

# ТМВ ДЗ №1

А-136-19 Оленичев Владимир

## Задание №1

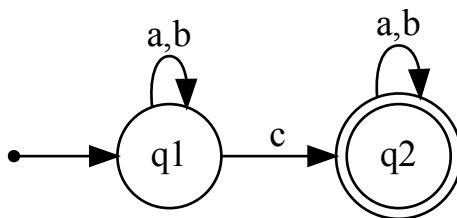
Построить ДКА, распознающий описанный язык.

1.  $L = \{\omega \in \{a, b, c\}^* \mid |\omega|_c = 1\}$

Построим регулярное выражение, которое задаёт этот автомат:

$$a^*b^*ca^*b^*$$

Построим на его основе ДКА:



2.  $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \leq 2, |\omega|_b \geq 2\}$

Разделим описанный язык на  $L_1$  и  $L_2$ , после чего, с помощью прямого произведения ДКА, построим конечный автомат.

$$L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \leq 2\}$$

$$L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_b \geq 2\}$$

Построим на их основе ДКА:

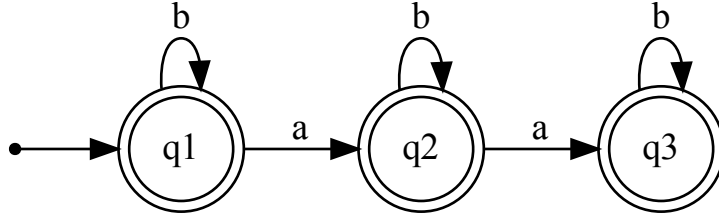


Рис. 1:  $L_1$

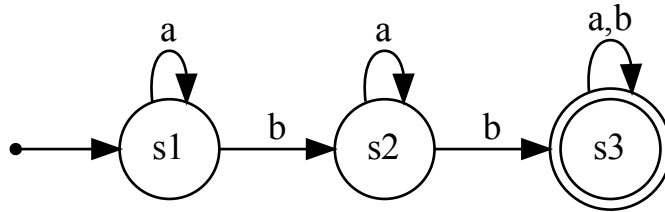


Рис. 2:  $L_2$

$$A_1 = \langle \Sigma_1, Q_1, s_1, T_1, \delta_1 \rangle; A_2 = \langle \Sigma_2, Q_2, s_2, T_2, \delta_2 \rangle$$

$$A = \langle \Sigma, Q, s, T, \delta \rangle:$$

- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$
- $Q = Q_1 \times Q_2$
- $s = \langle s_1, s_2 \rangle$
- $T = T_1 \times T_2$
- $\delta(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c) \rangle$

$$\Sigma = \{q_1, q_2, q_3, s_1, s_2, s_3\}$$

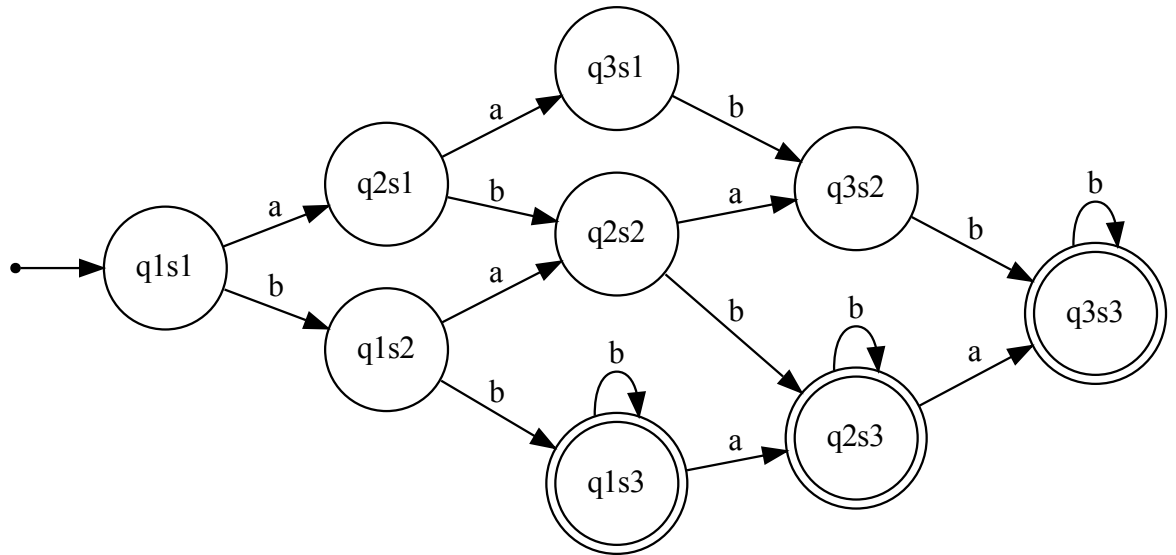
$$Q = \{\langle q_1, s_1 \rangle, \langle q_1, s_2 \rangle, \langle q_1, s_3 \rangle, \langle q_2, s_1 \rangle, \langle q_2, s_2 \rangle, \langle q_2, s_3 \rangle, \langle q_3, s_1 \rangle, \langle q_3, s_2 \rangle, \langle q_3, s_3 \rangle\}$$

$$s = \langle q_1, s_1 \rangle$$

$$T = \{\langle q_1, s_3 \rangle, \langle q_2, s_3 \rangle, \langle q_3, s_3 \rangle\}$$

	a	b
$\langle q_1, s_1 \rangle$	$\langle q_2, s_1 \rangle$	$\langle q_1, s_2 \rangle$
$\langle q_1, s_2 \rangle$	$\langle q_2, s_2 \rangle$	$\langle q_1, s_3 \rangle$
$\langle q_1, s_3 \rangle$	$\langle q_2, s_3 \rangle$	$\langle q_1, s_3 \rangle$
$\langle q_2, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_2, s_2 \rangle$
$\langle q_2, s_2 \rangle$	$\langle q_3, s_2 \rangle$	$\langle q_2, s_3 \rangle$
$\langle q_2, s_3 \rangle$	$\langle q_3, s_3 \rangle$	$\langle q_2, s_3 \rangle$
$\langle q_3, s_1 \rangle$		$\langle q_3, s_2 \rangle$
$\langle q_3, s_2 \rangle$		$\langle q_3, s_3 \rangle$
$\langle q_3, s_3 \rangle$		$\langle q_3, s_3 \rangle$

Итоговый ДКА:

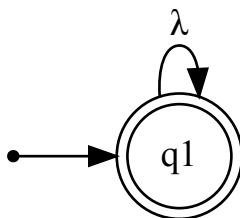


$$3. L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \neq |\omega|_b\}$$

Если  $L$  регулярный язык, то и  $\bar{L} = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a = |\omega|_b\}$ . Докажем, что  $\bar{L} = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid \omega = a^n b^n\}$  не является регулярным, для этого воспользуемся леммой о разрастании. Найдутся такие три слова, что  $\omega = xyz, y \neq \lambda, |xy| \leq n \Rightarrow x = a^i, y = a^j, i + j \leq n, z = a^{n-i-j} + a^n = a^{2n}$ . Пусть  $k = 0 \Rightarrow xy^0z = a^i a^{n-i-j} \neq a^n$ , так как  $j > 0 \Rightarrow$  язык не является регулярным.

