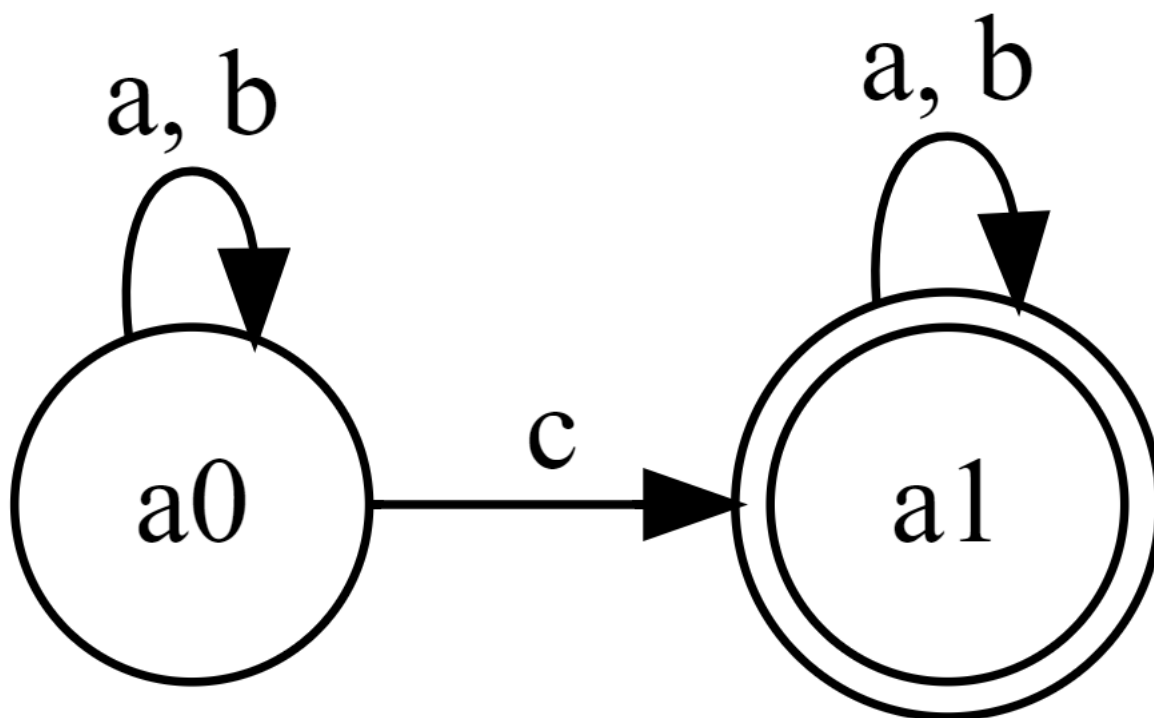


1 Задача 1

Построить конечный автомат, распознающий язык:

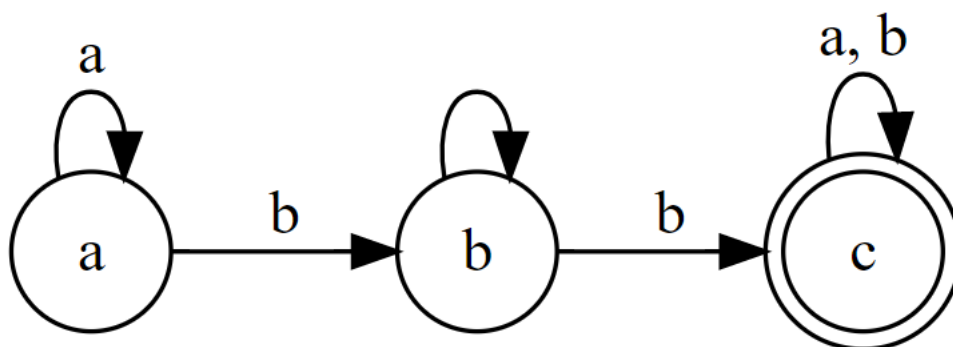
$$1. L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_c = 1\}$$



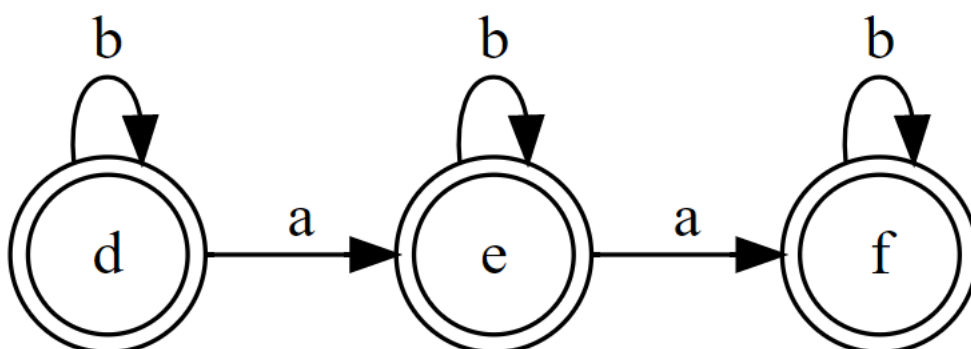
$$2. L = \{w \in a, b^* \mid |w|_a \leq 2, |w|_b \geq 2\}$$

Рассмотрим как прямое произведение двух автоматов:

$$|w|_b \geq 2$$



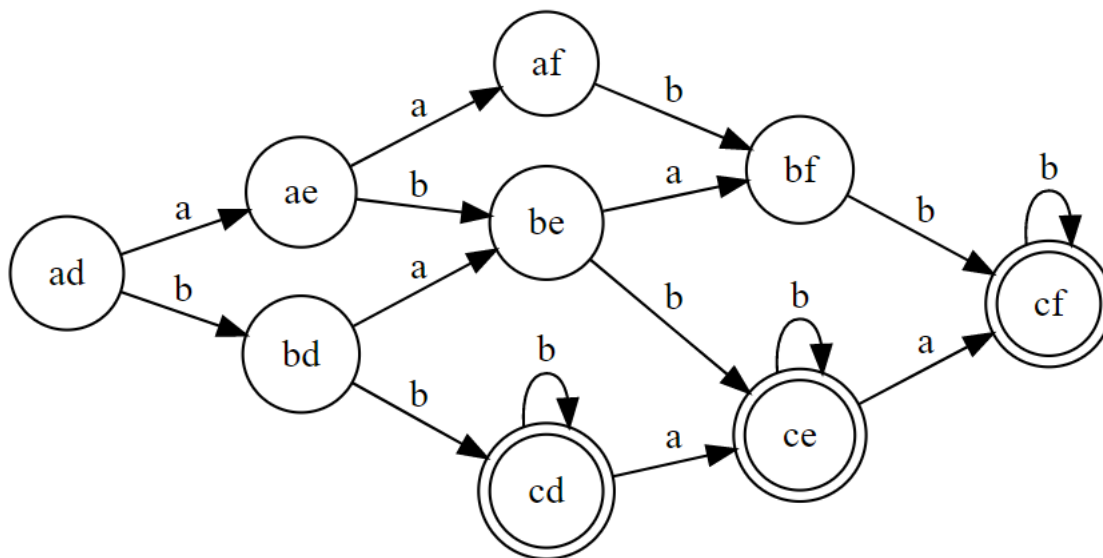
$$|w|_a \leq 2$$



$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$S = ad$$

$$T = \langle cd, ce, cf \rangle$$



3. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$

Рассмотрим L как $L = Q_1 \cup Q_2$, где $Q_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a < |w|_b\}$,

а $Q_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a > |w|_b\}$

Q_1 и Q_2 не являются регулярными и следовательно L не регулярный и его нельзя описать с помощью конечного автомата.

