16
7.11 Tính Chất 3 Đường Phân Giác của Tam Giác . . . . .	16
7.12 Tính Chất 3 Đường Trung Trực của Tam Giác . . . . .	16
7.13 Tính Chất 3 Đường Cao của Tam Giác . . . . .	16
<b>Tài liệu . . . . .</b>	<b>17</b>

# 1 Số Hữu Tỷ – Rational Number/Rational

**Nội dung.** Tập hợp các số hữu tỷ  $\mathbb{Q}$ ; các phép tính trong tập hợp các số hữu tỷ; thứ tự thực hiện các phép tính; quy tắc chuyển về & quy tắc dấu ngoặc; biểu diễn thập phân của số hữu tỷ.

## 1.1 Tập Hợp $\mathbb{Q}$ Các Số Hữu Tỷ – Set $\mathbb{Q}$ of Rationals

Ký hiệu  $\mathbb{Q}$  được lấy từ chữ cái đầu  $Q$  của từ *quotient*<sup>1</sup>, i.e., thương số.

### 1.1.1 Số hữu tỷ

**Định nghĩa 1.1** (Số hữu tỷ). Số hữu tỷ là số viết được dưới dạng phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ . Tập hợp các số hữu tỷ được ký hiệu là  $\mathbb{Q}$ , i.e.,  $\mathbb{Q} := \{\frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$ .

“Mỗi số nguyên là 1 số hữu tỷ.” i.e.,  $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \in \mathbb{Q}$  bởi vì  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ <sup>2</sup>. Nhưng 1 số hữu tỷ bất kỳ chưa chắc là 1 số nguyên, i.e.,  $a \in \mathbb{Q} \not\Rightarrow a \in \mathbb{Z}$ . “Các phân số bằng nhau là các cách viết khác nhau của cùng 1 số hữu tỷ.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 6

### 1.1.2 Biểu diễn số hữu tỷ trên trục số

“Tương tự như đối với số nguyên, ta có thể biểu diễn mọi số hữu tỷ trên trục số. Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỷ  $a \in \mathbb{Q}$  được gọi là điểm  $a$ . Do các phân số bằng nhau cùng biểu diễn 1 số hữu tỷ nên khi biểu diễn số hữu tỷ trên trục số, ta có thể chọn 1 trong những phân số đó để biểu diễn số hữu tỷ trên trục số. Thông thường, ta chọn phân số tối giản để biểu diễn số hữu tỷ đó.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 6. Vì  $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ ,  $\forall a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$  nên 3 điểm biểu diễn 3 phân số này trùng nhau.

### 1.1.3 Số đối của 1 số hữu tỷ

**Định nghĩa 1.2** (2 số hữu tỷ đối nhau). Trên trục số, 2 số hữu tỷ (phân biệt) có điểm biểu diễn nằm về 2 phía của điểm gốc 0 & cách đều điểm gốc 0 được gọi là 2 số đối nhau. Số đối của số hữu tỷ  $a \in \mathbb{Q}$ , ký hiệu là  $-a \in \mathbb{Q}$ . Số đối của số 0 là 0.

“Số đối của số  $-a$  là số  $a$ , i.e.,  $-(-a) = a$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 8

### 1.1.4 So sánh các số hữu tỷ

**1.1.4.1 So sánh 2 số hữu tỷ** “Cũng như số nguyên, trong 2 số hữu tỷ khác nhau luôn có 1 số nhỏ hơn số kia. Nếu số hữu tỷ  $a \in \mathbb{Q}$  nhỏ hơn số hữu tỷ  $b \in \mathbb{Q}$  thì ta viết  $a < b$  hay  $b > a$ . Số hữu tỷ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỷ dương. Số hữu tỷ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỷ âm. Số hữu tỷ 0 không là số hữu tỷ dương, cũng không là số hữu tỷ âm. Nếu  $a < b$  &  $b < c$  thì  $a < c$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 8. Tính chất cuối cùng được gọi là tính chất bắc cầu của thứ tự các số hữu tỷ, được viết dưới dạng mệnh đề toán học bằng ký hiệu như sau:  $((a < b) \wedge (b < c)) \Rightarrow (a < c)$ ,  $\forall a, b, c \in \mathbb{Q}$ .

**1.1.4.2 Cách so sánh 2 số hữu tỷ** “Ở lớp 6, ta đã biết cách so sánh 2 phân số & cách so sánh 2 số thập phân.” “Khi 2 số hữu tỷ cùng là phân số hoặc cùng là số thập phân, ta so sánh chúng theo những quy tắc đã biết ở lớp 6. Ngoài 2 trường hợp trên, để so sánh 2 số hữu tỷ, ta viết chúng về cùng dạng phân số (hoặc cùng dạng số thập phân) rồi so sánh chúng.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 9

### 1.1.5 Minh họa trên trục số

“Giả sử 2 điểm  $x, y$  lần lượt biểu diễn 2 số hữu tỷ  $x, y$  trên trục số nằm ngang. Khi so sánh 2 số hữu tỷ, ta viết chúng ở dạng phân số có cùng mẫu số dương rồi so sánh 2 tử số, tức là so sánh 2 số nguyên. Vì vậy, cũng như số nguyên, nếu  $x < y$  hay  $y > x$  thì điểm  $x$  nằm bên trái điểm  $y$ . Tương tự, nếu  $x < y$  hay  $y > x$  thì điểm  $x$  nằm phía dưới điểm  $y$  trên trục số thẳng đứng.” – Thái, Đạt, et al., 2022, pp. 9–10

<sup>1</sup>quotient [n] 1. (in compounds) a degree or amount of a particular quality or characteristic; 2. (mathematics) a number which is the result when 1 number is divided by another.

<sup>2</sup>Rộng hơn,  $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$  với  $\mathbb{R}$  là tập hợp các số thực sẽ đề cập ở Chương 2 chương trình Toán 7 (& cả tài liệu này), &  $\mathbb{C}$  là tập hợp các số phức, sẽ được học ở chương trình Toán 12, phần Đại số.

## 1.2 Cộng, Trừ, Nhân, Chia Số Hữu Tỷ – Addition, Subtraction, Multiplication, Division on Rationals

### 1.2.1 Cộng, trừ 2 số hữu tỷ. Quy tắc chuyển về

**1.2.1.1 Quy tắc cộng, trừ 2 số hữu tỷ** “Vì mọi số hữu tỷ đều viết được dưới dạng phân số nên ta có thể cộng, trừ 2 số hữu tỷ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số. Tuy nhiên, khi 2 số hữu tỷ cùng viết ở dạng số thập phân (với hữu hạn chữ số khác 0 ở phần thập phân) thì ta có thể cộng, trừ 2 số đó theo quy tắc cộng, trừ số thập phân.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 12

**1.2.1.2 Tính chất của phép cộng các số hữu tỷ** “Giống như phép cộng các số nguyên, phép cộng các số hữu tỷ cũng có các tính chất: giao hoán, kết hợp, cộng với 0, cộng với số đối. Ta có thể chuyển phép trừ cho 1 số hữu tỷ thành phép cộng với số đối của số hữu tỷ đó. Vì thế, trong 1 biểu thức số chỉ gồm các phép cộng & phép trừ, ta có thể thay đổi tùy ý vị trí các số hạng kèm theo dấu của chúng.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 13.  $a - b = a + (-b)$ ,  $\forall a, b \in \mathbb{Q}$ .

