

Домашнее задание №1
Регулярные языки и конечные автоматы

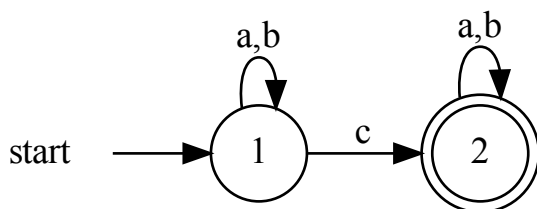
Содержание

- | | | |
|---|--|---|
| 1 | Задание №1. Построить конечный автомат, распознающий язык. | 3 |
| 2 | Задание №2. Построить конечный автомат, используя прямое произведение. | 4 |

1 Задание №1. Построить конечный автомат, распознающий язык.

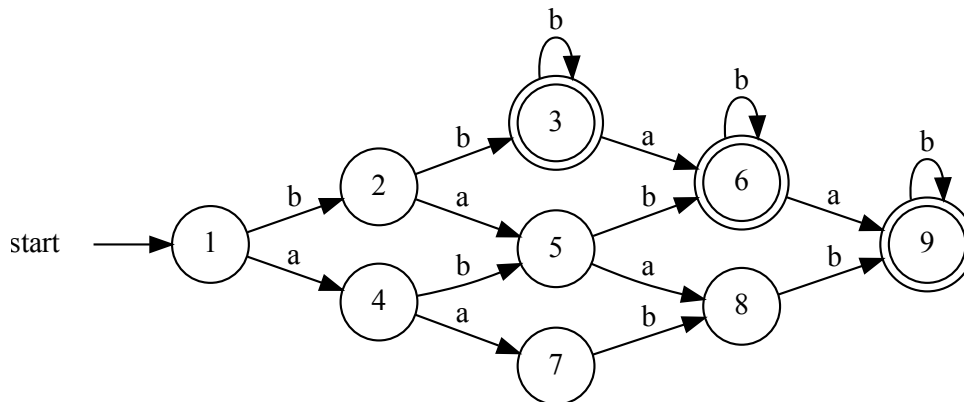
1. $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_c = 1\}$

Данный язык включает все слова из букв $\{a, b, c\}$, но содержащие только одну букву c .



2. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \leq 2, |w|_b \geq 2\}$

В данном случае может быть 1 или 2 буквы a и любое количество букв b , начиная с двух

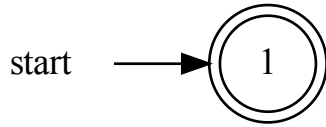


3. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$

Для данного задания построить автомат нельзя, т.к. для распознавания этого языка требуется запоминать количество символов.

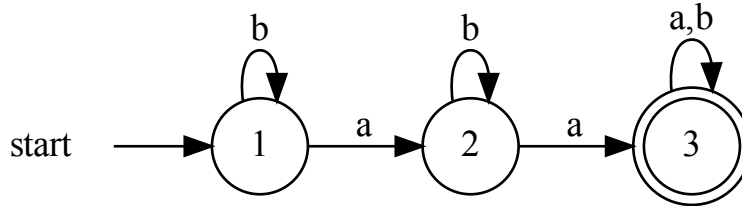
4. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid ww = www\}$

В данном задании язык может состоять только из пустых символов.

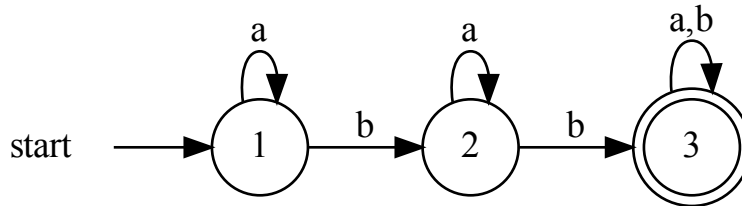


2 Задание №2. Построить конечный автомат, используя прямое произведение.

