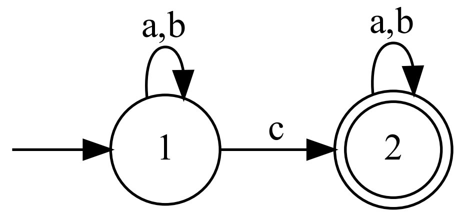
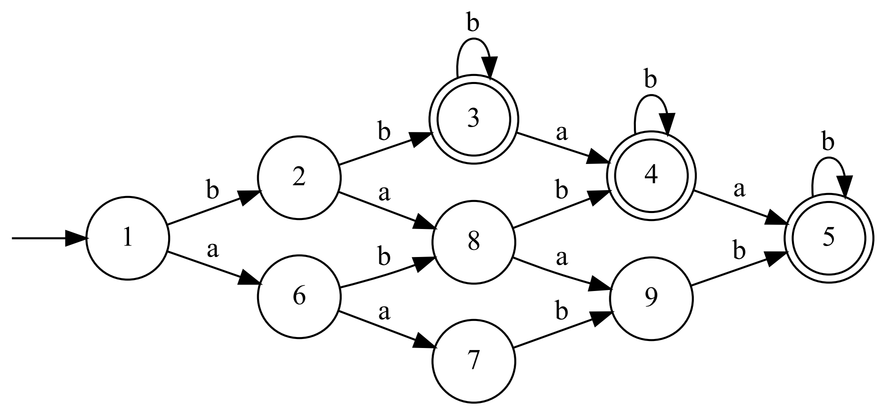
1. Построить конечный автомат распознающий язык

1.1. $L = \{\omega \in \{a, b, c\}^* |\ |\omega|_c = 1\}$



1.2. $L = \{\omega \in \{a, b\}^* |\ |\omega|_a \leq 2, |\omega|_b \geq 2\}$



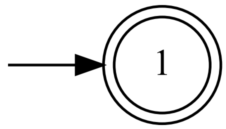
1.3. $L = \{\omega \in \{a, b\}^* |\ |\omega|_a \neq |\omega|_b\}$

Проверим является ли данный язык регулярным Для этого используем лемму о разрастании

Докажем для $\bar{L}$ Фиксируем $\forall n = N$ возьмём слово $\omega = b^N a^N, \in \bar{L}$, так как в лемме $|xy| \leq N,$как бы мы не взяли $x, y,\ y = b^i \implies xy^k z$выходит за пределы языка при $\forall k \implies$ язык $\bar{L}$ не регулярный $\implies$ язык L тоже не регулярный

1.4. $L = \{\omega \in \{a, b\}^* |\ \omega\omega = \omega\omega\omega\}$

Данный автомат должен распознавать язык где любое слово взятое дважды равно любому слову взятому трижды, такое возможно только если все слова $|\omega| = 0$

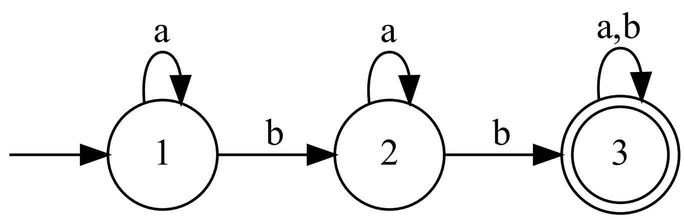


2. Построить конечный автомат используя прямое произведение

2.1. $L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* | \ |\omega|_a \geq 0 \wedge |\omega|_b \geq 0\}$

$A = \langle \sum_a, Q_a, s_a, T_a, \sigma_a \rangle$

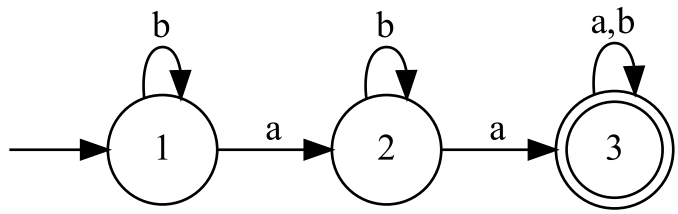
- $\sum_a = \{a, b\}$
- $Q_a = \{a_1, a_2, a_3\}$
- $s_a = a_1$
- $T_a = a_3$
- $\sigma_a =$