**1.2.1.3 Quy tắc chuyển về** Ta có quy tắc “chuyển về” đối với số hữu tỷ như sau:

**Mệnh đề 1.1.** Khi chuyển 1 số hạng từ về này sang về kia của 1 đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó:

$$x + y = z \Rightarrow x = z - y, \quad x - y = z \Rightarrow x = z + y, \quad \forall x, y, z \in \mathbb{Q}.$$

### 1.2.2 Nhân, chia 2 số hữu tỷ

**1.2.2.1 Quy tắc nhân, chia 2 số hữu tỷ** “Vì mọi số hữu tỷ đều viết được dưới dạng phân số nên ta có thể nhân, chia 2 số hữu tỷ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số. Tuy nhiên, khi 2 số hữu tỷ cùng viết ở dạng số thập phân (với hữu hạn chữ số khác 0 ở phần thập phân) thì ta có thể nhân, chia 2 số đó theo quy tắc nhân, chia số thập phân.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 14

**1.2.2.2 Tính chất của phép nhân các số hữu tỷ** Ký hiệu  $\mathbb{Q}^* := \mathbb{Q} \setminus \{0\}$  là tập các số hữu tỷ khác 0. “Giống như phép nhân các số nguyên, phép nhân các số hữu tỷ cũng có các tính chất: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1, phân phối của phép nhân đối với phép cộng & phép trừ.” “Mỗi số hữu tỷ  $a$  khác 0 (i.e.,  $a \in \mathbb{Q}^*$ ) đều có số nghịch đảo sao cho tích của số đó với  $a$  bằng 1.” “Số nghịch đảo của số hữu tỷ  $a$  khác 0 (i.e.,  $a \in \mathbb{Q}^*$ ) ký hiệu là  $\frac{1}{a}$ , ta có  $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ ,  $\forall a \in \mathbb{Q}^*$ . Số nghịch đảo của số hữu tỷ  $\frac{1}{a}$  là  $a$ . Nếu  $a, b \in \mathbb{Q}$  &  $b \neq 0$  thì  $a : b = a \cdot \frac{1}{b}$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 15

## 1.3 Phép Tính Lũy Thừa với Số Mũ Tự Nhiên của 1 Số Hữu Tỷ

### 1.3.1 Phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên

Tương tự như đối với số tự nhiên, với số hữu tỷ ta cũng có:

**Định nghĩa 1.3** (Lũy thừa của số hữu tỷ). Lũy thừa bậc  $n$  của 1 số hữu tỷ  $x \in \mathbb{Q}$ , ký hiệu  $x^n$ , là tích của  $n$  thừa số  $x$ :  $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdots x}_n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Số  $x$  được gọi là cơ số,  $n$  được gọi là số mũ. Quy ước:  $x^1 = x$ ,  $\forall x \in \mathbb{Q}$ .

“ $x^n$  đọc là “ $x$  mũ  $n$ ” hoặc “ $x$  lũy thừa  $n$ ” hoặc “lũy thừa bậc  $n$  của  $x$ ”;  $x^2$  còn được đọc là “ $x$  bình phương” hay “bình phương của  $x$ ”;  $x^3$  còn được đọc là “ $x$  lập phương” hay “lập phương của  $x$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 17. “Để viết lũy thừa bậc  $n$  của phân số  $\frac{a}{b}$ , ta phải viết  $\frac{a}{b}$  trong dấu ngoặc ( ), i.e.,  $(\frac{a}{b})^n$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 18

### 1.3.2 Tích & thương của 2 lũy thừa cùng cơ số

Cũng như lũy thừa với cơ số là số tự nhiên, đối với cơ số là số hữu tỷ, ta có các quy tắc sau:

**Định lý 1.1.** Khi nhân 2 lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số & cộng các số mũ:  $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ ,  $\forall x \in \mathbb{Q}$ ,  $\forall m, n \in \mathbb{N}$ . Khi chia 2 lũy thừa cùng cơ số (khác 0), ta giữ nguyên cơ số & lấy số mũ của lũy thừa bị chia trừ đi số mũ của lũy thừa chia:  $x^m : x^n = \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ ,  $\forall x \in \mathbb{Q}^*$ ,  $\forall m, n \in \mathbb{N}$ ,  $m \geq n$ . Quy ước:  $x^0 = 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{Q}^*$ .

### 1.3.3 Lũy thừa của 1 lũy thừa

Đối với lũy thừa mà cơ số là số hữu tỷ, ta có:

**Định lý 1.2.** Khi tính lũy thừa của 1 lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số & nhân 2 số mũ:  $(x^m)^n = x^{mn}$ ,  $\forall x \in \mathbb{Q}$ ,  $\forall m, n \in \mathbb{N}$ .

### 1.3.4 Lũy thừa của 1 tích, 1 thương

**1.3.4.1 Lũy thừa của 1 tích** Lũy thừa của 1 tích bằng tích các lũy thừa:  $(xy)^n = x^n y^n, \forall x, y \in \mathbb{Q}, \forall n \in \mathbb{N}$ .

**1.3.4.2 Lũy thừa của 1 thương** Lũy thừa của 1 thương bằng thương các lũy thừa:  $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}, \forall x, y \in \mathbb{Q}, y \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}$ .

## 1.4 Thứ Tự Thực Hiện Các Phép Tính. Quy Tắc Dấu Ngoặc

### 1.4.1 Thứ tự thực hiện các phép tính

“Ở lớp 6, ta đã học thứ tự thực hiện các phép tính đối với số tự nhiên, số nguyên, phân số, số thập phân. Thứ tự thực hiện các phép tính đối với số hữu tỷ cũng tương tự thứ tự thực hiện các phép tính đối với các loại số trên.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 23

### 1.4.2 Quy tắc dấu ngoặc

“Ở lớp 6, ta đã học quy tắc dấu ngoặc đối với số nguyên, phân số, số thập phân. Quy tắc dấu ngoặc đối với số hữu tỷ cũng tương tự quy tắc dấu ngoặc đối với các loại số trên.

- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “+” đằng trước, ta giữ nguyên dấu của các số hạng trong dấu ngoặc.

$$a + (b + c) = a + b + c, \quad a + (b - c) = a + b - c, \quad \forall a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “−” đằng trước, ta phải đổi dấu của các số hạng trong dấu ngoặc: dấu “+” đổi thành dấu “−” & dấu “−” đổi thành dấu “+”.

$$a - (b + c) = a - b - c, \quad a - (b - c) = a - b + c.$$

Nếu đưa các số hạng vào trong dấu ngoặc có dấu “−” đằng trước thì phải đổi dấu các số hạng đó.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 24

## 1.5 Biểu Diễn Thập Phân của Số Hữu Tỷ

### 1.5.1 Số thập phân hữu hạn & số thập phân vô hạn tuần hoàn

“Các số thập phân chỉ gồm hữu hạn chữ số sau dấu “,” được gọi là *số thập phân hữu hạn*.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 27  
 Các số thập phân vô hạn tuần hoàn có tính chất: Trong phần thập phân, bắt đầu từ 1 hàng nào đó, có 1 chữ số hay 1 cụm chữ số liền nhau xuất hiện liên tiếp mãi, & chữ số đó hoặc cụm chữ số đó được gọi là *chu kỳ* của số thập phân vô hạn tuần hoàn đó, e.g.,  $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m}} (b_k b_{k-1} \dots b_1 b_0) = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} b_k b_{k-1} \dots b_1 b_0 b_k b_{k-1} \dots}$

### 1.5.2 Biểu diễn thập phân của số hữu tỷ

“Ta đã biết mỗi số hữu tỷ đều viết được dưới dạng phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ . Thực hiện phép tính  $a : b$ , ta có thể biểu diễn số hữu tỷ đó dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Mỗi số hữu tỷ được biểu diễn bởi 1 số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 28

### 1.5.3 Dạng biểu diễn thập phân của số hữu tỷ

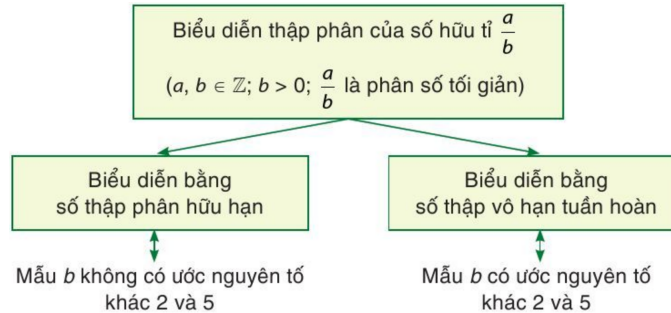
“Ta đã biết mỗi số hữu tỷ được biểu diễn bởi 1 số thập phân *hữu hạn* hoặc *vô hạn tuần hoàn*. Vấn đề đặt ra là biểu diễn thập phân của số hữu tỷ khi nào là số thập phân hữu hạn? Khi nào là số thập phân vô hạn tuần hoàn? Giả sử số hữu tỷ  $r$  viết được dưới dạng phân số tối giản  $\frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ . Người ta đã chứng minh được định lý sau:

- Các phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 & 5 thì viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn & chỉ những phân số đó mới viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.
- Các phân số tối giản với mẫu dương & mẫu có ước nguyên tố khác 2 & 5 thì viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn & chỉ những phân số đó mới viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 29

Từ định lý trên, ta có sơ đồ phân loại biểu diễn thập phân của số hữu tỷ như sau:

Biểu diễn thập phân của số hữu tỷ  $\frac{a}{b}$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b > 0$ ,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản bao gồm:

- Biểu diễn bằng số thập phân hữu hạn  $\leftrightarrow$  Mẫu  $b$  không có ước nguyên tố khác 2 & 5.
- Biểu diễn bằng số thập phân vô hạn tuần hoàn  $\leftrightarrow$  Mẫu  $b$  có ước nguyên tố khác 2 & 5.



Hình 1: Sơ đồ phân loại biểu diễn thập phân của số hữu tỷ.

Trái lại với số hữu tỷ, số vô tỷ (irrational number/irrational) là 1 số thực được biểu diễn bởi 1 số thập phân *vô hạn không tuần hoàn*. Gọi  $I$  là tập hợp các số vô tỷ, tập số thực  $\mathbb{R}$  sẽ phân ra thành tập các số hữu tỷ  $\mathbb{Q}$  & tập các số vô tỷ  $I$ , i.e.,  $\mathbb{Q} \cup I = \mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Q} \cap I = \emptyset$ . Quan hệ này sẽ được nhắc lại ở chương trình Toán lớp 10, xem Thái, Chung, et al., 2022, Ví dụ 5, p. 15 hoặc tài liệu của tác giả cho Toán 10 [NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 10/lecture](#).

Đoạn ở trên có thể được diễn đạt lại ngắn gọn & logic hơn như sau: Đặt

$$\mathbb{Q}_{\text{finite}} := \left\{ \frac{a}{2^m 5^n} \mid a \in \mathbb{Z}, m, n \in \mathbb{N}, \text{ƯCLN}(a, b) = 1 \right\},$$

$$\mathbb{Q}_{\text{infinite}} := \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \text{ƯCLN}(a, b) = 1, b \text{ có ước nguyên tố khác 2 \& 5} \right\},$$

thì  $\mathbb{Q}_{\text{finite}}$  là tập hợp các phân số/số hữu tỷ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, &  $\mathbb{Q}_{\text{infinite}}$  là tập hợp các phân số/số hữu tỷ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn. Tương tự mối quan hệ của  $\mathbb{Q}$  &  $I$ , ta cũng có  $\mathbb{Q}$  phân ra thành như sau:  $\mathbb{Q}_{\text{finite}} \cap \mathbb{Q}_{\text{infinite}} = \emptyset$ ,  $\mathbb{Q}_{\text{finite}} \cup \mathbb{Q}_{\text{infinite}} = \mathbb{Q}$ .

## 2 Số Thực – Real Number/Real

**Nội dung.** Số vô tỷ; căn bậc 2 số học; tập hợp các số thực  $\mathbb{R}$ ; giá trị tuyệt đối của 1 số thực; làm tròn & ước lượng; tỷ lệ thức, dãy tỷ số bằng nhau; đại lượng tỷ lệ thuận, đại lượng tỷ lệ nghịch & áp dụng vào bài toán thực tế.

### 2.1 Số Vô Tỷ. Căn Bậc 2 Số Học – Irrational Number/Irrational. Square Root

“Ngay từ thời xa xưa, phân số đã gắn bó với đời sống thực tiễn của con người trong suốt quá trình đo đạc, tính toán. Các nhà toán học Hy Lạp cổ đại thuộc trường phái Pythagoras còn cho rằng: “Tất cả các hiện tượng trong vũ trụ có thể được thu gọn thành các số nguyên & tỷ số của chúng”. Họ gọi các số nguyên & tỷ số của chúng là số *rational*, tức là những số *có lý*, mà ngày nay chúng ta quen gọi là số hữu tỷ. Tuy nhiên, vào thế kỷ V trước Công nguyên, nhà toán học Hippasus (530–450 trước Công nguyên) đã phát hiện ra rằng có những đối tượng trong thế giới tự nhiên không biểu thị được qua số hữu tỷ, e.g., tỷ số giữa độ dài đường chéo hình vuông với cạnh của hình vuông đó thì không thể là số hữu tỷ. Phát minh của ông không được chấp nhận trong 1 thời gian dài, thậm chí những số như thế còn bị gọi là *irrational*, tức là những số *vô lý* hay *không có lý*. (Nguồn: M. Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Vol. 1, Oxford University Press, New York, 1990)” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 32

#### 2.1.1 Số vô tỷ

**2.1.1.1 Khái niệm số vô tỷ** “Trong đời sống thực tiễn của con người, ta thường gặp những số không phải là số hữu tỷ, những số đó được gọi là *số vô tỷ*.”