4.  $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid \omega\omega = \omega\omega\omega\}$

Данный язык представляется исключительно пустым словом:



## Задание №2

Построить ДКА, распознающий описанный язык, построенный при помощи прямого произведения ДКА и его свойств.

1.  $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \geq 2, |\omega|_b \geq 2\}$

Разделим описанный язык на  $L_1$  и  $L_2$ , после чего, с помощью прямого произведения ДКА, построим конечный автомат.

$$L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \geq 2\}$$

$$L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_b \geq 2\}$$

Построим на их основе ДКА:

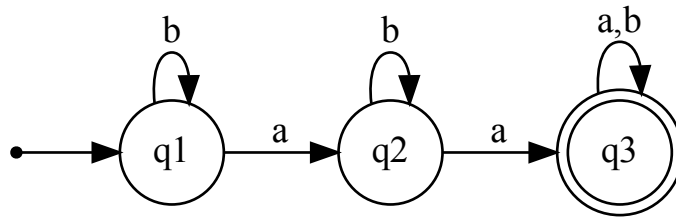


Рис. 3:  $L_1$

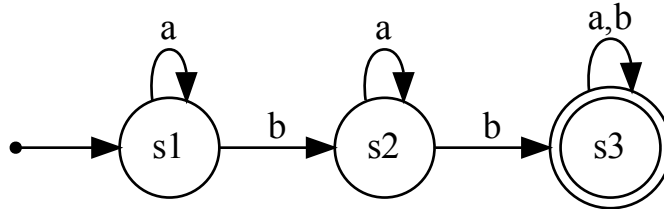


Рис. 4:  $L_2$

$$A_1 = \langle \Sigma_1, Q_1, s_1, T_1, \delta_1 \rangle; A_2 = \langle \Sigma_2, Q_2, s_2, T_2, \delta_2 \rangle$$

$$A = \langle \Sigma, Q, s, T, \delta \rangle:$$

- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$
- $Q = Q_1 \times Q_2$
- $s = \langle s_1, s_2 \rangle$
- $T = T_1 \times T_2$

- $\delta(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c) \rangle$

$$\Sigma = \{q_1, q_2, q_3, s_1, s_2, s_3\}$$

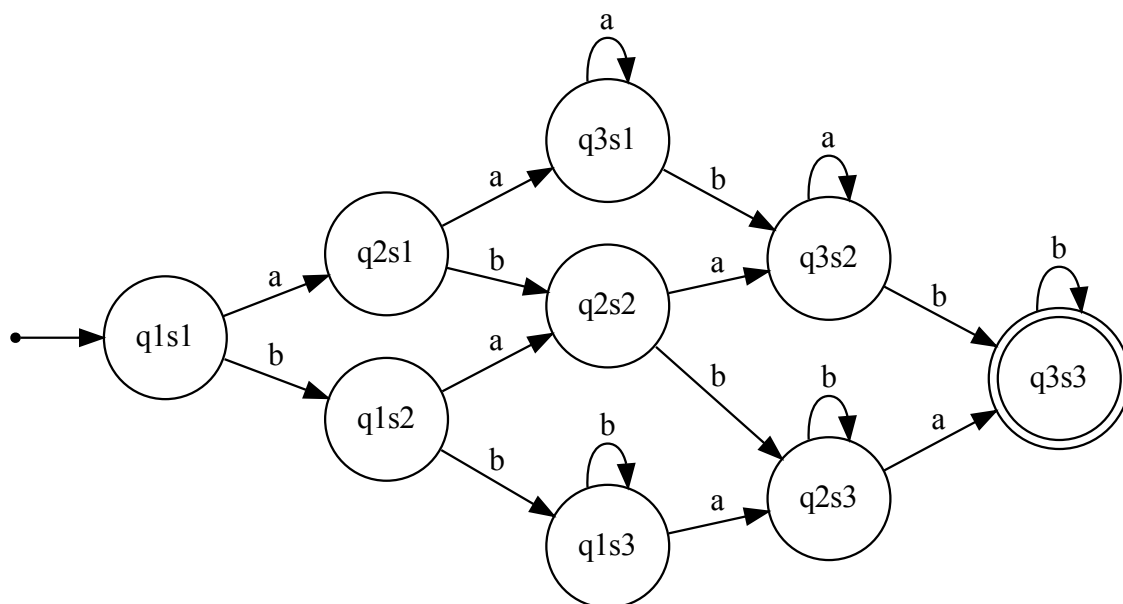
$$Q = \{\langle q_1, s_1 \rangle, \langle q_1, s_2 \rangle, \langle q_1, s_3 \rangle, \langle q_2, s_1 \rangle, \langle q_2, s_2 \rangle, \langle q_2, s_3 \rangle, \langle q_3, s_1 \rangle, \langle q_3, s_2 \rangle, \langle q_3, s_3 \rangle\}$$

$$s = \langle q_1, s_1 \rangle$$

$$T = \langle q_3, s_3 \rangle$$

	a	b
$\langle q_1, s_1 \rangle$	$\langle q_2, s_1 \rangle$	$\langle q_1, s_2 \rangle$
$\langle q_1, s_2 \rangle$	$\langle q_2, s_2 \rangle$	$\langle q_1, s_3 \rangle$
$\langle q_1, s_3 \rangle$	$\langle q_2, s_3 \rangle$	$\langle q_1, s_3 \rangle$
$\langle q_2, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_2, s_2 \rangle$
$\langle q_2, s_2 \rangle$	$\langle q_3, s_2 \rangle$	$\langle q_2, s_3 \rangle$
$\langle q_2, s_3 \rangle$	$\langle q_3, s_3 \rangle$	$\langle q_2, s_3 \rangle$
$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_2 \rangle$
$\langle q_3, s_2 \rangle$	$\langle q_3, s_2 \rangle$	$\langle q_3, s_3 \rangle$
$\langle q_3, s_3 \rangle$	$\langle q_3, s_3 \rangle$	$\langle q_3, s_3 \rangle$

Итоговый ДКА:



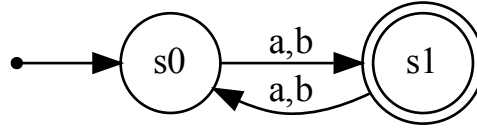
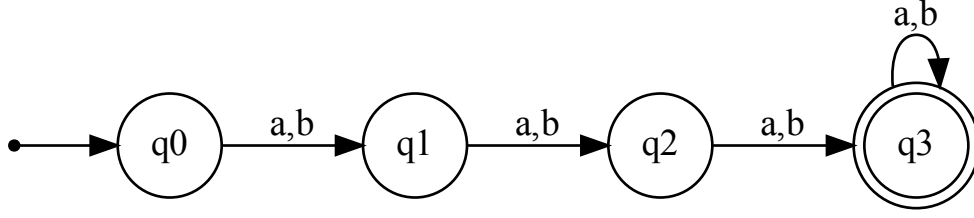
2.  $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega| \geq 3, |\omega| \text{ нечётное}\}$

Разделим описанный язык на  $L_1$  и  $L_2$ , после чего, с помощью прямого произведения ДКА, построим конечный автомат.

$L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega| \geq 3\}$

$L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega| \text{ нечётное}\}$

Построим на их основе ДКА:



$$A_1 = \langle \Sigma_1, Q_1, s_1, T_1, \delta_1 \rangle; A_2 = \langle \Sigma_2, Q_2, s_2, T_2, \delta_2 \rangle$$

$$A = \langle \Sigma, Q, s, T, \delta \rangle:$$

- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$
- $Q = Q_1 \times Q_2$
- $s = \langle s_1, s_2 \rangle$
- $T = T_1 \times T_2$
- $\delta(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c) \rangle$

$$\Sigma = \{q_0, q_1, q_2, q_3, s_0, s_1\}$$

$$Q = \{\langle q_0, s_0 \rangle, \langle q_0, s_1 \rangle, \langle q_1, s_0 \rangle, \langle q_1, s_1 \rangle, \langle q_2, s_0 \rangle, \langle q_2, s_1 \rangle, \langle q_3, s_0 \rangle, \langle q_3, s_1 \rangle\}$$

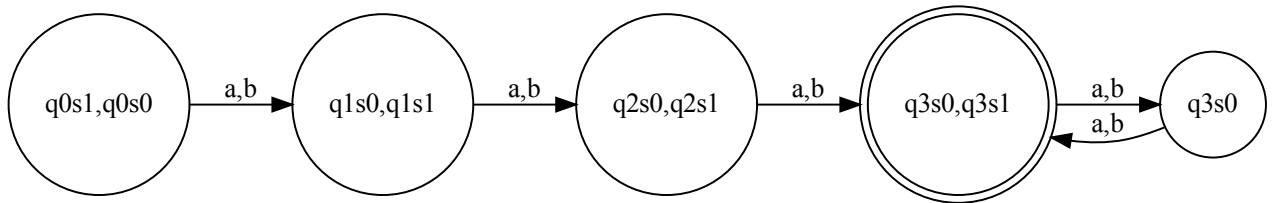
$$s = \langle q_0, s_0 \rangle$$

$$T = \langle q_3, s_1 \rangle$$



	a	b
$\langle q_0, s_0 \rangle$	$\langle q_1, s_1 \rangle$	$\langle q_1, s_1 \rangle$
$\langle q_0, s_1 \rangle$	$\langle q_1, s_0 \rangle$	$\langle q_1, s_0 \rangle$
$\langle q_1, s_0 \rangle$	$\langle q_2, s_1 \rangle$	$\langle q_2, s_1 \rangle$
$\langle q_1, s_1 \rangle$	$\langle q_2, s_0 \rangle$	$\langle q_2, s_0 \rangle$
$\langle q_2, s_0 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$
$\langle q_2, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_0 \rangle$	$\langle q_3, s_0 \rangle$
$\langle q_3, s_0 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$
$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_0 \rangle$	$\langle q_3, s_0 \rangle$

Итоговый ДКА:



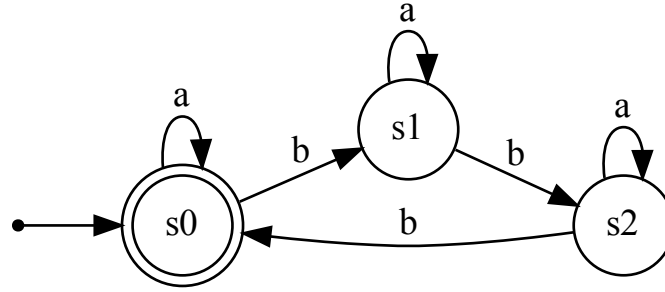
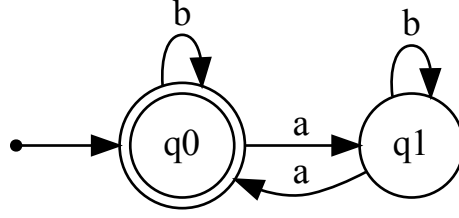
3.  $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \text{ чётно} \wedge |\omega|_b \text{ кратно трём}\}$

Разделим описанный язык на  $L_1$  и  $L_2$ , после чего, с помощью прямого произведения ДКА, построим конечный автомат.

$L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \text{ чётно}\}$

$L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_b \text{ кратно трём}\}$

Построим на их основе ДКА:



$$A_1 = \langle \Sigma_1, Q_1, s_1, T_1, \delta_1 \rangle; A_2 = \langle \Sigma_2, Q_2, s_2, T_2, \delta_2 \rangle$$

$$A = \langle \Sigma, Q, s, T, \delta \rangle:$$

- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$
- $Q = Q_1 \times Q_2$
- $s = \langle s_1, s_2 \rangle$
- $T = T_1 \times T_2$
- $\delta(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c) \rangle$

$$\Sigma = \{q_0, q_1, s_0, s_1, s_2\}$$

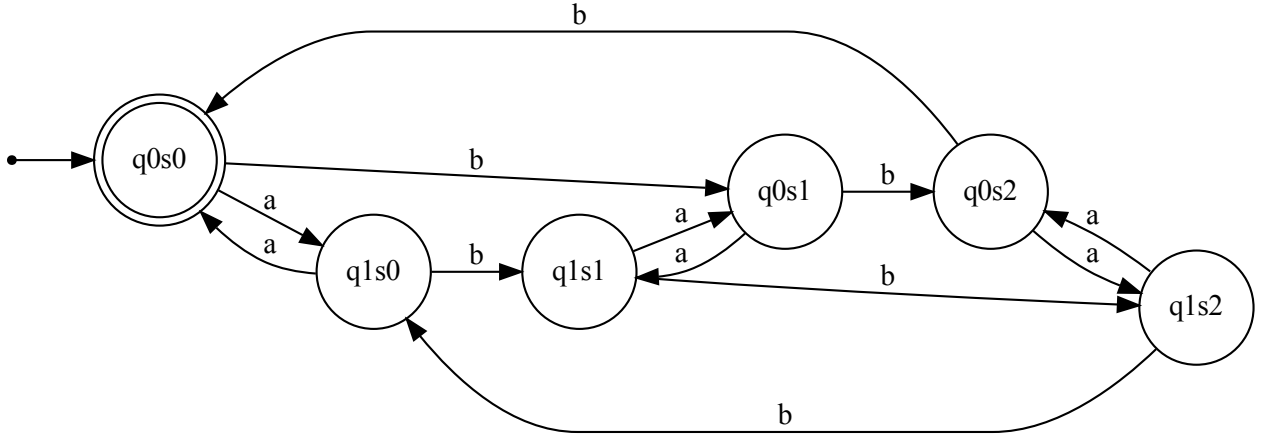
$$Q = \{\langle q_0, s_0 \rangle, \langle q_0, s_1 \rangle, \langle q_0, s_2 \rangle, \langle q_1, s_0 \rangle, \langle q_1, s_1 \rangle, \langle q_1, s_2 \rangle\}$$

$$s = \langle q_0, s_0 \rangle$$

$$T = \langle q_0, s_0 \rangle$$

	a	b
$\langle q_0, s_0 \rangle$	$\langle q_1, s_0 \rangle$	$\langle q_0, s_1 \rangle$
$\langle q_0, s_1 \rangle$	$\langle q_1, s_1 \rangle$	$\langle q_0, s_2 \rangle$
$\langle q_0, s_2 \rangle$	$\langle q_1, s_2 \rangle$	$\langle q_0, s_0 \rangle$
$\langle q_1, s_0 \rangle$	$\langle q_0, s_0 \rangle$	$\langle q_1, s_1 \rangle$
$\langle q_1, s_1 \rangle$	$\langle q_0, s_1 \rangle$	$\langle q_1, s_2 \rangle$
$\langle q_1, s_2 \rangle$	$\langle q_0, s_2 \rangle$	$\langle q_1, s_0 \rangle$

Итоговый ДКА:



$$4. L_4 = \overline{L_3}$$

$$\overline{L} = \langle \Sigma, Q, s, Q \setminus T, \delta \rangle$$

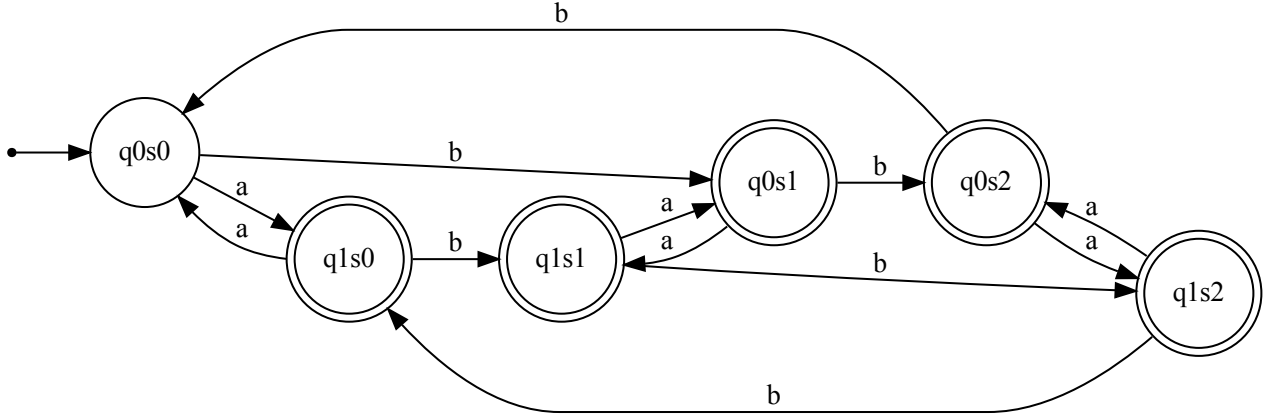
$$\Sigma = \{q_0, q_1, s_0, s_1, s_2\}$$

$$Q = \{\langle q_0, s_0 \rangle, \langle q_0, s_1 \rangle, \langle q_0, s_2 \rangle, \langle q_1, s_0 \rangle, \langle q_1, s_1 \rangle, \langle q_1, s_2 \rangle\}$$

$$s = \langle q_0, s_0 \rangle$$

$$T = \{\langle q_0, s_1 \rangle, \langle q_0, s_2 \rangle, \langle q_1, s_0 \rangle, \langle q_1, s_1 \rangle, \langle q_1, s_2 \rangle\}$$

Итоговый ДКА:



$$5. L_5 = L_2 \setminus L_3$$

$$L_5 = L_2 \cap \overline{L_3}$$

Переименуем вершины в ДКА из прошлых пунктов:  $A_1 =$

$$\langle \sum_1, Q_1, s_1, T_1, \delta_1 \rangle; A_2 = \langle \sum_2, Q_2, s_2, Q_2 \setminus T_2, \delta_2 \rangle$$

$$A = \langle \sum, Q, s, T, \delta \rangle:$$

- $\sum = \sum_1 \cup \sum_2$
- $Q = Q_1 \times Q_2$
- $s = \langle s_1, s_2 \rangle$
- $T = T_1 \times (Q_2 \setminus T_2)$
- $\delta(\langle q_1, q_2 \rangle, c) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c) \rangle$

$$\sum = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$$

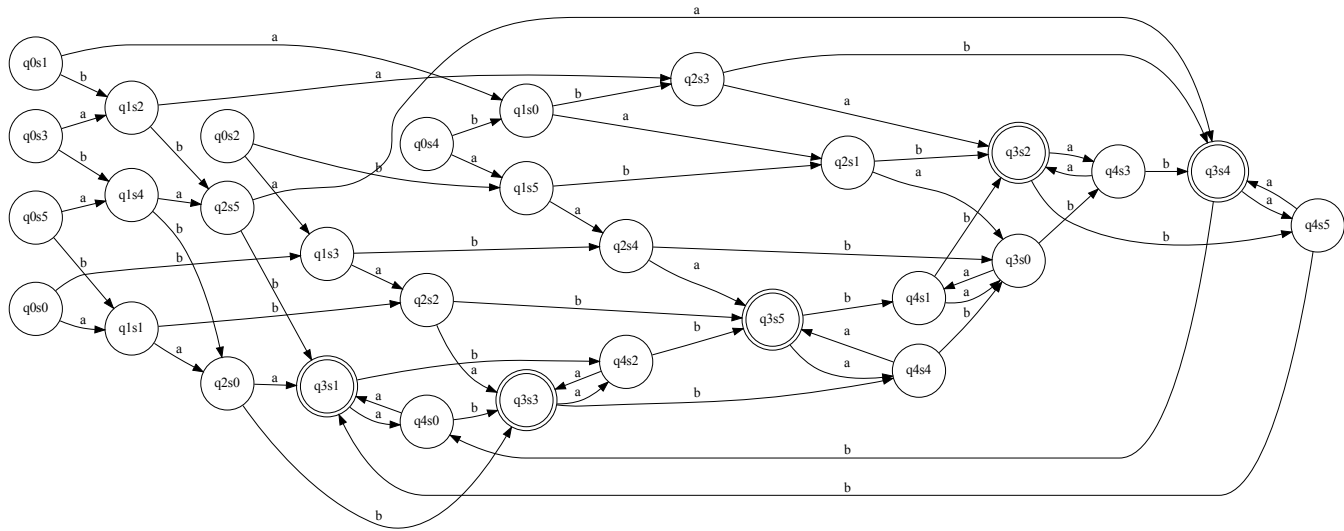
$$Q = \{\langle q_0, s_0 \rangle, \langle q_0, s_1 \rangle, \langle q_0, s_2 \rangle, \langle q_0, s_3 \rangle, \langle q_0, s_4 \rangle, \langle q_0, s_5 \rangle, \langle q_1, s_0 \rangle, \langle q_1, s_1 \rangle, \langle q_1, s_2 \rangle, \langle q_1, s_3 \rangle, \langle q_1, s_4 \rangle, \langle q_1, s_5 \rangle, \\ \langle q_2, s_0 \rangle, \langle q_2, s_1 \rangle, \langle q_2, s_2 \rangle, \langle q_2, s_3 \rangle, \langle q_2, s_4 \rangle, \langle q_2, s_5 \rangle, \langle q_3, s_0 \rangle, \langle q_3, s_1 \rangle, \langle q_3, s_2 \rangle, \langle q_3, s_3 \rangle, \langle q_3, s_4 \rangle, \langle q_3, s_5 \rangle \\ \langle q_4, s_0 \rangle, \langle q_4, s_1 \rangle, \langle q_4, s_2 \rangle, \langle q_4, s_3 \rangle, \langle q_4, s_4 \rangle, \langle q_4, s_5 \rangle\}$$

$$s = \langle q_0, s_0 \rangle$$

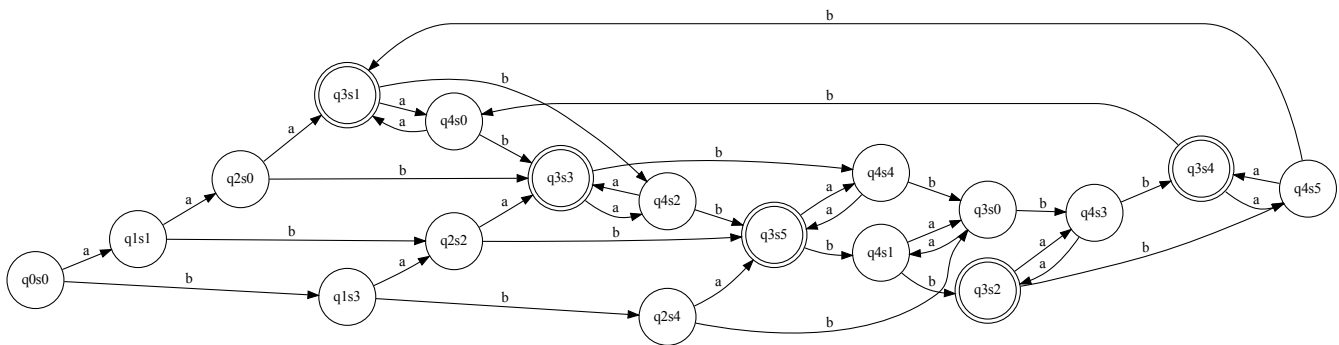
$$T = \{\langle q_3, s_1 \rangle, \langle q_3, s_2 \rangle, \langle q_3, s_3 \rangle, \langle q_3, s_4 \rangle, \langle q_3, s_5 \rangle\}$$

	a	b
$\langle q_0, s_0 \rangle$	$\langle q_1, s_1 \rangle$	$\langle q_1, s_3 \rangle$
$\langle q_0, s_1 \rangle$	$\langle q_1, s_0 \rangle$	$\langle q_1, s_2 \rangle$
$\langle q_0, s_2 \rangle$	$\langle q_1, s_3 \rangle$	$\langle q_1, s_5 \rangle$
$\langle q_0, s_3 \rangle$	$\langle q_1, s_2 \rangle$	$\langle q_1, s_4 \rangle$
$\langle q_0, s_4 \rangle$	$\langle q_1, s_5 \rangle$	$\langle q_1, s_0 \rangle$
$\langle q_0, s_5 \rangle$	$\langle q_1, s_4 \rangle$	$\langle q_1, s_1 \rangle$
$\langle q_1, s_0 \rangle$	$\langle q_2, s_1 \rangle$	$\langle q_2, s_3 \rangle$
$\langle q_1, s_1 \rangle$	$\langle q_2, s_0 \rangle$	$\langle q_2, s_2 \rangle$
$\langle q_1, s_2 \rangle$	$\langle q_2, s_3 \rangle$	$\langle q_2, s_5 \rangle$
$\langle q_1, s_3 \rangle$	$\langle q_2, s_2 \rangle$	$\langle q_2, s_4 \rangle$
$\langle q_1, s_4 \rangle$	$\langle q_2, s_5 \rangle$	$\langle q_2, s_0 \rangle$
$\langle q_1, s_5 \rangle$	$\langle q_2, s_4 \rangle$	$\langle q_2, s_1 \rangle$
$\langle q_2, s_0 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_3 \rangle$
$\langle q_2, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_0 \rangle$	$\langle q_3, s_2 \rangle$
$\langle q_2, s_2 \rangle$	$\langle q_3, s_3 \rangle$	$\langle q_3, s_5 \rangle$
$\langle q_2, s_3 \rangle$	$\langle q_3, s_2 \rangle$	$\langle q_3, s_4 \rangle$
$\langle q_2, s_4 \rangle$	$\langle q_3, s_5 \rangle$	$\langle q_3, s_0 \rangle$
$\langle q_2, s_5 \rangle$	$\langle q_3, s_4 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$
$\langle q_3, s_0 \rangle$	$\langle q_4, s_1 \rangle$	$\langle q_4, s_3 \rangle$
$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_4, s_0 \rangle$	$\langle q_4, s_2 \rangle$
$\langle q_3, s_2 \rangle$	$\langle q_4, s_3 \rangle$	$\langle q_4, s_5 \rangle$
$\langle q_3, s_3 \rangle$	$\langle q_4, s_2 \rangle$	$\langle q_4, s_4 \rangle$
$\langle q_3, s_4 \rangle$	$\langle q_4, s_5 \rangle$	$\langle q_4, s_0 \rangle$
$\langle q_3, s_5 \rangle$	$\langle q_4, s_4 \rangle$	$\langle q_4, s_1 \rangle$
$\langle q_4, s_0 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_3 \rangle$
$\langle q_4, s_1 \rangle$	$\langle q_3, s_0 \rangle$	$\langle q_3, s_2 \rangle$
$\langle q_4, s_2 \rangle$	$\langle q_3, s_3 \rangle$	$\langle q_3, s_5 \rangle$
$\langle q_4, s_3 \rangle$	$\langle q_3, s_2 \rangle$	$\langle q_3, s_4 \rangle$
$\langle q_4, s_4 \rangle$	$\langle q_3, s_5 \rangle$	$\langle q_3, s_0 \rangle$
$\langle q_4, s_5 \rangle$	$\langle q_3, s_4 \rangle$	$\langle q_3, s_1 \rangle$

С помощью таблицы переходов построим ДКА:



Имеем несколько недостижимых состояний, избавимся от них.

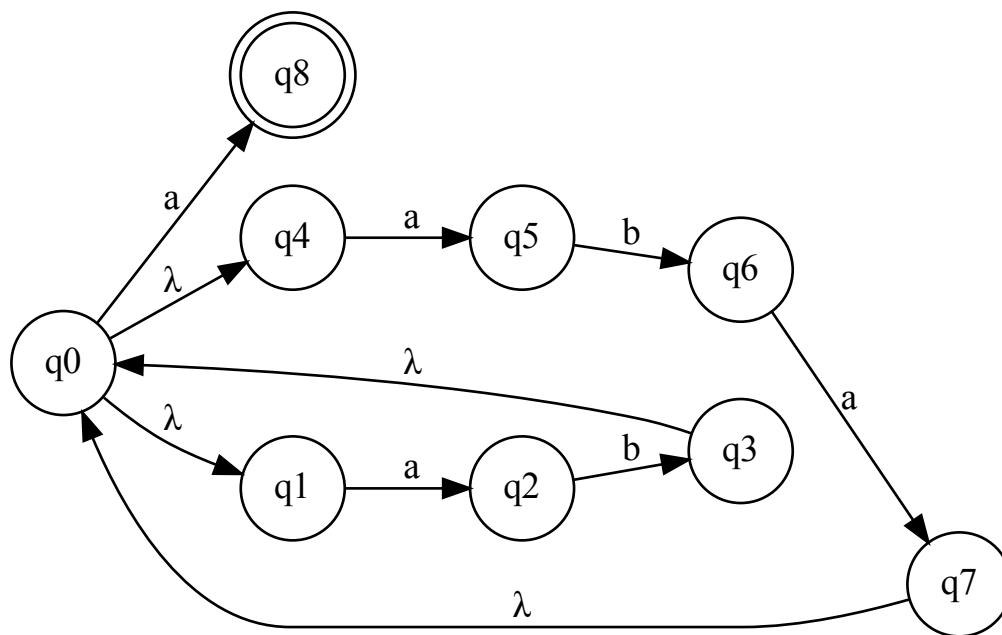


## Задание №3

Построить минимальный ДКА по регулярному выражению.

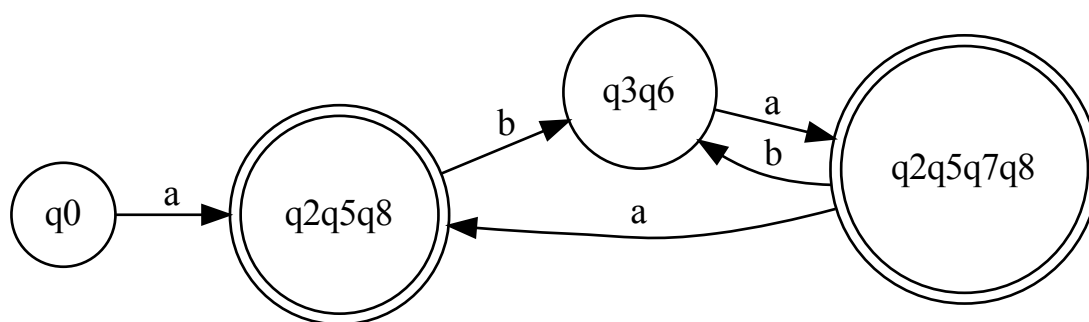
$$1. (ab + aba)^* a$$

Построим НКА:



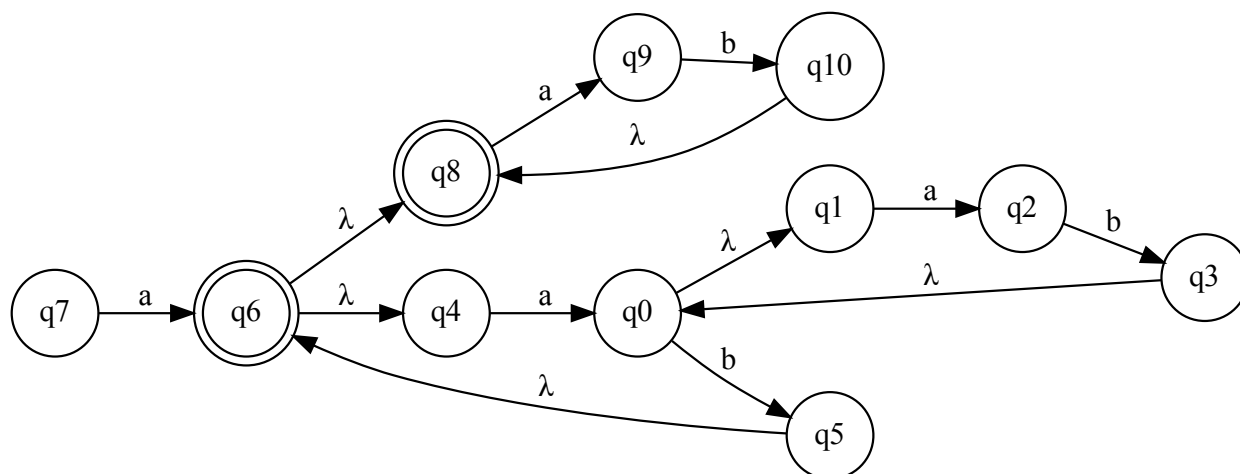
	a	b
$q0$	$q2q5q8$	$\emptyset$
$q2q5q8$	$\emptyset$	$q3q6$
$q3q6$	$q2q5q7q8$	$\emptyset$
$q2q5q7q8$	$q2q5q8$	$q3q6$

Итоговый ДКА:



2.  $a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$

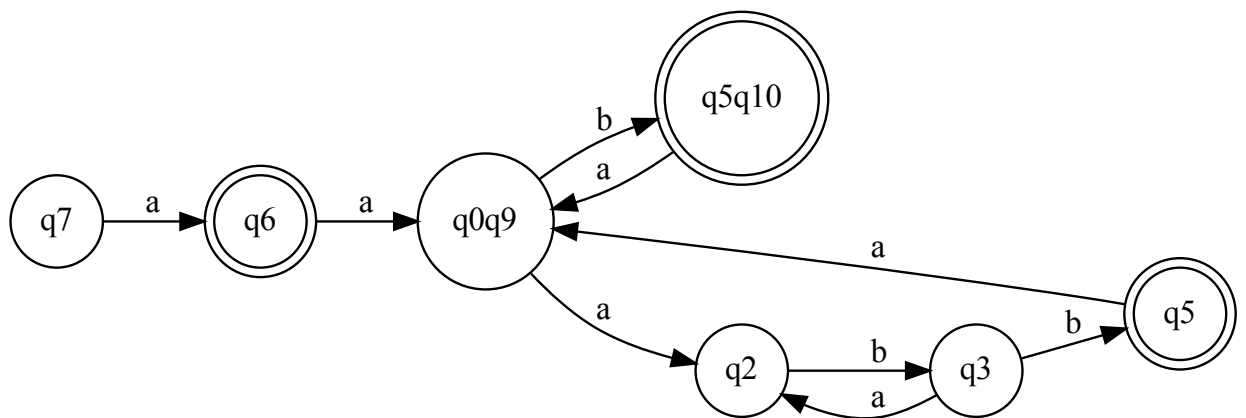
Построим НКА:





	a	b
$q7$	$q6$	$\emptyset$
$q6$	$q0q9$	$\emptyset$
$q0q9$	$q2$	$q5q10$
$q2$	$\emptyset$	$q3$
$q3$	$q2$	$q5$
$q5$	$q0q9$	$\emptyset$
$q5q10$	$q0q9$	$\emptyset$

Полученный ДКА:

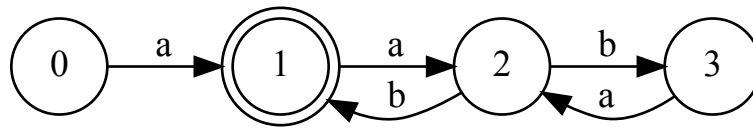


Попробуем минимизировать получившийся ДКА:

0 эквивалентность:  $I_0 = \{q7, q0q9, q2, q3\}$ ,  $I_1 = \{q5, q5q10, q6\}$

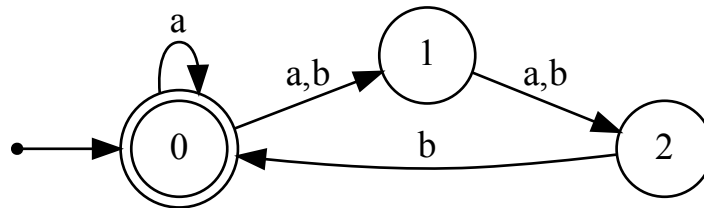
1 эквивалентность:  $I_2 = \{q7\}$ ,  $I_3 = \{q0q9, q3\}$ ,  $I_4 = \{q2\}$ ,  $I_1 = \{q5, q5q10, q6\}$

Это конечный результат сегментации, так как не представляется возможным разделить по эквивалентностям. Итоговый ДКА:



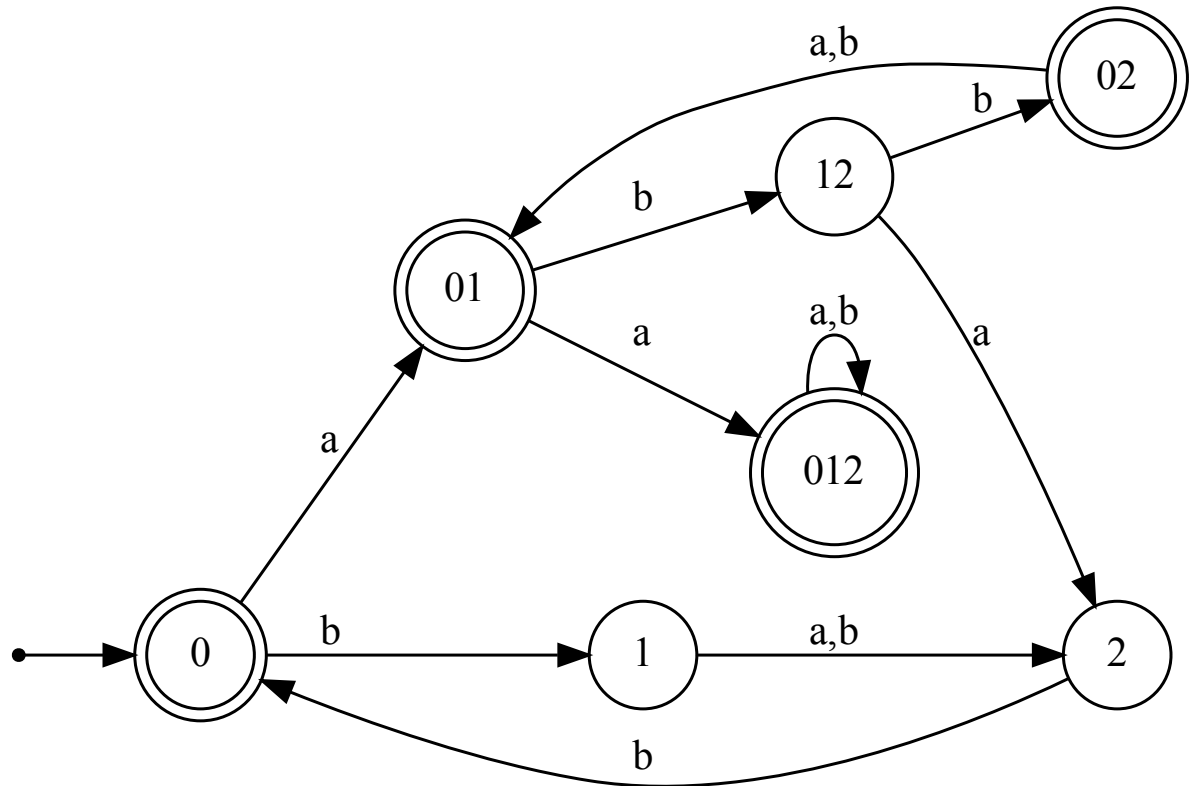
3.  $(a + (a + b)(a + b)b)^*$

Построим НКА:



	a	b
0	01	1
1	2	2
01	012	12
012	012	012
12	2	02
2	$\emptyset$	0
02	01	01

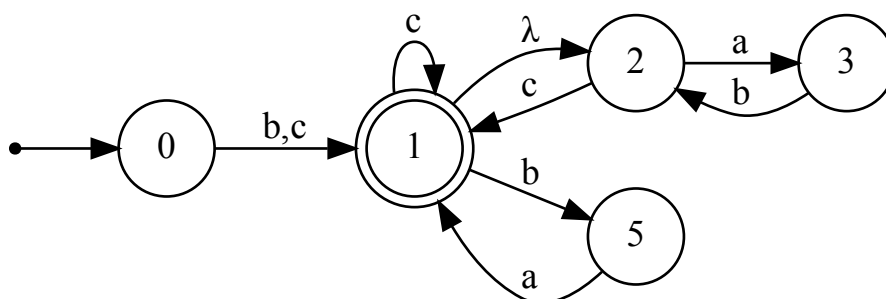
Полученный ДКА:



После 3 эквивалентности можем сделать вывод, что ДКА выше – минимальный.

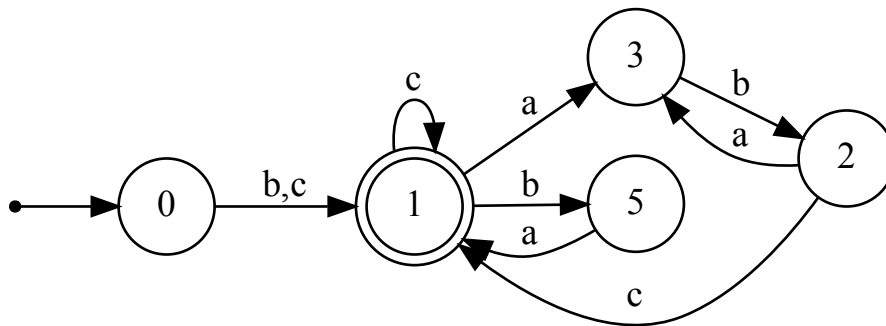
4.  $(b + c)((ab)^*c + (ba)^*)^*$

Построим НКА:



	a	b	c
0	$\emptyset$	1	1
1	3	5	1
3	$\emptyset$	2	$\emptyset$
5	1	$\emptyset$	$\emptyset$
2	3	$\emptyset$	1

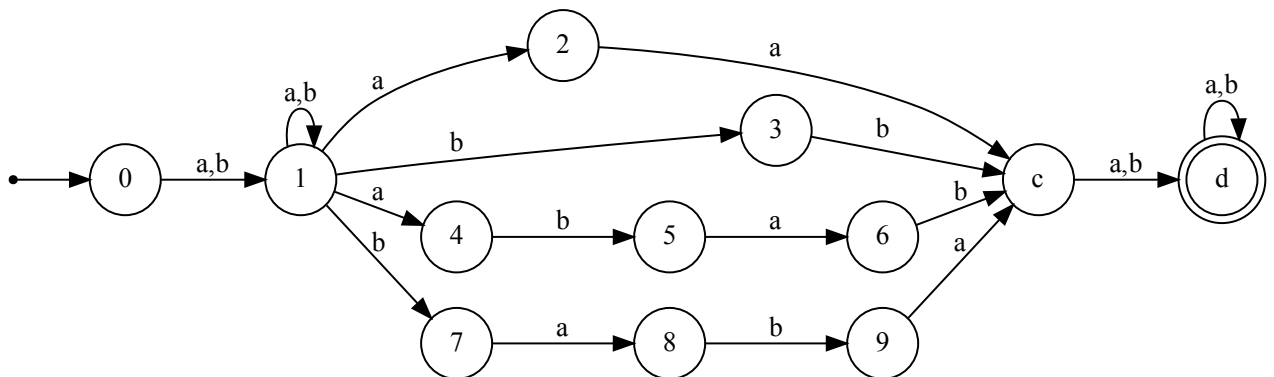
Полученный ДКА:



Данный автомат является минимальным.

5.  $(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$

Построим НКА:





Попробуем минимизировать получившийся ДКА:

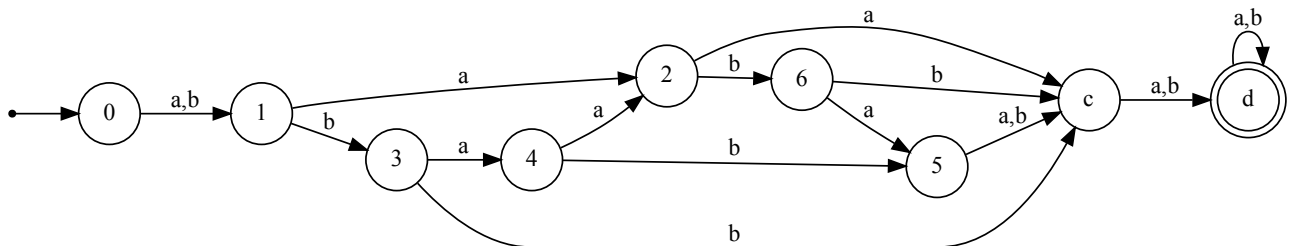
0 эквивалентность:  $I_0 = \{0, 1, 137, 1248, 124, 1357, 13579, 12468, 124c, 137c, 12468c, 13579c\}$ ,  $I_1 = \{124cd, 1357d, 137cd, 12468d, 1248d, 13579d, 12468cd, 13579cd\}$

1 эквивалентность:  $I_1; I_2 = \{0, 1, 137, 124, 1248, 1357, 13579, 12468\}$ ,  $I_3 = \{124c, 137c, 12468c, 13579c\}$

2 эквивалентность:  $I_1; I_3; I_4 = \{0, 1, 1248\}$ ,  $I_5 = \{137, 1357\}$ ,  $I_6 = \{124\}$ ,  $I_7 = \{13579, 12468\}$

3 эквивалентность:  $I_1; I_3; I_6; I_7; I_8 = \{0\}$ ,  $I_9 = \{1\}$ ,  $I_{10} = \{1248\}$ ,  $I_{11} = \{137\}$ ,  $I_{12} = \{1357\}$

Это конечный результат сегментации, так как не представляется возможным разделить по эквивалентностям. Итоговый ДКА:



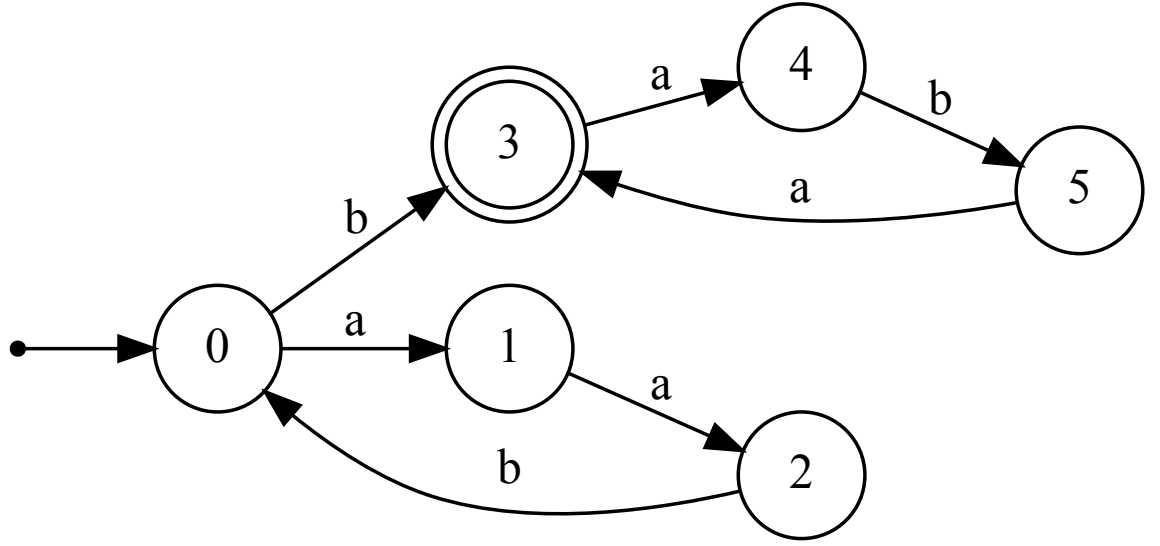
## Задание №4

Определить является ли язык регулярным или нет.

$$1. L = \{(aab)^n b (aba)^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$$

Так как  $n$  и  $m$  не зависят друг от друга, то мы можем представить язык следующим регулярным выражением:

$(aab)^* b (aba)^*$ . Построим ДКА:



2.  $L = \{uaav | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$

Пусть  $\exists$  слово  $\omega = b^n a a a^n \in L$ . Найдутся такие три слова, что  $\omega = xyz, y \neq \lambda, |xy| \leq n \Rightarrow x = b^i, y = b^j, i + j \leq n, z = b^{n-i-j} a a a^n$ . Пусть  $k = 0 \Rightarrow xy^0 z = b^i b^{n-i-j} a a a^n = b^{n-j} a a a^n \notin L$ , так как  $j \neq 0$ , то есть язык не является регулярным.

3.  $L = \{a^m \omega | \omega \in \{a, b\}^*, 1 \leq |\omega|_b \leq m\}$

Пусть  $\exists$  слово  $\psi = a^n b^n \in L$ . Найдутся такие три слова, что  $\psi = xyz, y \neq \lambda, |xy| \leq n \Rightarrow x = a^i, y = a^j, i + j \leq n, z = a^{n-i-j} b^n$ . Пусть  $k = 0 \Rightarrow xy^0 z = a^i a^{n-i-j} b^n = a^{n-j} b^n \notin L$ , так как  $j \neq 0$ , то есть язык не является регулярным.

4.  $L = \{a^k b^m a^n | k = n \vee m > 0\}$

Пусть  $\exists$  слово  $\omega = a^n b a^n \in L$ . Найдутся такие три слова, что  $\omega = xyz, y \neq \lambda, |xy| \leq n \Rightarrow x = a^i, y = a^j, i + j \leq n, z = a^{n-i-j} b a^n$ . Пусть  $k = 0 \Rightarrow xy^0 z = a^i a^{n-i-j} b a^n = a^{n-j} b a^n \notin L$ , так как  $j \neq 0$ , то есть язык не является регулярным.

$$5. L = \{ucv | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^R\}$$

Пусть  $\exists$  слово  $\omega = a^n c a^{n+1} \in L$ . Найдутся такие три слова, что  $\omega = xyz, y \neq \lambda, |xy| \leq n \Rightarrow x = a^i, y = a, i + 1 \leq n, z = a^{n-i-1} c a^{2n}$ . Пусть  $k = 2 \Rightarrow xy^2z = a^i a^2 a^{n-i-1} c a^{n+1} = a^{n+1} c a^{n+1} \notin L$ , то есть язык не является регулярным.