

Министерство образования и науки РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МЭИ»

Прикладная математика и информатика

Кафедра прикладной математики и искусственного интеллекта

Теоретические модели вычисления

Домашнее задание №1
Регулярные языки и конечные автоматы

Преподаватель: Ивлиев С.А.
Студент: Соколова А.С.

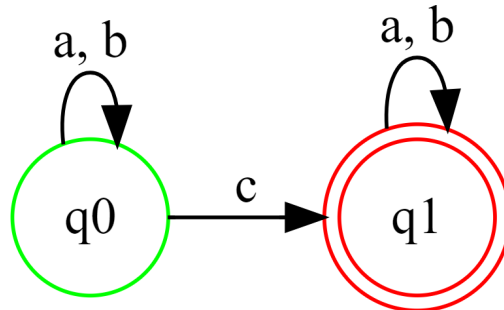
Москва 2022

Содержание

- | | | |
|---|--|---|
| 1 | Задание №1. Построить конечный автомат, распознающий язык. | 3 |
| 2 | Задание №2. Построить конечный автомат, используя прямое произведение. | 6 |

1 Задание №1. Построить конечный автомат, распознающий язык.

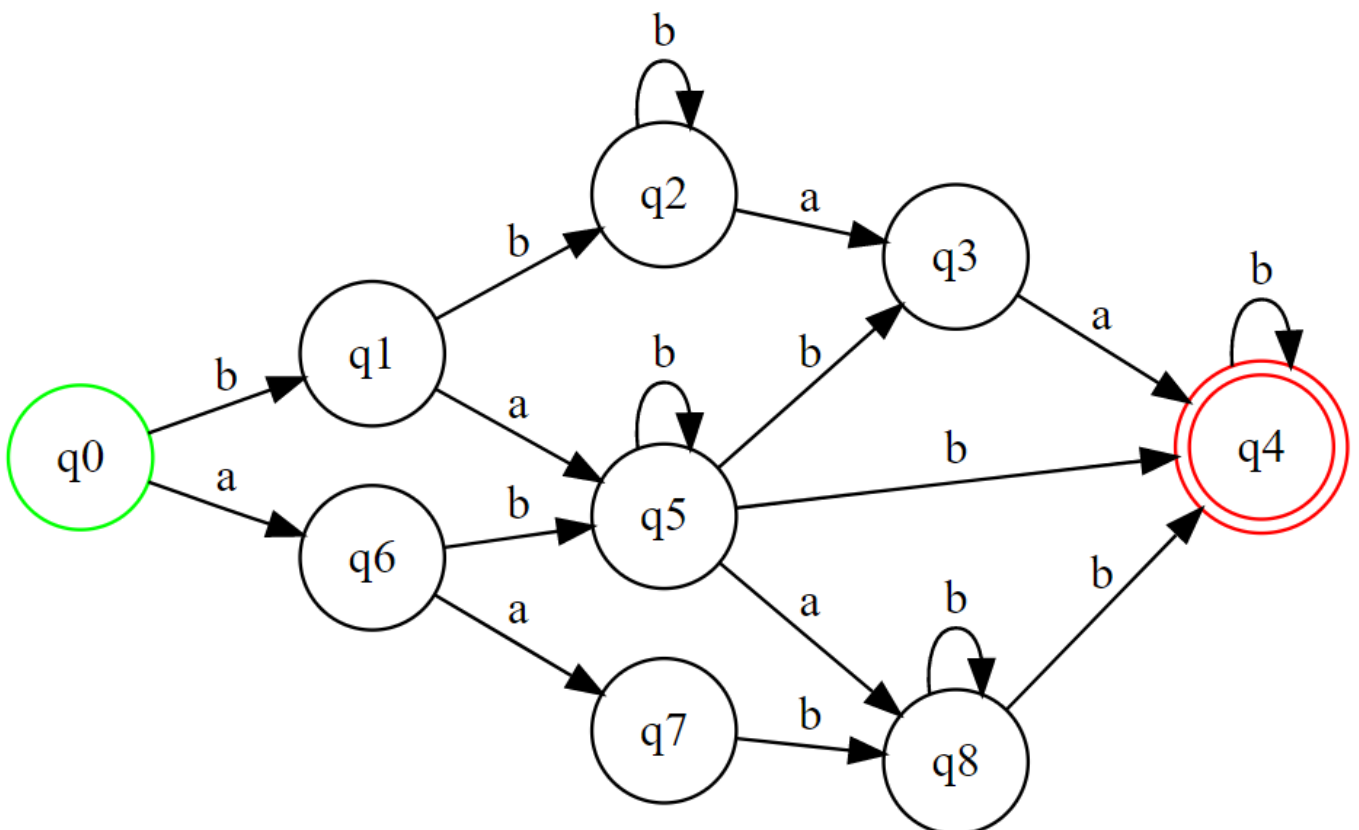
1. $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_c = 1\}$



2. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \leq 2, |w|_b \geq 2\}$

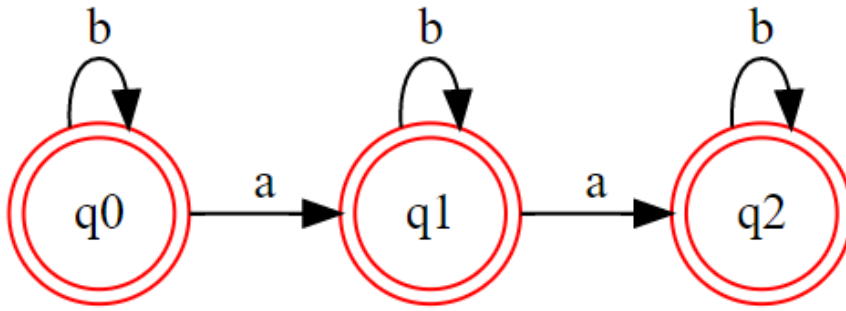
У нас может быть 1 или 2 буквы а и бесконечное число букв b, начиная с двух

Примерные варианты: bb..aa; bab..ba; bab..ab; ab..ab; ab..bb; и т д

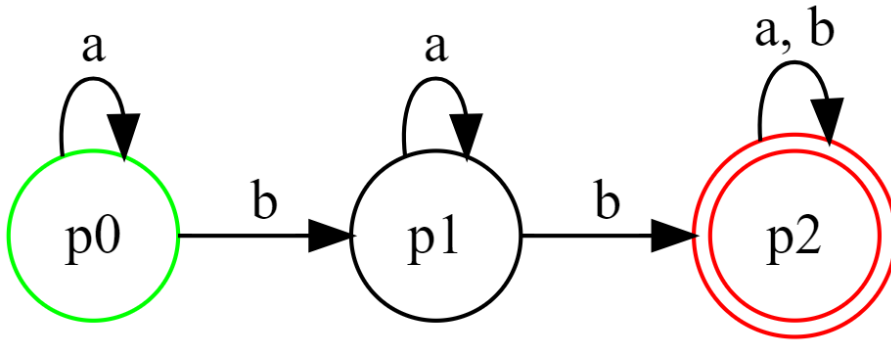


Проверим через прямое произведение

Построим сначала автомат:
 $L_{11} = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a \leq 2\}$



Потом автомат:
 $L_{12} = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_b \geq 2\}$



Найдем прямое произведение $L_{11} \cap L_{12}$.
 где $A_{11} = (\Sigma_1, Q_1, s_1, T_1, \delta_1)$ и $A_{12} = (\Sigma_2, Q_2, s_2, T_2, \delta_2)$:

$$\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 = \{a, b\}$$

$$Q = Q_1 \times Q_2 = \{q_0p_0, q_0p_1, q_0p_2, q_1p_0, q_1p_1, q_1p_2, q_2p_0, q_2p_1, q_2p_2\}$$