**Ví dụ 2.1.** Số  $\pi$  được người Babylon cổ đại phát hiện gần 4000 năm trước & được biểu diễn bằng chữ cái Hy Lạp  $\pi$  từ giữa thế kỷ XVIII. Số  $\pi$  là tỷ số giữa độ dài của 1 đường tròn với độ dài đường kính của đường tròn đó. Năm 1760, nhà toán học Johann Heinrich Lambert (1728–1777, người Thụy Sĩ) đã chứng tỏ được rằng số  $\pi$  là số vô tỷ. Nguồn: M. Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Vol. 1, Oxford University Press, New York, 1990)” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 32



**2.1.1.2 Số thập phân vô hạn không tuần hoàn** Những số thập phân có vô số chữ số khác 0 ở phần thập phân của số đó được gọi là *số thập phân vô hạn*. Những số thập phân vô hạn mà ở phần thập phân của nó không có 1 chu kỳ nào cả được gọi là *số thập phân vô hạn không tuần hoàn*.

**2.1.1.3 Biểu diễn thập phân của số vô tỷ** Cũng như số  $\pi$ , người ta chứng tỏ được rằng:

**Định lý 2.1.** *Số vô tỷ được viết dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.*

## 2.1.2 Căn bậc 2 số học

**Định nghĩa 2.1** (Căn bậc 2 số học/square root). Căn bậc 2 số học của số  $a \geq 0$  là số  $x \geq 0$  sao cho  $x^2 = a$ .

“Căn bậc 2 số học của số  $a \geq 0$  được ký hiệu là  $\sqrt{a}$ . Căn bậc 2 số học của số 0 là số 0, viết là  $\sqrt{0} = 0$ . Cho  $a \geq 0$ . Khi đó: Đẳng thức  $\sqrt{a} = b$  là đúng nếu:  $b \geq 0$  &  $b^2 = a$ .  $(\sqrt{a})^2 = a$ .” “Người ta chứng minh được rằng “Nếu số nguyên dương  $a$  không phải là bình phương của bất kỳ số nguyên dương nào thì  $\sqrt{a}$  là số vô tỷ”. I.e.,  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots$  đều là số vô tỷ.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 34

Ta có thể tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc 2 số học của 1 số dương bằng máy tính cầm tay bằng cách sử dụng nút dấu căn bậc 2 số học  $\sqrt{\square}$ .

## 2.1.3 Tỷ số vàng trong nghệ thuật & kiến trúc – Golden ratio in art & architecture

“*Tỷ số vàng* là tỷ số chuẩn giữa các thành tố trong thiết kế nhằm đem lại hiệu ứng cao nhất cho con người khi thưởng thức các tác phẩm nghệ thuật. Những tỷ số đó thường là các số vô tỷ. Từ thời Hy Lạp cổ đại & Ai Cập cổ đại, người ta cho rằng *hình chữ nhật vàng* là hình chữ nhật có tỷ số giữa chiều dài & chiều rộng là  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$  (từ hình vuông  $AMND$ , gọi  $O$  là trung điểm của cạnh  $DN$ , vẽ đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $OM$ ; đường tròn này cắt đường thẳng  $DN$  ở  $C$ , dựng hình chữ nhật  $ABCD$  ta có 1 hình chữ nhật vàng).

*Đường xoắn ốc vàng* là đường xoắn ốc tiếp xúc trong với các cạnh của 1 chuỗi các hình chữ nhật vàng.

Tỷ số vàng chi phối hầu hết các tác phẩm nghệ thuật, thiết kế đồ họa & kiến trúc nổi tiếng thế giới. Ví dụ, chúng ta có thể thấy đường xoắn ốc vàng trong bức chân dung nàng Mona Lisa của danh họa Leonardo Vinci (1452–1519, người Ý), trong bức tranh “Thiếu nữ bên hoa huệ” của danh họa Tô Ngọc Vân (1906–1954, người Việt Nam) hay trong nhiều kiến trúc nổi tiếng thế giới như Đền thờ Parthenon ở Thủ đô Athens của Hy Lạp.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 36

## 2.1.4 Tỷ số vàng & vũ trụ

“Trong vũ trụ có rất nhiều dải ngân hà xoắn ốc theo đúng tỷ lệ của đường xoắn ốc vàng. Ví dụ dải ngân hà NGC 5194 ở hình bên cách dải ngân hà của chúng ta khoảng 31 triệu năm ánh sáng (1 năm ánh sáng bằng khoảng 9.5 nghìn kilomet).” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 36

## 2.2 Tập Hợp $\mathbb{R}$ Các Số Thực – Set $\mathbb{R}$ of Reals

### 2.2.1 Tập hợp số thực

#### 2.2.1.1 Số thực

**Định nghĩa 2.2** (Số thực, tập hợp các số thực). *Số hữu tỷ & số vô tỷ được gọi chung là số thực. Tập hợp các số thực được ký hiệu là  $\mathbb{R}$ .*

**2.2.1.2 Biểu diễn thập phân của số thực** “Mỗi số thực là số hữu tỷ hoặc số vô tỷ. Vì thế, mỗi số thực đều biểu diễn được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn. Cụ thể, ta có sơ đồ sau:  $\boxed{\text{Số thực}}$  bao gồm:

- $\boxed{\text{Số hữu tỷ}} \rightarrow$  Biểu diễn bằng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn
- $\boxed{\text{Số vô tỷ}} \rightarrow$  Biểu diễn bằng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 38

### 2.2.2 Biểu diễn số thực trên trục số

“Tương tự như đối với số hữu tỷ, ta có thể biểu diễn mọi số thực trên trục số, khi đó điểm biểu diễn số thực  $x \in \mathbb{R}$  được gọi là điểm  $x$ . Các điểm biểu diễn số hữu tỷ không lấp đầy trục số. Người ta chứng minh được rằng: Mỗi số thực được biểu diễn bởi 1 điểm trên trục số. Ngược lại, mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn 1 số thực. Vì thế, trục số còn được gọi là *trục số thực*.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 39



### 2.2.3 Số đối của 1 số thực

**Định nghĩa 2.3.** Trên trục số, 2 số thực (phân biệt) có điểm biểu diễn nằm về 2 phía của điểm gốc 0 & cách đều điểm gốc 0 được gọi là 2 số đối nhau. Số đối của số thực  $a \in \mathbb{R}$  ký hiệu là  $-a$ . Số đối của số 0 là 0.

“Số đối của số  $-a$  là số  $a$ , i.e.,  $-(-a) = a, \forall a \in \mathbb{R}$ .”

### 2.2.4 So sánh các số thực

**2.2.4.1 So sánh 2 số thực** “Cũng như số hữu tỷ, trong 2 số thực khác nhau luôn có 1 số nhỏ hơn số kia. Nếu số thực  $a \in \mathbb{R}$  nhỏ hơn số thực  $b \in \mathbb{R}$  thì ta viết  $a < b$  hay  $b > a$ . Số thực lớn hơn 0 gọi là *số thực dương*. Số thực nhỏ hơn 0 gọi là *số thực âm*. Số 0 không phải là số thực dương cũng không phải là số thực âm. Nếu  $a < b$  &  $b < c$  thì  $a < c$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 40. Tính chất cuối được gọi là *tính chất bắc cầu*, & được viết gọn bằng ký hiệu toán học như sau:  $((a < b) \wedge (b < c)) \Rightarrow (a < c), \forall a, b, c \in \mathbb{R}$ .