$B = \langle \sum_b, Q_b, s_b, T_b, \sigma_b \rangle$

- $\sum_b = \{a, b\}$
- $Q_b = \{b_1, b_2, b_3\}$
- $s_b = b_1$
- $T_b = b_3$

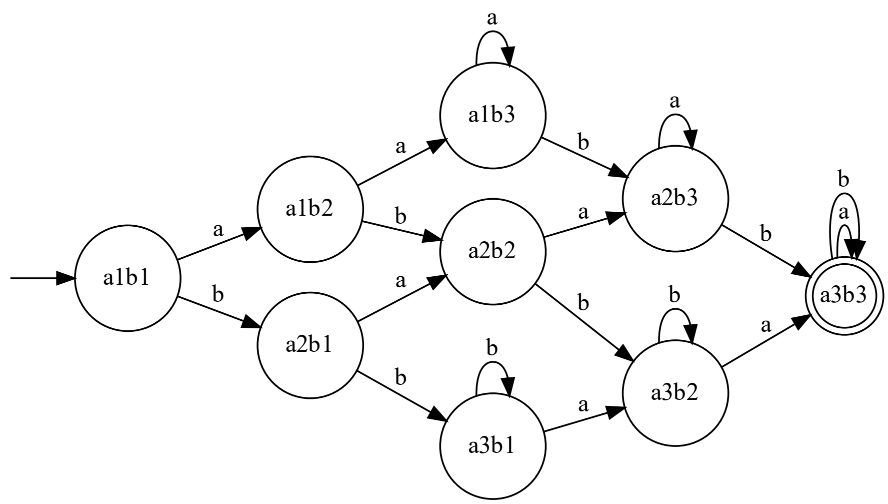
- $\sigma_b =$



$A \times B = \langle \sum_a \cup \sum_b, Q_a \times Q_b, \langle s_a, s_b \rangle, T_a \times T_b, \langle \sigma_a(q_a, c), \sigma_b(q_b, c) \rangle$

- $\sum = \{a, b\}$
- $Q = \{\langle a_1, b_1 \rangle, \langle a_1, b_2 \rangle, \langle a_1, b_3 \rangle, \langle a_2, b_1 \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle, \langle a_2, b_3 \rangle, \langle a_3, b_1 \rangle, \langle a_3, b_2 \rangle, \langle a_3, b_3 \rangle\}$
- $s = \langle a_1, b_1 \rangle$
- $T = \langle a_3, b_3 \rangle$
- σ_b

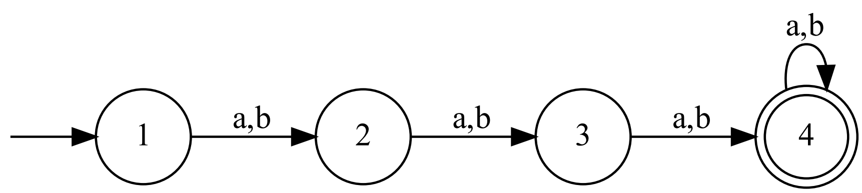
	a	b
$\langle a_1, b_1 \rangle$	$\langle a_1, b_2 \rangle$	$\langle a_2, b_1 \rangle$
$\langle a_1, b_2 \rangle$	$\langle a_1, b_3 \rangle$	$\langle a_2, b_2 \rangle$
$\langle a_2, b_1 \rangle$	$\langle a_2, b_2 \rangle$	$\langle a_3, b_1 \rangle$
$\langle a_2, b_2 \rangle$	$\langle a_2, b_3 \rangle$	$\langle a_3, b_2 \rangle$
$\langle a_1, b_3 \rangle$	$\langle a_1, b_3 \rangle$	$\langle a_2, b_3 \rangle$
$\langle a_3, b_1 \rangle$	$\langle a_3, b_2 \rangle$	$\langle a_3, b_1 \rangle$
$\langle a_2, b_3 \rangle$	$\langle a_2, b_3 \rangle$	$\langle a_3, b_3 \rangle$
$\langle a_3, b_2 \rangle$	$\langle a_3, b_3 \rangle$	$\langle a_3, b_2 \rangle$
$\langle a_3, b_3 \rangle$	$\langle a_3, b_3 \rangle$	$\langle a_3, b_3 \rangle$



2.2. $L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* |\ |\omega| \geq 3 \wedge |\omega|\text{-нечётное}\}$

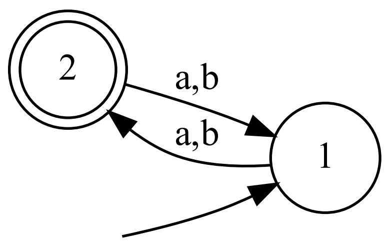
$A = \langle \sum_a, Q_a, s_a, T_a, \sigma_a \rangle$

- $\sum_a = \{a, b\}$
- $Q_a = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$
- $s_a = a_1$
- $T_a = a_4$
- $\sigma_a =$



$B = \langle \sum_b, Q_b, s_b, T_b, \sigma_b \rangle$

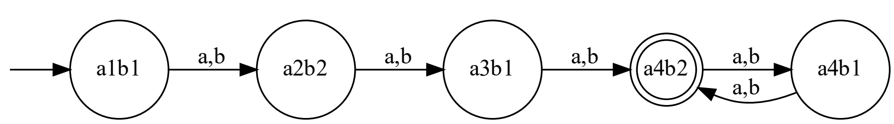
- $\sum_b = \{a, b\}$
- $Q_b = \{b_1, b_2\}$
- $s_b = b_1$
- $T_b = b_2$
- $\sigma_b =$



$A \times B = \langle \sum_a \cup \sum_b, Q_a \times Q_b, \langle s_a, s_b \rangle, T_a \times T_b, \langle \sigma_a(q_a, c), \sigma_b(q_b, c) \rangle$

- $\sum = \{a, b\}$
- $Q = \{\langle a_1, b_1 \rangle, \langle a_1, b_2 \rangle, \langle a_2, b_1 \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle, \langle a_3, b_1 \rangle, \langle a_3, b_2 \rangle, \langle a_4, b_1 \rangle \ \langle a_4, b_2 \rangle\}$
- $s = \langle a_1, b_1 \rangle$
- $T = \langle a_4, b_2 \rangle$
- σ_b

