

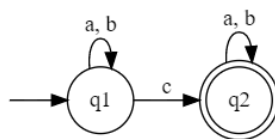
# ТМВ ДЗ №1

Каменев Руслан А-05-19

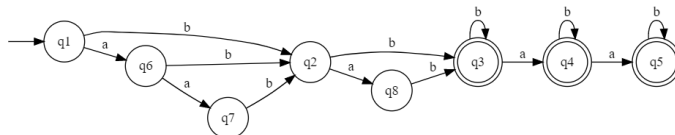
8 апреля 2022 г.

## 1 Построить конечный автомат, распознающий язык

1.  $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_c = 1\}$



2.  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \leq 2, |w|_b \geq 2\}$

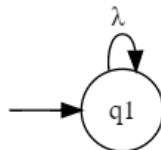


3.  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$

Для данного языка нельзя построить конечный автомат, т.к. нужно запоминать количество символов  $a$  и  $b$  - чего конечные автоматы делать не умеют, но, кажется, конечные автоматы с магазинной памятью такое могут ... (но это неточно)

4.  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid ww = www\}$

Этот язык будет состоять только из пустых цепочек ( $|w| = 0$ ), т.к. при  $|w| > 0$   $ww \neq www$ .



## 2 Построить КА, используя прямое произведение

1.  $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2 \wedge |w|_b \geq 2\}$

Разобьем на 2 автомата:

$$L_{11} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2\}, \quad L_{12} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \geq 2\}$$



$$L_{11} = (\Sigma_1 = \{a, b\}; Q_1 = \{s_1, q_1, t_1\}; s_1; T_1 = \{q_1\}; \delta_1)$$

$$L_{12} = (\Sigma_2 = \{a, b\}; Q_2 = \{s_2, q_2, t_2\}; s_2; T_2 = \{q_2\}; \delta_1)$$

$A = L_{11} \wedge L_{12}$ , по определению прямого произведения:

$A = (\Sigma; Q; s; T; \delta)$ , где:

$$\Sigma = \Sigma_1 \wedge \Sigma_2 = (a, b)$$

$$Q = Q_1 \times Q_2$$

$$s = (s_1, s_2)$$

$$T = T_1 \times T_2 = (q_1, q_2)$$

$$\delta((s_1, s_2), a) = (\delta_1(s_1, a), \delta_2(s_2, a))$$

Новые пвершины и переходы между ними:

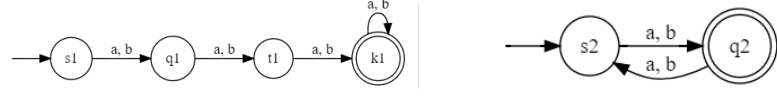
Сочетания точек	Переход по a	Переход по b
$s_1 s_2$	$q_1 s_2$	$s_1 q_2$
$s_1 q_2$	$q_1 q_2$	$s_1 t_2$
$s_1 t_2$	$q_1 t_2$	$s_1 t_2$
$q_1 s_2$	$t_1 s_2$	$q_1 q_2$
$q_1 q_2$	$t_1 q_2$	$q_1 t_2$
$q_1 t_2$	$t_1 t_2$	$q_1 t_2$
$t_1 s_2$	$t_1 s_2$	$t_1 q_2$
$t_1 q_2$	$t_1 q_2$	$t_1 t_2$
12	12	12

Получим:

2.  $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \wedge |w| - \text{нечёт}\}$

Разобьем на 2 автомата:

$$L_{21} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3\}, \quad L_{22} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ odd}\}$$



$$L_{21} = (\Sigma_1 = \{a, b\}; Q_1 = \{s_1, q_1, t_1, k_1\}; s_1; T_1 = \{k_1\}; \delta_1)$$

$$L_{22} = (\Sigma_2 = \{a, b\}; Q_2 = \{s_2, q_2\}; s_2; T_2 = \{q_2\}; \delta_2)$$