**2.2.4.2 Cách so sánh 2 số thực** “Trong những trường hợp thuận lợi, ta có thể so sánh 2 số thực bằng cách biểu diễn thập phân mỗi số thực đó rồi so sánh 2 số thập phân đó.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 40 “Việc biểu diễn 1 số thực dưới dạng số thập phân (hữu hạn hoặc vô hạn) thường là phức tạp. Trong 1 số trường hợp ta dùng quy tắc sau: Với  $a, b$  là 2 số thực dương, nếu  $a > b$  thì  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 41, i.e.,  $(a > b) \Rightarrow (\sqrt{a} > \sqrt{b}), \forall a, b \in \mathbb{R}_{>0}$ , với  $\mathbb{R}_{>0} := \{x \in \mathbb{R} | x > 0\} = (0, \infty)$ .

**2.2.4.3 Minh họa trên trục số** “Giả sử 2 điểm  $x, y$  lần lượt biểu diễn 2 số thực  $x, y \in \mathbb{R}$  trên trục số nằm ngang. Ta thừa nhận nhận xét sau: Nếu  $x < y$  hay  $y > x$  thì điểm  $x$  nằm bên trái điểm  $y$ . Ngược lại, nếu điểm  $x$  nằm bên trái điểm  $y$  thì  $x < y$  hay  $y > x$ .

Đối với 2 điểm  $x, y$  lần lượt biểu diễn 2 số thực  $x, y$  trên trục số thẳng đứng, ta cũng thừa nhận nhận xét sau: Nếu  $x < y$  hay  $y > x$  thì điểm  $x$  nằm phía dưới điểm  $y$ . Ngược lại, nếu điểm  $x$  nằm phía dưới điểm  $y$  thì  $x < y$  hay  $y > x$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 41

### 2.2.5 Các phép tính với số thực

“Trong tập hợp các số thực cũng có các phép tính (cộng, trừ, nhân, chia, lũy thừa với số mũ tự nhiên) & các tính chất tương tự như các phép tính trong tập hợp các số hữu tỷ.

#### 2.2.5.1 Tính chất của phép cộng các số thực

- Giao hoán:  $a + b = b + a, \forall a, b \in \mathbb{R}$ ;
- Kết hợp:  $(a + b) + c = a + (b + c), \forall a, b, c \in \mathbb{R}$ ;
- Cộng với số 0:  $a + 0 = 0 + a = a, \forall a \in \mathbb{R}$ ;
- Cộng với số đối:  $a + (-a) = (-a) + a = 0, \forall a \in \mathbb{R}$ .

#### 2.2.5.2 Tính chất của phép nhân các số thực

- Giao hoán:  $ab = ba, \forall a, b \in \mathbb{R}$ ;
- Kết hợp:  $(ab)c = a(bc), \forall a, b, c \in \mathbb{R}$ ;
- Nhân với số 1:  $a1 = 1a = a, \forall a \in \mathbb{R}$ ;
- Phân phối đối với phép cộng:  $a(b + c) = ab + ac, \forall a, b, c \in \mathbb{R}$ ;
- Với mỗi số thực  $a \neq 0$ , có số nghịch đảo  $\frac{1}{a}$  sao cho:  $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ .

#### 2.2.5.3 Phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên của số thực

- Lũy thừa với số mũ tự nhiên:  $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdots x}_{n \text{ thừa số } x}, \forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}$ ;
- Tích & thương của 2 lũy thừa cùng cơ số:  $x^m x^n = x^{m+n}, \forall x \in \mathbb{R}, \forall m, n \in \mathbb{N}; x^m : x^n = \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}, x \in \mathbb{R}, x \neq 0, \forall m, n \in \mathbb{N}, m \geq n$ ;
- Lũy thừa của 1 lũy thừa:  $(x^m)^n = x^{mn}, \forall x \in \mathbb{R}, \forall m, n \in \mathbb{N}$ ;

- Lũy thừa của 1 tích, 1 thương:

$$(xy)^n = x^n y^n, \forall x, y \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}; \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}, \forall x, y \in \mathbb{R}, y \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}.$$

“Thứ tự thực hiện các phép tính, quy tắc chuyển vế, quy tắc dấu ngoặc trong tập hợp số thực cũng giống như trong tập hợp số hữu tỷ.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 43

## 2.3 Giá Trị Tuyệt Đối của 1 Số Thực – Absolute Value of a Real

### 2.3.1 Khái niệm

**Định nghĩa 2.4** (Giá trị tuyệt đối của số thực). *Khoảng cách từ điểm  $x$  đến điểm gốc 0 trên trục số được gọi là giá trị tuyệt đối của số  $x \in \mathbb{R}$ , ký hiệu là  $|x|$ .*

“Giá trị tuyệt đối của 1 số luôn là 1 số không âm:  $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . 2 số thực đối nhau có giá trị tuyệt đối bằng nhau.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 44, i.e.,  $|-x| = |x|, \forall x \in \mathbb{R}$ .

### 2.3.2 Tính chất

**Mệnh đề 2.1.** *Nếu  $x$  là số dương thì giá trị tuyệt đối của  $x$  là chính nó:  $|x| = x, \forall x \in \mathbb{R}, x > 0$ . Nếu  $x$  là số âm thì giá trị tuyệt đối của  $x$  là số đối của nó:  $|x| = -x, \forall x \in \mathbb{R}, x < 0$ . Giá trị tuyệt đối của 0 là 0:  $|0| = 0$ .*

$$|x| = \begin{cases} x & \text{nếu } x \geq 0, \\ -x & \text{nếu } x < 0. \end{cases}, \quad |-x| = |x|, \forall x \in \mathbb{R}.$$

“Giả sử 2 điểm  $A, B$  lần lượt biểu diễn 2 số thực  $a, b \in \mathbb{R}$  khác nhau trên trục số. Khi đó, độ dài của đoạn thẳng  $AB$  là  $|a - b|$ , i.e.,  $AB = |a - b|$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 46

“Khi ta đã biết phép cộng, phép nhân số thực dương thì ta có thể thực hiện phép cộng, phép nhân số thực tùy ý. Cụ thể, ta có thể thực hiện phép cộng, phép nhân 2 số thực âm hoặc 2 số thực khác dấu bằng cách sử dụng giá trị tuyệt đối của số thực.

- Muốn cộng 2 số thực âm, ta cộng 2 giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu “–” trước kết quả nhận được.

Muốn cộng 2 số thực khác dấu không đối nhau, ta tìm hiệu 2 giá trị tuyệt đối của chúng (số lớn trừ đi số nhỏ) rồi đặt trước kết quả tìm được dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

- Muốn nhân 2 số thực âm, ta nhân 2 giá trị tuyệt đối của chúng.

Muốn nhân 2 số thực khác dấu, ta nhân 2 giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu “–” trước kết quả nhận được.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 47

## 2.4 Làm Tròn & Ước Lượng – Round up & Estimation

### 2.4.1 Làm tròn số

**2.4.1.1 Số làm tròn** “Trong đo đạc & tính toán thực tiễn, đôi khi ta không sử dụng được các số chính xác mà phải sử dụng những số làm tròn xấp xỉ với số chính xác.”