$$s = \langle s_1, s_2 \rangle = q_0p_0$$

$$T = T_1 \times T_2 = \{q_2p_2, q_1p_2, q_0p_2\}$$

$$\delta(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c) \rangle$$

Распишем все δ

$$\delta(q_0p_0, a) = q_1p_0 \quad \delta(q_0p_0, b) = q_0p_1$$

$$\delta(q_0p_1, a) = q_1p_1 \quad \delta(q_0p_1, b) = q_0p_2$$

$$\delta(q_0p_2, a) = q_1p_2 \quad \delta(q_0p_2, b) = q_0p_2$$

$$\delta(q_1p_0, a) = q_2p_0 \quad \delta(q_1p_0, b) = q_1p_1$$

$$\delta(q_1p_1, a) = q_2p_1 \quad \delta(q_1p_1, b) = q_1p_2$$

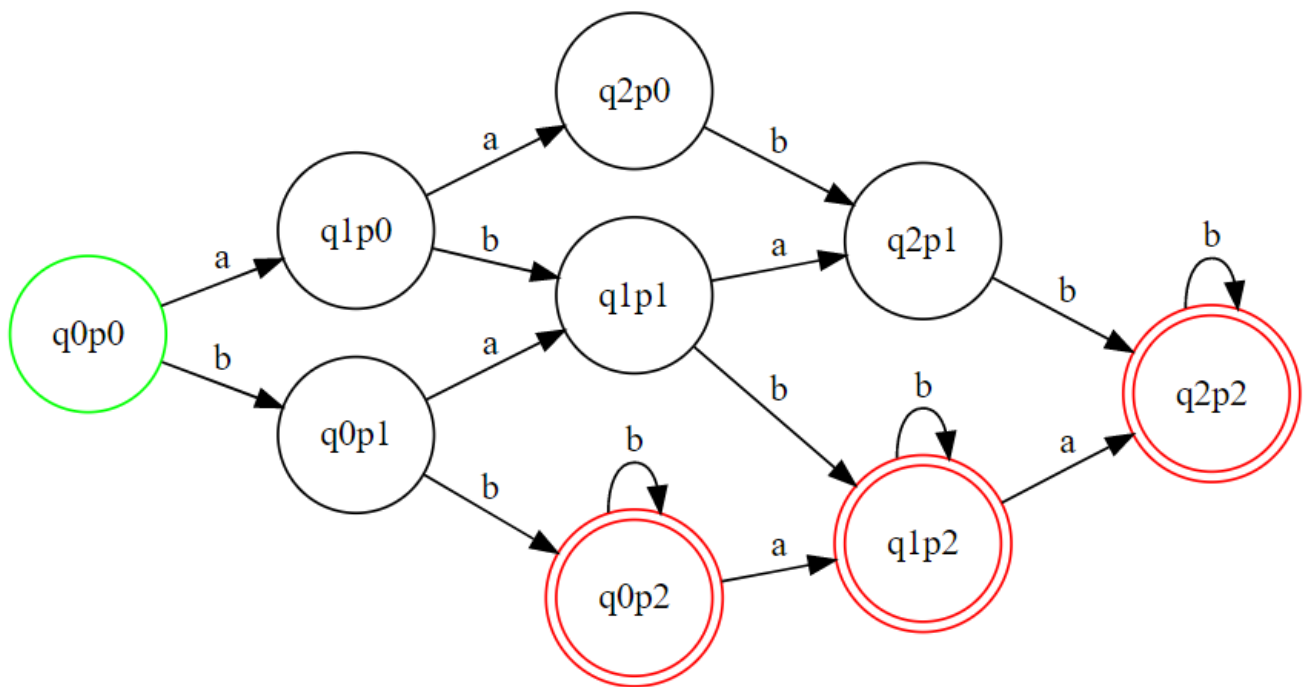
$$\delta(q_1p_2, a) = q_2p_2 \quad \delta(q_1p_2, b) = q_1p_2$$

$$\delta(q_2p_0, a) = - \quad \delta(q_2p_0, b) = q_2p_1$$

$$\delta(q_2p_1, a) = - \quad \delta(q_2p_1, b) = q_2p_2$$

$$\delta(q_2p_2, a) = - \quad \delta(q_2p_2, b) = q_2p_2$$

Построим автомат:

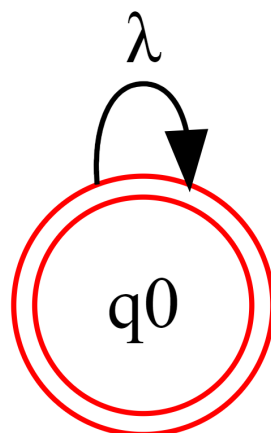


Заметим, что автоматы не совпадают. Ответом является второй автомат, построенный через прямое произведение

3. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$

4. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid ww = www\}$

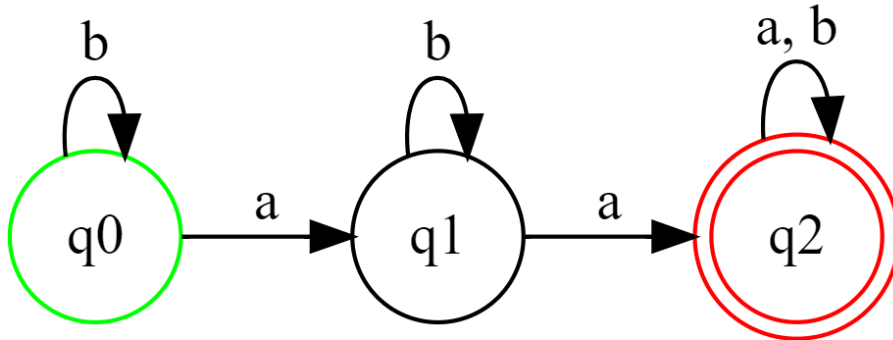
Здесь могут быть только пустые слова



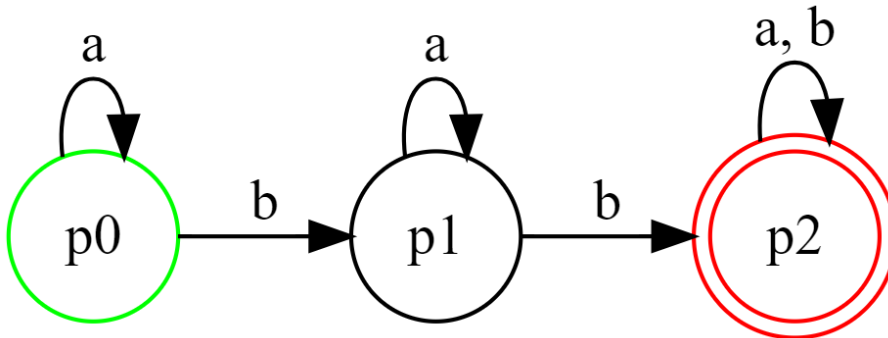
2 Задание №2. Построить конечный автомат, используя прямое произведение.

1. $L_1 = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a \geq 2 \wedge |w|_b \geq 2\}$

Построим сначала автомат: $L_{11} = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a \geq 2\}$



Потом автомат: $L_{12} = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_b \geq 2\}$



Найдем прямое произведение $L_{11} \cap L_{12}$.

где $A_{11} = (\Sigma_1, Q_1, s_1, T_1, \delta_1)$ и $A_{12} = (\Sigma_2, Q_2, s_2, T_2, \delta_2)$:

$$\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 = \{a, b\}$$

$$Q = Q_1 \times Q_2 = \{q_0p_0, q_0p_1, q_0p_2, q_1p_0, q_1p_1, q_1p_2, q_2p_0, q_2p_1, q_2p_2\}$$