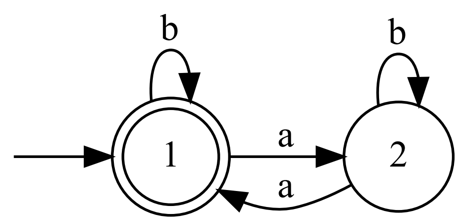
	a	b
$\langle a_1, b_1 \rangle$	$\langle a_2, b_2 \rangle$	$\langle a_2, b_2 \rangle$
$\langle a_2, b_2 \rangle$	$\langle a_3, b_1 \rangle$	$\langle a_3, b_1 \rangle$
$\langle a_3, b_1 \rangle$	$\langle a_4, b_2 \rangle$	$\langle a_4, b_2 \rangle$
$\langle a_4, b_2 \rangle$	$\langle a_4, b_1 \rangle$	$\langle a_4, b_1 \rangle$
$\langle a_4, b_1 \rangle$	$\langle a_4, b_2 \rangle$	$\langle a_4, b_2 \rangle$



2.3. $L_3 = \{\omega \in \{a, b\}^* |\ |\omega|_a\text{-чётно} \wedge |\omega|_b\text{-кратно трём}\}$

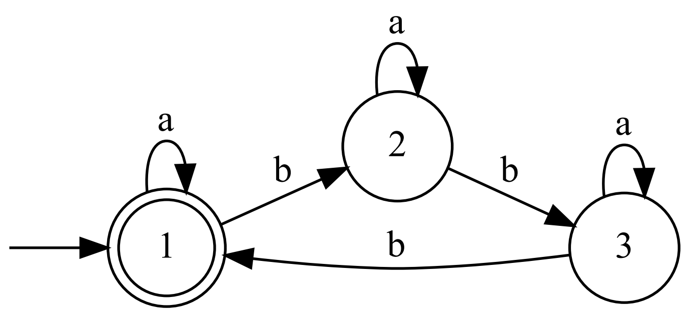
$A = \langle \sum_a, Q_a, s_a, T_a, \sigma_a \rangle$

- $\sum_a = \{a, b\}$
- $Q_a = \{a_1, a_2\}$
- $s_a = a_1$
- $T_a = a_1$
- $\sigma_a =$



$B = \langle \sum_b, Q_b, s_b, T_b, \sigma_b \rangle$

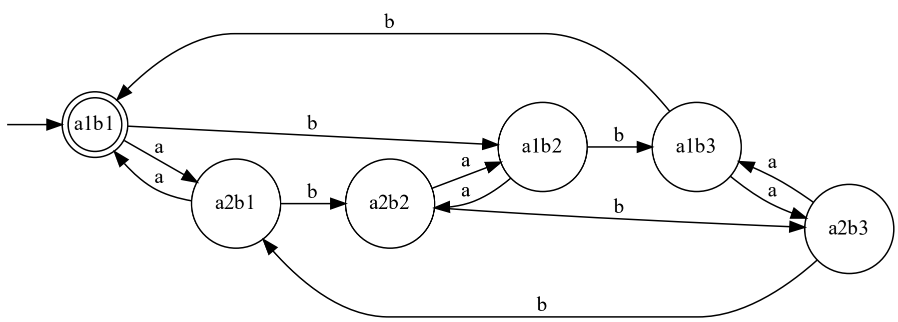
- $\sum_b = \{a, b\}$
- $Q_b = \{b_1, b_2, b_3\}$
- $s_b = b_1$
- $T_b = b_1$
- $\sigma_b =$



$A \times B = \langle \sum_a \cup \sum_b, Q_a \times Q_b, \langle s_a, s_b \rangle, T_a \times T_b, \langle \sigma_a(q_a, c), \sigma_b(q_b, c) \rangle$

- $\sum = \{a, b\}$
- $Q = \{\langle a_1, b_1 \rangle, \langle a_1, b_2 \rangle, \langle a_1, b_3 \rangle, \langle a_2, b_1 \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle, \langle a_2, b_3 \rangle\}$
- $s = \langle a_1, b_1 \rangle$
- $T = \langle a_1, b_1 \rangle$
- σ