**Định nghĩa 2.5** (Số làm tròn). *“Ở nhiều tình huống thực tiễn, ta cần tìm 1 số thực khác xấp xỉ với số thực đã cho để thuận tiện hơn trong ghi nhớ, đo đạc hay tính toán. Số thực tìm được như thế được gọi là số làm tròn của số thực đã cho.”* – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 48

### 2.4.1.2 Làm tròn số với độ chính xác cho trước

**Định nghĩa 2.6** (Làm tròn số với độ chính xác cho trước). *Ta nói số  $a$  được làm tròn đến số  $b$  với độ chính xác  $d$  nếu khoảng cách giữa điểm  $a$  & điểm  $b$  trên trục số không vượt quá  $d$ .*

“Khi làm tròn số đến 1 hàng nào đó thì độ chính xác bằng nửa đơn vị của hàng làm tròn.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 49. “Để làm tròn 1 số thập phân âm, ta chỉ cần làm tròn số đối của nó rồi đặt dấu “–” trước kết quả.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 50

“Trong đo đạc & tính toán thực tiễn, ta thường cố gắng làm tròn số thực với độ chính xác  $d$  càng nhỏ càng tốt. Trong thực tế, làm tròn số thực là 1 công việc có nhiều khó khăn. Tuy nhiên, người ta cũng biết 1 số cách để làm tròn số thực.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 51

### 2.4.2 Ước lượng – Estimation

“Trong thực tiễn, đôi lúc ta không quá quan tâm đến tính chính xác của kết quả tính toán mà chỉ cần ước lượng kết quả, i.e., tìm 1 số gần sát với kết quả chính xác.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 51

## 2.5 Tỷ Lệ Thức

**Định nghĩa 2.7** (Tỷ lệ thức). Tỷ lệ thức là đẳng thức của 2 tỷ số  $\frac{a}{b}$  &  $\frac{c}{d}$ , viết là  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

“Tỷ lệ thức  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  còn được viết là  $a : b = c : d$ , các số  $a, b, c, d$  gọi là các số hạng của tỷ lệ thức.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 52

### 2.5.1 Tính chất

**Mệnh đề 2.2.** Nếu  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì  $ad = bc$ .

**Mệnh đề 2.3.** Nếu  $ad = bc$  &  $a, b, c, d$  đều khác 0 thì ta có các tỷ lệ thức:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ,  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ,  $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ ,  $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$ .

Với  $a, b, c, d$  đều khác 0 thì từ 1 trong 5 đẳng thức sau đây, ta có thể suy ra các đẳng thức còn lại:

$$ad = bc \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

## 2.6 Dây Tỷ Số Bằng Nhau

### 2.6.1 Khái niệm

**Định nghĩa 2.8** (Dây tỷ số bằng nhau). Những tỷ số bằng nhau & được viết nối với nhau bởi các dấu đẳng thức tạo thành dây tỷ số bằng nhau.

“Với dây tỷ số bằng nhau  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ , ta cũng viết  $a : b = c : d = e : f$ . Khi có dây tỷ số bằng nhau  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ , ta nói các số  $a, c, e$  tỷ lệ với các số  $b, d, f$  & viết là  $a : c : e = b : d : f$ .” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 55

### 2.6.2 Tính chất

**Mệnh đề 2.4.** Từ tỷ lệ thức  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , ta suy ra:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$ , ( $b \neq d$  &  $b \neq -d$ ).

“Tính chất trên còn được mở rộng cho dây tỷ số bằng nhau. E.g., từ dây tỷ số bằng nhau  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ , ta suy ra:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{e}{f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

(giả sử các tỷ số đều có nghĩa).” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 56

**Bài toán 2.1.** Tìm 2 số  $x, y \in \mathbb{R}$ , biết  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$  &  $cx + dy = e$ , với  $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$  cho trước.

**Bài toán 2.2.** Tìm 3 số  $x, y, z \in \mathbb{R}$ , biết  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$  &  $dx + ey + fz = g$ , với  $a, b, c, d, e, f, g \in \mathbb{R}$  cho trước.

Tổng quát hơn:

**Bài toán 2.3.** Với  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$  cho trước. Tìm  $n$  số  $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ , biết  $\frac{x_1}{a_1} = \frac{x_2}{a_2} = \dots = \frac{x_n}{a_n}$  &  $b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n = \sum_{i=1}^n b_ix_i = c$ , với  $a_i, b_i, c \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, n$  cho trước.

Với  $n = 2, 3$ , bài toán này cho 2 trường hợp riêng là 2 bài toán trước nó.

### 2.6.3 Ứng dụng

“Các tính chất của dây tỷ số bằng nhau có nhiều ứng dụng trong thực tiễn, e.g., ứng dụng vào bài toán chia 1 đại lượng cho trước thành các phần theo tỷ lệ cho trước.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 57

## 2.7 Đại Lượng Tỷ Lệ Thuận

### 2.7.1 Khái niệm

**Định nghĩa 2.9** (Đại lượng tỷ lệ thuận, hệ số tỷ lệ). Nếu đại lượng  $y$  liên hệ với đại lượng  $x$  theo công thức  $y = kx$  (với  $k$  là 1 hằng số khác 0) thì ta nói  $y$  tỷ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỷ lệ  $k$ .

“Nếu  $y$  tỷ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỷ lệ  $k$  thì  $x$  tỷ lệ thuận với  $y$  theo hệ số tỷ lệ  $\frac{1}{k}$ . Ta nói  $x$  &  $y$  là 2 đại lượng tỷ lệ thuận với nhau.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 59

**Ví dụ 2.2** (Chu vi đường tròn tỷ lệ thuận với đường kính & bán kính). Chu vi đường tròn  $C = \pi d = 2\pi r$  tỷ lệ thuận với đường kính  $d$  & bán kính  $r$  theo hệ số tỷ lệ lần lượt là  $\pi$  &  $2\pi$ .

### 2.7.2 Tính chất

**Mệnh đề 2.5.** Nếu 2 đại lượng tỷ lệ thuận với nhau thì:

- Tỷ số 2 giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi;
- Tỷ số 2 giá trị bất kỳ của đại lượng này bằng tỷ số 2 giá trị tương ứng của đại lượng kia.

“Cụ thể: Giả sử  $y$  tỷ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỷ lệ  $k$ . Với mỗi giá trị  $x_1, x_2, x_3, \dots$  khác 0 của  $x$ , ta có 1 giá trị tương ứng  $y_1, y_2, y_3, \dots$  của  $y$ . Khi đó:  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = k$ ,  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ ,  $\frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}, \dots$ ” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 61

Có thể viết gọn thành:  $\frac{y_i}{x_i} = k, \forall i \in \mathbb{N}^*, \frac{x_i}{x_j} = \frac{y_i}{y_j}, i, j \in \mathbb{N}^*$ .

## 2.8 Đại Lượng Tỷ Lệ Nghịch

### 2.8.1 Khái niệm

**Định nghĩa 2.10** (Đại lượng tỷ lệ nghịch). Nếu đại lượng  $y$  liên hệ với đại lượng  $x$  theo công thức  $y = \frac{a}{x}$  hay  $xy = a$  (với  $a$  là 1 hằng số khác 0) thì ta nói  $y$  tỷ lệ nghịch với  $x$  theo hệ số tỷ lệ  $a$ .

“Nếu  $y$  tỷ lệ nghịch với  $x$  theo hệ số tỷ lệ  $a$  thì  $x$  cũng tỷ lệ nghịch với  $y$  theo hệ số tỷ lệ  $a$ . Ta nói  $x$  &  $y$  là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch với nhau.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 64

### 2.8.2 Tính chất

**Mệnh đề 2.6.** Nếu 2 đại lượng tỷ lệ nghịch với nhau thì:

- Tích 2 giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỷ lệ);
- Tỷ số 2 giá trị bất kỳ của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỷ số 2 giá trị tương ứng của đại lượng kia.

“Cụ thể: Giả sử  $y$  tỷ lệ nghịch với  $x$  theo hệ số tỷ lệ  $a$ . Với mỗi giá trị  $x_1, x_2, x_3, \dots$  khác 0 của  $x$ , ta có 1 giá trị tương ứng  $y_1, y_2, y_3, \dots$  của  $y$ . Khi đó:  $x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \dots = a$  hay  $\frac{x_1}{\frac{1}{y_1}} = \frac{x_2}{\frac{1}{y_2}} = \frac{x_3}{\frac{1}{y_3}} = \dots = a$ ;  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ ,  $\frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}, \dots$ ” –

Thái, Đạt, et al., 2022, p. 66. Có thể viết gọn thành  $x_i y_i = a, \forall i \in \mathbb{N}^*$  hay  $\frac{x_i}{\frac{1}{y_i}} = a, \forall i \in \mathbb{N}^*$ ;  $\frac{x_i}{x_j} = \frac{y_j}{y_i}, \forall i, j \in \mathbb{N}^*$ .

**Ví dụ 2.3.** Năng suất lao động & thời gian hoàn thành công việc là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch.

### 2.8.3 1 số bài toán

**Ví dụ 2.4.** Số công nhân làm việc & thời gian hoàn thành công việc là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch.

## 2.9 Hoạt Động Thực Hành & Trải Nghiệm: 1 Số Hình Thức Khuyến Mãi trong Kinh Doanh

### 2.9.1 Nội dung chính của chủ đề

**2.9.1.1 Giới thiệu về khuyến mãi trong kinh doanh** “Như ta đã biết, để tăng lãi trong kinh doanh người ta thường sử dụng 2 cách chính sau đây: (i) Nâng giá mặt hàng; (ii) Thu hút người mua để bán được nhiều hàng. Khi nâng giá mặt hàng, có thể số người mua giảm đi nên số sản phẩm bán được ít đi. Vì thế, để tăng lãi trong kinh doanh người ta quan tâm nhiều đến những giải pháp thu hút người mua để bán được nhiều hàng. Những giải pháp như thế thường được gọi chung là *khuyến mãi*.

Mục đích chính của khuyến mãi là thúc đẩy người tiêu dùng mua & mua nhiều hơn các hàng hóa mà doanh nghiệp cung cấp hoặc phân phối. Ngoài ra, hoạt động khuyến mãi còn nhằm quảng bá thương hiệu sản phẩm & quảng bá doanh nghiệp.

Trong thực tế kinh doanh hiện nay ở Việt Nam, các doanh nghiệp nêu ra 1 số hình thức khuyến mãi như: (i) Dùng thử hàng mẫu miễn phí, e.g., đưa hàng hóa mẫu để khách hàng dùng thử không phải trả tiền; (ii) Tặng quà, e.g., tặng hàng hóa cho khách hàng không thu tiền; (iii) Giảm giá, e.g.: bán hàng với giá thấp hơn giá bán trước đó, ... Các hình thức khuyến mãi được đưa ra phải đảm bảo những nguyên tắc sau: Việc khuyến mãi được thực hiện hợp pháp, trung thực, công khai, minh bạch, cạnh tranh lành mạnh, không xâm hại đến lợi ích hợp pháp của người tiêu dùng, của các nhà kinh doanh, tổ chức hoặc cá nhân khác, đặc biệt không được lợi dụng lòng tin & sự thiếu hiểu biết, thiếu kinh nghiệm của khách hàng.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 71

**2.9.1.2 Hình thức giảm giá trong khuyến mãi** “Dưới đây là 1 số hình thức giảm giá phổ biến: 1. Giảm giá bán của sản phẩm: Thay vì bán với giá niêm yết, khách hàng được mua hàng với giá giảm 5% hoặc 10%, 15%, ... tùy theo chiến lược kinh doanh của cửa hàng. 2. Giảm giá khi mua nhiều sản phẩm: E.g., mua 2 sản phẩm được giảm 5%; mua 3 sản phẩm được giảm 10%; ...

### 2.9.1.3 Kiến thức toán học

**Mệnh đề 2.7.** Sau khi giảm  $x\%$  số  $a$ , ta nhận được số  $a(100\% - x\%)$ . Sau khi tăng  $x\%$  số  $a$ , ta nhận được số  $a(100\% + x\%)$ .

## 3 Hình Học Trực Quan – Visual Geometry

**Nội dung.** Hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác.

### 3.1 Hình Hộp Chữ Nhật. Hình Lập Phương

#### 3.1.1 Hình hộp chữ nhật

“Hình hộp chữ nhật có 6 mặt, 12 cạnh, 8 đỉnh.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 76. “Hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đáy dưới  $ABCD$ , đáy trên  $A'B'C'D'$ . Các mặt bên:  $AA'B'B$ ,  $BB'C'C$ ,  $CC'D'D$ ,  $DD'A'A$ . Các cạnh đáy:  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$ ,  $A'B'$ ,  $B'C'$ ,  $C'D'$ ,  $D'A'$ . Các cạnh bên:  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ . Các đỉnh:  $A, B, C, D, A', B', C', D'$ .” “Khi ngồi trước 1 hình hộp chữ nhật, bạn chỉ nhìn thấy 3 mặt được tô màu, còn 1 số cạnh không nhìn thấy được. Tuy nhiên, để nhận dạng tốt hơn cả hình hộp chữ nhật, người ta vẫn vẽ các cạnh không nhìn thấy đó, nhưng bằng nét đứt.” “Hình hộp chữ nhật có: Các mặt đều là hình chữ nhật. Các cạnh bên bằng nhau.” “Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mỗi đoạn thẳng  $A'C$ ,  $B'D$ ,  $C'A$ ,  $D'B$  gọi là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó.” “Hình hộp chữ nhật có 4 đường chéo.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 77

#### 3.1.2 Hình lập phương

“Hình lập phương có 6 mặt, 12 cạnh, 8 đỉnh, 4 đường chéo.” “Hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đáy dưới  $ABCD$ , đáy trên  $A'B'C'D'$ . Các mặt bên:  $AA'B'B$ ,  $BB'C'C$ ,  $CC'D'D$ ,  $DD'A'A$ . Các cạnh đáy:  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$ ,  $A'B'$ ,  $B'C'$ ,  $C'D'$ ,  $D'A'$ . Các cạnh bên:  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ . Các đỉnh:  $A, B, C, D, A', B', C', D'$ . Các đường chéo:  $A'C$ ,  $B'D$ ,  $C'A$ ,  $D'B$ .” “Hình lập phương có: Các mặt đều là hình vuông. Các cạnh đều bằng nhau.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 78

#### 3.1.3 Diện tích xung quanh & thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

“Cho hình hộp chữ nhật có 3 kích thước: chiều dài là  $a$ , chiều rộng là  $b$ , chiều cao là  $c$  ( $a, b, c$  cùng đơn vị đo). Cho hình lập phương có độ dài cạnh là  $d$ . Ta có 1 số công thức sau:

	Diện tích xung quanh	Thể tích
Hình hộp chữ nhật	$S_{xq} = 2(a + b)c$	$V = abc$
Hình lập phương	$S_{xq} = 4d^2$	$V = d^3$

### 3.2 Hình Lăng Trụ Đứng Tam Giác. Hình Lăng Trụ Đứng Tứ Giác

#### 3.2.1 Hình lăng trụ đứng tam giác

“Lăng trụ đứng tam giác có 5 mặt, 9 cạnh, 6 đỉnh.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 81. “Lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Đáy dưới  $ABC$ , đáy trên  $A'B'C'$ . Các mặt bên:  $AA'B'B$ ,  $BB'C'C$ ,  $CC'A'A$ . Các cạnh đáy:  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$ ,  $A'B'$ ,  $B'C'$ ,  $C'A'$ . Các cạnh bên:  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ . Các đỉnh  $A, B, C, A', B', C'$ .” “Lăng trụ đứng tam giác có: 2 mặt đáy cùng là tam giác & song

song với nhau. Mỗi mặt bên là hình chữ nhật. Các cạnh bên bằng nhau. Chiều cao của hình lăng trụ đứng tam giác là độ dài 1 cạnh bên.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 82

### 3.2.2 Hình lăng trụ đứng tứ giác

“Lăng trụ đứng tứ giác có 6 mặt, 12 cạnh, 8 đỉnh.” “Lăng trụ đứng tứ giác  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đáy dưới  $ABCD$ , đáy trên  $A'B'C'D'$ . Các mặt bên:  $AA'B'B$ ,  $BB'C'C$ ,  $CC'D'D$ ,  $DD'A'A$ . Các cạnh đáy:  $AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D', D'A'$ . Các cạnh bên:  $AA', BB', CC', DD'$ . Các đỉnh:  $A, B, C, D, A', B', C', D'$ .” “Lăng trụ đứng tứ giác có: 2 mặt đáy cùng là tứ giác & song song với nhau. Mỗi mặt bên là hình chữ nhật. Các cạnh bên bằng nhau. Chiều cao của hình lăng trụ đứng tứ giác là độ dài 1 cạnh bên.” “Hình hộp chữ nhật & hình lập phương cũng là lăng trụ đứng tứ giác.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 83

### 3.2.3 Thể tích & diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác

“Đối với hình lăng trụ đứng tứ giác, các tính thể tích cũng tương tự như cách tính thể tích của hình hộp chữ nhật.

**Mệnh đề 3.1.** *Thể tích của hình lăng trụ đứng tứ giác bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.*

I.e.:  $V = Sh$ , trong đó  $V$  là thể tích,  $S$  là diện tích đáy &  $h$  là chiều cao của hình lăng trụ đứng tứ giác. Tương tự, ta có:

**Mệnh đề 3.2.** *Thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.*

I.e.:  $V = Sh$ , trong đó  $V$  là thể tích,  $S$  là diện tích đáy &  $h$  là chiều cao của hình lăng trụ đứng tam giác.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 84

**Mệnh đề 3.3.** *Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác hay hình lăng trụ đứng tứ giác bằng chu vi đáy nhân với chiều cao.*

I.e.,  $S_{xq} = Ch$ , trong đó  $S_{xq}$  là diện tích xung quanh,  $C$  là chu vi đáy,  $h$  là chiều cao của hình lăng trụ đứng tam giác hay của hình lăng trụ đứng tứ giác.” – Thái, Đạt, et al., 2022, p. 85.

## 4 Góc. Đường Thẳng Song Song – Angle/Paralleling Lines

**Nội dung.** Góc ở vị trí đặc biệt; tia phân giác của 1 góc; 2 đường thẳng song song; tiên đề Euclid về đường thẳng song song; định lý, chứng minh định lý.

### 4.1 Góc ở Vị Trí Đặc Biệt

#### 4.1.1 2 góc kề nhau

p. 90 (91/114)





**4.2 Tia Phân Giác của 1 Góc****4.3 2 Đường Thẳng Song Song****4.4 Định Lý****5 1 Số Yếu Tố Thống Kê & Xác Suất – Some Ingredients in Statistics & Probability****5.1 Thu Thập, Phân Loại & Biểu Diễn Dữ Liệu****5.2 Phân Tích & Xử Lý Dữ Liệu****5.3 Biểu Đồ Đoạn Thẳng****5.4 Biểu Đồ Hình Quạt Tròn****5.5 Biến Cố Trong 1 Số Trò Chơi Đơn Giản****5.6 Xác Suất của Biến Cố Ngẫu Nhiên trong 1 Số Trò Chơi Đơn Giản****5.7 Hoạt Động Thực Hành & Trải Nghiệm: Dung Tích Phổi****6 Biểu Thức Đại Số – Algebraic Expression****6.1 Biểu Thức Số. Biểu Thức Đại Số****6.2 Đa Thức 1 Biến. Nghiệm của Đa Thức 1 Biến****6.3 Phép Cộng, Phép Trừ Đa Thức 1 Biến****6.4 Phép Nhân Đa Thức 1 Biến****6.5 Phép Chia Đa Thức 1 Biến****7 Tam Giác – Triangle****7.1 Tổng Các Góc của 1 Tam Giác****7.2 Quan Hệ Giữa Góc & Cạnh Đối Diện. Bất Đẳng Thức Tam Giác****7.3 2 Tam Giác Bằng Nhau****7.4 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ Nhất của Tam Giác: Cạnh – Cạnh – Cạnh****7.5 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 2 của Tam Giác: Cạnh – Góc – Cạnh****7.6 Trường Hợp Bằng Nhau Thứ 3 của Tam Giác: Góc – Cạnh – Góc****7.7 Tam Giác Cân****7.8 Đường Vuông Góc & Đường Xiên****7.9 Đường Trung Trực của 1 Đoạn Thẳng****7.10 Tính Chất 3 Đường Trung Tuyến của Tam Giác****7.11 Tính Chất 3 Đường Phân Giác của Tam Giác****7.12 Tính Chất 3 Đường Trung Trực của Tam Giác****7.13 Tính Chất 3 Đường Cao của Tam Giác****Tài liệu**

[NQBH/elementary math] Nguyễn Quân Bá Hồng. *Some Topics in Elementary Mathematics: Problems, Theories, Applications, & Bridges to Advanced Mathematics*. Mar 2022–now.

## Tài liệu

Thái, Đỗ Đức, Phạm Xuân Chung, et al. (2022). *Toán 10, tập 1*. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 107.

Thái, Đỗ Đức, Đỗ Tiến Đạt, et al. (2022). *Toán 7, tập 1*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, p. 111.