

ДЗ1. Регулярные языки и конечные автоматы

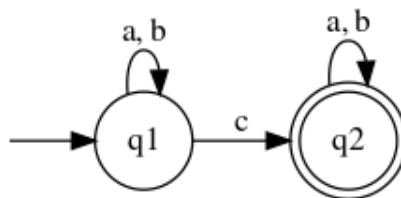
Пермяков Андрей А-136-19

1 Построить конечный автомат, распознающий язык

Ответом на данное задание является конечный автомат, распознающий описанный язык. Автомат должен быть детерминированным.

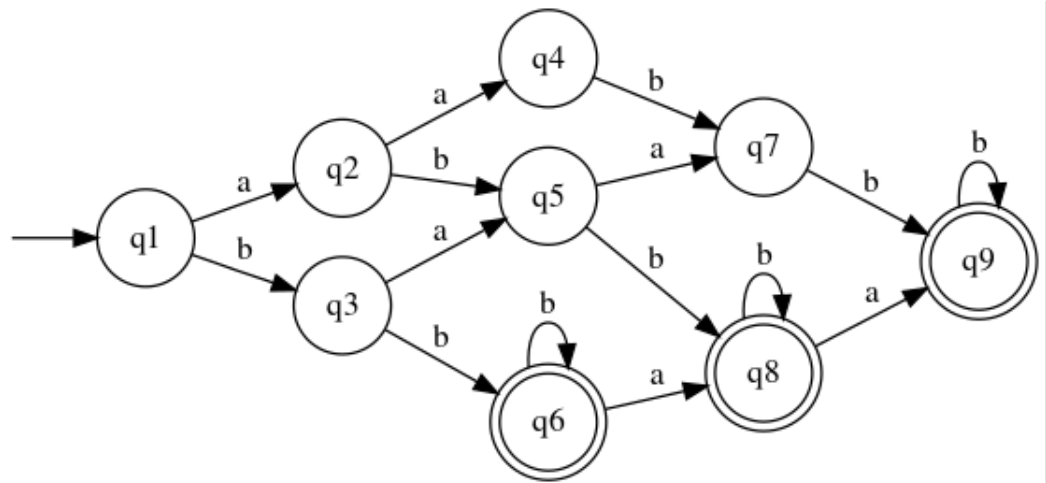
1.1

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_c = 1\}$$



1.2

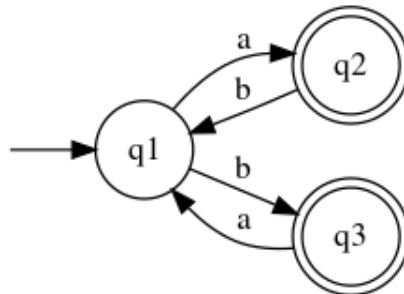
$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \leq 2, |w|_b \geq 2\}$$



1.3

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$$

Для такого языка невозможно построить КА, так как необходимо считать количество символов а и b. Поэтому построим для языка, в котором символы чередуются.



1.4

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid ww = www\}$$



2 Построить конечный автомат, используя прямое произведение

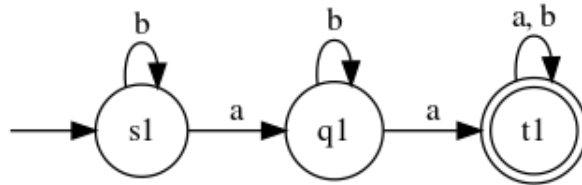
Ответом на данное задание является конечный автомат, распознающий описанный язык. Требуется, чтобы он был построен при помощи прямого произведения ДКА и его свойств.

2.1

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2 \wedge |w|_b \geq 2\}$$

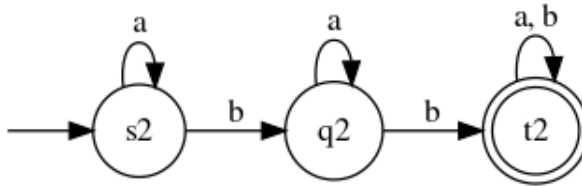
$$L_{11} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2\}$$

$$A_{11} = (\Sigma_1 = \{a, b\}, Q_1 = \{s_1, q_1, t_1\}, s_1, T_1 = \{t_1\}, \delta_1)$$



$$L_{12} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \geq 2\}$$

$$A_{12} = (\Sigma_2 = \{a, b\}, Q_2 = \{s_2, q_2, t_2\}, s_2, T_2 = \{t_2\}, \delta_2)$$



Построим прямое произведение $L_1 = L_{11} \cap L_{12}$.

$$A_1 = (\Sigma = \{a, b\}, Q = Q_1 \times Q_2, s_1 s_2, T = \{t_1 t_2\}, \delta)$$

$$Q = \{s_1 s_2, s_1 q_2, s_1 t_2, q_1 s_2, q_1 q_2, q_1 t_2, t_1 s_2, t_1 q_2, t_1 t_2\}$$