$$s = \langle s_1, s_2 \rangle = q_0p_0$$

$$T = T_1 \times T_2 = q_2p_2$$

$$\delta(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c) \rangle$$

Распишем все δ

$$\delta(q_0p_0, a) = q_1p_0 \quad \delta(q_0p_0, b) = q_0p_1$$

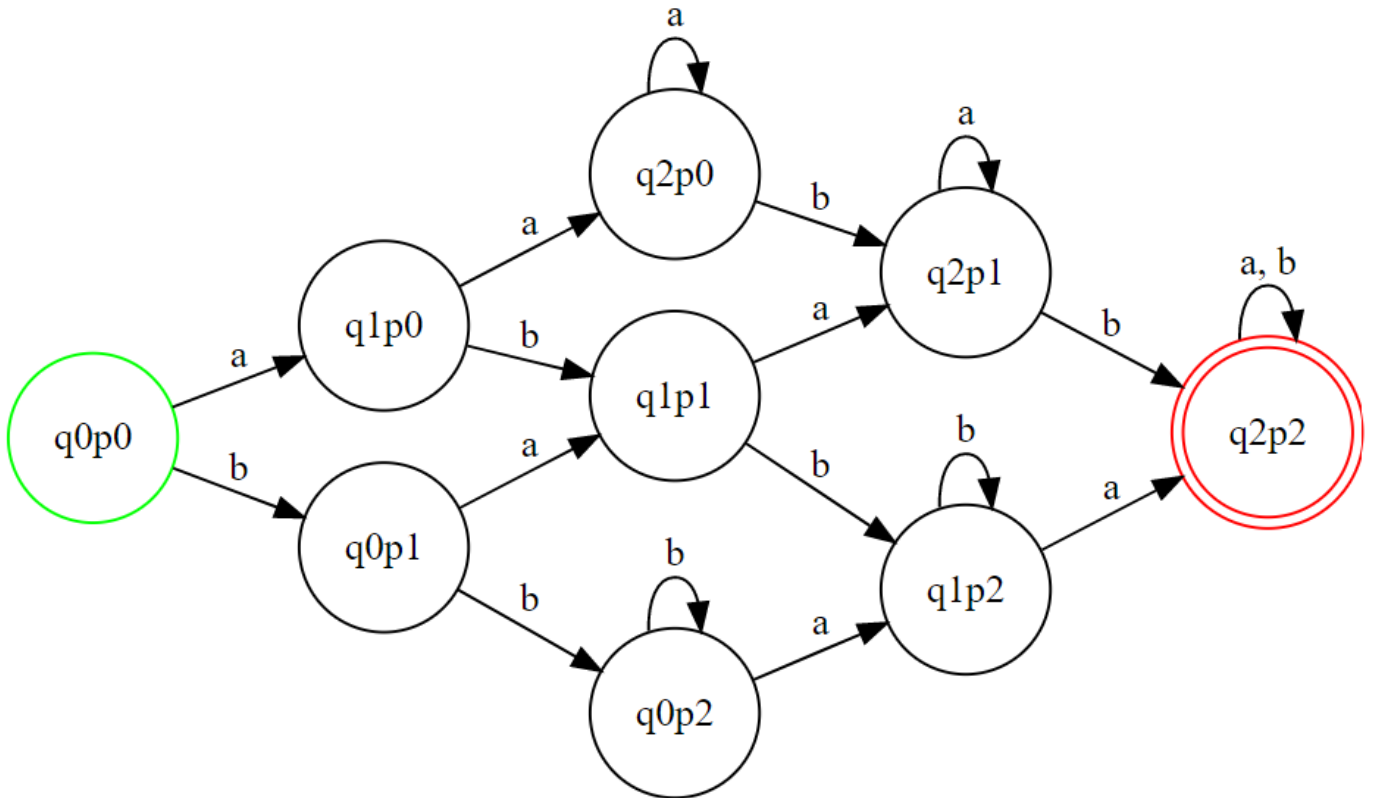
$$\delta(q_0p_1, a) = q_1p_1 \quad \delta(q_0p_1, b) = q_0p_2$$

$$\delta(q_0p_2, a) = q_1p_2 \quad \delta(q_0p_2, b) = q_0p_2$$

$$\delta(q_1p_0, a) = q_2p_0 \quad \delta(q_1p_0, b) = q_1p_1$$

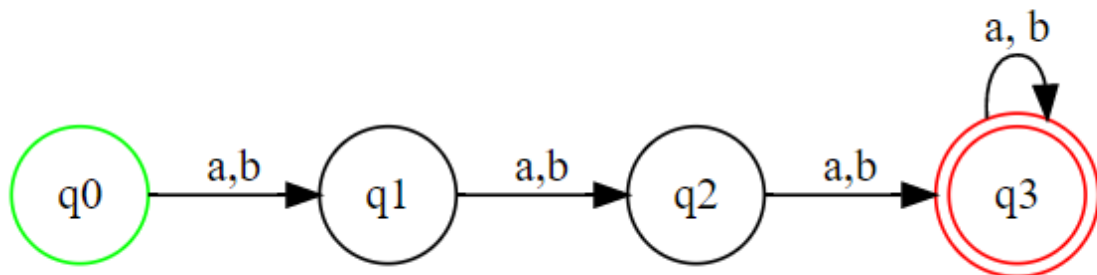
$$\delta(q_1p_1, a) = q_2p_1 \quad \delta(q_1p_1, b) = q_1p_2$$

$\delta(q1p2, a) = q2p2$ $\delta(q1p2, b) = q1p2$
 $\delta(q2p0, a) = q2p0$ $\delta(q2p0, b) = q2p1$
 $\delta(q2p1, a) = q2p1$ $\delta(q2p1, b) = q2p2$
 $\delta(q2p2, a) = q2p2$ $\delta(q2p2, b) = q2p2$
 Построим автомат:



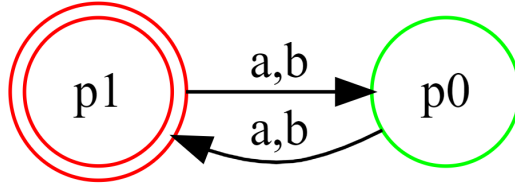
2. $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \wedge |w| \text{ нечётное} \}$

Построим сначала автомат: $L_{11} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \}$



Потом автомат: $L_{12} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ нечётное} \}$

Количество вхождений а или б в слово w должно быть нечетным.



Найдем прямое произведение $L_{11} \cap L_{12}$.

где $A_{11} = (\sum_1, Q_1, s_1, T_1, \delta_1)$ и $A_{12} = (\sum_2, Q_2, s_2, T_2, \delta_2)$:

$$\sum = \sum_1 \cup \sum_2 = \{a, b\}$$

$$Q = Q_1 \times Q_2 = \{q_0p_0, q_0p_1, q_1p_0, q_1p_1, q_2p_0, q_2p_1, q_3p_0, q_3p_1\}$$

$$s = \langle s_1, s_2 \rangle = q_0p_0$$

$$T = T_1 \times T_2 = q_3p_1$$

$$\delta(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c) \rangle$$

Распишем все δ

$$\delta(q_0p_0, a) = q_1p_1 \quad \delta(q_0p_0, b) = q_1p_1$$

$$\delta(q_0p_1, a) = q_1p_0 \quad \delta(q_0p_1, b) = q_1p_0$$

$$\delta(q_1p_0, a) = q_2p_1 \quad \delta(q_1p_0, b) = q_2p_1$$

$$\delta(q_1p_1, a) = q_2p_0 \quad \delta(q_1p_1, b) = q_2p_0$$

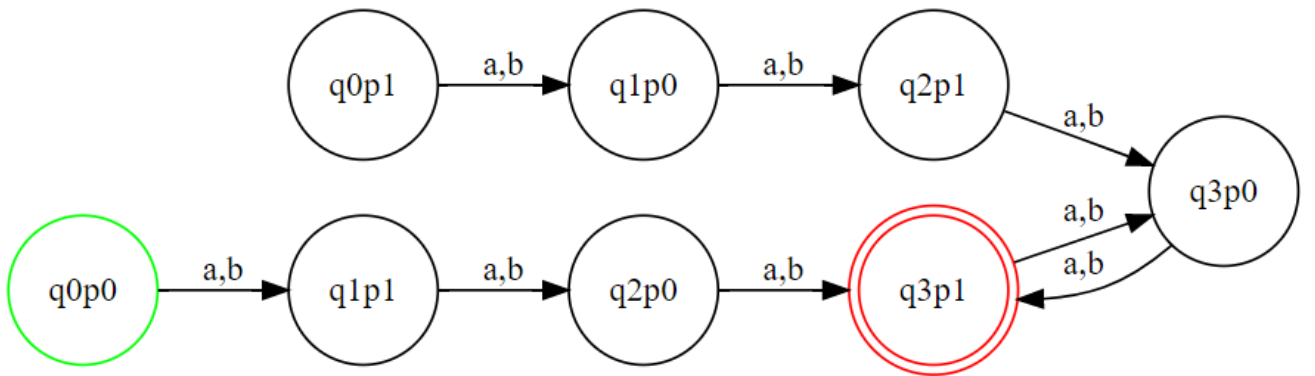
$$\delta(q_2p_0, a) = q_3p_1 \quad \delta(q_2p_0, b) = q_3p_1$$

$$\delta(q_2p_1, a) = q_3p_0 \quad \delta(q_2p_1, b) = q_3p_0$$

$$\delta(q_3p_0, a) = q_3p_1 \quad \delta(q_3p_0, b) = q_3p_1$$

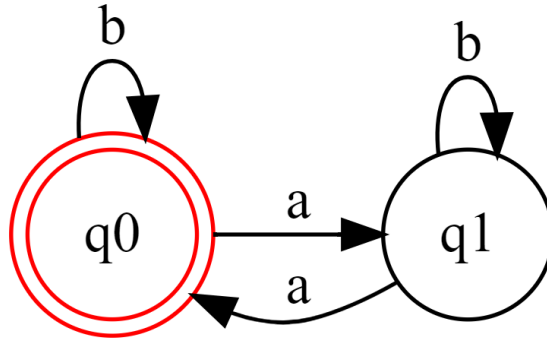
$$\delta(q_3p_1, a) = q_3p_0 \quad \delta(q_3p_1, b) = q_3p_0$$

Построим автомат:

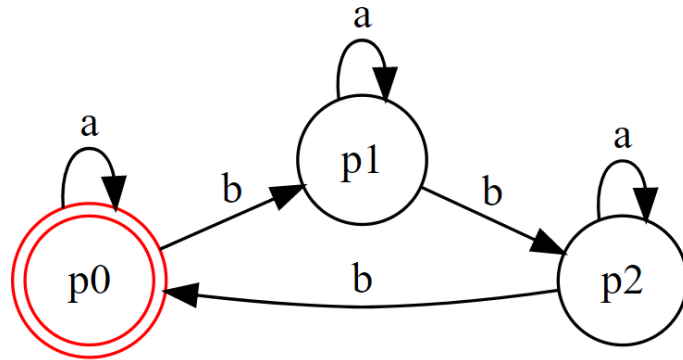


3. $L_3 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a \text{ чётно} \wedge |w|_b \text{ кратно трём} \}$

Построим сначала автомат: $L_{11} = \{ w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a \text{ чётно} \}$



Потом автомат: $L_{12} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \text{ кратно трём} \}$



Найдем прямое произведение $L_{11} \cap L_{12}$.

где $A_{11} = (\Sigma_1, Q_1, s_1, T_1, \delta_1)$ и $A_{12} = (\Sigma_2, Q_2, s_2, T_2, \delta_2)$:

$$\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 = \{a, b\}$$

$$Q = Q_1 \times Q_2 = \{q_0p_0, q_0p_1, q_0p_2, q_1p_0, q_1p_1, q_1p_2\}$$

$$s = \langle s_1, s_2 \rangle = q_0p_0$$

$$T = T_1 \times T_2 = q_0p_0$$

$$\delta(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c) \rangle$$

Распишем все δ

$$\delta(q_0p_0, a) = q_1p_0 \quad \delta(q_0p_0, b) = q_0p_1$$

$$\delta(q_0p_1, a) = q_1p_1 \quad \delta(q_0p_1, b) = q_0p_2$$

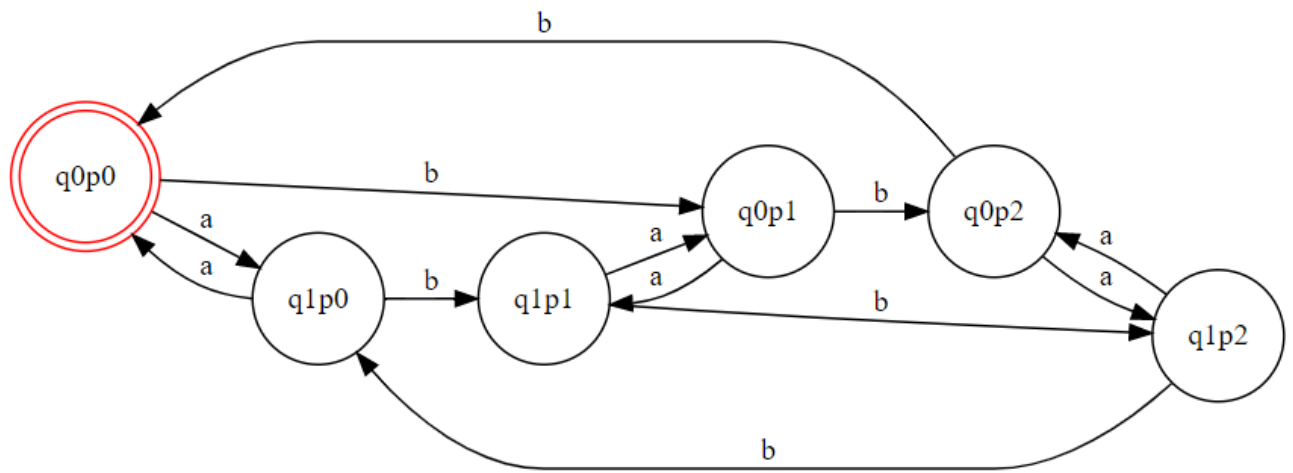
$$\delta(q_0p_2, a) = q_1p_2 \quad \delta(q_0p_2, b) = q_0p_0$$

$$\delta(q_1p_0, a) = q_0p_0 \quad \delta(q_1p_0, b) = q_1p_1$$

$$\delta(q_1p_1, a) = q_0p_1 \quad \delta(q_1p_1, b) = q_1p_2$$

$$\delta(q_1p_2, a) = q_0p_2 \quad \delta(q_1p_2, b) = q_1p_0$$

Построим автомат:



4. $L_4 = \overline{L_3}$

5. $L_5 = L_2 \setminus L_3$