Задание номер 4.

Определить является ли язык регулярным или нет

Ответом на данное задание является конечный автомат, если язык регулярен, либо доказательство нерегулярности языка при помощи леммы о разрастании.

Запишем лемму о разрастании, что бы в дальнейшем просто использовать её упоминание.

Пусть L – Регулярный язык над алфавитом Σ тогда существует такое n, что для любого слова w $\in$ L длины не меньше n найдутся слова x,y,z $\in \Sigma^*$, для которых верно: xyz = w, y $\neq \lambda$, |xy| $\leq$ n , и $\forall$ k $\geq$ 0, xy$^k z \in$ L

1. $L = \{(aab)^n b(aba)^m |\, n \geq 0, m \geq 0\}$

Проверим язык на регулярность:

Фиксируем значение n;

w = (aab)$^n b(aba)^n$ $\quad |w| \geq n$

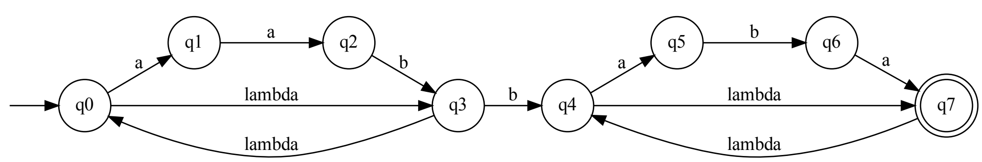
x = (aab)^p $\quad |xy| \leq$ n ; l > 0 ;

y = (aab)^l

z = (aab)$^{n-p-l} b(aba)^m$

При любом значении k для xy$^k z \in L$

Построим теперь ДКА для данного языка.



2. $L = \{uaav \,|u \in \{a, b\}^*, v \in a, b^*, |u|_b \geq |v|_a\}$

Проверим язык на регулярность с помощью отрицания леммы о разрастании:

Фиксируем значение n;

w = b$^n aaa^n$ $\quad |w| \geq n$

x = b^p $\quad |xy| \leq$ n ; l > 0 ;

y = b^l

z = b$^{n-p-l} aaa^n$

При накачке "y"если мы возьмем(положим), что k = 0, то к нас выйдет что xy$^k z = b^p b^{n-p-l} aaa^n = b^{n-l} aaa^n \notin L$

Отрицание леммы выполнено => язык данный нам по условию не является регулярным.

Проверим язык на регулярность используя отрицание леммы о разрастании.

Фиксируем значение n.

w = a$^n b^n$ $\quad |w| \geq n$

x = a^p $\quad |xy| \leq$ n ; p ≥ 0; $l > 0$;

y = a^l

z = a$^{n-p-l} b^n$

Если мы возьмём k = 0, то степень у символа "a"будет меньше чем у символа "b":

xy$^0 z = xz = a^{n-l} b^n \notin$ L, а из этого следует, что язык не является регулярным.

4. $L = \{a^k b^m a^n \mid k = n \vee m > 0\}$

Проверим язык на регулярность используя отрицание леммы о разрастании.

Фиксируем значение n.

w = a$^n b a^n$ $\quad |w| \geq n$

x = a^p $\quad |xy| \leq$ n => p + l $\leq$ n ; l > 0 ;

y = a^l

z = a$^{n-p-l} b a^n$

При k = 0 или 1 у нас у первого символа "a"будет константа которая меньше n и она может принадлежать языку.

Если k = 2, то xy$^2 z = a^p a^{2l} a^{n-p-l} b a^n = a^{n+l} b a^n \notin$ L, что и требовалось доказать, язык не является регулярным.

5. $L = \{ucv \mid u \in \{a,b\}^*,\ v \in \{a,b\}^*, u \neq v^R\}$

Проверим язык на регулярность используя отрицание леммы о разрастании.

Фиксируем значение n.

w = (ab)$^n c(ab)^n$ $\quad |w| \geq n$

x = $\alpha_1 \alpha_2 ... \alpha_p$ $\quad |xy| \leq$ n => p+l $\leq$ n ; l $\neq$ 0;

y = $\alpha_{p+1} \alpha_{p+2} ... \alpha_{P+l}$

z = $\alpha_{p+l+1} \alpha_{p+l+2} ... \alpha_{2n} c(ab)^n$

Если k = 2, то xy$^2 z = (\alpha_1 \alpha_2 ... \alpha_p)(\alpha_{p+1} \alpha_{p+2} ... \alpha_{P+l})^2 (\alpha_{p+l+1} \alpha_{p+l+2} ... \alpha_{2n} c(ab)^n) \notin$ L, что и требовалось доказать, язык не является регулярным.