Зададим функцию перехода δ

$$\delta(s_1 s_2, a) = \langle \delta_1(s_1, a), \delta_2(s_2, a) \rangle = q_1 s_2 \quad \delta(s_1 s_2, b) = \langle \delta_1(s_1, b), \delta_2(s_2, b) \rangle = s_1 q_2$$

$$\delta(s_1 q_2, a) = q_1 q_2$$

$$\delta(s_1 q_2, b) = s_1 t_2$$

$$\delta(s_1 t_2, a) = q_1 t_2$$

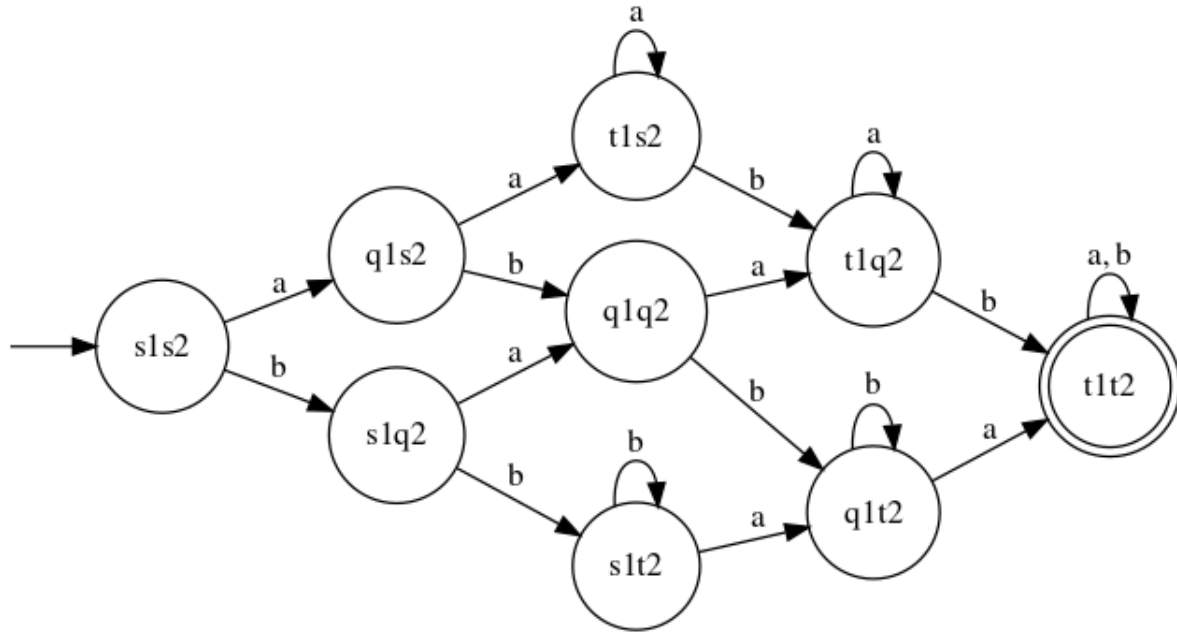
$$\delta(s_1 t_2, b) = s_1 t_2$$

$$\delta(q_1 s_2, a) = t_1 s_2$$

$$\delta(q_1 s_2, b) = q_1 q_2$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_1q_2, a) &= t_1q_2 \\
\delta(q_1t_2, a) &= t_1t_2 \\
\delta(t_1s_2, a) &= t_1s_2 \\
\delta(t_1q_2, a) &= t_1q_2 \\
\delta(t_1t_2, a) &= t_1t_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_1q_2, b) &= q_1t_2 \\
\delta(q_1t_2, b) &= q_1t_2 \\
\delta(t_1s_2, b) &= t_1q_2 \\
\delta(t_1q_2, b) &= t_1t_2 \\
\delta(t_1t_2, b) &= t_1t_2
\end{aligned}$$



2.2

$$2.L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \wedge |w| \text{ нечетное}\}$$

2.3

$$L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ четно} \wedge |w|_b \text{ кратно трем}\}$$

2.4

$$L_4 = \overline{L_3}$$

2.5

$$L_5 = L_2 \setminus L_3$$

3 Построить минимальный ДКА по регулярному выражению

Ответом на данное задание является минимальный ДКА, который допускает тот же язык, что описывается регулярным выражением.

$$1.(ab + aba)^*$$

$$2.a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$$

$$3.(a + (a + b)(a + b)b)^*$$

$$4.(b + c)((ab)^*c + (ba)^*)^*$$

$$5.(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$$

4 Определить является ли язык регулярным или нет

Ответом на данное задание является конечный автомат, если язык регулярен, либо доказательство нерегулярности языка при помощи леммы о разрастании.

$$1.L = \{(aab)^nb(aba)^m | n \geq 0, m \geq 0\}$$

$$1.L = \{uaav | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$$

$$1.L = \{a^mw | w \in \{a, b\}^*, 1 \leq |w|_b \leq m\}$$

$$1.L = \{a^kb^ma^n | k = n \vee m > 0\}$$

$$1.L = \{ucv | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^R\}$$

5 Реализовать алгоритмы

Ответом на данное задание является работающая программа на выбранном языке программирования, покрытая юнит-тестами.

В рамках своего выполнения программа должна генерировать текстовый документ с картинками, показывающий процесс построения автомата (к примеру, Markdown с графиками на Graphviz).

1. Построение ДКА по НКА с λ -переходами

2. Прямое произведение языков, с возможностью построить пересечение, объединение и разность.