

# Домашняя работа по ТМВ №1

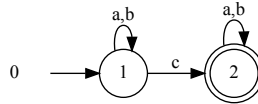
Трофимов И.С., группа А-05-19

27 марта 2022 г.

## Задание 1

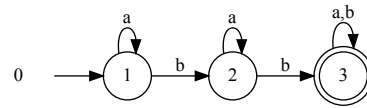
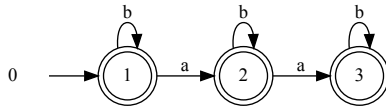
Построить конечные автоматы, распознающие следующие языки

1.  $L_1 = \{\omega \in \{a, b, c\}^* : |\omega|_c = 1\}$



2.  $L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_a \leq 2, |\omega|_b \geq 2\}$

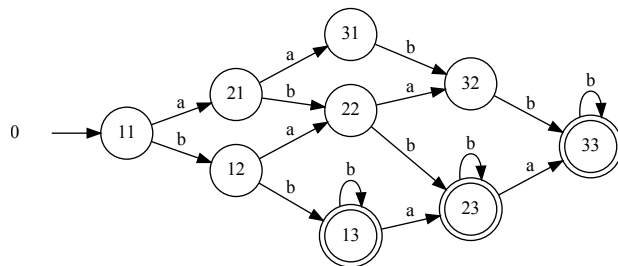
Рассмотрим автоматы  $A = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_a \leq 2\}$  и  $B = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_b \geq 2\}$ , распознающие каждое условие по отдельности:



Тогда  $L_2 = A \times B$ . Терминальными состояниями в  $L_2$  будут вершины 13, 23 и 33. Теперь выпишем переходы для произведения автоматов в виде таблицы:

$A$	$B$	переход по $a$	переход по $b$
1	1	21	12
2	2	32	23
3	3	-	33
1	2	22	13
2	3	33	23
3	1	-	32
1	3	23	13
2	1	31	22
3	2	-	33

После прямого произведения двух автоматов получим окончательный ответ:

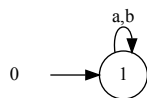


3.  $L_3 = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_a \neq |\omega|_b\}$

Этот язык нельзя описать с помощью ДКА, т.к. для описания языка необходимо запоминать количество символов одного типа, что ДКА сделать не может.

4.  $L_4 = \{\omega \in \{a, b\}^* : \omega\omega = \omega\omega\}$

Очевидно, что такой язык описывает только пустые слова:



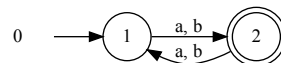
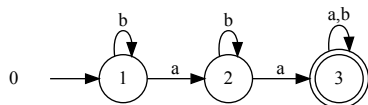
Строить граф для данного ДКА нецелесообразно, т.к. он будет слишком большим.

## Задание 2

Построить конечные автоматы, распознающие следующие языки, используя прямое произведение:

1.  $L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_a \geq 2 \wedge |\omega|_b \geq 2\}$

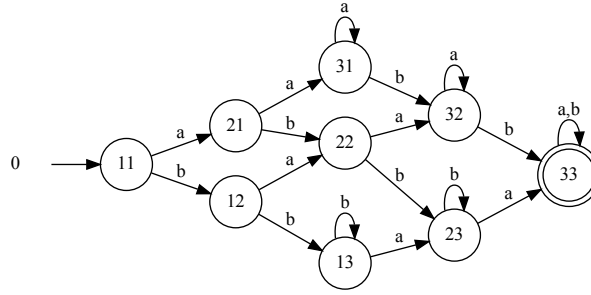
Рассмотрим автоматы  $A = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_a \geq 2\}$  и  $B = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_b \geq 2\}$ , распознающие каждое условие по отдельности:



Тогда  $L_1 = A \times B$ , имеем  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $s = 11$  и  $T = \{33\}$ . Теперь выпишем переходы для произведения автоматов в виде таблицы:

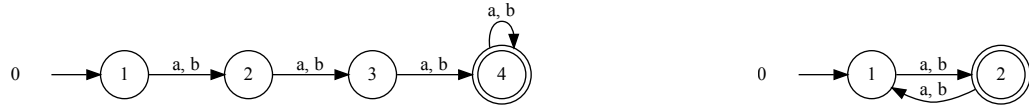
$A$	$B$	переход по $a$	переход по $b$
1	1	21	12
2	2	32	23
3	3	33	33
1	2	22	13
2	3	33	23
3	1	31	32
1	3	23	13
2	1	31	22
3	2	32	33

После прямого произведения двух автоматов получим окончательный ответ:



2.  $L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega| \geq 3 \wedge |\omega| \text{ нечётное}\}$

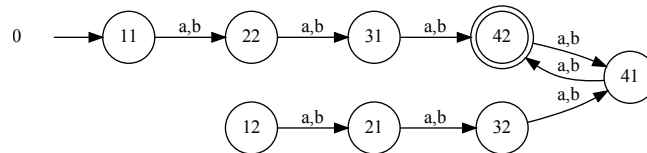
Рассмотрим автоматы  $A = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega| \geq 3\}$  и  $B = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega| \text{ нечётное}\}$ :



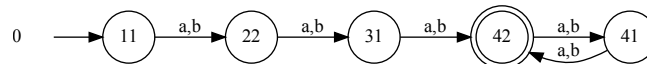
Тогда  $L_2 = A \times B$ , имеем  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $s = 11$  и  $T = \{33\}$ . Переходы для произведения автоматов:

$A$	$B$	переход по $a$ или $b$
1	1	22
2	1	32
3	1	42
4	1	42
1	2	21
2	2	31
3	2	41
4	2	41

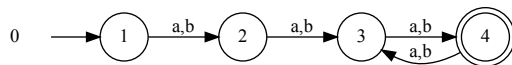
После прямого произведения двух автоматов получим окончательный ответ:



ДКА можно упростить, т.к. невозможно попасть в узлы 12, 21 и 32:

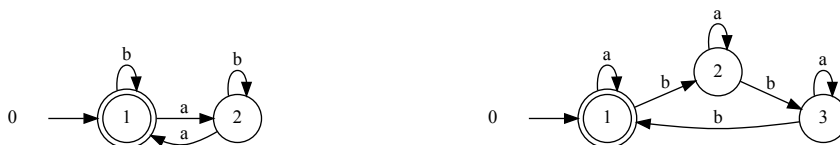


С другой стороны, описать данный язык можно с помощью более компактного автомата, созданного "вручную":



3.  $L_3 = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_a \text{ чётно} \wedge |\omega|_b \text{ кратно } 3\}$

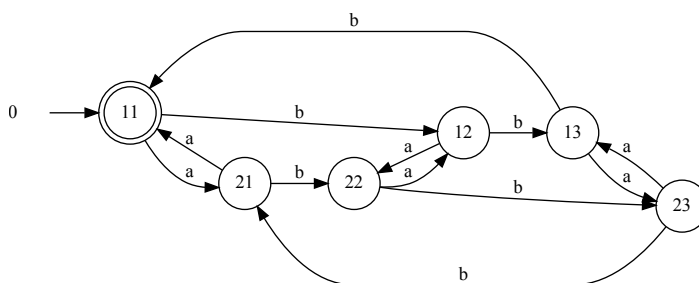
Рассмотрим автоматы  $A = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_a \text{ чётно}\}$  и  $B = \{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_b \text{ кратно } 3\}$ :



Тогда  $L_3 = A \times B$ , имеем  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $s = 11$  и  $T = \{11\}$ . Переходы для произведения автоматов:

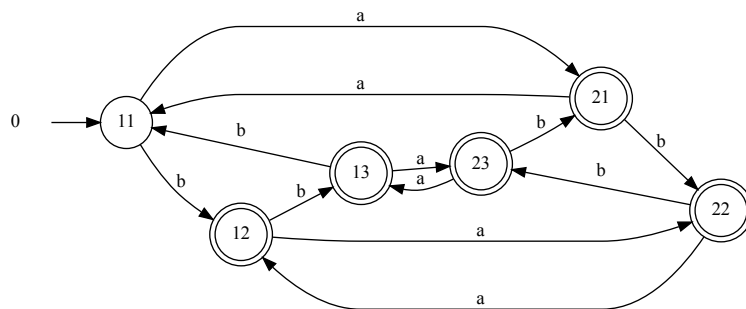
$A$	$B$	переход по $a$	переход по $b$
1	1	21	12
2	2	12	23
1	2	22	13
2	3	13	21
1	3	23	11
2	1	11	22

После прямого произведения двух автоматов получим окончательный ответ:



4.  $L_4 = \neg L_3$

Имеем,  $T_4 = Q_3 \setminus T_3 = \{12, 13, 21, 22, 23\}$ , тогда можно легко построить ДКА:



5.  $L_5 = L_2 \setminus L_3$

Так как  $L_5 = L_2 \setminus L_3 = L_2 \cap \neg L_3 = \neg L_3 \times L_2$ , тогда имеем:

$\Sigma = \{a, b\}$ ,  $s = \langle 11, 11 \rangle$  и  $T = \{\langle 12, 42 \rangle, \langle 13, 42 \rangle, \langle 21, 42 \rangle, \langle 22, 42 \rangle, \langle 23, 42 \rangle\}$

Выпишем переходы для  $L_5$ :

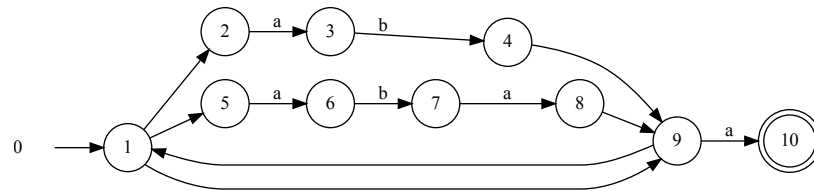
$\neg L_3$	$L_2$	переход по $a$	переход по $b$
11	11	21, 22	12, 22
11	22	21, 31	12, 31
11	31	21, 42	12, 42
11	42	21, 41	12, 41
11	41	21, 42	12, 42
12	11	22, 22	13, 22
12	22	22, 31	13, 31
12	31	22, 42	13, 42
12	42	22, 41	13, 41
12	41	22, 42	13, 42
13	11	23, 22	11, 22
13	22	23, 31	11, 31
13	31	23, 42	11, 42
13	42	23, 41	11, 41
13	41	23, 42	11, 42
21	11	11, 22	22, 22
21	22	11, 31	22, 31
21	31	11, 42	22, 42
21	42	11, 41	22, 41
21	41	11, 42	22, 42
22	11	12, 22	23, 22
22	22	12, 31	23, 31
22	31	12, 42	23, 42
22	42	12, 41	23, 41
22	41	12, 42	23, 42
23	11	13, 22	21, 22
23	22	13, 31	21, 31
23	31	13, 42	21, 42
23	42	13, 41	21, 41
23	41	13, 42	21, 42

## Задание 3

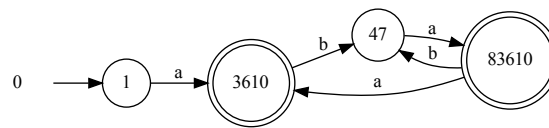
Построить минимальные ДКА по регулярным выражениям:

1.  $(ab + aba)^*a$

Составим недетерминированный автомат, чтобы затем преобразовать его в детерминированный:



Преобразуем:



2.  $a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$