

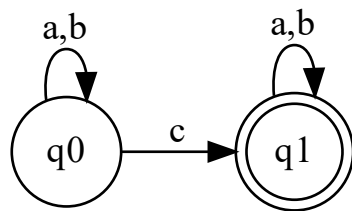
TBM Д31

Alexsander Singin

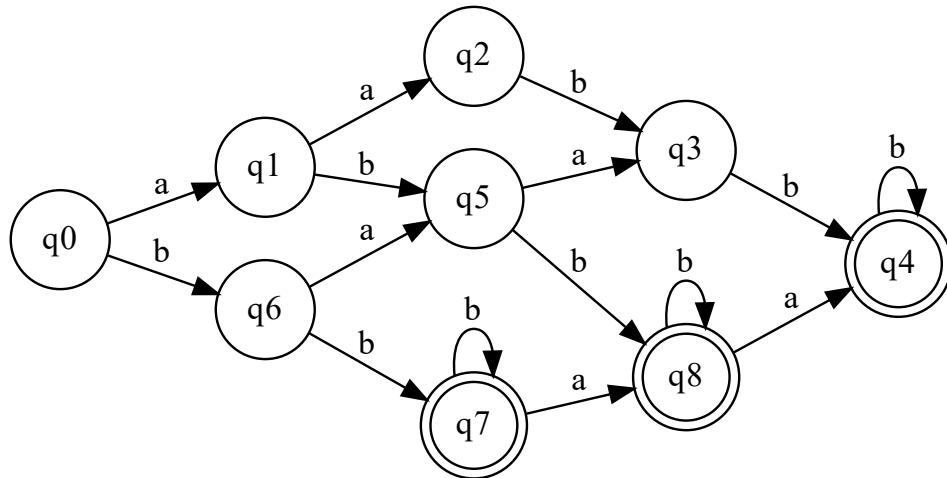
04.04.2022

1 Задание 1. Построить конечный автомат, распознающий язык

1. $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_c = 1\}$



2. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \leq 2, |w|_b \geq 2\}$



3. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$

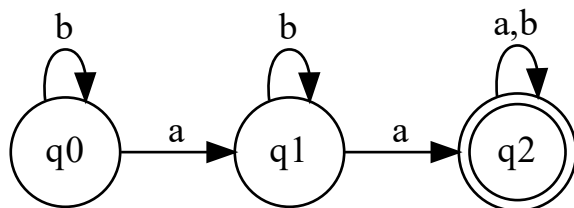
Язык \bar{L} не является регулярным, что мы выясним по лемме о разрастании, следовательно язык L тоже не является регулярным

4. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid ww = www\}$

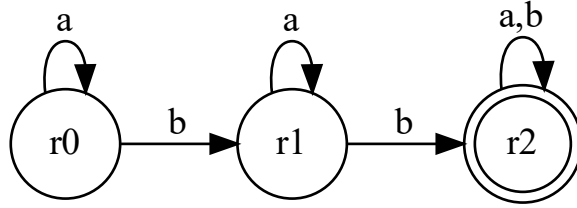


2 Задание 2. Построить конечный автомат, используя прямо произведение

1. $L_1 = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a \geq 2 \wedge |w|_b \geq 2\}$
 $L_{11} = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a \geq 2\}$



$$L_{12} = \{w \in \{a, b\} \mid |w|_b \geq 2\}$$

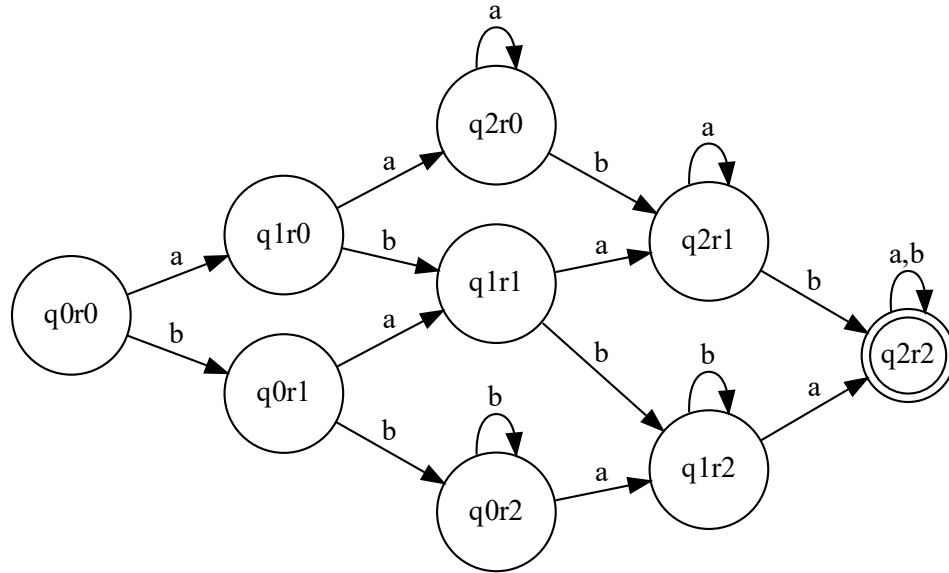


Далее найдем прямое произведение L_{11} и $L_{12} =$

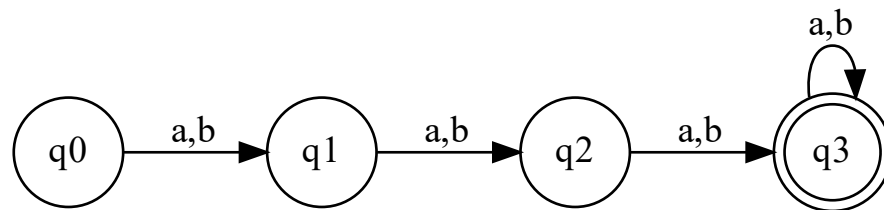
$$L_{11} \times L_{12} = \langle \sum_{L_{11}} \cup \sum_{L_{12}}, Q_{L_{11}} \times Q_{L_{12}}, \langle s_{L_{11}}, s_{L_{12}} \rangle, T_{L_{11}} \times T_{L_{12}}, \langle \sigma_{L_{11}}(q_{L_{11}}, c), \sigma_{L_{12}}(q_{L_{12}}, c) \rangle \rangle$$

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $Q = \{q_0r_0, q_0r_1, q_0r_2, q_1r_0, q_1r_1, q_1r_2, q_2r_0, q_2r_1, q_2r_2\}$
- $s = \langle s_1, s_2 \rangle = q_0r_0$
- $T = T_1 \times T_2 = q_2r_2$
- $\sigma(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \sigma_1(q_1, c), \sigma_2(q_2, c) \rangle$

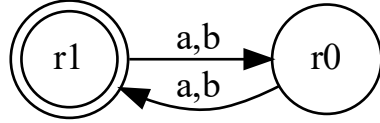
	a	b
$\langle q_0, r_0 \rangle$	$\langle q_1, r_0 \rangle$	$\langle q_0, r_1 \rangle$
$\langle q_0, r_1 \rangle$	$\langle q_1, r_1 \rangle$	$\langle q_0, r_2 \rangle$
$\langle q_0, r_2 \rangle$	$\langle q_1, r_2 \rangle$	$\langle q_0, r_2 \rangle$
$\langle q_1, r_0 \rangle$	$\langle q_2, r_0 \rangle$	$\langle q_1, r_1 \rangle$
$\langle q_1, r_1 \rangle$	$\langle q_2, r_1 \rangle$	$\langle q_1, r_2 \rangle$
$\langle q_1, r_2 \rangle$	$\langle q_2, r_2 \rangle$	$\langle q_1, r_1 \rangle$
$\langle q_2, r_0 \rangle$	$\langle q_2, r_0 \rangle$	$\langle q_2, r_1 \rangle$
$\langle q_1, r_1 \rangle$	$\langle q_2, r_1 \rangle$	$\langle q_2, r_2 \rangle$
$\langle q_1, r_2 \rangle$	$\langle q_2, r_2 \rangle$	$\langle q_2, r_2 \rangle$



$2.L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \wedge |w| \text{ нечётное}\}$
 Построим автомат: $L_{11} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3\}$



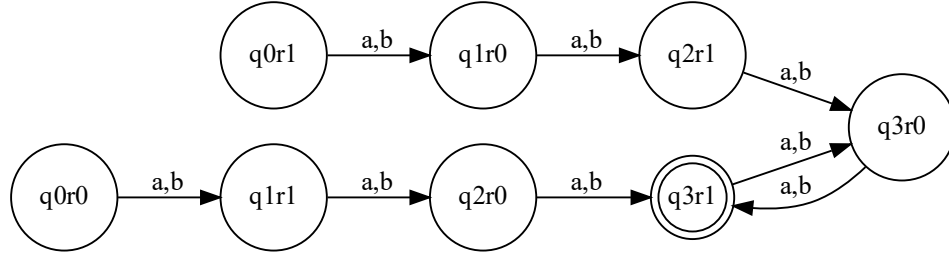
Построим автомат: $L_{12} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ нечётное}\}$



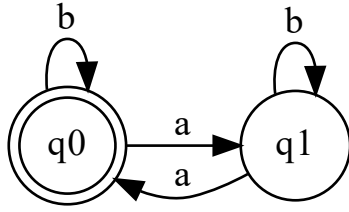
Найдем прямое произведение L_{11} и $l_{12} = L_{11} \times L_{12} = \langle \sum_{L_{11}} \cup \sum_{L_{12}}, Q_{L_{11}} \times Q_{L_{12}}, \langle s_{L_{11}}, s_{L_{12}} \rangle, T_{L_{11}} \times T_{L_{12}}, \langle \sigma_{L_{11}}(q_{L_{11}}, c), \sigma_{L_{12}}(q_{L_{12}}, c) \rangle \rangle$

- $\Sigma - \{a, b\}$
- $Q = \{q_0r_0, q_0r_1, q_1r_0, q_1r_1, q_2r_0, q_2r_1, q_3r_0, q_3r_1\}$
- $s = \langle s_1, s_2 \rangle = q_0r_0$
- $T = T_1 \times T_2 = q_3r_1$
- $\sigma(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \sigma_1(q_1, c), \sigma_2(q_2, c) \rangle$

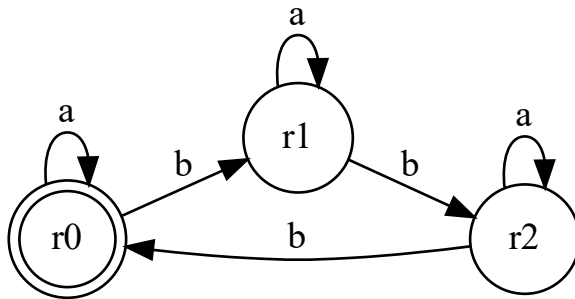
	a	b
$\langle q_0, r_0 \rangle$	$\langle q_1, r_1 \rangle$	$\langle q_1, r_1 \rangle$
$\langle q_0, r_1 \rangle$	$\langle q_1, r_0 \rangle$	$\langle q_1, r_0 \rangle$
$\langle q_1, r_0 \rangle$	$\langle q_2, r_1 \rangle$	$\langle q_2, r_1 \rangle$
$\langle q_1, r_1 \rangle$	$\langle q_2, r_0 \rangle$	$\langle q_2, r_0 \rangle$
$\langle q_2, r_0 \rangle$	$\langle q_3, r_1 \rangle$	$\langle q_3, r_1 \rangle$
$\langle q_2, r_1 \rangle$	$\langle q_3, r_0 \rangle$	$\langle q_3, r_0 \rangle$
$\langle q_3, r_0 \rangle$	$\langle q_3, r_1 \rangle$	$\langle q_3, r_1 \rangle$
$\langle q_3, r_1 \rangle$	$\langle q_3, r_0 \rangle$	$\langle q_3, r_0 \rangle$



$3.L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ четно} \wedge |w|_b \text{ кратно трём}\}$
 Построим автомат: $L_{11} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ четно}\}$



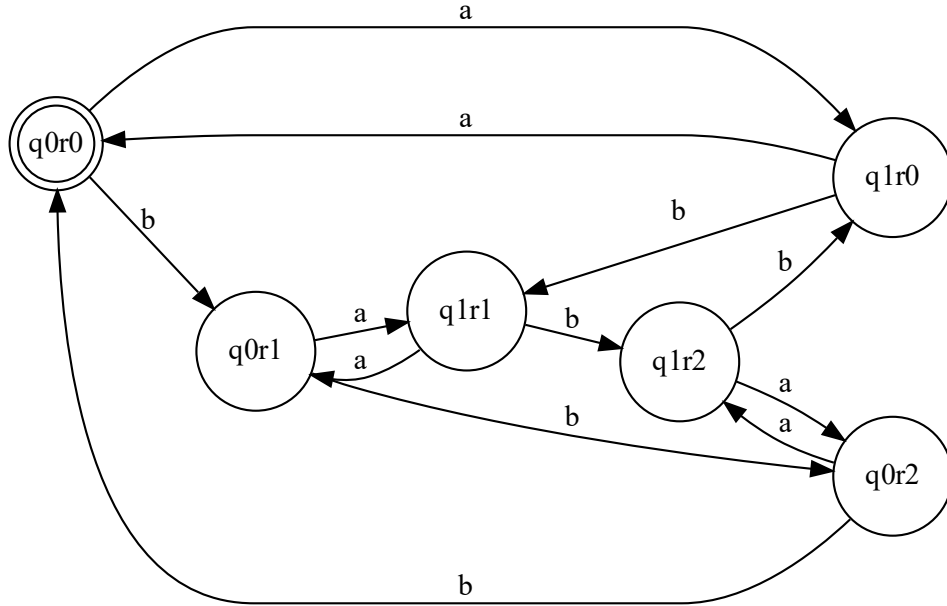
Построим автомат: $L_{12} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \text{ кратно трём}\}$



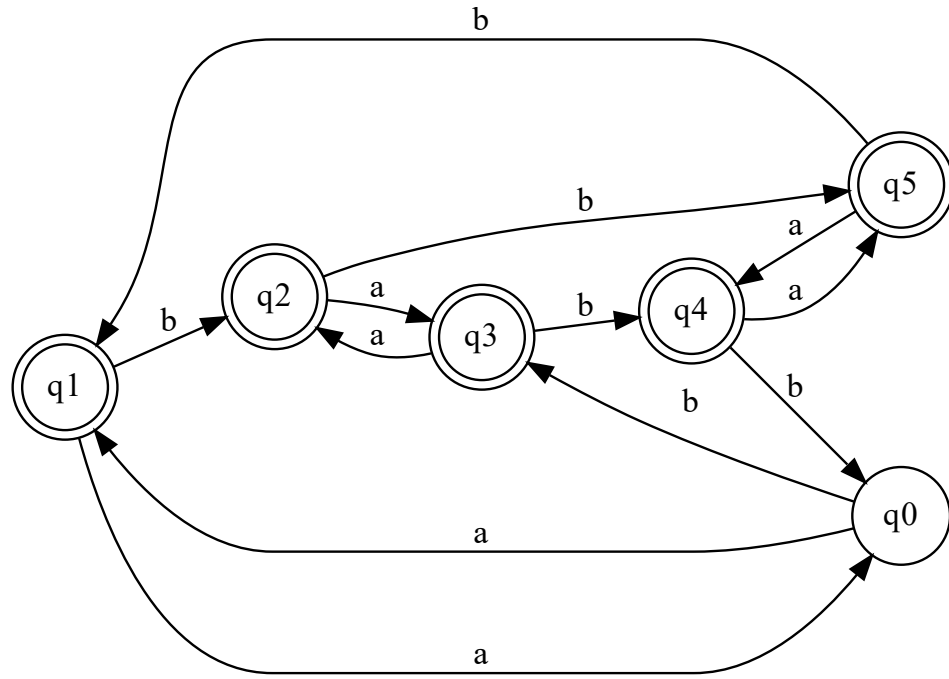
Найдем прямое произведение L_{11} и $l_{12} = L_{11} \times L_{12} = \langle \sum_{L_{11}} \cup \sum_{L_{12}}, Q_{L_{11}} \times Q_{L_{12}}, \langle s_{L_{11}}, s_{L_{12}} \rangle, T_{L_{11}} \times T_{L_{12}}, \langle \sigma_{L_{11}}(q_{L_{11}}, c), \sigma_{L_{12}}(q_{L_{12}}, c) \rangle \rangle$

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $Q = \{q_0r_0, q_0r_1, q_0r_2, q_1r_0, q_1r_1, q_1r_2\}$
- $s = \langle s_1, s_2 \rangle = q_0r_0$
- $T = T_1 \times T_2 = q_0r_0$
- $\sigma(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \sigma_1(q_1, c), \sigma_2(q_2, c) \rangle$

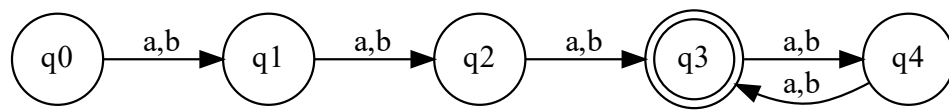
	a	b
$\langle q_0, r_0 \rangle$	$\langle q_1, r_0 \rangle$	$\langle q_0, r_1 \rangle$
$\langle q_0, r_1 \rangle$	$\langle q_1, r_1 \rangle$	$\langle q_0, r_2 \rangle$
$\langle q_0, r_2 \rangle$	$\langle q_2, r_2 \rangle$	$\langle q_0, r_0 \rangle$
$\langle q_1, r_0 \rangle$	$\langle q_0, r_0 \rangle$	$\langle q_1, r_1 \rangle$
$\langle q_1, r_1 \rangle$	$\langle q_0, r_1 \rangle$	$\langle q_1, r_2 \rangle$
$\langle q_1, r_2 \rangle$	$\langle q_0, r_2 \rangle$	$\langle q_1, r_0 \rangle$



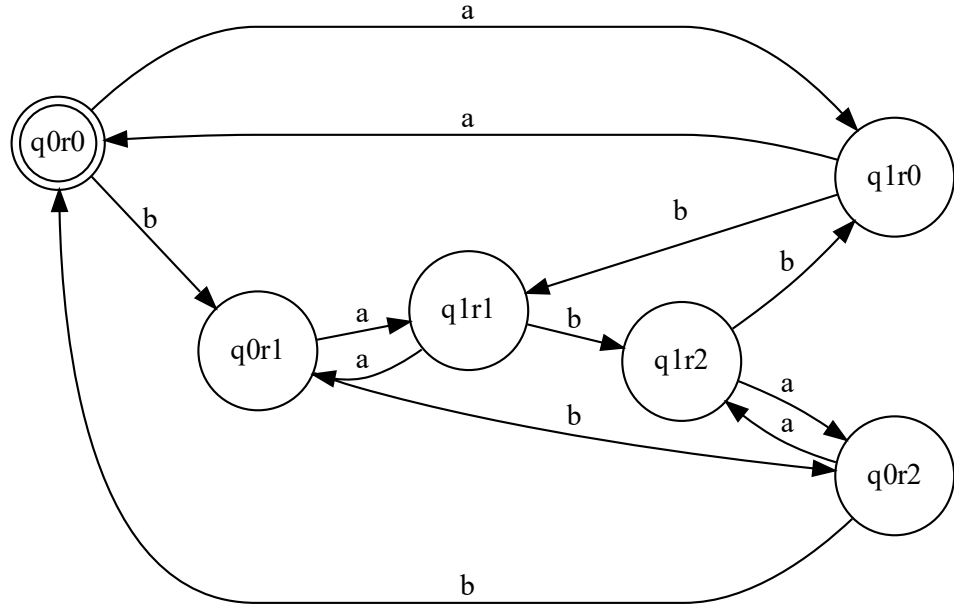
4. $L_4 = \bar{L}_3$



5. $L_5 = L_2 \setminus L_3 = L_2 \cap \bar{L}_3$ L_{11} :

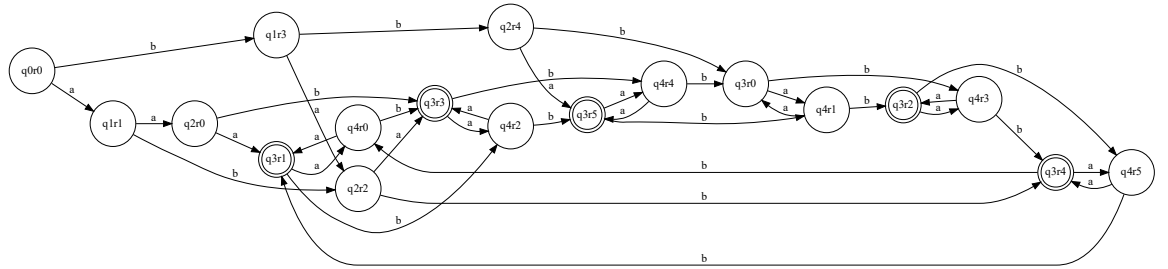


L_{12} :



- $\Sigma - \{a, b\}$
- $Q = \{q0r0, q0r1, q0r2, q0r3, q0r4, q0r5, q1r0, q1r1, q1r2, q1r3, q1r4, q1r5, q2r0, q2r1, q2r2, q2r3, q2r4, q2r5\}$
- $s = \langle s1, s2 \rangle = q1r1$
- $T = T_1 \times T_2 = q3r1, q3r2, q3r3, q3r4, q3r5$
- $\sigma(\langle q1, q2 \rangle, c) = \langle \sigma_1(q1, c), \sigma_2(q2, c) \rangle$

	a	b
$\langle q_0, r_0 \rangle$	$\langle q_1, r_1 \rangle$	$\langle q_1, r_3 \rangle$
$\langle q_1, r_1 \rangle$	$\langle q_2, r_0 \rangle$	$\langle q_2, r_2 \rangle$
$\langle q_1, r_3 \rangle$	$\langle q_2, r_2 \rangle$	$\langle q_2, r_4 \rangle$
$\langle q_2, r_0 \rangle$	$\langle q_3, r_1 \rangle$	$\langle q_3, r_3 \rangle$
$\langle q_2, r_2 \rangle$	$\langle q_3, r_3 \rangle$	$\langle q_3, r_4 \rangle$
$\langle q_2, r_4 \rangle$	$\langle q_3, r_5 \rangle$	$\langle q_3, r_0 \rangle$
$\langle q_3, r_0 \rangle$	$\langle q_4, r_1 \rangle$	$\langle q_4, r_3 \rangle$
$\langle q_3, r_1 \rangle$	$\langle q_4, r_0 \rangle$	$\langle q_4, r_2 \rangle$
$\langle q_3, r_2 \rangle$	$\langle q_4, r_3 \rangle$	$\langle q_4, r_5 \rangle$
$\langle q_3, r_3 \rangle$	$\langle q_4, r_2 \rangle$	$\langle q_4, r_4 \rangle$
$\langle q_3, r_4 \rangle$	$\langle q_4, r_5 \rangle$	$\langle q_4, r_0 \rangle$
$\langle q_3, r_5 \rangle$	$\langle q_4, r_4 \rangle$	$\langle q_4, r_1 \rangle$
$\langle q_4, r_0 \rangle$	$\langle q_5, r_1 \rangle$	$\langle q_3, r_3 \rangle$
$\langle q_4, r_1 \rangle$	$\langle q_5, r_0 \rangle$	$\langle q_3, r_2 \rangle$
$\langle q_4, r_2 \rangle$	$\langle q_5, r_3 \rangle$	$\langle q_3, r_5 \rangle$
$\langle q_4, r_3 \rangle$	$\langle q_5, r_2 \rangle$	$\langle q_3, r_4 \rangle$
$\langle q_4, r_4 \rangle$	$\langle q_5, r_5 \rangle$	$\langle q_3, r_0 \rangle$
$\langle q_4, r_5 \rangle$	$\langle q_5, r_4 \rangle$	$\langle q_3, r_1 \rangle$



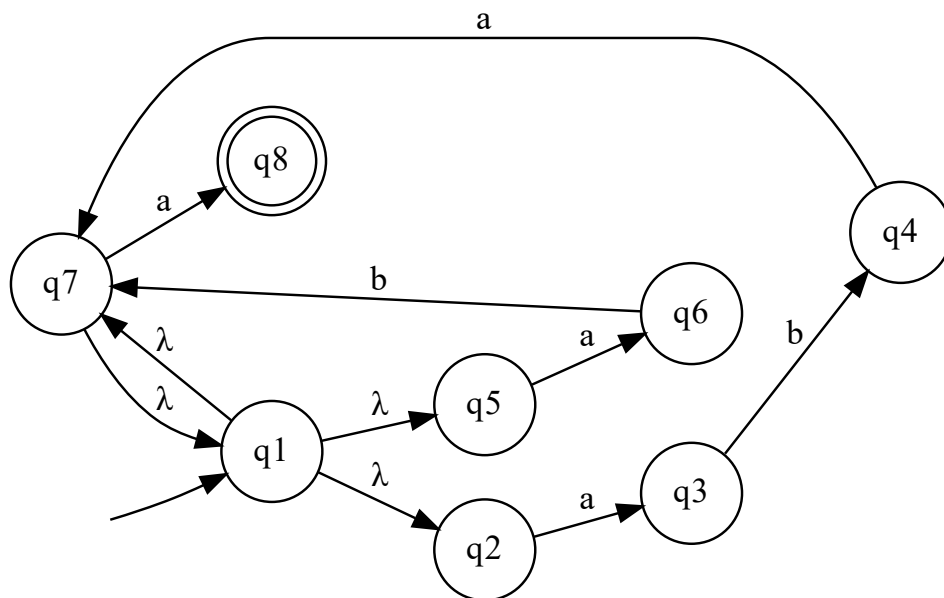
3 3. Построить минимальный ДКА по выражению

нию

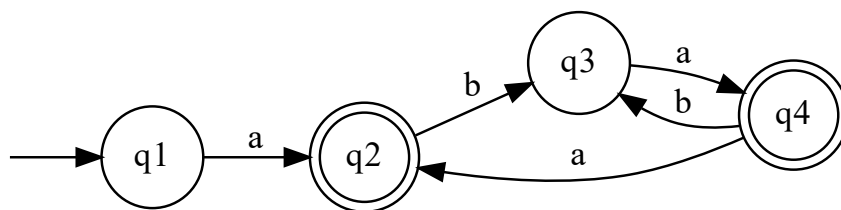
1.

$(ab + aba)^*a$

Строим НКА:



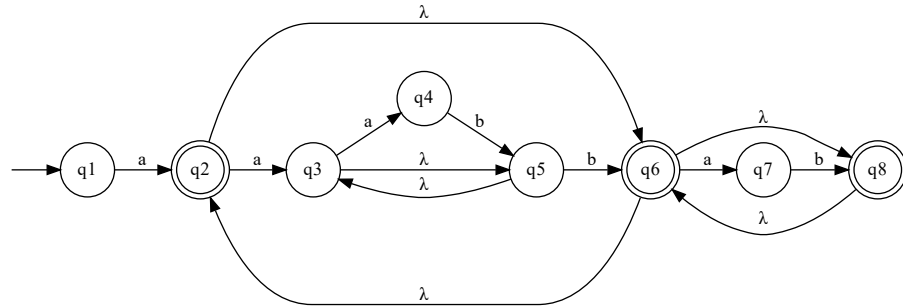
Строим минимизированный ДКА:



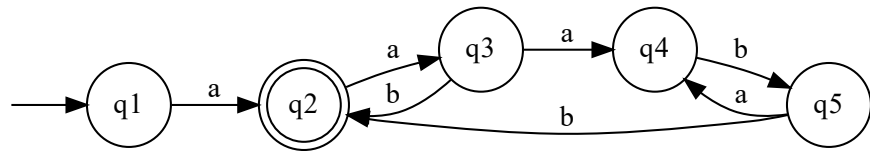
2.

$a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$

Строим НКА:



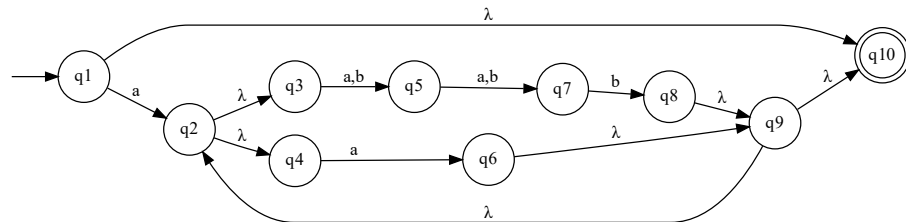
Строим минимизированный ДКА:



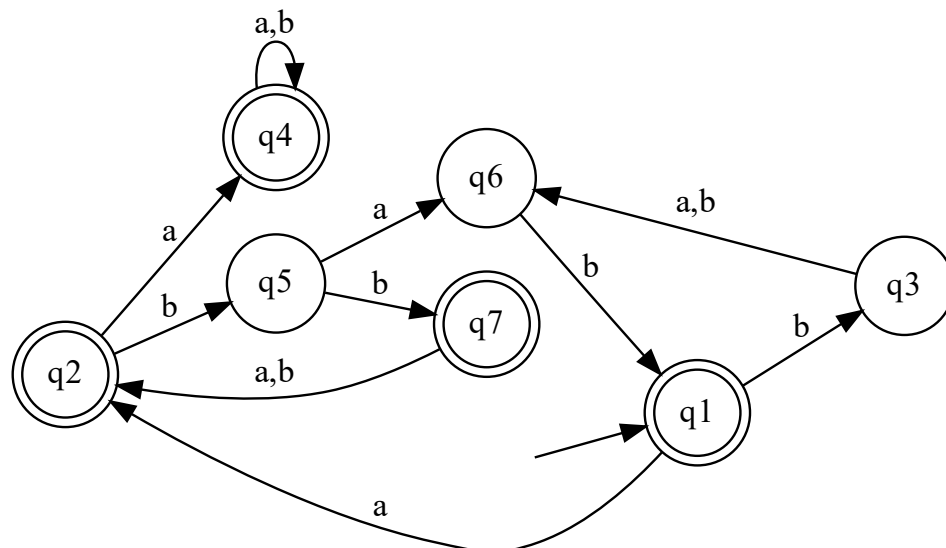
3.

$(a + (a + b)(a + b)b)^*$

Строим НКА:



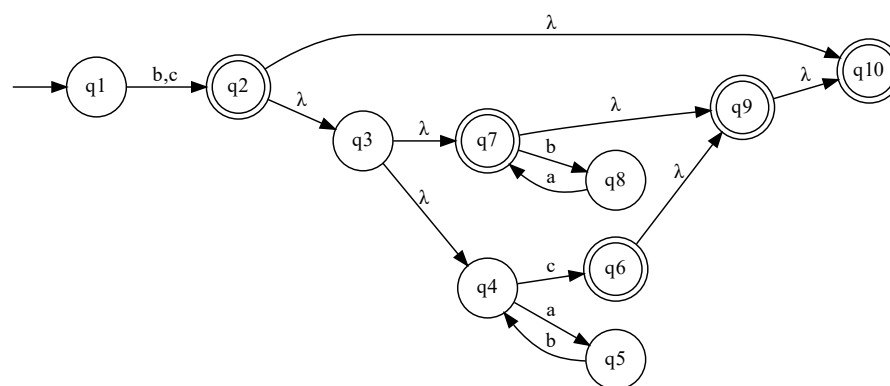
Строим минимизированный ДКА:



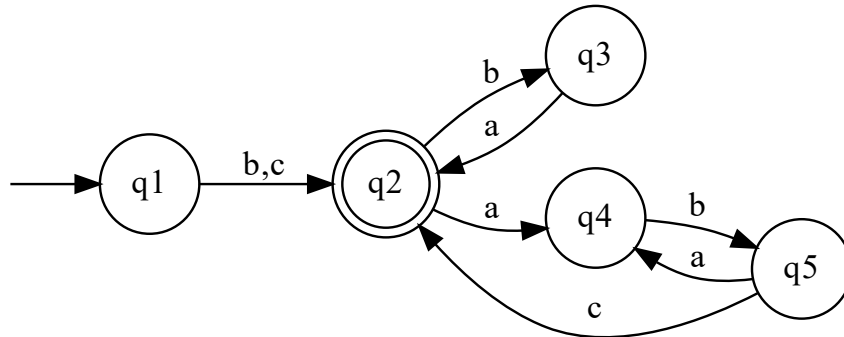
4.

$$(b + c)((ab)^*c + (ba)^*)^*$$

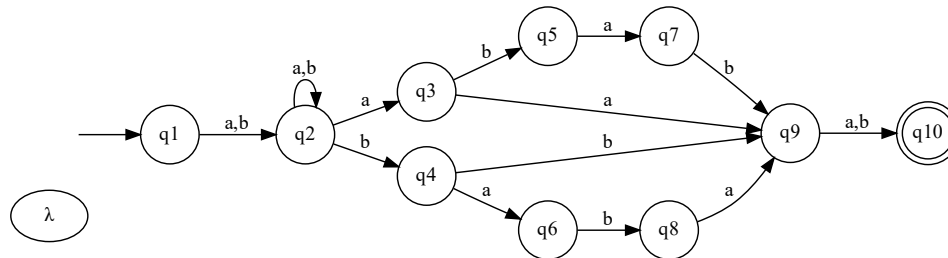
Строим НКА:



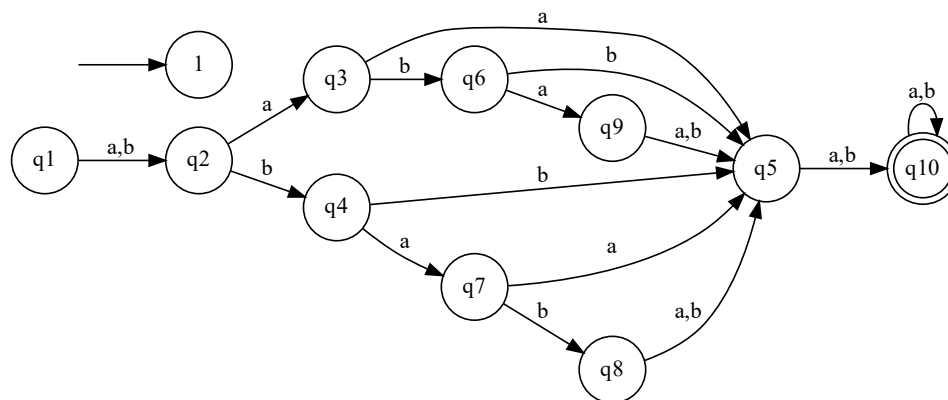
Строим минимизированный ДКА:



5.
 $(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$
 Строим НКА:



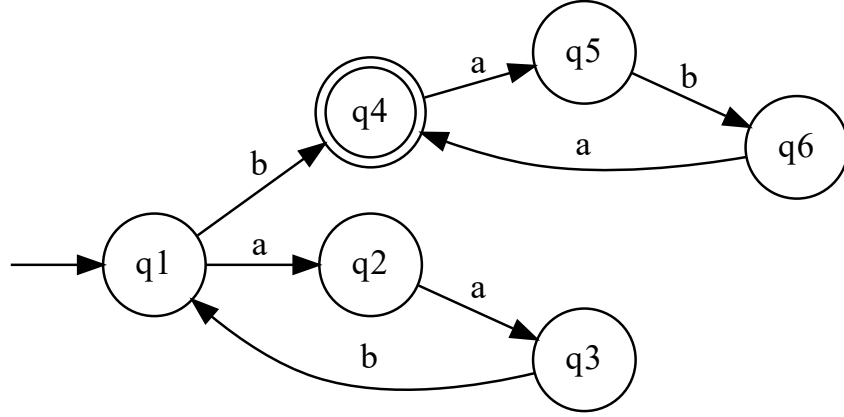
Строим минимизированный ДКА:



4 4.Определить, является ли данный язык регулярным

4.1 $L = \{uaav \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$

Язык является регулярным, так как существует автомат распознающий его



4.2

$L = \{uaav \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$

$\forall n = N\omega : \omega = b^{N+1}aaa^{N+1}, \omega \in L, |\omega| = 2N + 4$, из леммы о разрастании мы знаем, что $|xy| \leq N$; для любого произвольного $x, y, y = b^i$, что означает то, что xy^kz выходит за пределы языка при $k=0$ из чего следует, что язык L не регулярный

4.3

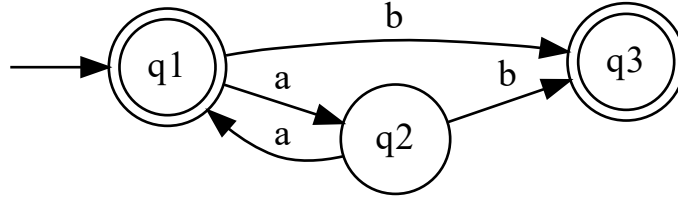
$L = \{a^m\omega \mid \omega \in \{a, b\}^*, 1 \leq |\omega| \leq m\}$

$\forall n = N\alpha : a^{N+1}ba^N, \alpha \in L, |\alpha| = N + 1$, из леммы о разрастании $|xy| \leq N$, для любого произвольного $x, y, y = a^i$; следует, что xy^kz выходит за пределы языка при $k=0$, так как при $|\alpha| > a$, язык L не регулярный

4.4

$L = \{a^kb^ma^n \mid k = n \vee m > 0\}$

Язык является регулярным, так как существует автомат распознающий его



4.5

$L = \{ucv \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^R\}$

Рассмотрим \bar{L} . $\bar{L} = \{ucv \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u = v^R\}$

$\forall n \omega : \omega = b^n c b^n, \omega \in \bar{L}, |\omega| = 2n + 1$, из леммы о разрастании мы знаем, что $|xy| \leq n$, при любых значениях x, y , $y = b^i x y^k z$ выходит за пределы языка при $k > 1$ язык \bar{L} не регулярен, следовательно язык L не регулярен