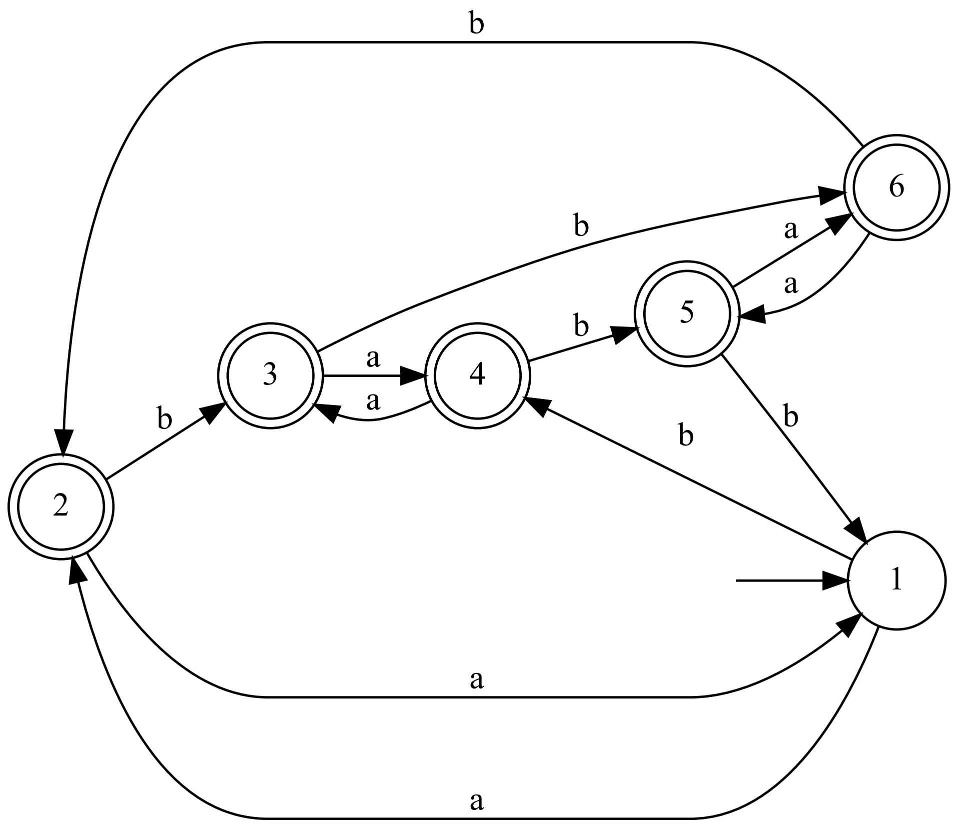
	a	b
$\langle a_1, b_1 \rangle$	$\langle a_2, b_1 \rangle$	$\langle a_1, b_2 \rangle$
$\langle a_2, b_1 \rangle$	$\langle a_1, b_1 \rangle$	$\langle a_2, b_2 \rangle$
$\langle a_1, b_2 \rangle$	$\langle a_2, b_2 \rangle$	$\langle a_1, b_3 \rangle$
$\langle a_2, b_2 \rangle$	$\langle a_1, b_2 \rangle$	$\langle a_2, b_3 \rangle$
$\langle a_1, b_3 \rangle$	$\langle a_2, b_3 \rangle$	$\langle a_1, b_1 \rangle$
$\langle a_2, b_3 \rangle$	$\langle a_1, b_3 \rangle$	$\langle a_2, b_1 \rangle$



2.4. $L_4 = \bar{L_3}$

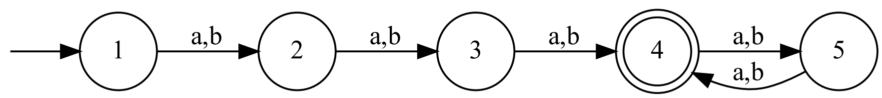
$\bar{L_3} = \langle \sum, Q, s, T, \sigma \rangle$

- $\sum = \{a, b\}$
- $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $s = 1$
- $T = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\sigma =$

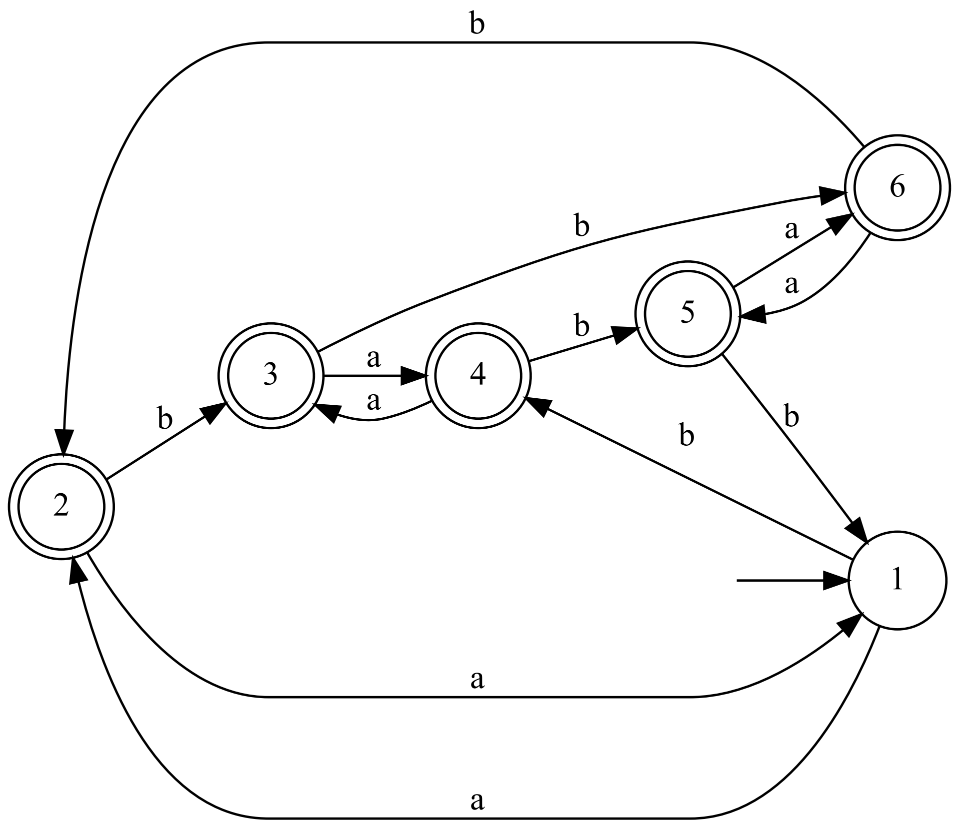


2.5. $L_5 = L_2 \setminus L_3 = L_2 \cap \bar{L_3} = \langle \sum, Q, s, T, \sigma \rangle$

Автомат A:



Автомат B:



- $\sum = \{a, b\}$

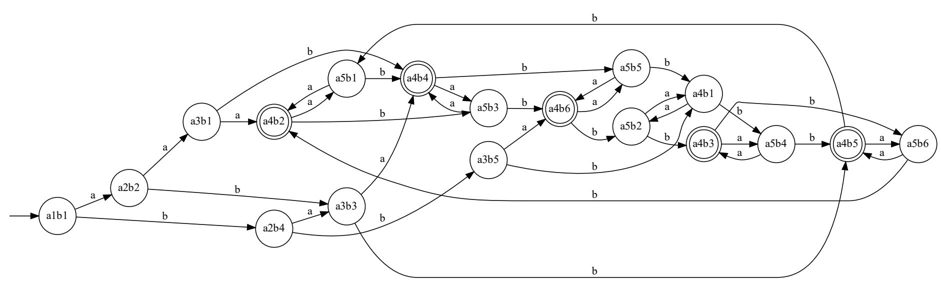
- $Q = \{\langle a_1, b_1\rangle, \langle a_1, b_2\rangle, \langle a_1, b_3\rangle, \langle a_1, b_4\rangle, \langle a_1, b_5\rangle, \langle a_1, b_6\rangle, \langle a_2, b_1\rangle, \langle a_2, b_2\rangle, \langle a_2, b_3\rangle\ \langle a_2, b_4\rangle$ $\langle a_2, b_5\rangle\ \langle a_2, b_6\rangle, \langle a_3, b_1\rangle, \langle a_3, b_2\rangle, \langle a_3, b_3\rangle, \langle a_3, b_4\rangle, \langle a_3, b_5\rangle, \langle a_3, b_6\rangle, \langle a_4, b_1\rangle, \langle a_4, b_2\rangle, \langle a_4, b_3\rangle$ $\langle a_4, b_4\rangle\ \langle a_4, b_5\rangle\ \langle a_4, b_6\rangle, \langle a_5, b_1\rangle, \langle a_5, b_2\rangle, \langle a_5, b_3\rangle\ \langle a_5, b_4\rangle\ \langle a_5, b_5\rangle\ \langle a_5, b_6\rangle\}$

- $s = a1b1$

- $T = \{\langle a4, b2\rangle, \langle a4, b3\rangle, \langle a4, b4\rangle, \langle a4, b5\rangle, \langle a4, b6\rangle\}$

- $\sigma =$

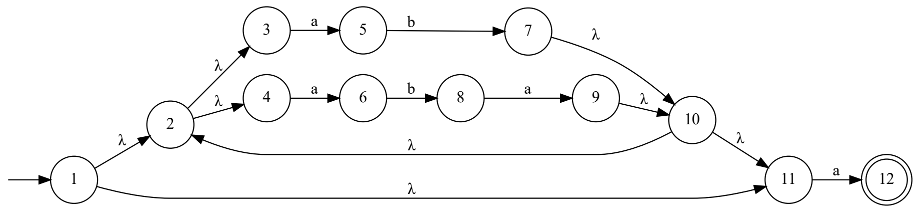
	a	b
$\langle a_1, b_1\rangle$	$\langle a_2, b_2\rangle$	$\langle a_2, b_4\rangle$
$\langle a_2, b_2\rangle$	$\langle a_3, b_1\rangle$	$\langle a_3, b_3\rangle$
$\langle a_2, b_4\rangle$	$\langle a_3, b_3\rangle$	$\langle a_3, b_5\rangle$
$\langle a_3, b_1\rangle$	$\langle a_4, b_2\rangle$	$\langle a_4, b_4\rangle$
$\langle a_3, b_3\rangle$	$\langle a_4, b_4\rangle$	$\langle a_4, b_5\rangle$
$\langle a_3, b_5\rangle$	$\langle a_4, b_6\rangle$	$\langle a_4, b_1\rangle$
$\langle a_4, b_1\rangle$	$\langle a_5, b_2\rangle$	$\langle a_5, b_4\rangle$
$\langle a_4, b_2\rangle$	$\langle a_5, b_1\rangle$	$\langle a_5, b_3\rangle$
$\langle a_4, b_3\rangle$	$\langle a_5, b_4\rangle$	$\langle a_5, b_6\rangle$
$\langle a_4, b_4\rangle$	$\langle a_5, b_3\rangle$	$\langle a_5, b_5\rangle$
$\langle a_4, b_5\rangle$	$\langle a_5, b_6\rangle$	$\langle a_5, b_1\rangle$
$\langle a_4, b_6\rangle$	$\langle a_5, b_5\rangle$	$\langle a_5, b_2\rangle$
$\langle a_5, b_1\rangle$	$\langle a_4, b_2\rangle$	$\langle a_4, b_4\rangle$
$\langle a_5, b_2\rangle$	$\langle a_4, b_1\rangle$	$\langle a_4, b_3\rangle$
$\langle a_5, b_3\rangle$	$\langle a_4, b_4\rangle$	$\langle a_4, b_6\rangle$
$\langle a_5, b_4\rangle$	$\langle a_4, b_3\rangle$	$\langle a_4, b_5\rangle$
$\langle a_5, b_5\rangle$	$\langle a_4, b_6\rangle$	$\langle a_4, b_1\rangle$
$\langle a_5, b_6\rangle$	$\langle a_4, b_5\rangle$	$\langle a_4, b_2\rangle$



3. Построить минимальный ДКА по регулярному выражению

3.1. $(ab + aba)^*a$

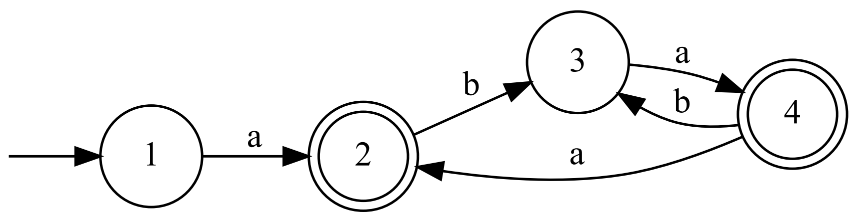
Строим НКА по регулярному выражению



Преобразуем в минимальный ДКА

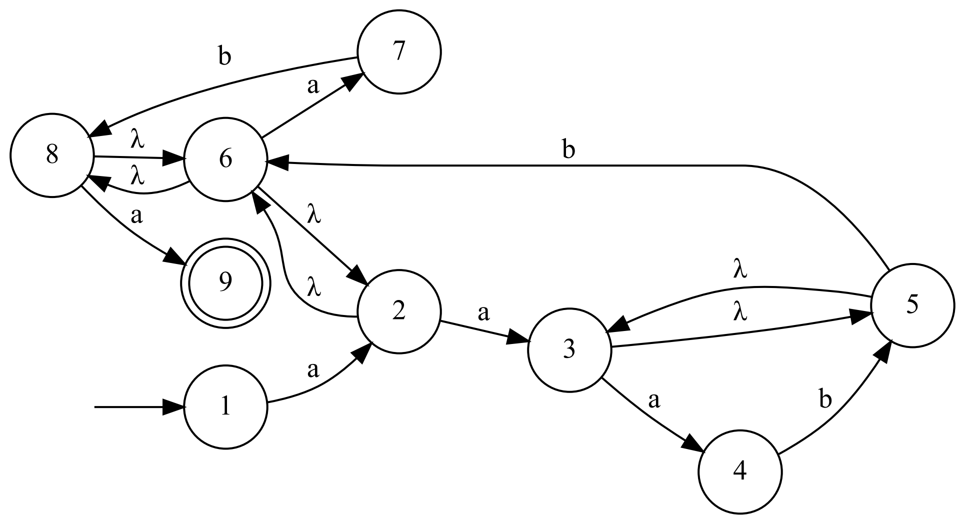
Его таблица переходов:

	a	b
1 (1)	12,5,6	-
12,5,6 (2)	-	7,8
7,8 (3)	12,5,6,9	-
12,5,6,9 (4)	12,5,6	7,8



3.2. $a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$

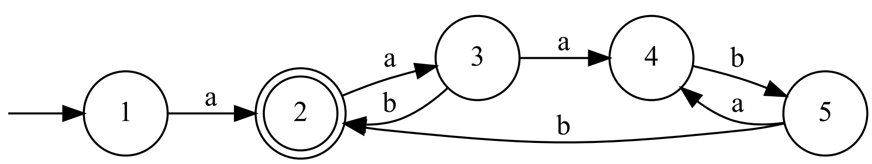
Строим НКА по регулярному выражению



Преобразуем в минимальный ДКА

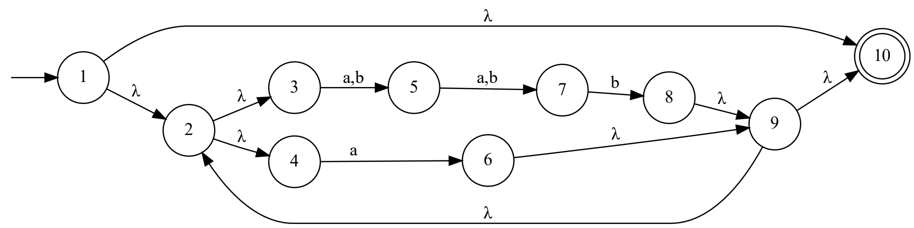
Его таблица переходов:

	a	b
1 (1)	2,6,8	-
2,6,8 (2)	3,5,7,9	-
3,5,7,9 (3)	4	2,6,8
4 (4)	-	5,3
5,3 (5)	4	2,6,8