4. $L = \{w \in a, b^* \mid ww = www\}$

Если рассмотреть относительно длины слова, то $|ww| = |www|$ только в том случае когда $w = \lambda$. L описывает пустые слова.

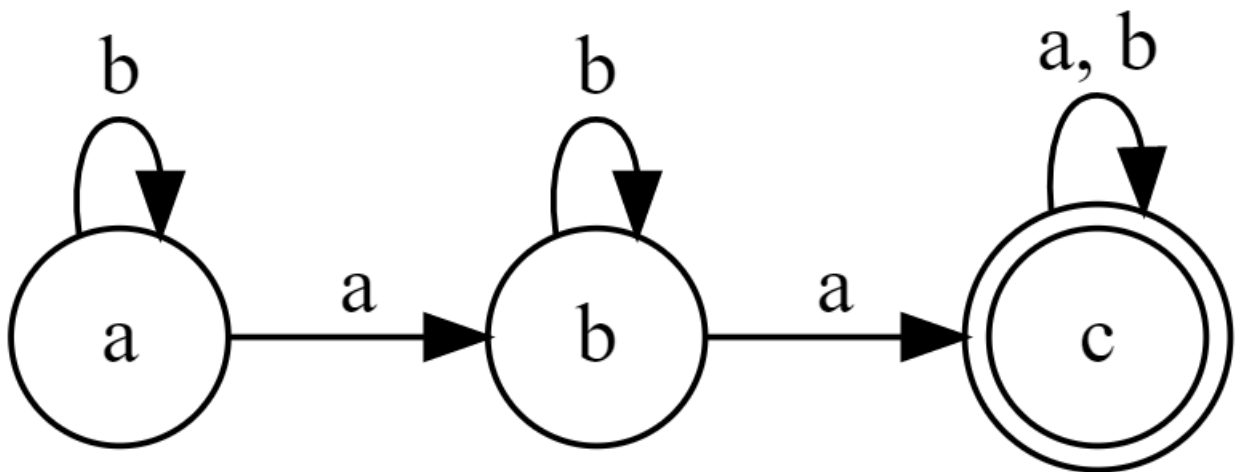
2 Задача 2

Построить автомат используя прямое произведение.

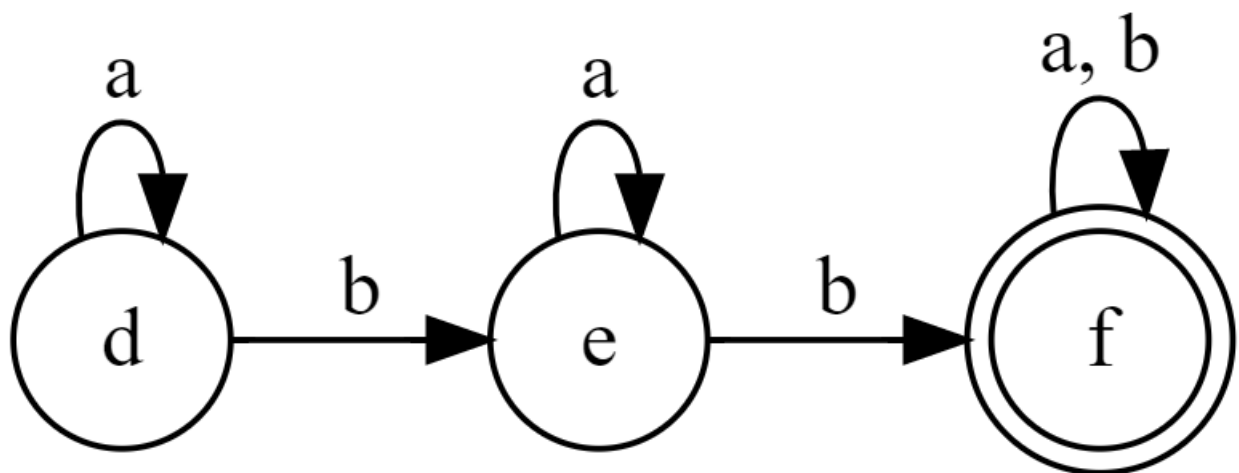
1. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2 \wedge |w|_b \geq 2\}$

Опишем два языка один из которых задает $|w|_a \geq 2$, а второй $|w|_b \geq 2$. Их произведение даст нам искомый язык.

Автомат которые описывает язык для которого $|w|_a \geq 2$



Автомат которые описывает язык для которого $|w|_b \geq 2$



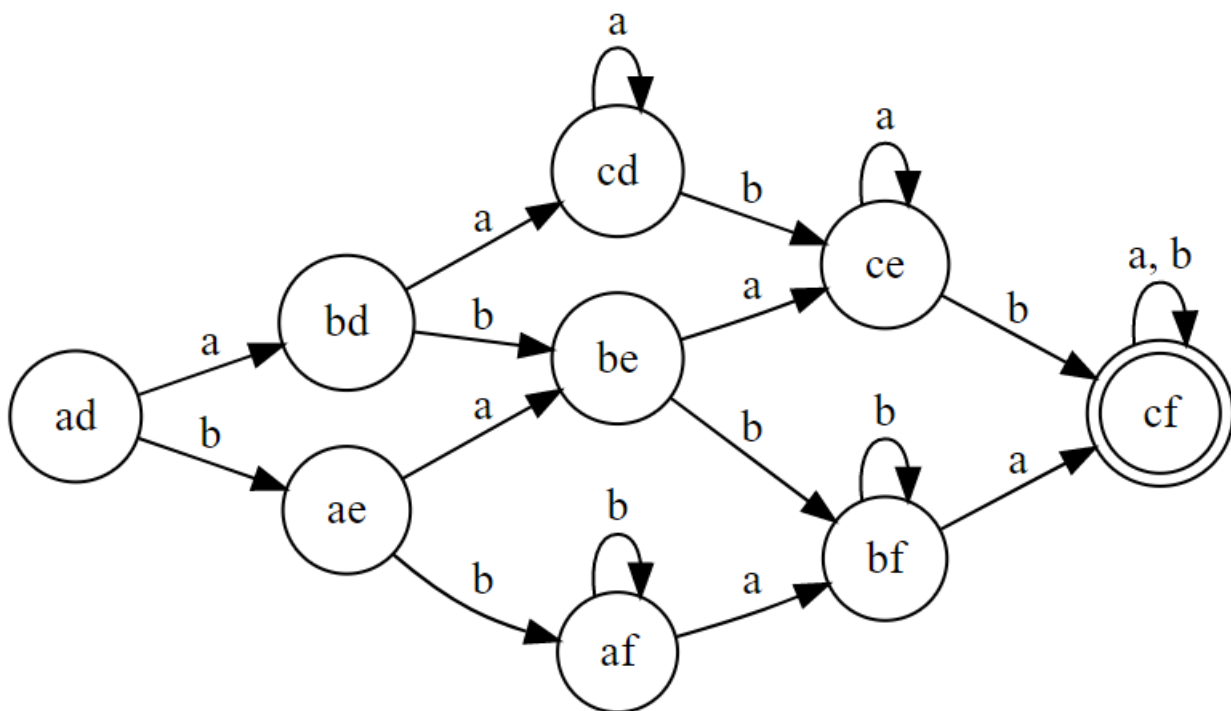
$$\Sigma \{a, b\}$$

$$Q = \{ad, ae, af, bd, be, bf, cd, ce, cf\}$$

$$s = \langle ad \rangle$$

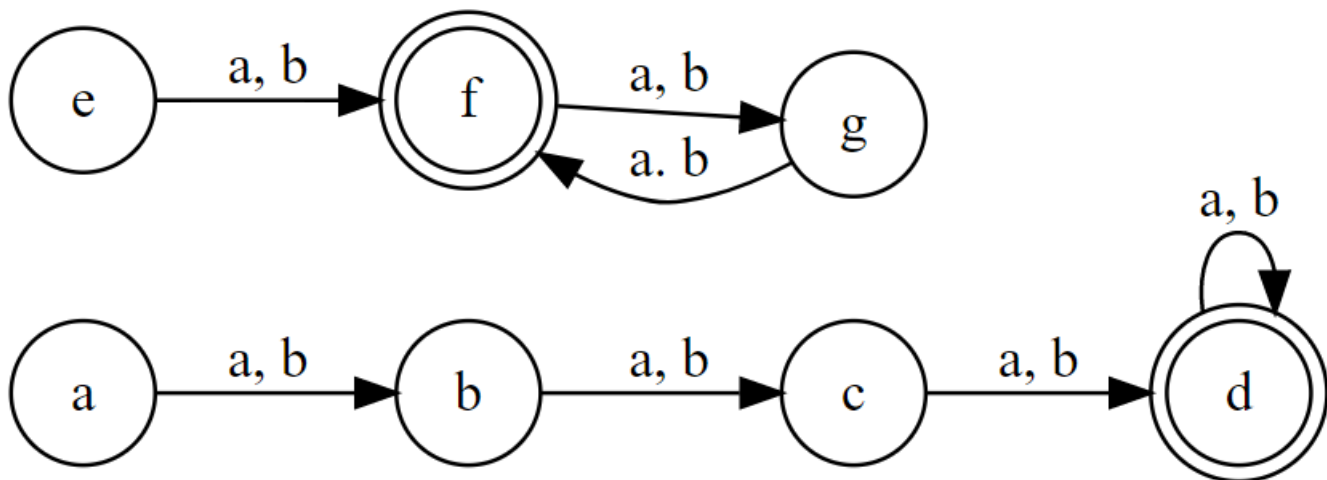
$$T = \langle cf \rangle$$

Прямое произведение:



2. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \wedge |w| \text{ odd}\}$

Опишем два языка которые описывают $|w|$ - нечетное и $|w| \geq 3$



Прямое произведение:

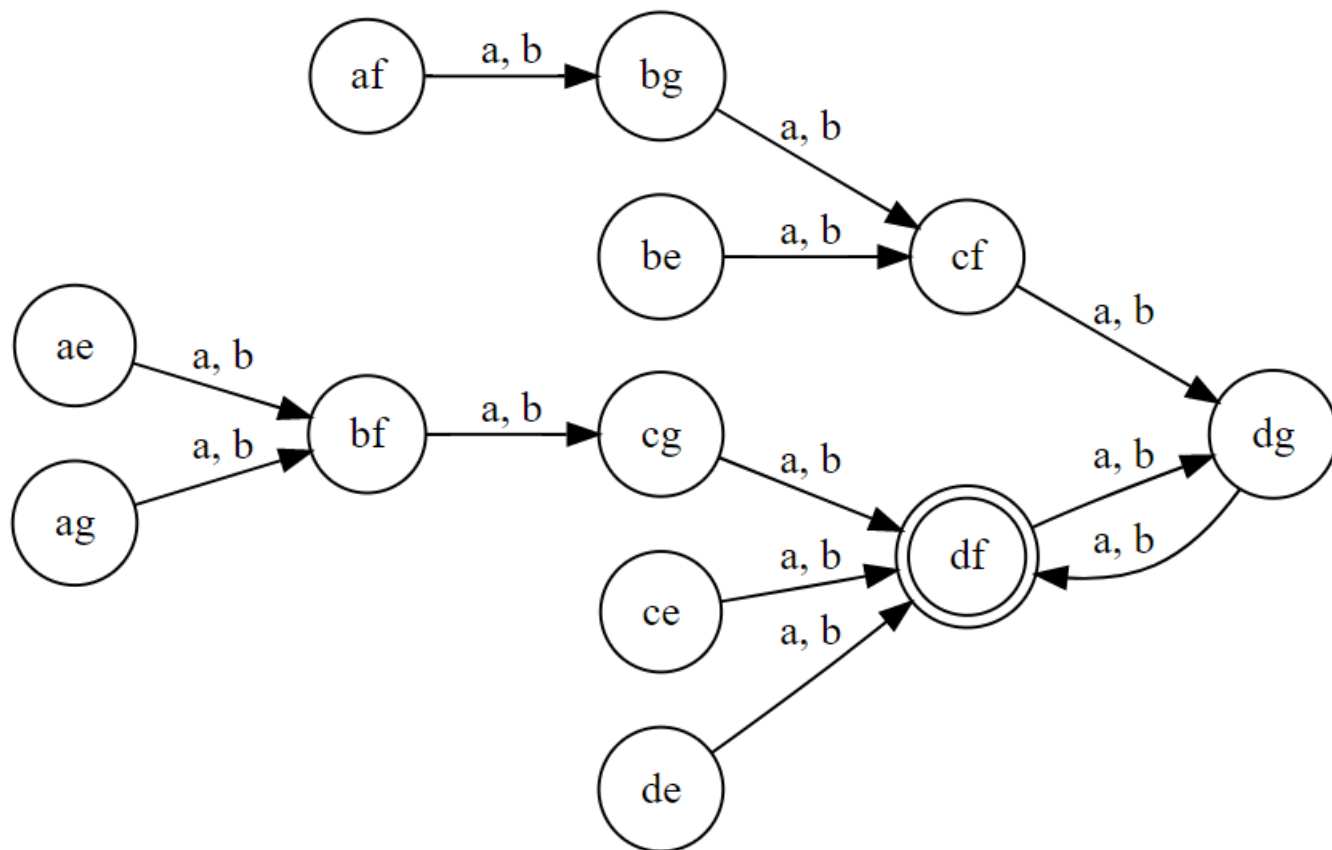
$$\sum \{a, b\}$$

$$Q = \{ae, af, ag, be, bf, bg, ce, cf, cg, de, df, dg\}$$

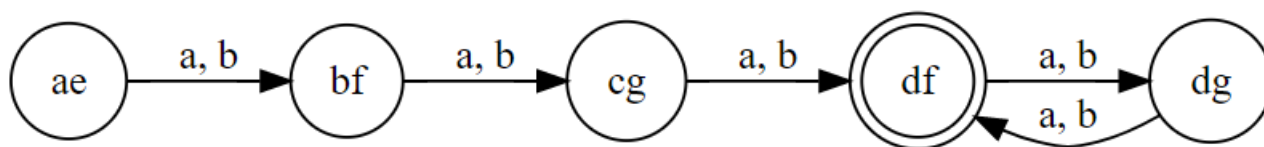
$$s = \langle ae \rangle$$

$$T = \langle df \rangle$$

Результат прямого произведения. Как видно содержит ветви, не выходящие из начального состояния - можно отбросить.

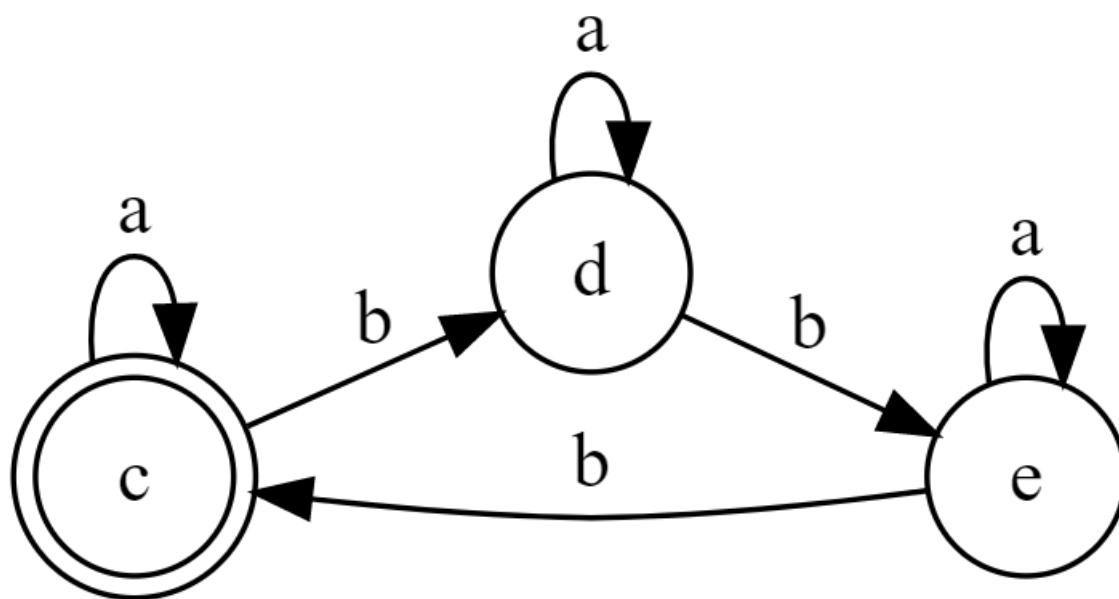
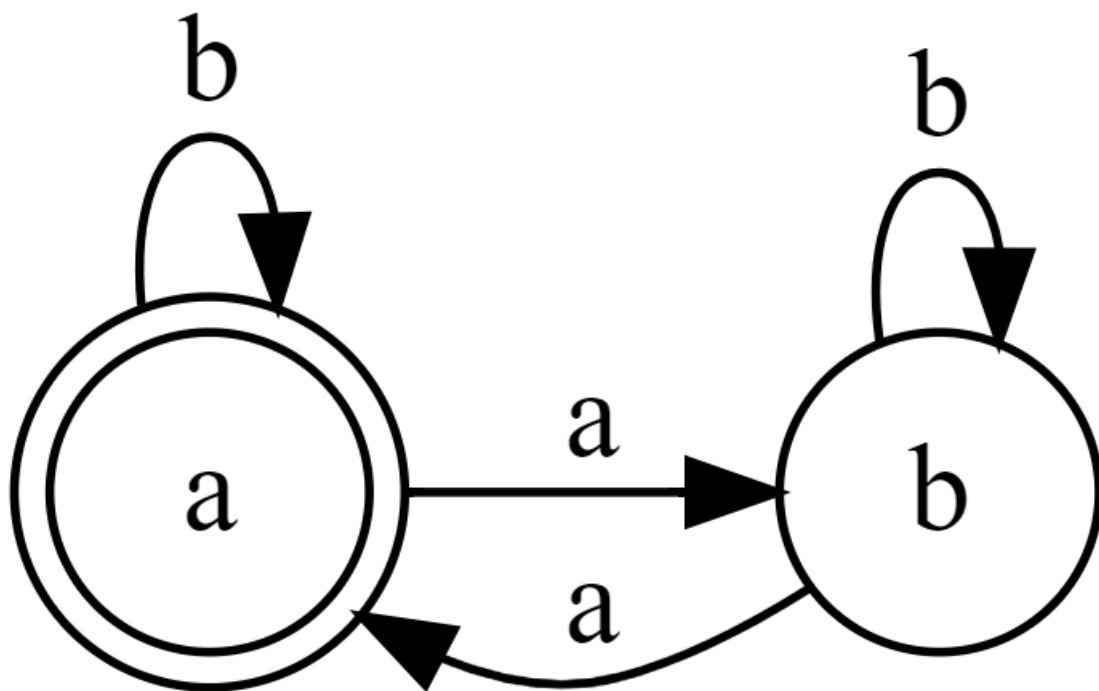


Результат в итоге:



3. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ even} \wedge |w|_b \text{ divisible } 3\}$

Опишем два языка, которые описывают $|w|_a \text{ even} \wedge |w|_b \text{ divisible } 3$



Прямое произведение:

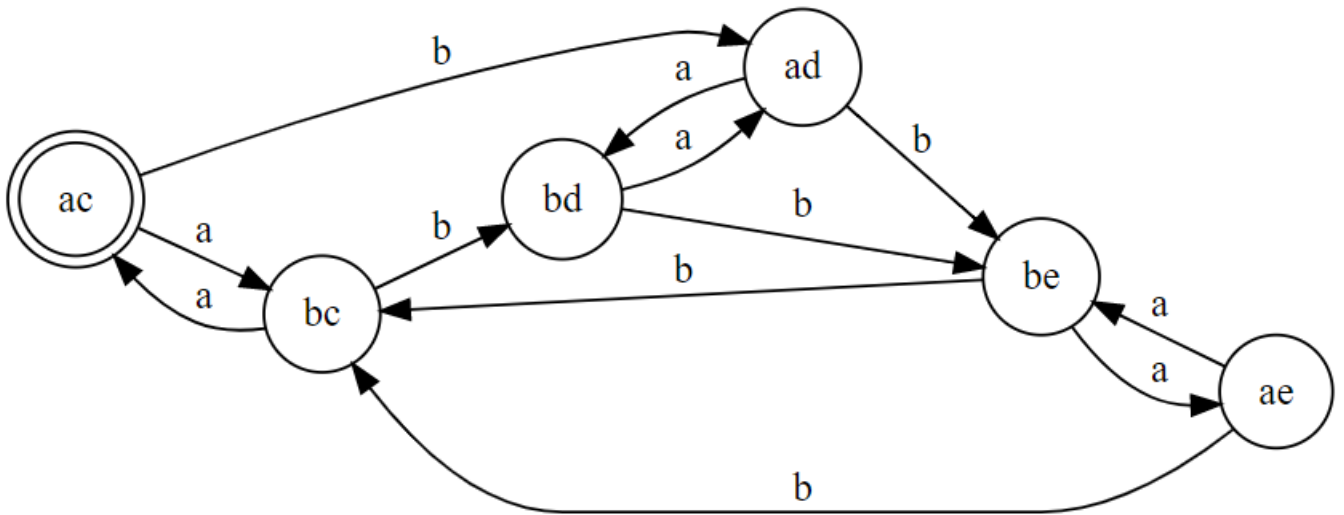
$$\Sigma \{a, b\}$$

$$Q = \{ac, ad, ae, bc, bd, be\}$$

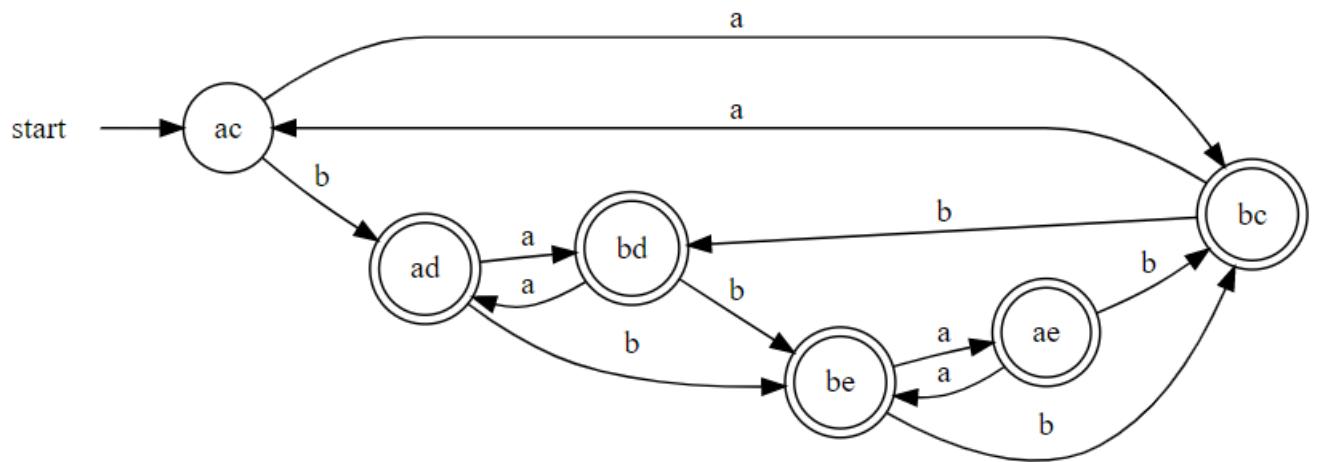
$$s = \langle ac \rangle$$

$$T = \langle ac \rangle$$

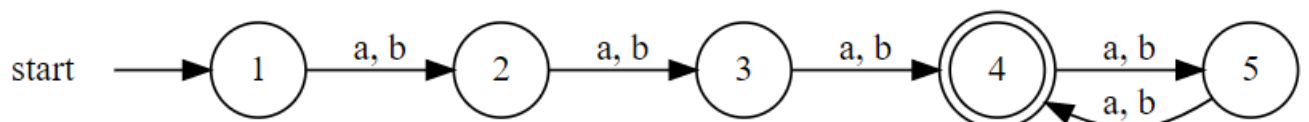
Автомат полученный в результате :

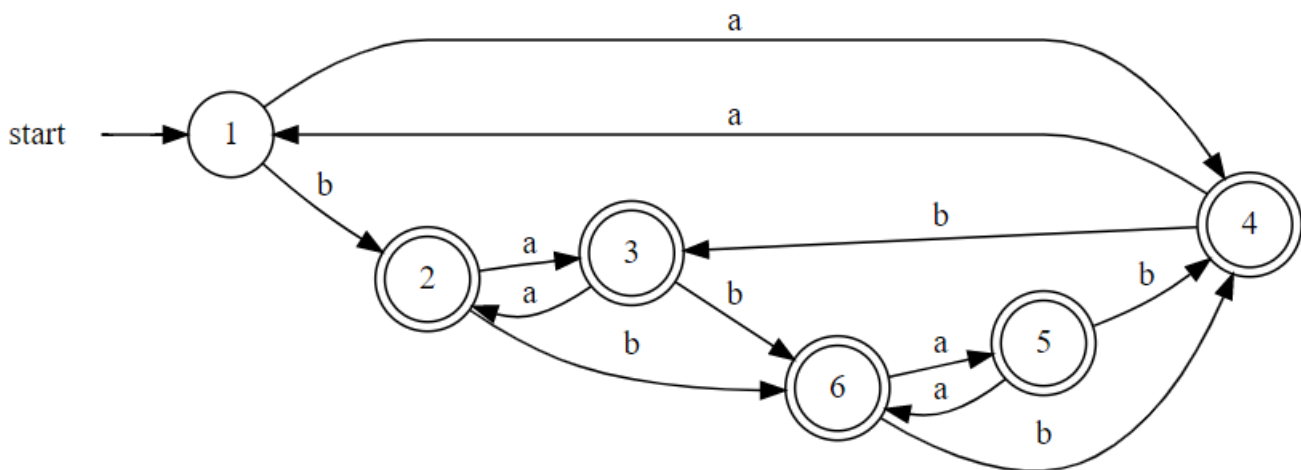


4. $L_4 = \overline{L_3}$
 $\Sigma \{a, b\}$
 $Q = \{ac, ad, ae, bc, bd, be\}$
 $s = \langle ac \rangle$
 $T = Q \setminus T_3 = ad, ae, bc, bd, be$



5. $L_5 = L_2 \setminus L_3$
 $L_5 = L_2 \setminus L_3 = L_2 \cap \overline{L_3}$
 Переименуем состояния чтобы было удобнее работать
 L_2 :



$\backslash L_3:$ 

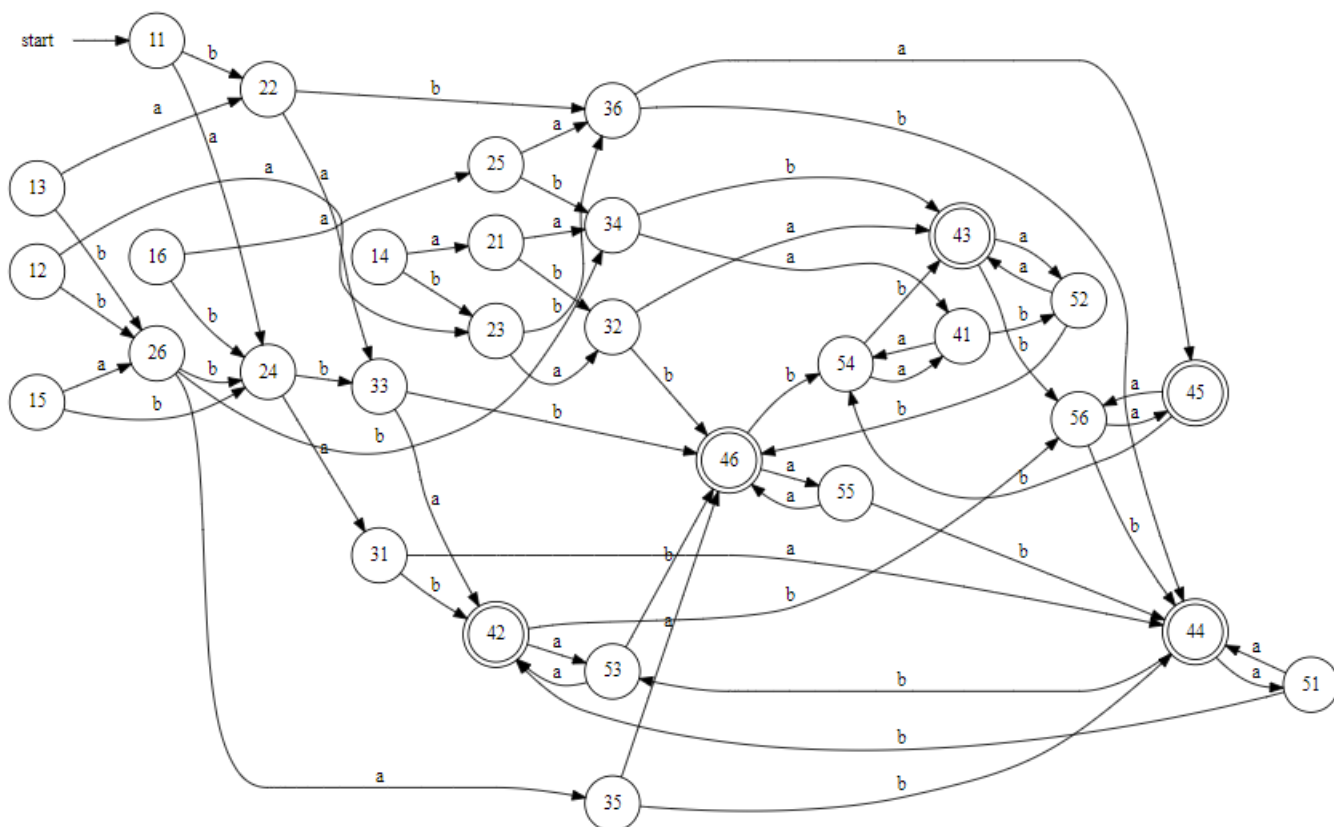
$$\Sigma \{a, b\}$$

$$Q = \left\{ \begin{array}{c} 11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, \\ 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56 \end{array} \right\}$$

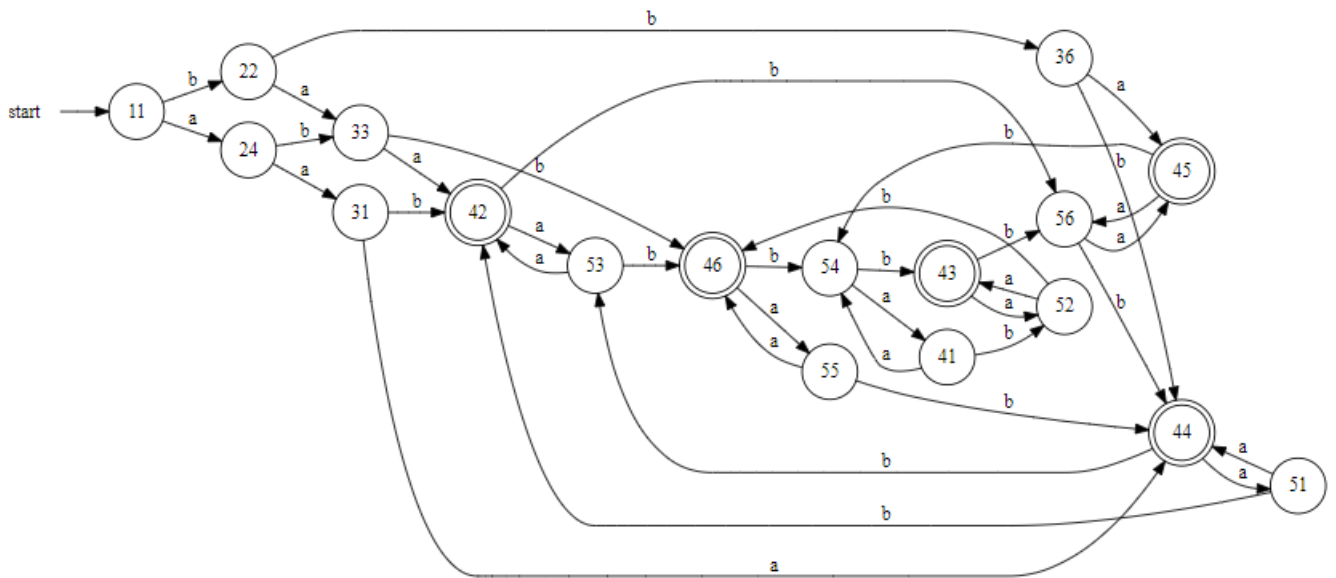
$$s = \langle 11 \rangle$$

$$T = \langle 42, 43, 44, 45, 46 \rangle$$

$$L_5 = L_2 \setminus L_3$$



После упрощения

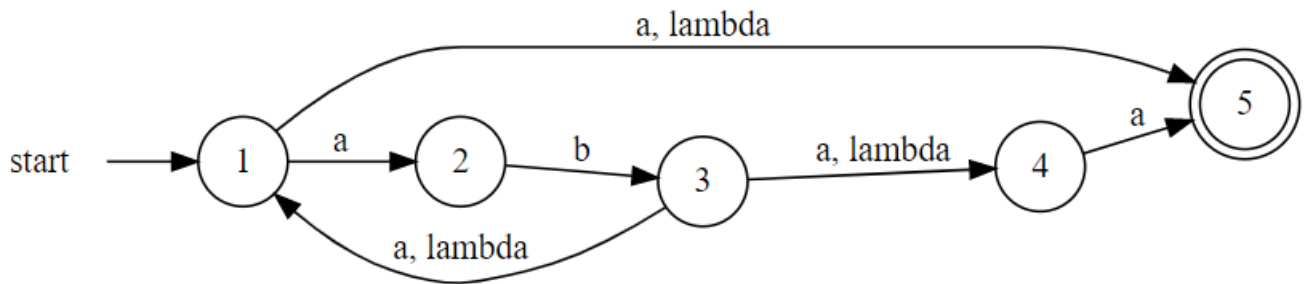


3 Задача 3

Построить минимальный ДКА, который допускает язык, описанный регулярным выражением

1. $(ab+aba)^*a$

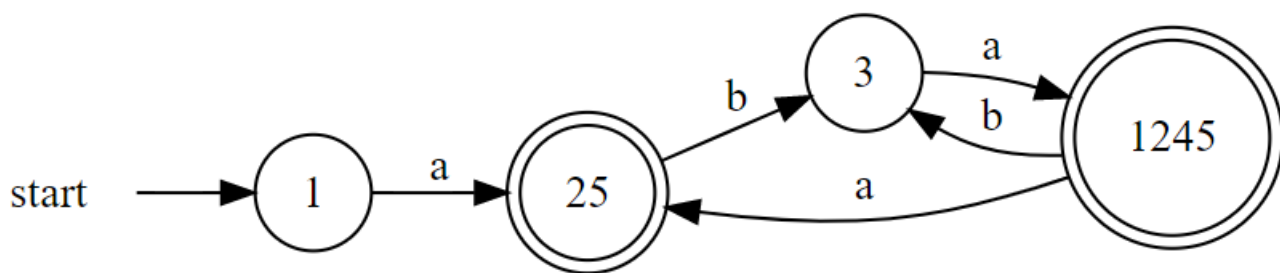
Построим в НДА:



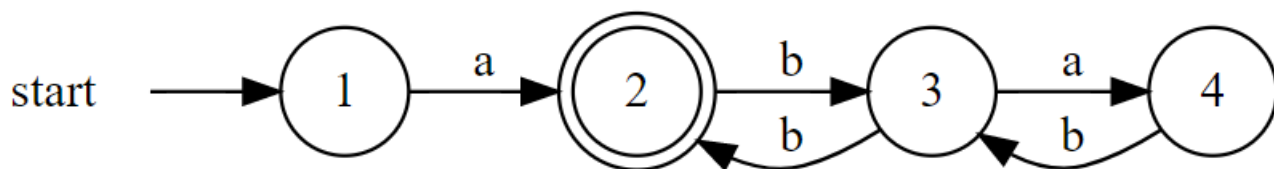
Построим эквивалентный ДКА по НКА по алгоритму Томпсона

Q	a	b
1	25	-
25	-	3
3	1245	-
1245	25	3

Минимальный ДКА:

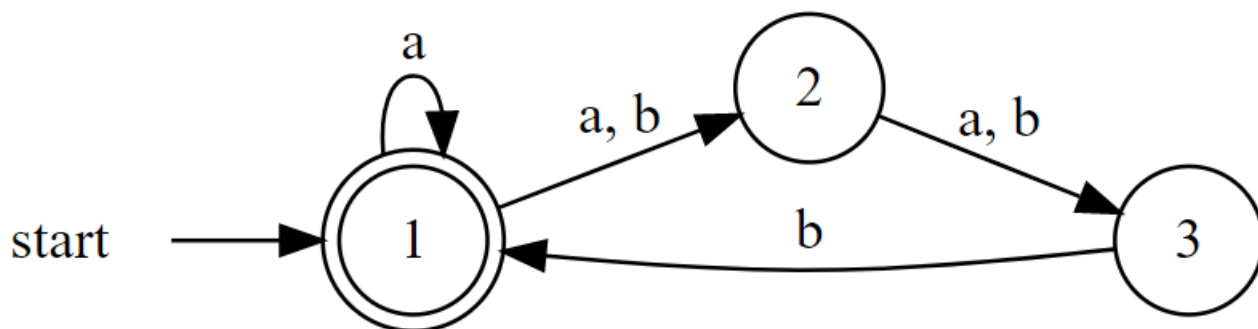


2. $a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$
 Построим НКА:



Нам повезло и это минимальный ДКА

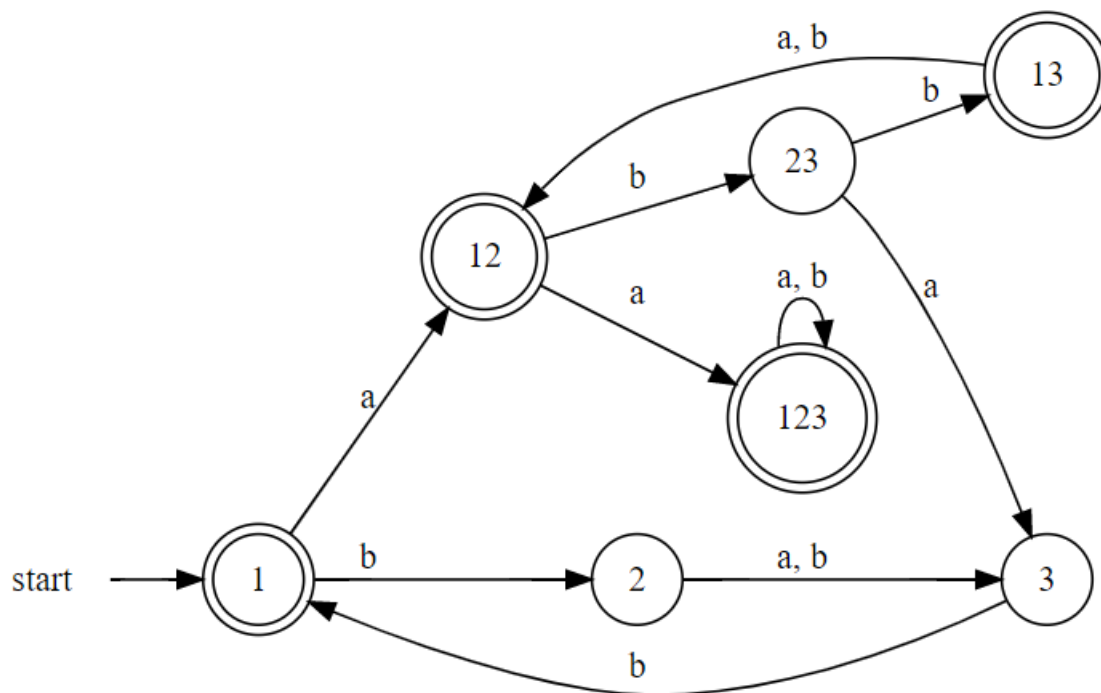
3. $(a+(a+b)(a+b)b)^*$
 Построим НКА:



Построим эквивалентный ДКА по НКА по алгоритму Томпсона

Q	a	b
1	12	2
12	123	23
123	123	123
23	3	13
13	12	12
2	3	3
3	-	1

Построим ДКА



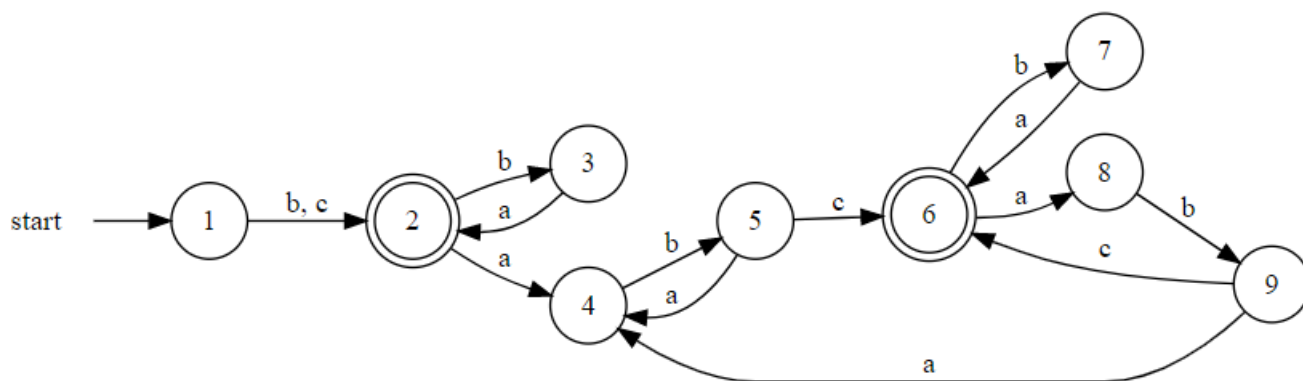
Минимизируем:

	1	2	3	12	13	23	123
1		+	+	+	+	+	+
2	+		+	+	+	+	+
3	+	+		+	+	+	+
12	+	+	+		+	+	+
13	+	+	+	+		+	+
23	+	+	+	+	+		+
123	+	+	+	+	+	+	

Полученный ДКА минимальный

4. $(b+c)((ab)^*c+(ba)^*)^*$

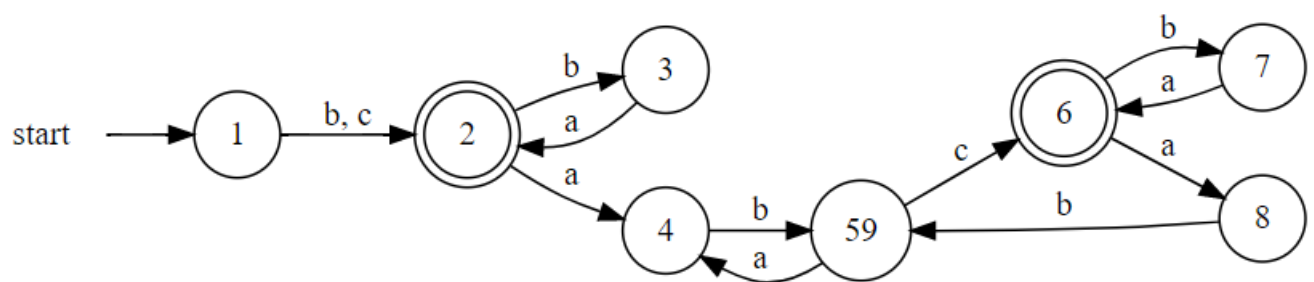
Построим НДА:



Получен ДКА, минимизируем

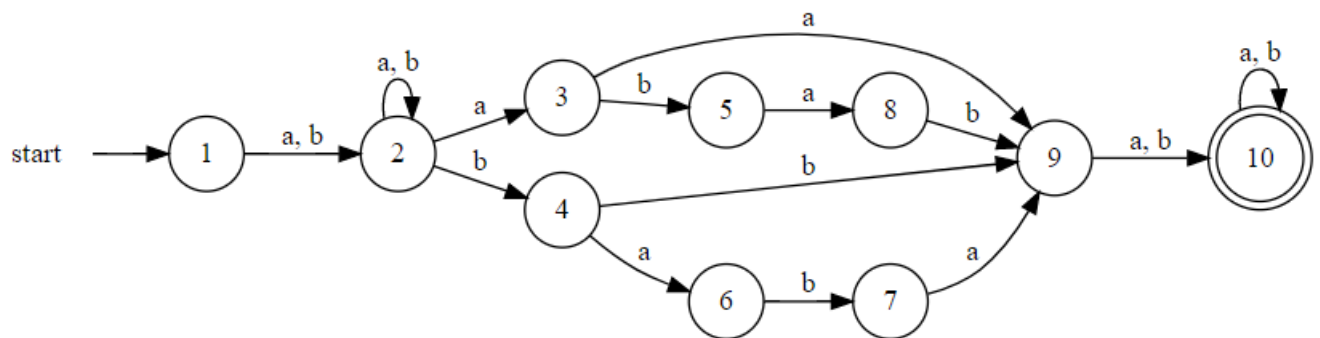
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		+	+	+	+	+	+	+	+
2	+		+	+	+	+	+	+	+
3	+	+		+	+	+	+	+	+
4	+	+	+		+	+	+	+	+
5	+	+	+	+		+	+	+	
6	+	+	+	+	+		+	+	+
7	+	+	+	+	+	+		+	+
8	+	+	+	+	+	+	+		+
9	+	+	+	+		+	+	+	

Перестроим с состояниями $\langle 1, 2, 3, 4, 59, 6, 7, 8 \rangle$

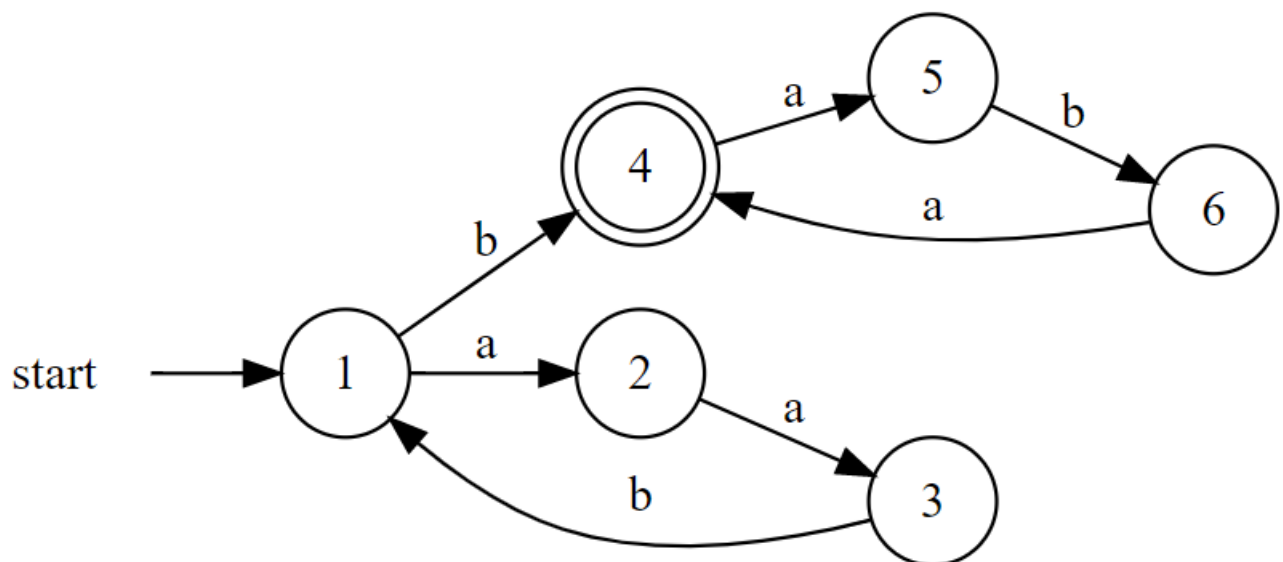


5. $(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$

Построим НКА:



ДКА :



2. $L = \{uaav | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$

Фиксируем n

Рассмотрим частный случай

3. $L = \{a^m w | w \in \{a, b\}^*, 1 \leq |w|_b \leq m\}$

4. $L = \{a^k b^m a^n | k = n \vee m > 0\}$

5. $L = \{ucv | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^R\}$