$A = L_{21} \wedge L_{22}$ , по определению прямого произведения:

$$A = (\Sigma; Q; s; T; \delta), \text{ где:}$$

$$\Sigma = \Sigma_1 \wedge \Sigma_2 = (a, b)$$

$$Q = Q_1 \times Q_2$$

$$s = (s_1, s_2)$$

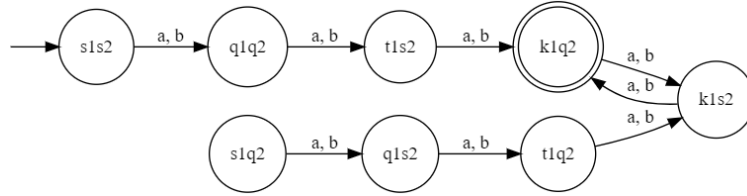
$$T = T_1 \times T_2 = (q_1, q_2)$$

$$\delta((s_1, s_2), a) = (\delta_1(s_1, a), \delta_2(s_2, a))$$

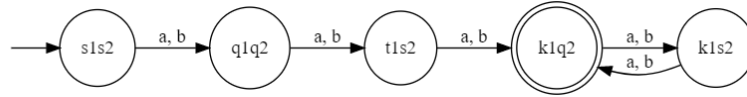
Новые пвершины и переходы между ними:

Сочетания точек	Переход по a	Переход по b
$s_1 s_2$	$q_1 q_2$	$q_1 q_2$
$s_1 q_2$	$q_1 s_2$	$q_1 s_2$
$q_1 s_2$	$t_1 q_2$	$t_1 q_2$
$q_1 q_2$	$t_1 s_2$	$t_1 s_2$
$t_1 s_2$	$k_1 q_2$	$k_1 q_2$
$t_1 q_2$	$k_1 s_2$	$k_1 s_2$
$k_2 s_2$	$k_1 q_2$	$k_1 q_2$
$k_1 q_2$	$k_1 s_2$	$k_1 s_2$

Получим:



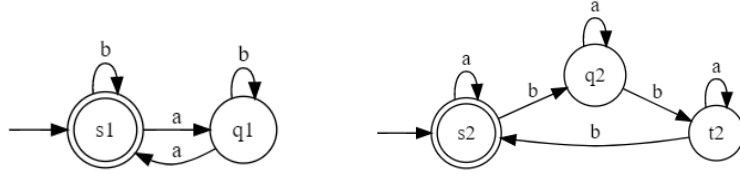
Так как в вершину  $s_1 q_2$  попасть нельзя, можно автомат немного упростить:



$$3. L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a - \text{чёт} \wedge |w|_b - \text{кратно } 3\}$$

Разобьем на 2 автомата:

$$L_{31} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a - \text{чёт}\}, \quad L_{32} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b - \text{кратно } 3\}$$



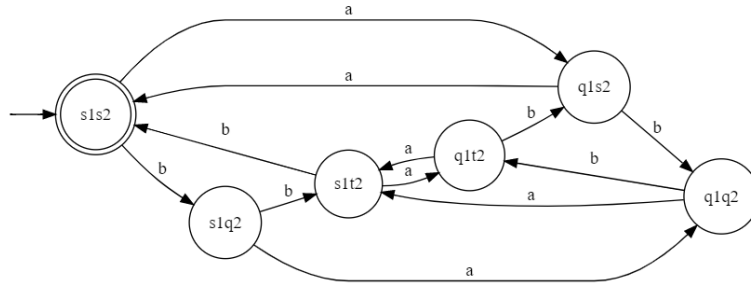
$L_{31} = (\Sigma_1 = \{a, b\}; Q_1 = \{s_1, q_1\}; s_1; T_1 = \{s_1\}; \delta_1)$   
 $L_{32} = (\Sigma_2 = \{a, b\}; Q_2 = \{s_2, q_2, t_2\}; s_2; T_2 = \{s_2\}; \delta_2)$   
 $A = L_{31} \wedge L_{32}$ , по определению прямого произведения:

$A = (\Sigma; Q; s; T; \delta)$ , где:  
 $\Sigma = \Sigma_1 \wedge \Sigma_2 = (a, b)$   
 $Q = Q_1 \times Q_2$   
 $s = (s_1, s_2)$   
 $T = T_1 \times T_2 = (s_1, s_2)$   
 $\delta((s_1, s_2), a) = (\delta_1(s_1, a), \delta_2(s_2, a))$

Новые пвершины и переходы между ними:

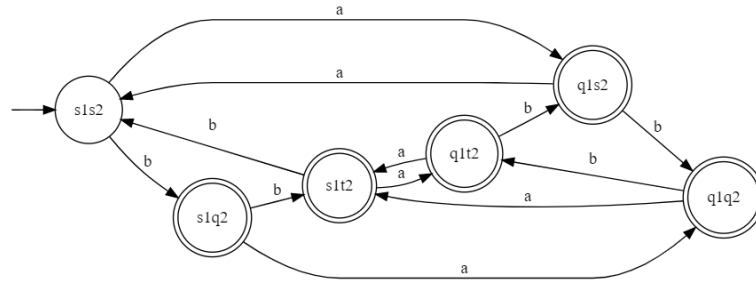
Сочетания точек	Переход по а	Переход по b
$s_1 s_2$	$q_1 s_2$	$s_1 q_2$
$s_1 q_2$	$q_1 q_2$	$s_1 t_2$
$s_1 t_2$	$q_1 t_2$	$s_1 s_2$
$q_1 s_2$	$s_1 s_2$	$q_1 q_2$
$q_1 q_2$	$s_1 t_2$	$q_1 t_2$
$q_1 t_2$	$s_1 t_2$	$q_1 s_2$

Получим:

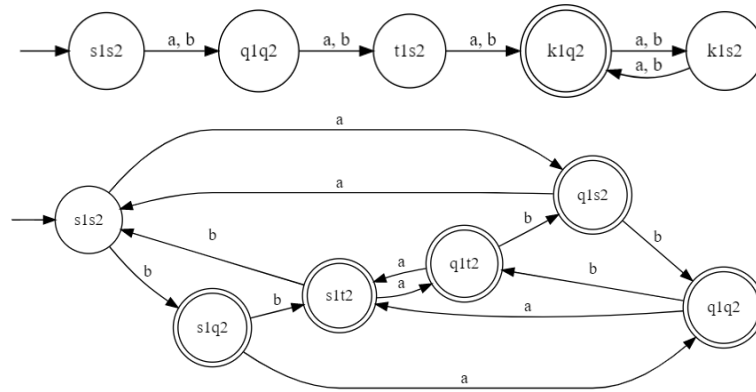


4.  $L_4 = \overline{L_3}$

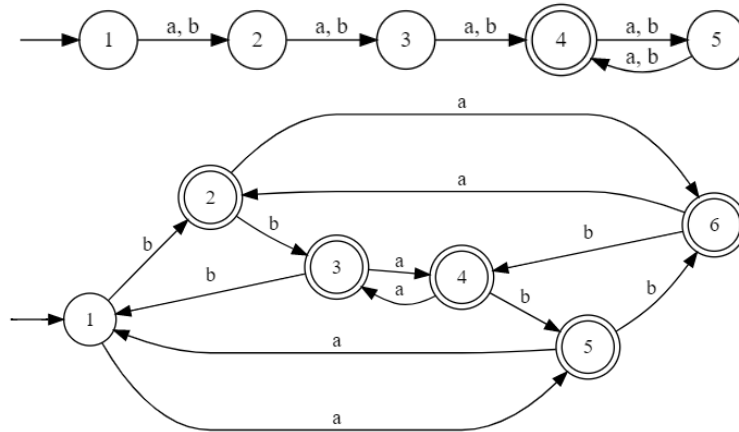
Чтобы построить отрицание, нужно инвертировать терминальные и нетерминальные вершины:



5.  $L_5 = L_2 \setminus L_3 = L_2 \wedge L_4$   
Найдём пересечение двух языков:



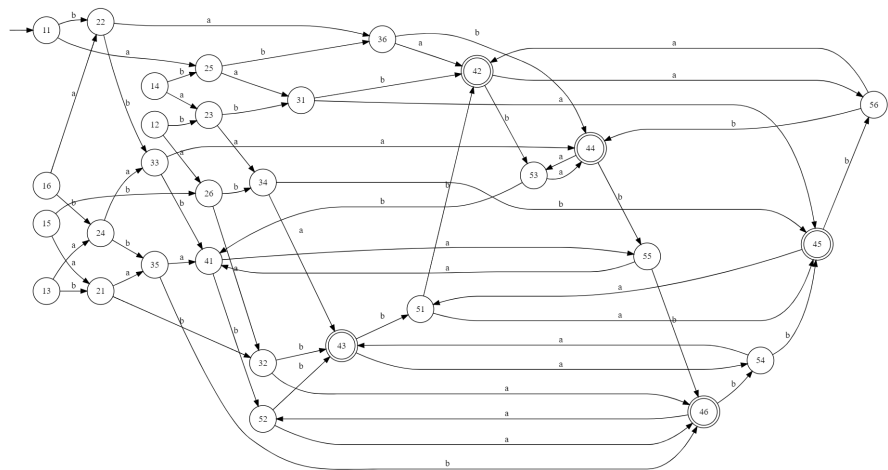
Выполнив переобозначение вершин, получим:



$L_5 = L_2 \wedge L_4$ . Имеем  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $s = 11$ ,  $T = 42$ . Новые пвершины и переходы между ними:

Сочетания точек	Переход по а	Переход по б
11	25	22
12	26	23
13	24	21
14	23	25
15	21	26
16	22	24
21	35	32
22	36	33
23	34	31
24	33	35
25	31	36
26	32	34
31	45	42
32	46	43
33	44	41
34	43	45
35	41	46
36	42	44
41	55	52
42	56	53
43	54	51
44	53	55
45	51	56
46	52	54
51	45	62
52	46	43
53	44	41
54	43	45
55	41	46
56	42	44

Получим:



### 3 Построить минимальный ДКА по регулярному выражению

1.  $(ab + aba)^*a$

Недетерминированный КА по данному выражению:

Сочетания точек	По А	По В
1	3 6 10	
3 6 10		4 7
4 7	8 3 6 10	
8 3 6 10	3 6 10	4 7

Теперь можем нарисовать ДКА:

2.  $a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$

Недетерминированный КА по данному выражению:

Сочетания точек	По А	По В
1	2	
2	38	
38	4	69
4		5
69	38	
5	4	6
8		9
6	38	
9	8	

Теперь можем нарисовать ДКА:

Его можно минимизировать:

3.  $(a + (a + b)(a + b)b)^*$

Недетерминированный КА по данному выражению:

Сочетания точек	По А	По В
1	12	2
12	123	23
2	3	3
3		1
123	123	123
23	3	13
13	12	12

Теперь можем нарисовать ДКА:

Он минимален

4.  $(b + c)((ab)^*c + (ba)^*)^*$

По счастливому стечению обстоятельств удаётся сразу построить ДКА:

Кажется, он ещё и минимальный. Победа!

5.  $(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$

Недетерминированный КА по данному выражению:

	Сочетания точек	По А	По В
	1	2	2
	2	13	17
	13	26	24
	17	28	26
Исправить	26	110	110
	24	15	1
	28	1	19
	110	210	210
	15	2	26
	19	26	2
	210	110	110

Теперь можем нарисовать ДКА: