

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Домашняя работа
по дисциплине
Теоретические модели вычислений

Студент группы А-136-19
Преподаватель

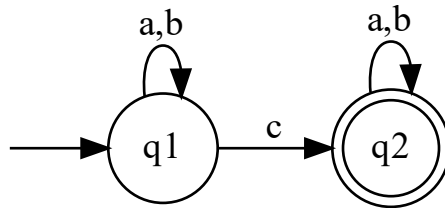
Хрущев А.П.
Ивлиев С.А.

Москва, 2022

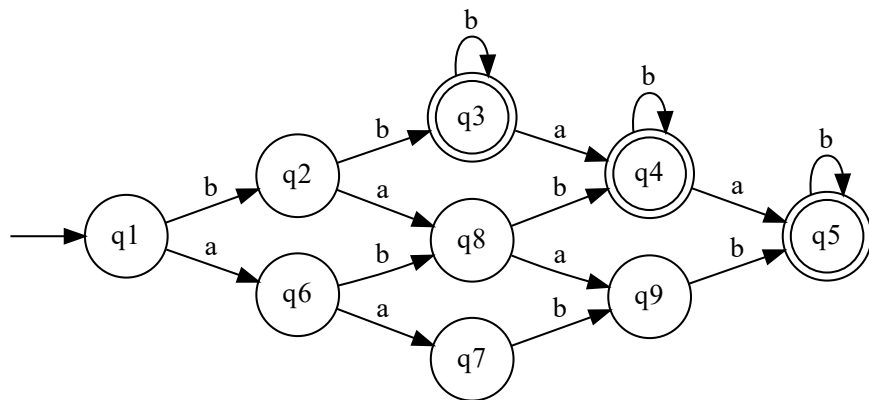
Задание №1.

Построить конечный автомат, распознающий язык.

1. $L = \{\omega \in \{a, b, c\}^* \mid |\omega|_c = 1\}$



2. $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \leq 2, |\omega|_b \geq 2\}$



$$3. L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \neq |\omega|_b\}$$

Докажем для \overline{L}

$$\omega = a^n b^n, x = b^i$$

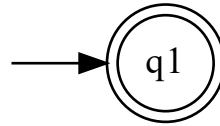
$$y = b^j$$

$$z = b^{n-i-j} a^n$$

$$\omega = xyz = b^i b^{j+k} b^{n-i-j} a^n = b^{n-j*(k-1)} a^n \notin L$$

\implies не регулярный

$$4. L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega\omega| = |\omega\omega\omega|\}$$



Задание №2.

Построить конечный автомат, используя прямое произведение.

$$1. L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \geq 2 \wedge |\omega|_b \geq 2\}$$

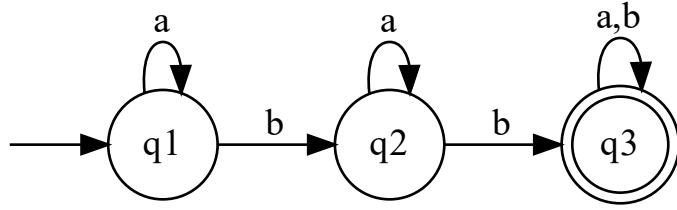
$$A = \langle Q_a, \sum_a, S_a, T_a, \sigma_a \rangle$$

$$Q_a = \{q_1, q_2, q_3\};$$

$$\sum_a = \{a, b\};$$

$$S_a = q_1;$$

$$T_a = q_3;$$



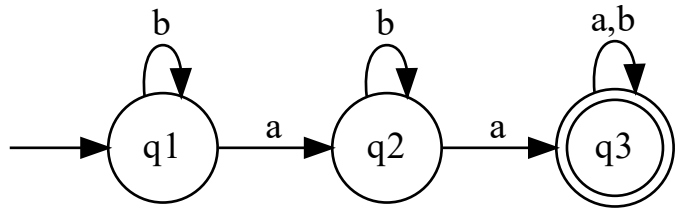
$$B = \langle Q_b, \sum_b, S_b, T_b, \sigma_b \rangle$$

$$Q_b = \{q_4, q_5, q_6\};$$

$$\sum_b = \{a, b\};$$

$$S_b = q_4;$$

$$T_b = q_6;$$



$$A \times B = \langle \sum_a \cup \sum_b, Q_a \times Q_b, \langle S_a, S_b \rangle, T_a \times T_b, \langle \sigma_a, \sigma_b \rangle \rangle$$

$$\Sigma = \{a, b\};$$

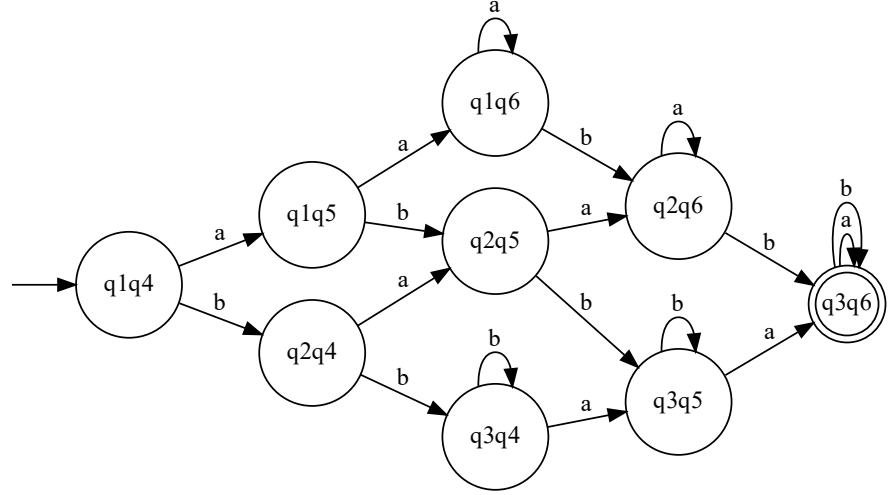
$$Q = \{\langle q_1, q_4 \rangle, \langle q_1, q_5 \rangle, \langle q_1, q_6 \rangle, \langle q_2, q_4 \rangle, \langle q_2, q_5 \rangle, \langle q_2, q_6 \rangle, \\ \langle q_3, q_4 \rangle, \langle q_3, q_5 \rangle, \langle q_3, q_6 \rangle\};$$

$$S = \langle q_1, q_4 \rangle;$$

$$T = \langle q_3, q_6 \rangle;$$

Таблица состояний:

Состояние	По а	По b
$\langle q_1, q_4 \rangle$	$\langle q_1, q_5 \rangle$	$\langle q_2, q_4 \rangle$
$\langle q_1, q_5 \rangle$	$\langle q_1, q_6 \rangle$	$\langle q_2, q_5 \rangle$
$\langle q_2, q_4 \rangle$	$\langle q_2, q_5 \rangle$	$\langle q_3, q_4 \rangle$
$\langle q_2, q_5 \rangle$	$\langle q_2, q_6 \rangle$	$\langle q_3, q_5 \rangle$
$\langle q_1, q_6 \rangle$	$\langle q_1, q_6 \rangle$	$\langle q_2, q_6 \rangle$
$\langle q_3, q_4 \rangle$	$\langle q_3, q_5 \rangle$	$\langle q_3, q_4 \rangle$
$\langle q_2, q_6 \rangle$	$\langle q_2, q_6 \rangle$	$\langle q_3, q_6 \rangle$
$\langle q_3, q_5 \rangle$	$\langle q_3, q_6 \rangle$	$\langle q_3, q_5 \rangle$
$\langle q_3, q_6 \rangle$	$\langle q_3, q_6 \rangle$	$\langle q_3, q_6 \rangle$



$$2. L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega| \geq 3 \wedge |\omega| \text{ нечётное}\}$$

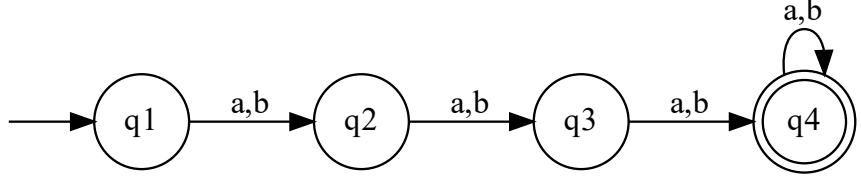
$$A = \langle Q_a, \sum_a, S_a, T_a, \sigma_a \rangle$$

$$\sum_a = \{a, b\}$$

$$Q_a = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$S_a = q_1$$

$$T_a = q_4$$



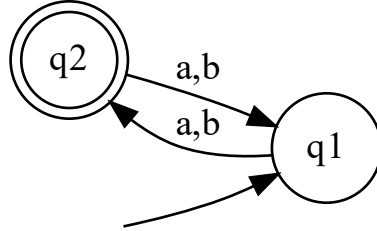
$$B = \langle Q_b, \Sigma_b, S_b, T_b, \sigma_b \rangle$$

$$\Sigma_b = \{a, b\}$$

$$Q_b = \{q_5, q_6\}$$

$$S_b = c_5$$

$$T_b = c_6$$



$$A \times B = \langle \Sigma_a \cup \Sigma_b, Q_a \times Q_b, \langle S_a, S_b \rangle, T_a \times T_b, \langle \sigma_a, \sigma_b \rangle \rangle$$

$$Q = \{ \langle q_1, q_5 \rangle, \langle q_1, q_6 \rangle, \langle q_2, q_5 \rangle, \langle q_2, q_6 \rangle, \langle q_3, q_5 \rangle, \langle q_3, q_6 \rangle, \langle q_4, q_5 \rangle, \langle q_4, q_6 \rangle \};$$

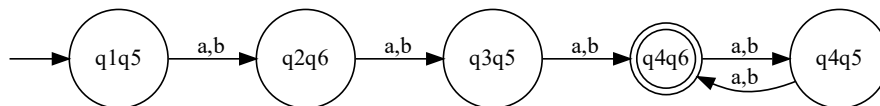
$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$S = \langle q_1, q_5 \rangle$$

$$T = \langle q_4, q_6 \rangle$$

Таблица состояний:

Состояние	По a	По b
$\langle q_1, c_5 \rangle$	$\langle q_2, q_6 \rangle$	$\langle q_2, q_6 \rangle$
$\langle q_2, q_6 \rangle$	$\langle q_3, q_5 \rangle$	$\langle q_3, q_5 \rangle$
$\langle q_3, q_5 \rangle$	$\langle q_4, q_6 \rangle$	$\langle q_4, q_6 \rangle$
$\langle q_4, q_6 \rangle$	$\langle q_4, q_5 \rangle$	$\langle q_4, q_5 \rangle$
$\langle q_4, q_5 \rangle$	$\langle q_4, q_6 \rangle$	$\langle q_4, q_6 \rangle$



$$3. L_3 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \text{ чётно} \wedge |\omega|_b \text{ кратно трём}\}$$

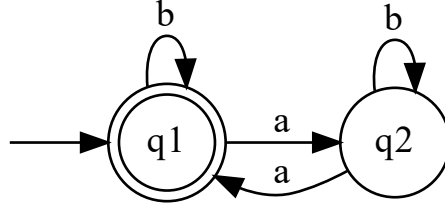
$$A = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \text{ чётно}\}$$

$$\Sigma_1 = \{a, b\}$$

$$Q_1 = \{q_1, q_2\}$$

$$S_1 = q_1$$

$$T_1 = q_1$$



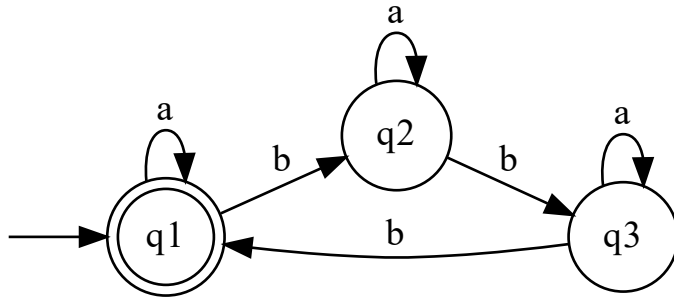
$$B = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_b \text{ кратно трём}\}$$

$$\Sigma_2 = \{a, b\}$$

$$Q_2 = \{q_3, q_4, q_5\}$$

$$S_2 = q_3$$

$$T_2 = q_3$$



$$A \times B = \langle \Sigma_a \cup \Sigma_b, Q_a \times Q_b, \langle S_a, S_b \rangle, T_a \times T_b, \langle \sigma_a, \sigma_b \rangle \rangle$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

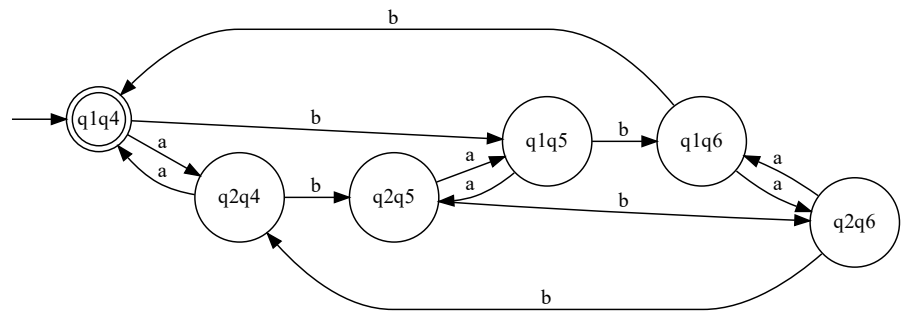
$$Q = \{\langle q_1, q_3 \rangle, \langle q_1, q_4 \rangle, \langle q_1, q_5 \rangle, \langle q_2, q_3 \rangle, \langle q_2, q_4 \rangle, \langle q_2, q_5 \rangle\}$$

$$S = \langle q_1, q_3 \rangle$$

$$T = \langle q_1, q_3 \rangle$$

Таблица состояний:

Состояние	По a	По b
$\langle q_1, q_3 \rangle$	$\langle q_2, q_3 \rangle$	$\langle q_1, q_4 \rangle$
$\langle q_2, q_3 \rangle$	$\langle q_1, q_3 \rangle$	$\langle q_2, q_2 \rangle$
$\langle q_1, q_4 \rangle$	$\langle q_2, q_4 \rangle$	$\langle q_1, q_5 \rangle$
$\langle q_2, q_4 \rangle$	$\langle q_1, q_4 \rangle$	$\langle q_2, q_5 \rangle$
$\langle q_1, q_5 \rangle$	$\langle q_2, q_5 \rangle$	$\langle q_1, q_3 \rangle$
$\langle q_2, q_5 \rangle$	$\langle q_1, q_5 \rangle$	$\langle q_2, q_3 \rangle$



$$4. L_4 = \bar{L}_3$$

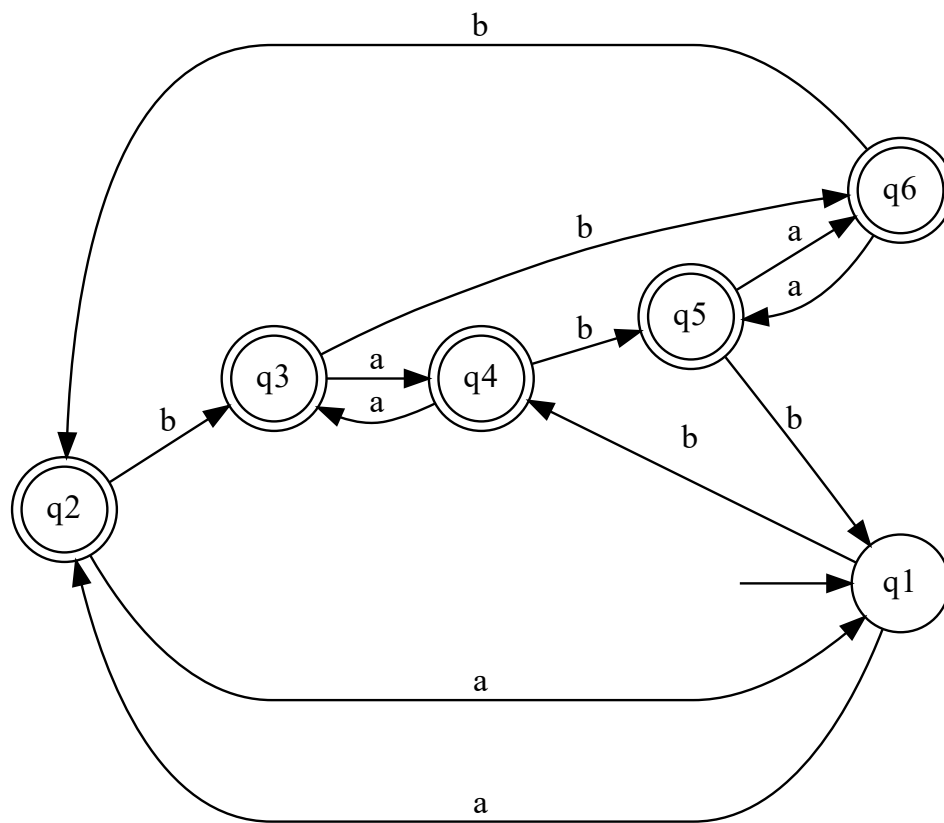
$$\bar{L}_3 = \{\Sigma, Q, S, T, \delta\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$$

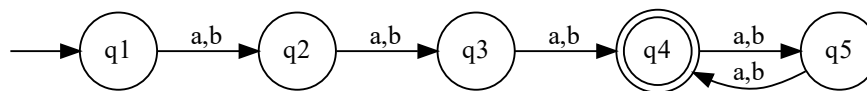
$$S = q_1$$

$$T = \{q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$$

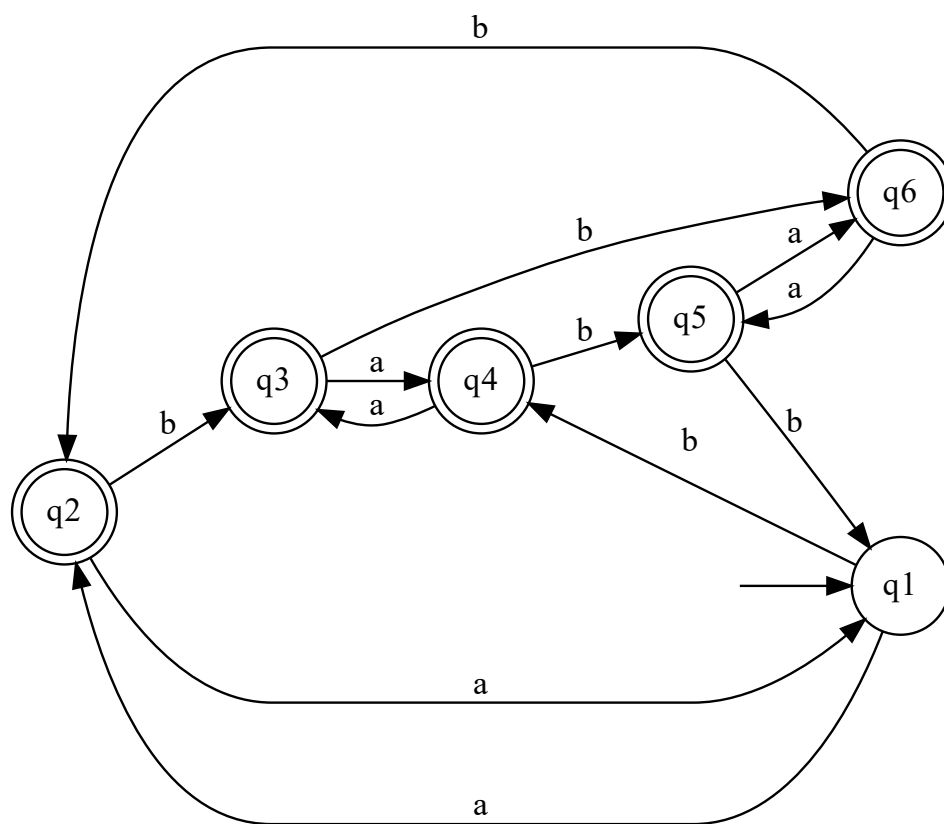


$$5. L_5 = \frac{L_2}{L_3}$$

АВТОМАТ A:



Автомат Б:



$$\frac{L_2}{L_3} = L_2 \cap \bar{L}_3 = L_2 \cap L_4$$

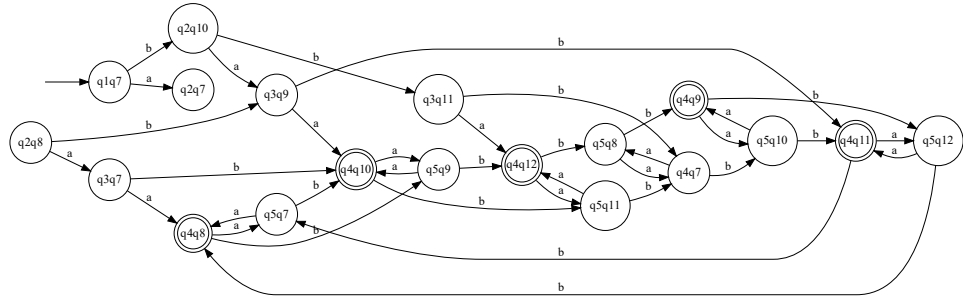
$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$Q = \{\langle q_1, q_6 \rangle, \langle q_1, q_7 \rangle, \langle q_1, q_8 \rangle, \langle q_1, q_9 \rangle, \langle q_1, q_{10} \rangle, \langle q_1, q_{11} \rangle, \\ \langle q_2, q_6 \rangle, \langle q_2, q_7 \rangle, \langle q_2, q_8 \rangle, \langle q_2, q_9 \rangle, \langle q_2, q_{10} \rangle, \langle q_2, q_{11} \rangle, \\ \langle q_3, q_6 \rangle, \langle q_3, q_7 \rangle, \langle q_3, q_8 \rangle, \langle q_3, q_9 \rangle, \langle q_3, q_{10} \rangle, \langle q_3, q_{11} \rangle, \\ \langle q_4, q_6 \rangle, \langle q_4, q_7 \rangle, \langle q_4, q_8 \rangle, \langle q_4, q_9 \rangle, \langle q_4, q_{10} \rangle, \langle q_4, q_{11} \rangle, \\ \langle q_5, q_6 \rangle, \langle q_5, q_7 \rangle, \langle q_5, q_8 \rangle, \langle q_5, q_9 \rangle, \langle q_5, q_{10} \rangle, \langle q_5, q_{11} \rangle\}$$

$$S = \langle q_1, q_6 \rangle$$

$$T = \{\langle q_4, q_7 \rangle \langle q_4, q_8 \rangle \langle q_4, q_9 \rangle \langle q_4, q_{10} \rangle \langle q_4, q_{11} \rangle\}$$

Состояние	По а	По b
$\langle q_1, q_7 \rangle$	$\langle q_2, q_8 \rangle$	$\langle q_2, q_{10} \rangle$
$\langle q_2, q_8 \rangle$	$\langle q_3, q_7 \rangle$	$\langle q_3, q_9 \rangle$
$\langle q_2, q_{10} \rangle$	$\langle q_3, q_9 \rangle$	$\langle q_3, q_{11} \rangle$
$\langle q_3, q_7 \rangle$	$\langle q_4, q_8 \rangle$	$\langle q_4, q_{10} \rangle$
$\langle q_3, q_8 \rangle$	$\langle q_4, q_{10} \rangle$	$\langle q_4, q_{11} \rangle$
$\langle q_3, q_{11} \rangle$	$\langle q_4, q_{12} \rangle$	$\langle q_4, q_7 \rangle$
$\langle q_4, q_7 \rangle$	$\langle q_5, q_8 \rangle$	$\langle q_5, q_{10} \rangle$
$\langle q_4, q_8 \rangle$	$\langle q_5, q_7 \rangle$	$\langle q_5, q_9 \rangle$
$\langle q_4, q_9 \rangle$	$\langle q_5, q_{10} \rangle$	$\langle q_5, q_{12} \rangle$
$\langle q_4, q_{10} \rangle$	$\langle q_5, q_9 \rangle$	$\langle q_5, q_{11} \rangle$
$\langle q_4, q_{11} \rangle$	$\langle q_5, q_{12} \rangle$	$\langle q_5, q_7 \rangle$
$\langle q_4, q_{12} \rangle$	$\langle q_5, q_{11} \rangle$	$\langle q_5, q_8 \rangle$
$\langle q_5, q_7 \rangle$	$\langle q_4, q_8 \rangle$	$\langle q_4, q_{10} \rangle$
$\langle q_5, q_8 \rangle$	$\langle q_4, q_7 \rangle$	$\langle q_4, q_9 \rangle$
$\langle q_5, q_9 \rangle$	$\langle q_4, q_{10} \rangle$	$\langle q_4, q_{12} \rangle$
$\langle q_5, q_{10} \rangle$	$\langle q_4, q_9 \rangle$	$\langle q_4, q_{11} \rangle$
$\langle q_5, q_{11} \rangle$	$\langle q_4, q_{12} \rangle$	$\langle q_4, q_7 \rangle$
$\langle q_5, q_{12} \rangle$	$\langle q_4, q_{11} \rangle$	$\langle q_4, q_8 \rangle$

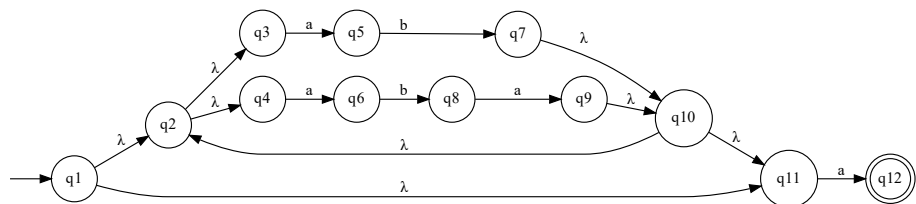


Задание №3.

Построить минимальный ДКА, по регулярному выражению.

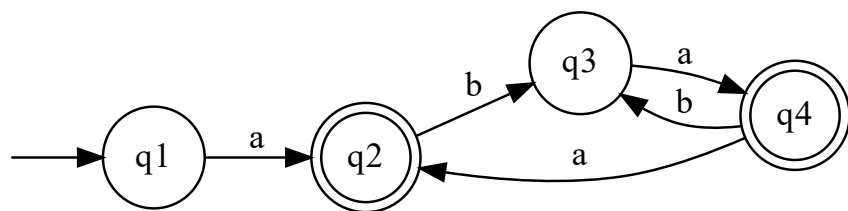
$$1. (ab + aba)^*a$$

Построим НКА.



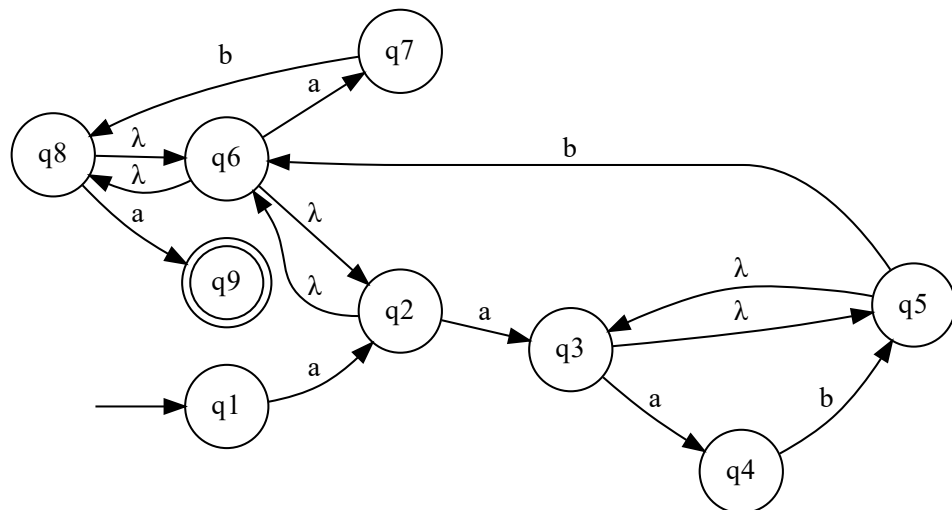
Преобразуем в минимальный ДКА.

Состояние	По a	По b
q_1	q_{12}, q_5, q_6	—
q_{12}, q_5, q_6	—	q_7, q_8
q_7, q_8	q_{12}, q_5, q_6, q_9	—
q_{12}, q_5, q_6, q_9	q_{12}, q_5, q_6	q_7, q_8



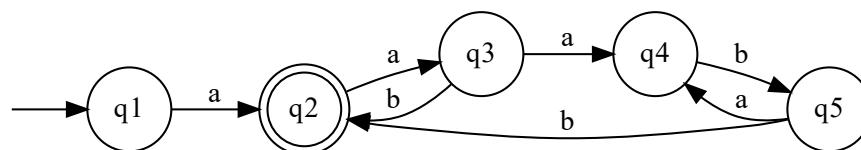
2. $a(a(ab(*b)^*(ab))^*$

Построим НКА.



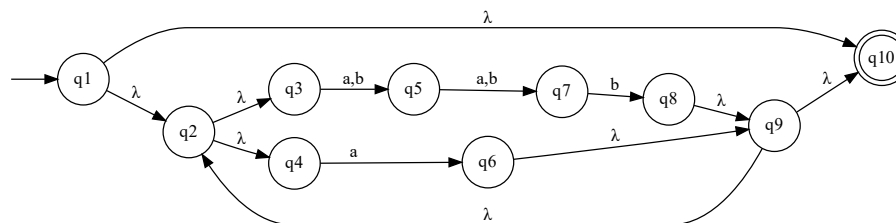
Преобразуем в минимальный ДКА.

Состояние	По a	По b
q_1	q_2, q_6, q_8	—
q_2, q_6, q_8	q_3, q_5, q_7, q_9	—
q_3, q_5, q_7, q_9	q_4	q_2, q_6, q_8
q_4	—	q_5, q_3
q_5, q_3	q_4	q_2, q_6, q_8



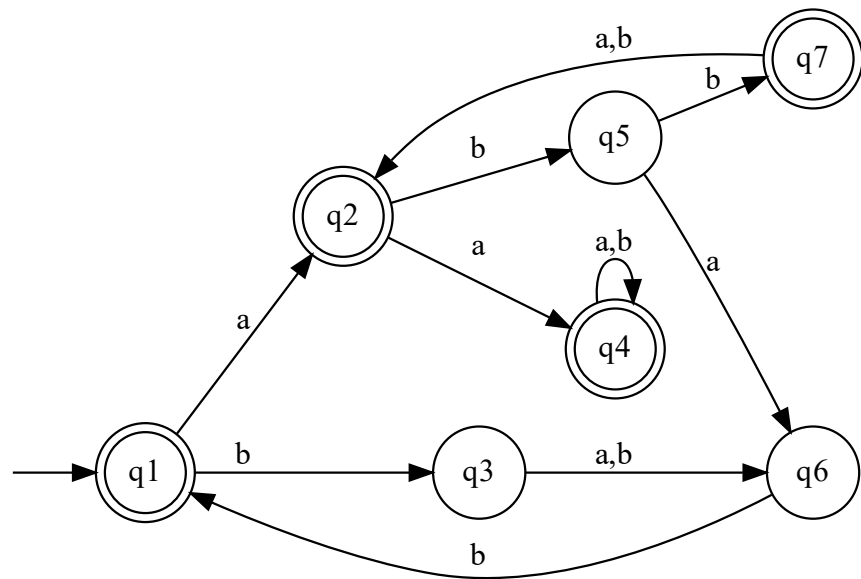
3. $(a + (a + b)(a + b)b)^*$

Построим НКА.



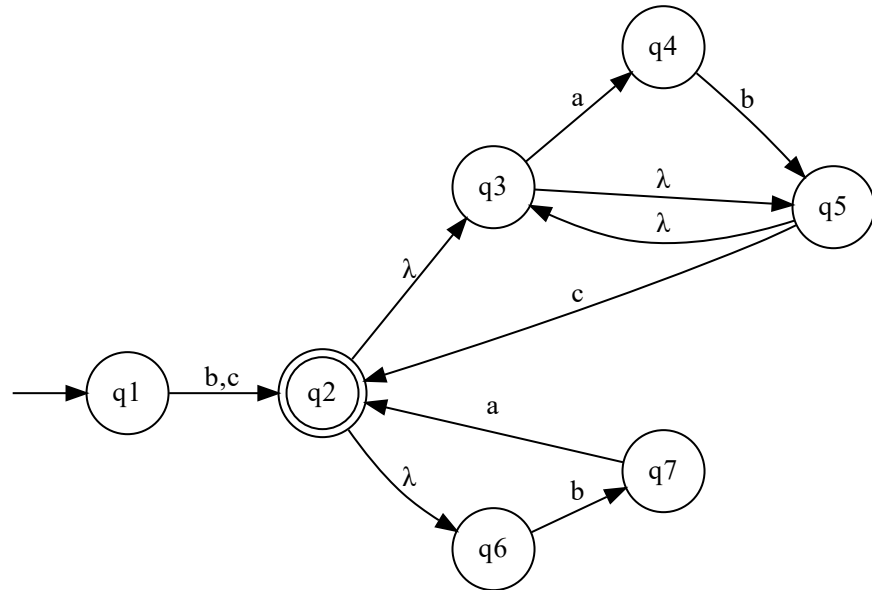
Преобразуем в минимальный ДКА.

Состояние	По a	По b
q_1	q_5, q_9	q_5
q_5, q_9	q_5, q_9, q_7	q_5, q_7
q_5	q_7	q_7
q_5, q_9, q_7	q_5, q_9, q_7	q_5, q_9, q_7
q_5, q_5	q_7	q_7, q_9
q_7	—	q_9
q_7, q_9	q_5, q_9	q_5, q_9
q_9	q_5, q_9	q_5



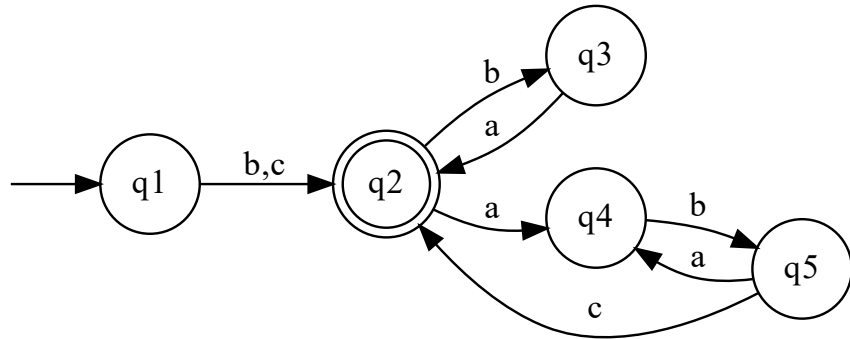
4. $(b + c)((ab)^*c + (ba)^*)^*$

Построим НКА.



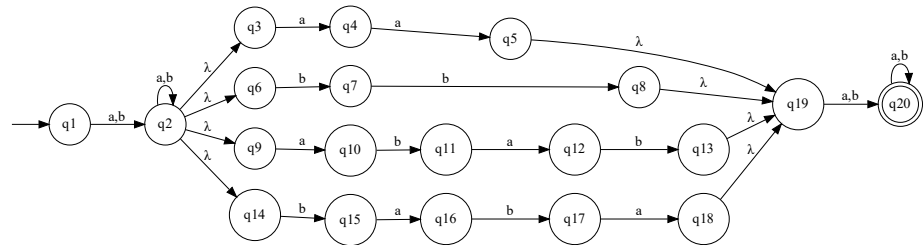
Преобразуем в минимальный ДКА.

Состояние	По a	По b	По c
q_1	—	q_2	q_2
q_2	q_4	q_7	—
q_7	q_2	—	—
q_4	—	q_5	—
q_5	q_4	—	q_2

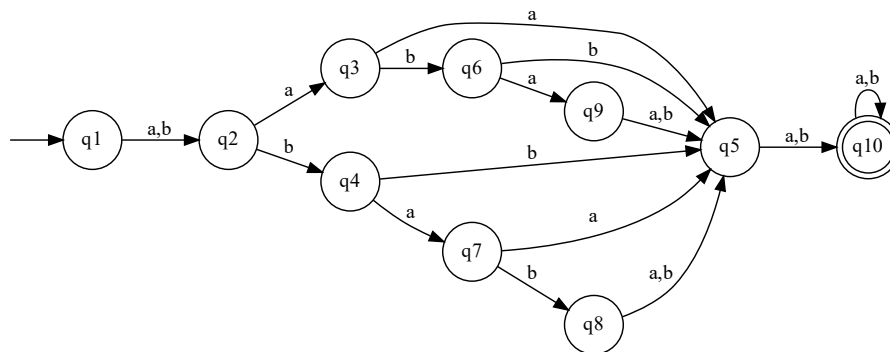


5. $(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$

Построим НКА.



Преобразуем в минимальный ДКА.

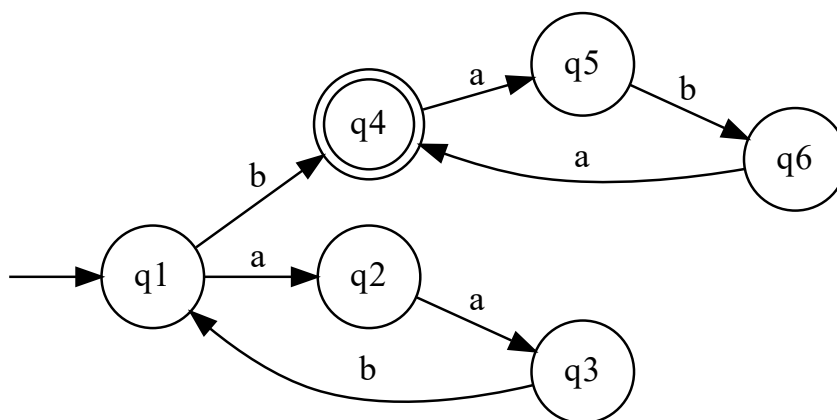


Задание №4.

Определить является ли язык регулярным.

1. $L = \{(aab)^n b(aba)^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$

Существует ДКА, распознающий данный язык, следовательно язык является регулярным.



2. $L = \{uaav \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$

Фиксируем произвольное n .

$$\omega = a^n b^n | \omega |_b \geq n, x = b^i$$

$$y = b^j$$

$$z = b^{n-i-j} a^{n+2}$$

$$\omega = xy^0z = b^i b^j b^{n-i-j} a^{n+2} = b^{n-j} a^{n+2} \notin L \implies \text{не регулярный}$$

3. $L = \{a^m \omega \mid \omega \in \{a, b\}^*, 1 \leq |\omega|_b \leq m\}$

Фиксируем произвольное n .

$$\omega = b^n a a^n | \omega |_b \geq n, x = a^i$$

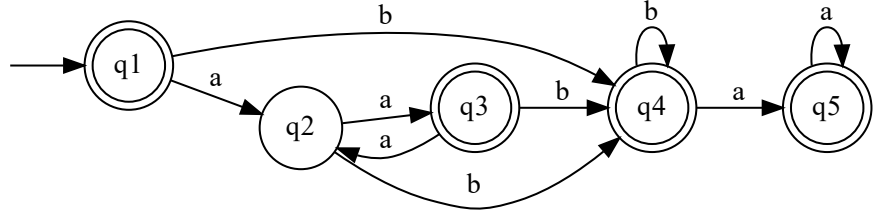
$$y = a^j$$

$$z = a^{n-i-j} b^n$$

$$\omega = xy^0z = a^i a^0 a^{n-i-j} b^n = a^{n-j} b^n \notin L \implies \text{не регулярный}$$

4. $L = \{a^k b^m a^n \mid k = n \vee m > 0\}$

Существует ДКА, распознающий данный язык, следовательно язык является регулярным.



5. $L = \{ucv \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^R\}$

Фиксируем произвольное n .

$$\omega = (ab)^n c (ba)^n = a_1 a_2 \dots a_{4n+1}, |w| \geq n$$

$$\omega = xyz$$

$$x = a_1 a_2 \dots a_i$$

$$y = a_{i+1} a_{i+2} \dots a_{i+j} \quad z = a_{i+j+1} a_{i+j+2} \dots a_{4n+1}$$

$$xy^k z = a_1 \dots a_i (a_{i+1} \dots a_{i+j})^k a_{i+j+1} \dots a_{4n+1} \notin L \quad \forall k > 1 \text{ не является регулярным} \implies L \text{ не является регулярным.}$$