

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Домашняя работа №2
по дисциплине
Теоретические модели вычислений

Студент группы А-136-19
Преподаватель

Хрущев А.П.
Ивлиев С.А./Ефианов Андрей

Москва, 2022

Задание №1.

1. В алфавите $\Sigma = \{a, b, c\}$ постройте грамматику для языка $L = \{\omega \in \Sigma^* \mid \omega \text{ содержит подстроку } aa\}$.
Например, $\{aa, baac, caabb\} \subset L$.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow cS \mid bS \mid aaS_1 \mid aS \\ S_1 &\rightarrow aS_1 \mid bS_1 \mid cS_1 \mid \lambda \end{aligned}$$

2. В алфавите $\Sigma = \{a, b, c\}$ постройте грамматику для языка $L = \{\omega \in \Sigma^* \mid \omega \text{ не полиндром.}\}$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS_1 \mid bS_2 \mid cS_3 \\ S_1 &\rightarrow S_4b \mid S_4c \mid Sa \\ S_2 &\rightarrow S_4a \mid S_4c \mid Sb \\ S_3 &\rightarrow S_4a \mid S_4b \mid Sc \\ S_4 &\rightarrow aS_1 \mid bS_2 \mid cS_3 \mid \lambda \end{aligned}$$

3. В алфавите $\Sigma = \{\emptyset, \mathbb{N}, \{'\}, \}' , '\}' , '\}' , \cup\}$ постройте грамматику для языка $L = \{\omega \in \Sigma^* \mid \omega - \}$ синтаксически корректная строка обозначающая множество.

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow \emptyset \mid \mathbb{N} \mid \{S_1\} \mid \cup \\
S_1 &\rightarrow S, S_2 \mid S \mid \lambda \\
S_2 &\rightarrow S, S_2 \mid S
\end{aligned}$$

Задание №2.

1. Докажите что язык A регулярный (построением) или не регулярный (через лемму о накачке)

$$\omega = 1^n + 1^m = 1^{2n}, |\omega| \geq n$$

$$\omega = xyz$$

$$x = 1^i, y = 1^j, i + j \leq n, i > 0$$

$$z = 1^{n-i-j} + 1^n = 1^{2n}, |xy| \leq n, |y| < 0$$

$$xy^kz = 1^i 1^{kj} 1^{n-i-j} + 1^n = 1^{2n}$$

$$K=0$$

$$xy^0z = 1^i 1^0 1^{n-i-j} + 1^n = 1^{n-j} + 1^n = 1^{2n} \notin A$$

Язык не регулярный.

2. Постройте КС-грамматику для языка A , показывающую, что A — контекстно-свободный

$$S \rightarrow 1S1 \mid + S_1$$

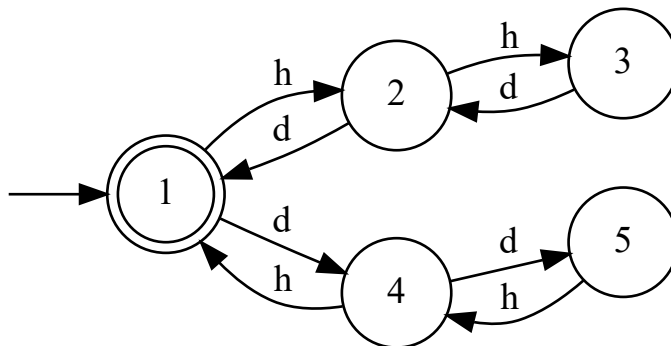
$$S_1 \rightarrow 1S_11 \mid =$$

Задание №3.

1. Вы пошли гулять с собакой, ваша собака на поводке длины 2. Это значит что она не может отойти от вас более чем на 2 шага. Пусть $\Sigma = \{h, d\}$, где h — ваше перемещение на один шаг вперёд, а d — шаг собаки. Прогулка может быть завершена, если собака и человек оказались в одной точке.

Пусть $D_1 = \{\omega \in \Sigma^* \mid \omega \text{ описывает последовательность ваших шагов и шагов вашей собаки на прогулке с поводком}\}$

- (а) Докажите, что язык D_1 регулярный (построением) или не регулярный (через лемму о накачке).



(б) Постройте КС-грамматику для языка D_1 , показывающую, что D_1 — контекстно-свободный.

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow hS_1 \mid dS_2 \mid \lambda \\
 S_1 &\rightarrow hdS_1 \mid dS \\
 S_2 &\rightarrow dhS_2 \mid hS
 \end{aligned}$$

2. Допустим теперь, что вы также пошли на прогулку с собакой, но не взяли с собой поводок. Это значит, что вы можете отдалиться от собаки на любое расстояние.

Пусть $D_2 = \{\omega \in \Sigma^* \mid \omega \text{ описывает последовательность ваших шагов и шагов вашей собаки на прогулке без поводка}\}.$

(а) Докажите, что язык D_2 регулярен (построением) или не регулярен (через лемму о накачке).

$$\omega = h^n + d^n, |\omega| \geq n$$

$$\omega = xyz$$

$$x = h^i, y = h^j, i + j \leq n, i > 0$$

$$z = h^{n-i-j}d^n, |xy| \leq n, |y| < 0$$

$$xy^kz = h^i h^{kj} h^{n-i-j} d^n$$

$$K=0$$

$$xy^0z = h^i h^0 h^{n-i-j} d^n = h^{n-j} d^n \notin D_2$$

Язык не регулярен.

(б) Постройте КС-грамматику для языка D_2 , показывающую, что D_2 — контекстно-свободный.

$$S \rightarrow dShS \mid hSdS \mid \lambda$$

Задание №4.

Пусть $Perm(\omega)$ — это множество всех пермутаций строки ω , то есть, множество всех уникальных строк, состоящих из тех же букв и в том же количестве, что и в ω . Если L — регулярен язык, то $Perm(L)$ — это объеди-

нение $Perm(\omega)$ для всех ω в L . Если L регулярный, то $Perm(L)$ иногда тоже регулярный, иногда контекстно-свободный, но не регулярный, а иногда даже не контекстно-свободный. Рассмотрите следующие регулярные выражения R и установите, является ли $Perm(R)$ регулярным, контекстно-свободным или ни тем и ни другим:

1. $(01)^*$

$$\omega = 0^n 1^n, |\omega| \geq n$$

$$\omega = xyz$$

$$x = 0^i, y = 0^j, i + j \leq n, i > 0$$

$$z = 0^{n-i-j} 1^n, |xy| \leq n, |y| < 0$$

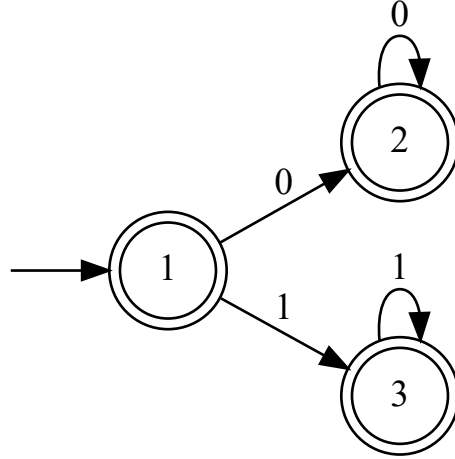
$$xy^k z = 0^i 0^{kj} 0^{n-i-j} 1^n$$

$$K=0$$

$$xy^0 z = 0^i 0^0 0^{n-i-j} 1^n = 0^{n-j} 1^n \notin Perm((R))$$

Язык не регулярный.

2. $(012)^*$



$$S \rightarrow 0S_1 \mid 1S_2 \mid \lambda$$

$$S_1 \rightarrow 0S_1 \mid \lambda$$

$$S_2 \rightarrow 1S_2 \mid \lambda$$

3. $0^* + 1^*$

$$\omega = 0^n 1^n 2^n, |\omega| \geq n$$

$$\omega = xyz$$

$$x = 0^i, y = 0^j, i + j \leq n, i > 0$$

$$z = 0^{n-i-j} 1^n 2^n, |xy| \leq n, |y| < 0$$

$$xy^k z = 0^i 0^{kj} 0^{n-i-j} 1^n 2^n$$

$$K=0$$

$$xy^0 z = 0^i 0^0 0^{n-i-j} 1^n 2^n = 0^{n-j} 1^n 2^n \notin Perm((R))$$

Язык не регулярный.