3.3. $(a + (a + b)(a + b)b)^*$

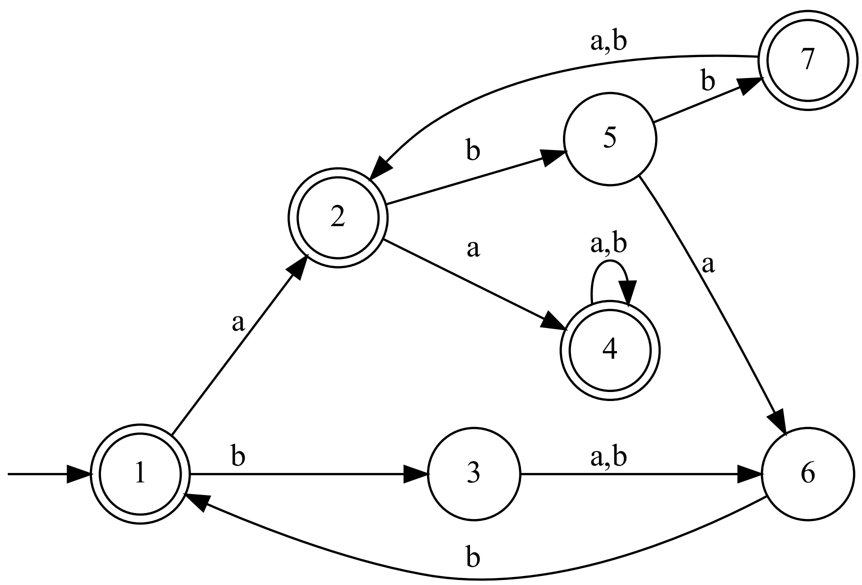
Строим НКА по регулярному выражению



Преобразуем в минимальный ДКА

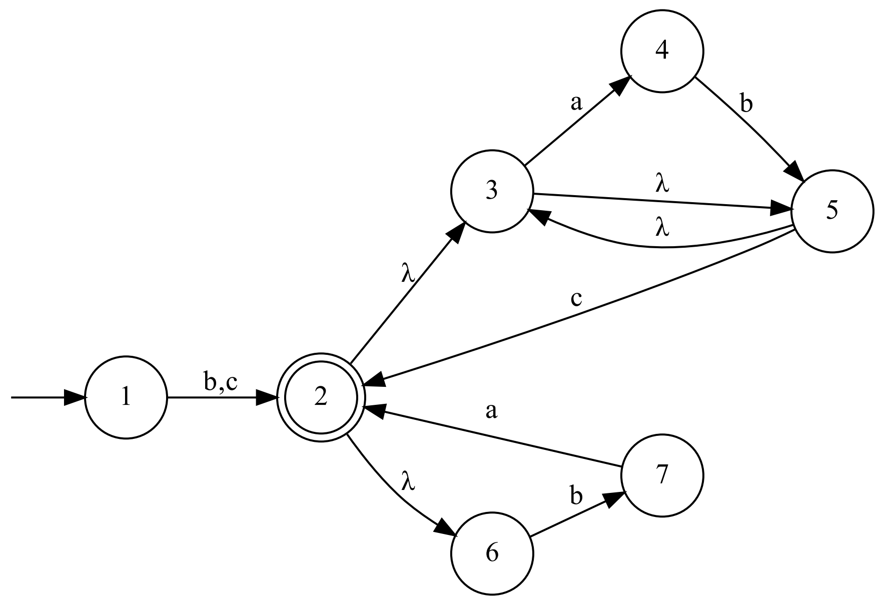
Его таблица переходов:

	a	b
1 (1)	5,9	5
5,9 (2)	5,9,7	5,7
5 (3)	7	7
5,9,7 (4)	5,9,7	5,9,7
5,7 (5)	7	7,9
7 (6)	-	9
7,9 (7)	5,9	5,9
9 (1)	5,9	5



3.4. $(b+c)((ab)^*c+(ba)^*)^*$

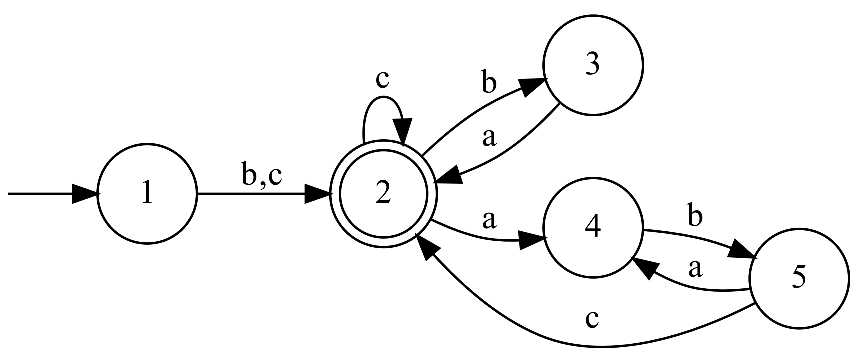
Строим НКА по регулярному выражению



Преобразуем в минимальный ДКА

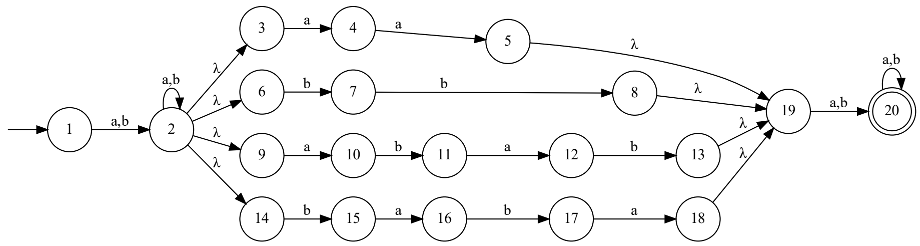
Его таблица переходов:

	a	b	c
1 (1)	-	2	2
2 (2)	4	7	-
7 (3)	2	-	-
4 (4)	-	5	-
5 (5)	4	-	2

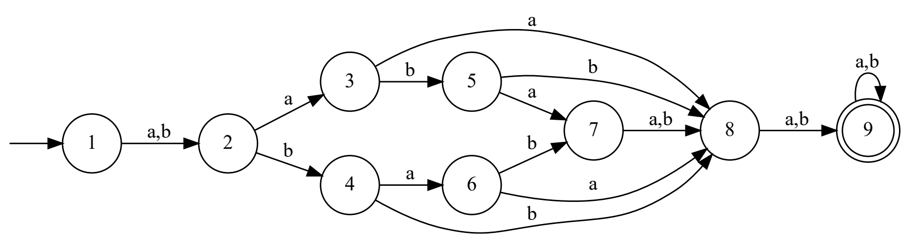


3.5. $(a+b)^+(aa+bb+abab+baba)(a+b)^+$

Строим НКА по регулярному выражению



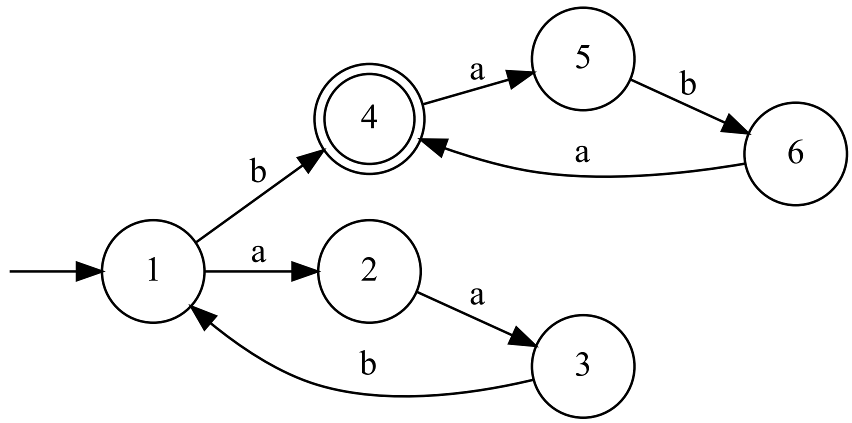
Преобразуем в минимальный ДКА
В виду огромного количества вершин НКА, я построил ДКА вручную руководствуясь здравым смыслом



4. Определить является ли язык регулярным

4.1. $L = \{(aab)^n b(aba)^m |\ n \geq 2, m \geq 2\}$

Данный язык регулярный, в доказательство этому построим ДКА распознающий его.



4.2. $L = \{uaav \mid u \in \{a,b\}^*, v \in \{a,b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$

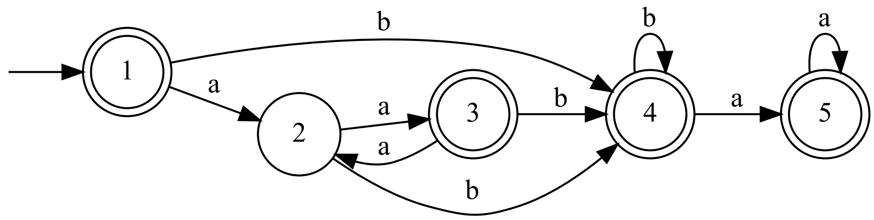
Проверим лемму о разрастании,фиксируем $\forall n = N$ возьмём слово $\omega = b^{N+1}aaa^{N+1}, \in L, |\omega| = 2N+4$, так как в лемме $|xy| \leq N$, как бы мы не взяли $x, y,\ y = b^i \implies xy^kz$ выходит за пределы языка при $k = 0 \implies$ язык L не регулярный

4.3. $L = \{a^m\omega \mid \omega \in \{a,b\}^*, 1 \leq |\omega| \leq m\}$

Проверим лемму о разрастании,фиксируем $\forall n = N$ возьмём слово $\alpha = a^{N+1}ba^N,\ \alpha \in L, |\omega| = N+1$, так как в лемме $|xy| \leq N$, как бы мы не взяли $x, y,\ y = a^i \implies xy^kz$ выходит за пределы языка при $k = 0,$ так как тогда $|\alpha| >$ количества букв а слева $\implies$ язык L не регулярный

4.4. $L = \{a^kb^ma^n \mid k = n\ \vee\ m > 0\}$

Данный язык регулярный, в доказательство этому построим ДКА распознающий его.



4.5. $L = \{ucv \mid u \in \{a,b\}^*, v \in \{a,b\}^*, u \neq v^R\}$

Докажем для $\bar{L}$. $\bar{L} = \{ucv \mid u \in \{a,b\}^*, v \in \{a,b\}^*, u = v^R\}$
Проверим лемму о разрастании,фиксируем $\forall n$ возьмём слово $\omega =$
$b^n c b^n, \in \bar{L}, |\omega| = 2n{+}1,$ так как в лемме $|xy| \leq n,$ как бы мы не взяли $x, y,\ y =$
$b^i \implies xy^k z$ выходит за пределы языка при $k > 1 \implies$ язык $\bar{L}$
не регулярный $\implies$ язык L не регулярный