1. $L_1 = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a \geq 2 \wedge |w|_b \geq 2\}$
 Построим автомат: $L_{11} = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a \geq 2\}$



Построим автомат: $L_{12} = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_b \geq 2\}$



Для первого автомата:

$$A_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2\} \quad \Sigma_A = \{a, b\} \quad Q_A = \{1, 2, 3\} \quad s_A = \{1\} \quad T_A = \{3\}$$

Для второго автомата:

$$B_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \geq 2\}$$

$$\Sigma_B = \{a, b\} \quad Q_B = \{1, 2, 3\} \quad s_B = \{1\} \quad T_B = \{3\}$$

Имеем:

$$L_1 = A_1 \times B_1$$

$$\Sigma = \Sigma_A \cup \Sigma_B = \{a, b\}$$

$$Q = Q_A \times Q_B = \{11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33\}$$

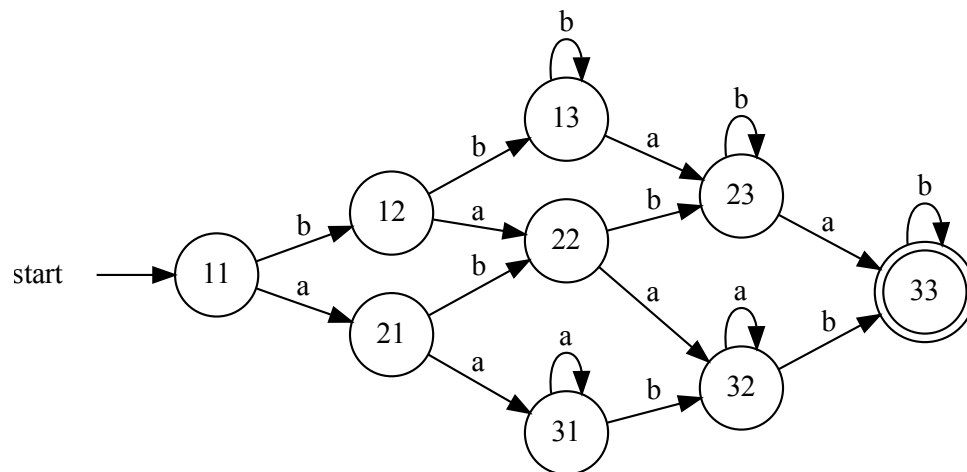
$$s = \langle s_1, s_2 \rangle = \{11\}$$

$$T = T_A \times T_B = \{33\}$$

Построим таблицу состояний:

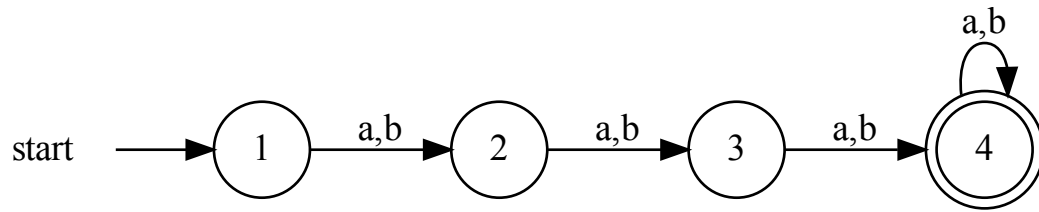
A	B	a	b
1	1	21	12
1	2	22	13
1	3	23	13
2	1	31	22
2	2	32	23
2	3	33	23
3	1	31	32
3	2	32	33
3	3	33	33

Тогда имеем автомат:

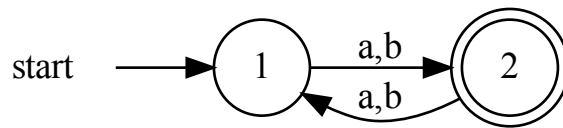


$$2. L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \wedge |w| \text{ нечётное} \}$$

Построим автомат:



Построим автомат:



Для первого автомата:

$$A_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3\}$$

$$\Sigma_A = \{a, b\}$$

$$Q_A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$s_A = \{1\}$$

$$T_A = \{4\}$$

Для второго автомата:

$$B_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ нечетное}\}$$

$$\Sigma_B = \{a, b\}$$

$$Q_B = \{1, 2\}$$

$$s_B = \{1\}$$

$$T_B = \{2\}$$

Тогда имеем:

$$L_2 = A_2 \times B_2$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$Q = \{11, 12, 21, 22, 31, 32, 41, 42\}$$

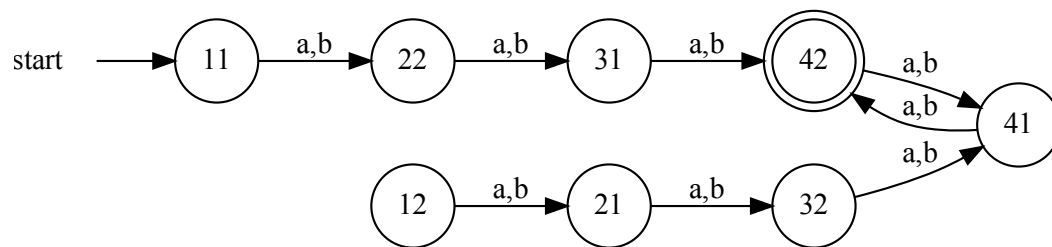
$$s = \{11\}$$

$$T = \{42\}$$

Построим таблицу состояний:

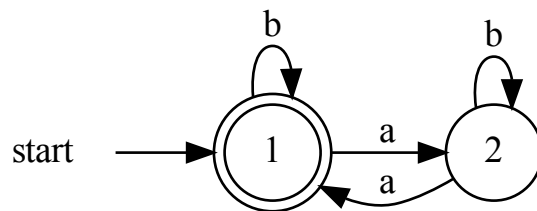
A	B	a	b
1	1	22	22
1	2	21	21
2	1	32	32
2	2	31	31
3	1	42	42
3	2	41	41
4	1	42	42
4	2	41	41

Тогда имеем автомат:

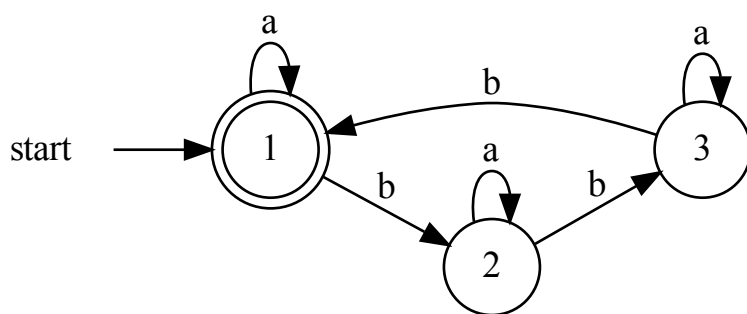


3. $L_3 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a \text{ чётно} \wedge |w|_b \text{ кратно трём} \}$

Построим автомат:



Построим автомат:



Для первого ав-

томата:

$$A_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ четное}\}$$

$$\Sigma_A = \{a, b\}$$

$$Q_A = \{1, 2\}$$

$$s_A = \{1\}$$

$$T_A = \{1\}$$

Для второго автомата:

$$B_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \text{ кратно трем}\}$$

$$\Sigma_B = \{a, b\}$$

$$Q_B = \{1, 2, 3\}$$

$$s_B = \{1\}$$

$$T_B = \{1\}$$

Имеем:

$$L_3 = A_3 \times B_3$$

$$\Sigma_3 = \{a, b\}$$

$$Q_3 = \{11, 12, 13, 21, 22, 23\}$$

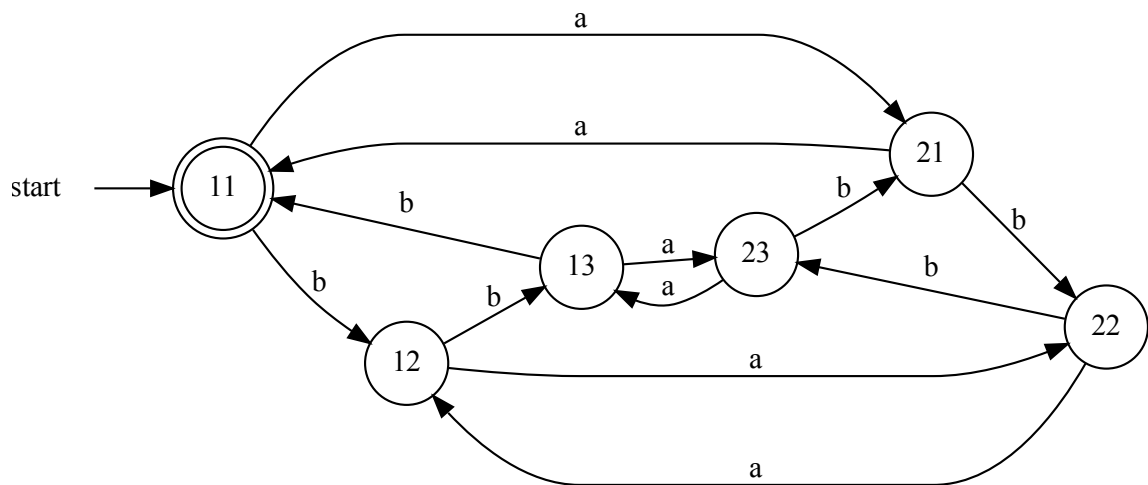
$$s_3 = \{11\}$$

$$T_3 = \{11\}$$

Построим таблицу состояний:

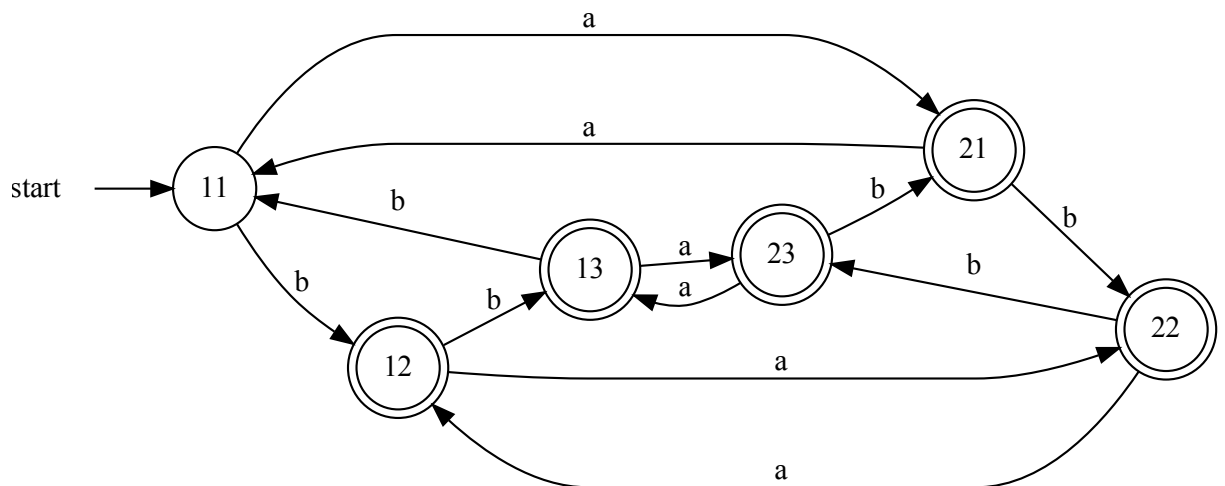
A	B	a	b
1	1	21	12
1	2	22	13
1	3	23	11
2	1	11	22
2	2	12	23
2	3	13	21

Тогда имеем автомат:



4. $L_4 = \overline{L_3}$

Данный язык будет распознаваться автоматом:



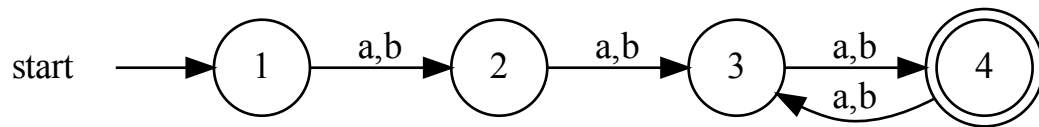
$$\bar{L}_3 = \{\Sigma_3, Q_3, s_3, Q_3 \setminus T_3, \delta_3\}$$

$$T_4 = Q_3 \setminus T_3 = \{12, 13, 21, 22, 23\}$$

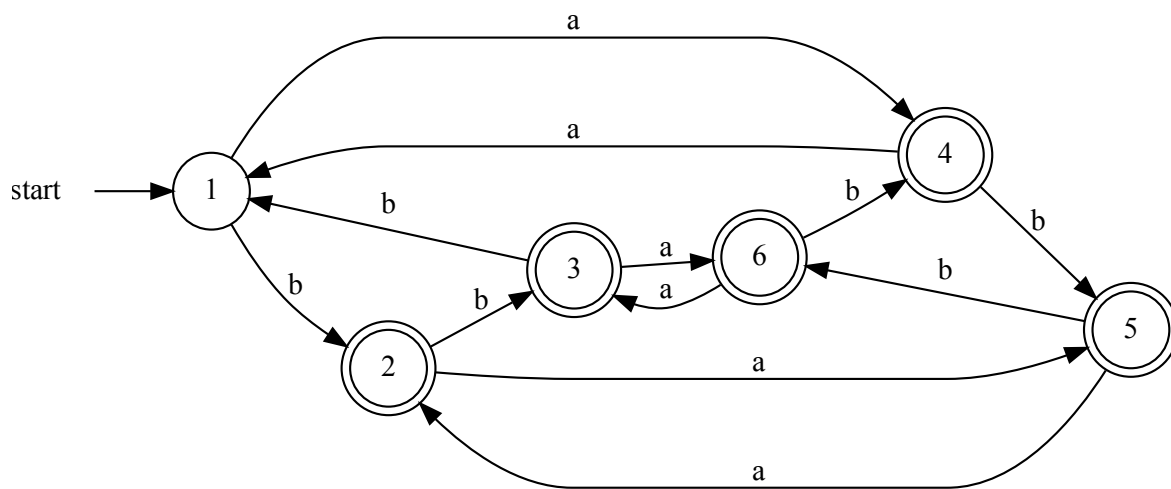
5. $L_5 = L_2 \setminus L_3$

$$L_5 = L_2 \setminus L_3 = L_2 \cap \bar{L}_3 = L_2 \times \bar{L}_3$$

Автомат L_2 можно упростить:



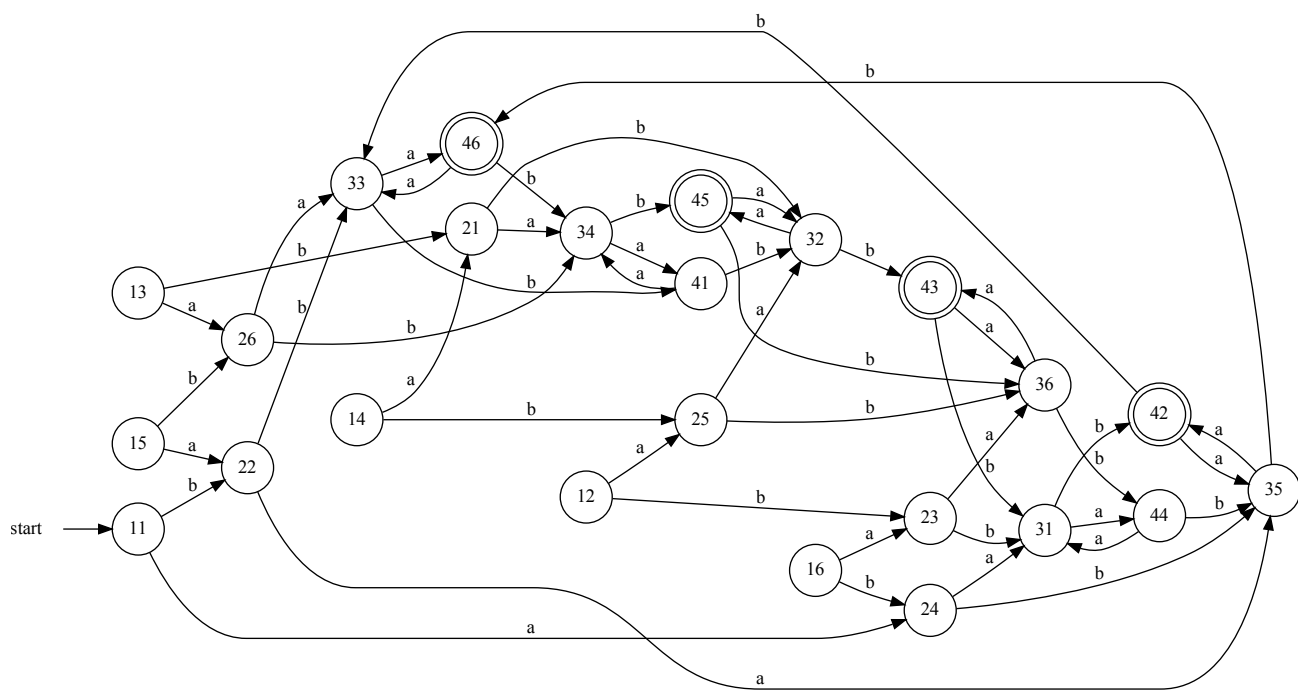
Введем для автомата \bar{L}_3 новую нумерацию состояний:



Построим таблицу состояний:

L_2	\bar{L}_3	a	b
1	1	24	22
1	2	25	23
1	3	26	21
1	4	21	25
1	5	22	26
1	6	23	24
2	1	34	32
2	2	35	33
2	3	36	31
2	4	31	35
2	5	32	36
2	6	33	34
3	1	44	42
3	2	45	43
3	3	46	41
3	4	41	45
3	5	42	46
3	6	43	44
4	1	34	32
4	2	35	33
4	3	36	31
4	4	31	35
4	5	32	36
4	6	33	34

Получим автомат:



После упрощения получим:

