

Домашняя работа по дисциплине Теоретические модели вычислений №1

Чуворкин Михаил А-13а-19

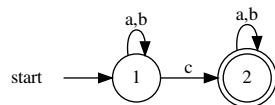
2 апреля 2022 г.

1 Задание №1. Построить конечный автомат, распознающий язык.

1.1 Язык 1.

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_c = 1\}$$

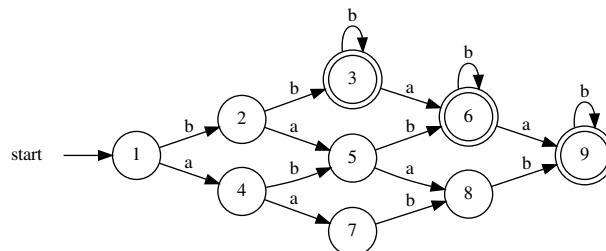
Данный язык включает все слова из букв $\{a, b, c\}$, но содержащие только одну букву c .



1.2 Язык 2.

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \leq 2, |w|_b \geq 2\}$$

Представим, что есть решетка. При поглощении a происходит перемещение вниз по решетке, а при поглощении b переход вправо по решетке.



1.3 Язык 3.

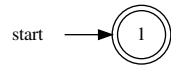
$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$$

Нельзя построить автомат, так как для распознавания этого языка требуется запоминать количество символов.

1.4 Язык 4.

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid ww = www\}$$

В данном случае язык будет состоять только из пустого символа, так как условия справедливы только для $w = \varepsilon$



2 Задание №2. Построить конечный автомат, используя прямое произведение.

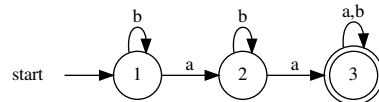
2.1 Язык 1.

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2 \wedge |w|_b \geq 2\}$$

Рассмотрим языки, описывающие части условия языка L :

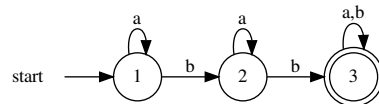
$$A_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2\}$$

$$\Sigma_A = \{a, b\} \quad Q_A = \{1, 2, 3\} \quad s_A = \{1\} \quad T_A = \{3\}$$



$$B_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \geq 2\}$$

$$\Sigma_B = \{a, b\} \quad Q_B = \{1, 2, 3\} \quad s_B = \{1\} \quad T_B = \{3\}$$



Тогда: $L_1 = A_1 \times B_1$

$$\Sigma = \Sigma_A \cup \Sigma_B = \{a, b\}$$

$$Q = Q_A \times Q_B = \{11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33\}$$

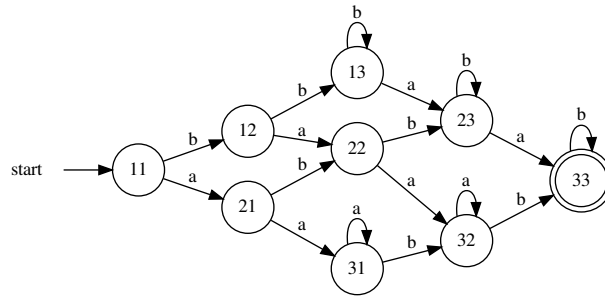
$$s = \langle s_1, s_2 \rangle = \{11\}$$

$$T = T_A \times T_B = \{33\}$$

Таблица состояний:

| A | B | a | b |
|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | 21 | 12 |
| 1 | 2 | 22 | 13 |
| 1 | 3 | 23 | 13 |
| 2 | 1 | 31 | 22 |
| 2 | 2 | 32 | 23 |
| 2 | 3 | 33 | 23 |
| 3 | 1 | 31 | 32 |
| 3 | 2 | 32 | 33 |
| 3 | 3 | 33 | 33 |

Таблица 1: Таблица состояний (Задание 2.1)



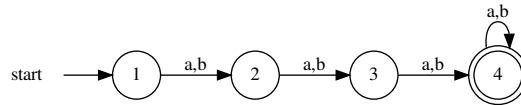
2.2 Язык 2.

$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \wedge |w| \text{ нечетное}\}$$

Рассмотрим языки, описывающие части условия языка L :

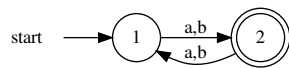
$$A_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3\}$$

$$\Sigma_A = \{a, b\} \quad Q_A = \{1, 2, 3, 4\} \quad s_A = \{1\} \quad T_A = \{4\}$$



$$B_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ нечетное}\}$$

$$\Sigma_B = \{a, b\} \quad Q_B = \{1, 2\} \quad s_B = \{1\} \quad T_B = \{2\}$$

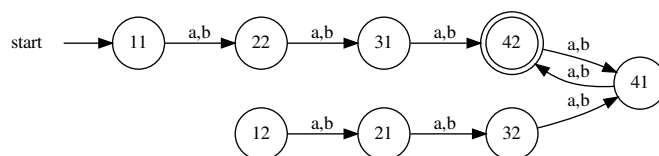


Тогда: $L_2 = A_2 \times B_2$

$\Sigma = \{a, b\}$
 $Q = \{11, 12, 21, 22, 31, 32, 41, 42\}$
 $s = \{11\}$
 $T = \{42\}$

| A | B | a | b |
|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | 22 | 22 |
| 1 | 2 | 21 | 21 |
| 2 | 1 | 32 | 32 |
| 2 | 2 | 31 | 31 |
| 3 | 1 | 42 | 42 |
| 3 | 2 | 41 | 41 |
| 4 | 1 | 42 | 42 |
| 4 | 2 | 41 | 41 |

Таблица 2: Таблица состояний (Задание 2.2)



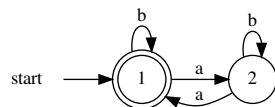
2.3 Язык 3.

$$L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ четное} \wedge |w|_b \text{ кратно трем}\}$$

Рассмотрим языки, описывающие части условия языка L :

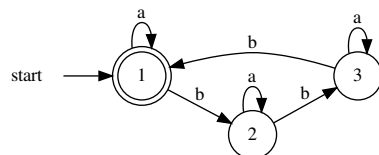
$$A_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ четное}\}$$

$$\Sigma_A = \{a, b\} \quad Q_A = \{1, 2\} \quad s_A = \{1\} \quad T_A = \{1\}$$



$$B_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \text{ кратно трем}\}$$

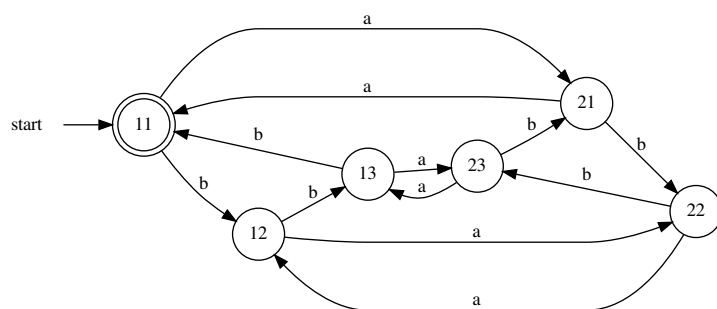
$$\Sigma_B = \{a, b\} \quad Q_B = \{1, 2, 3\} \quad s_B = \{1\} \quad T_B = \{1\}$$



Тогда: $L_3 = A_3 \times B_3$
 $\Sigma_3 = \{a, b\}$
 $Q_3 = \{11, 12, 13, 21, 22, 23\}$
 $s_3 = \{11\}$
 $T_3 = \{11\}$

| A | B | a | b |
|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | 21 | 12 |
| 1 | 2 | 22 | 13 |
| 1 | 3 | 23 | 11 |
| 2 | 1 | 11 | 22 |
| 2 | 2 | 12 | 23 |
| 2 | 3 | 13 | 21 |

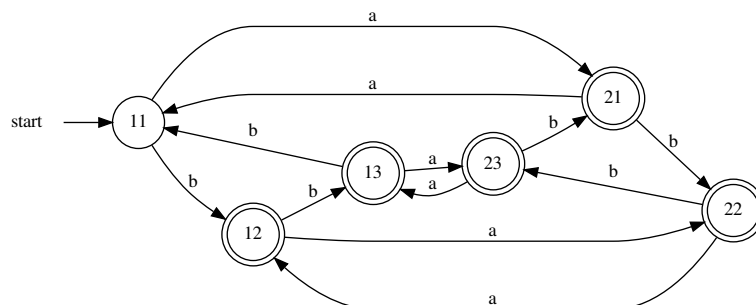
Таблица 3: Таблица состояний (Задание 2.3)



2.4 Язык 4.

$$L_4 = \bar{L}_3$$

Данный язык будет распознаваться автоматом $\bar{L}_3 = \{\Sigma_3, Q_3, s_3, Q_3 \setminus T_3, \delta_3\}$
 $T_4 = Q_3 \setminus T_3 = \{12, 13, 21, 22, 23\}$

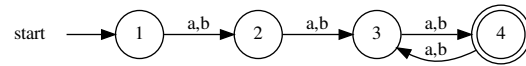


2.5 Язык 5.

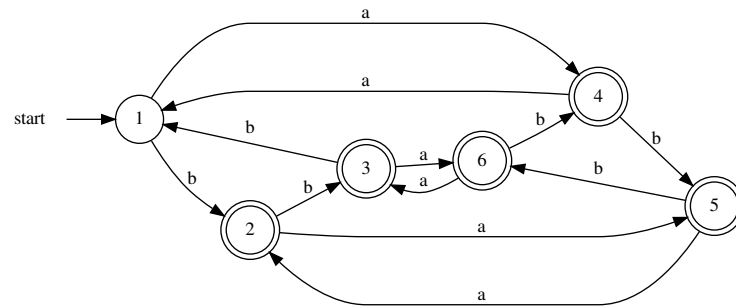
$$L_5 = L_2 \setminus L_3$$

$$L_5 = L_2 \setminus L_3 = L_2 \cap \bar{L}_3 = L_2 \times \bar{L}_3$$

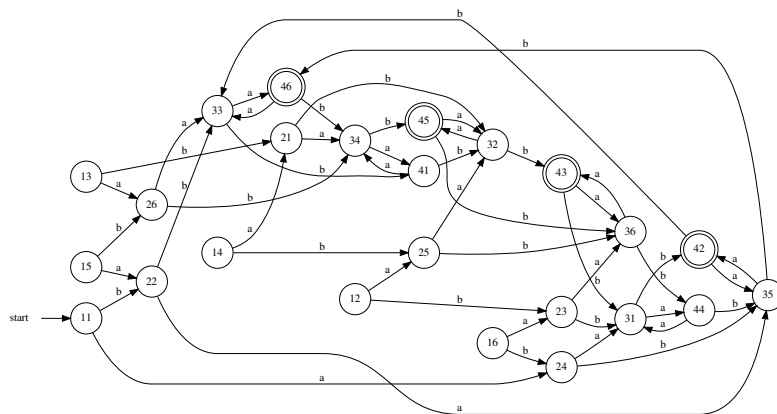
Заметим, что автомат для L_2 можно упростить:



Для автомата \bar{L}_3 введем новую нумерацию состояний:



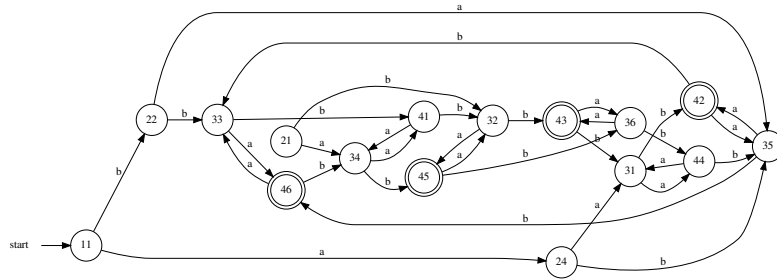
Получился такой автомат:



Упростим его:

| L_2 | L_3 | a | b |
|-------|-------|-----|-----|
| 1 | 1 | 24 | 22 |
| 1 | 2 | 25 | 23 |
| 1 | 3 | 26 | 21 |
| 1 | 4 | 21 | 25 |
| 1 | 5 | 22 | 26 |
| 1 | 6 | 23 | 24 |
| 2 | 1 | 34 | 32 |
| 2 | 2 | 35 | 33 |
| 2 | 3 | 36 | 31 |
| 2 | 4 | 31 | 35 |
| 2 | 5 | 32 | 36 |
| 2 | 6 | 33 | 34 |
| 3 | 1 | 44 | 42 |
| 3 | 2 | 45 | 43 |
| 3 | 3 | 46 | 41 |
| 3 | 4 | 41 | 45 |
| 3 | 5 | 42 | 46 |
| 3 | 6 | 43 | 44 |
| 4 | 1 | 34 | 32 |
| 4 | 2 | 35 | 33 |
| 4 | 3 | 36 | 31 |
| 4 | 4 | 31 | 35 |
| 4 | 5 | 32 | 36 |
| 4 | 6 | 33 | 34 |

Таблица 4: Таблица состояний (Задание 2.3)



3 Задание №3. Построить минимальный ДКА по регулярному выражению.

3.1 Регулярное выражение 1.

$$(ab + aba)^*a$$

3.2 Регулярное выражение 2.

$$a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$$

3.3 Регулярное выражение 3.

$$(a + (a + b)(a + b)b)^*$$

3.4 Регулярное выражение 4.

$$(b + c)((ab)^*c + (ba)^*)^*$$

3.5 Регулярное выражение 5.

$$(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$$

4 Задание №4. Определить является ли язык регулярным или нет.

4.1 Язык 1.

$$L = \{(aab)^n b(aba)^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$$

4.2 Язык 2.

$$L = \{uaav \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$$

4.3 Язык 3.

$$L = \{a^m w \mid w \in \{a, b\}^*, 1 \leq |w|_b \leq m\}$$

4.4 Язык 4.

$$L = \{a^k b^n a^n \mid k = n \vee m > 0\}$$

4.5 Язык 5.

$$L = \{ucv \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^R\}$$

5 Задание №5. Реализовать алгоритмы.

В рамках своего выполнения программа должна генерировать текстовый документ с картинками, показывающий процесс построения автомата (к примеру, Markdown с графиками на Graphviz).

1. Построение ДКА по НКА с λ -переходами.
2. Прямое произведение языков, с возможностью построить пересечение, объединение и разность.