

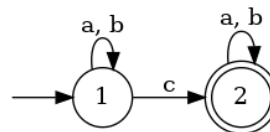
ТМП ДЗ №1

Максим Щемилкин А-05-19

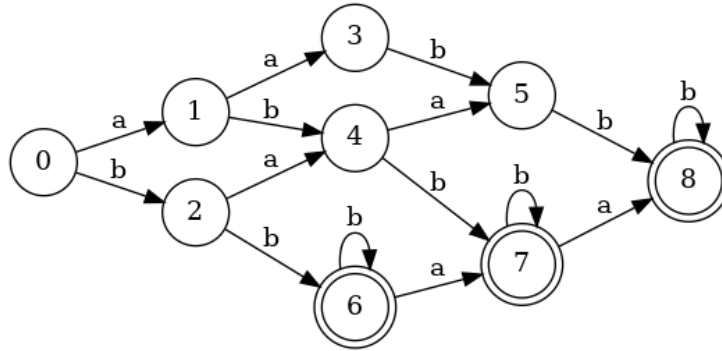
30 марта 2022

1 Построить конечный автомат, распознающий язык

$$1. L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_c = 1\}$$



$$2. L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \leq 2, |w|_b \geq 2\}$$



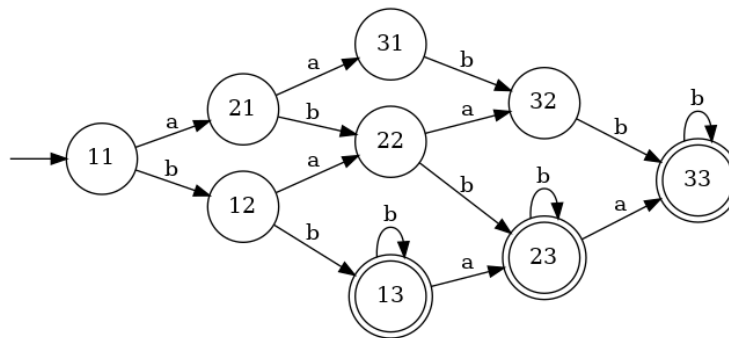
Это решение получается через перебор первых 4 символов. Такой же результат можно получить через произведение двух грамматик:

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \leq 2\}, \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \geq 2\}$$



Сочетания точек	По А	По В
11	21	12
12	22	13
13	23	13
21	31	22
22	32	23
23	33	23
31		32
32		33
33		33

Получим:

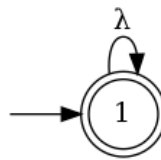


$$3. L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$$

Нет такого конечного автомата

$$4. L = \{w \in \{a, b\}^* \mid ww = www\}$$

Это возможно только для языка, состоящего из пустого слова, так как при $|w| > 0$ $ww \neq www$. Можем построить недетерминированный КА:



2 Построить КА, используя прямое произведение

$$1. L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2 \wedge |w|_b \geq 2\}$$

Разобьем на 2 автомата:

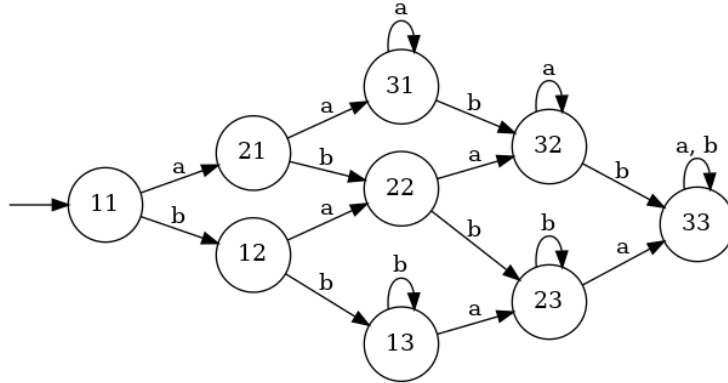
$$L_{11} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2\}, \quad L_{12} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \geq 2\}$$



Значит, $L = L_11 \wedge L_12$. Имеем $\Sigma = a, b, s = 11, T = 33$. Зафиксируем переходы между новыми вершинами:

Сочетания точек	По А	По В
11	21	12
12	22	13
13	23	13
21	31	22
22	32	23
23	33	23
31	31	32
32	32	33
33	33	33

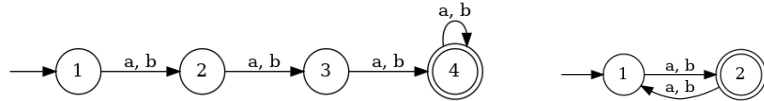
Получим:



$$2. L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \wedge |w| \text{ odd}\}$$

Разобьем на 2 автомата:

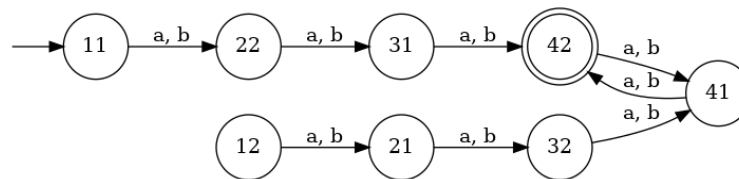
$$L_21 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3\}, \quad L_22 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ odd}\}$$



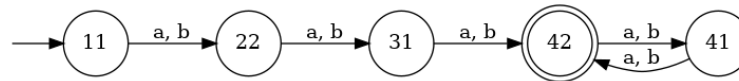
Значит, $L = L_21 \wedge L_22$. Имеем $\Sigma = a, b, s = 11, T = 42$. Зафиксируем переходы между новыми вершинами:

Сочетания точек	По А	По В
11	22	22
12	21	21
21	32	32
22	31	31
31	42	42
32	41	41
41	42	42
42	41	41

Получим:



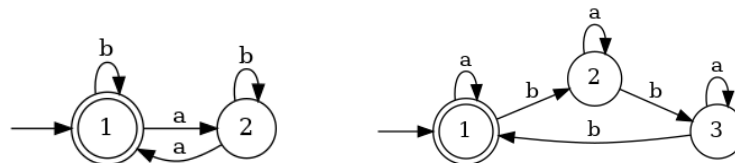
Так как в вершину 12 попасть нельзя, можно автомат немного упростить:



$$3. L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2 \wedge |w|_b \geq 3\}$$

Разобьем на 2 автомата:

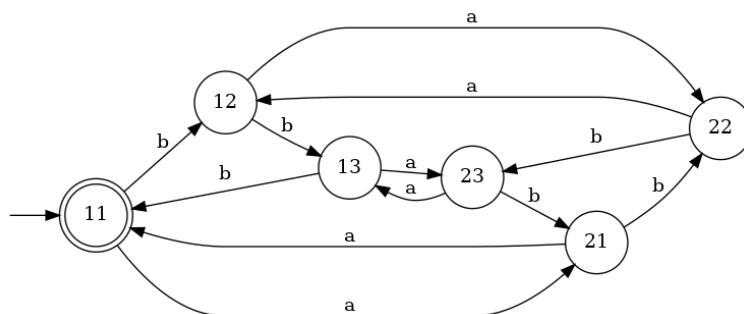
$$L_{31} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2\}, \quad L_{32} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \geq 3\}$$



Значит, $L = L_{31} \wedge L_{32}$. Имеем $\Sigma = a, b, s = 11, T = 11$. Зафиксируем переходы между новыми вершинами:

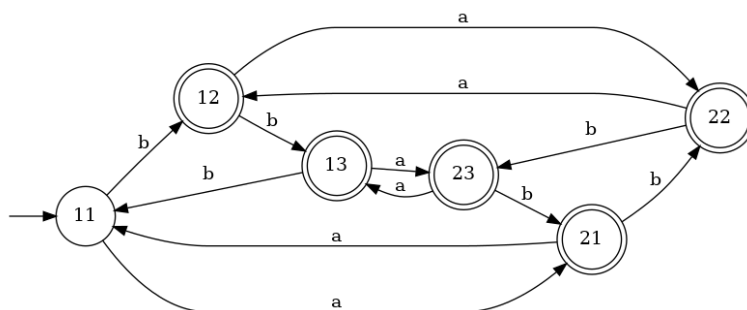
Сочетания точек	По А	По В
11	21	12
12	22	13
13	23	11
21	11	22
22	12	23
23	13	21

Получим:



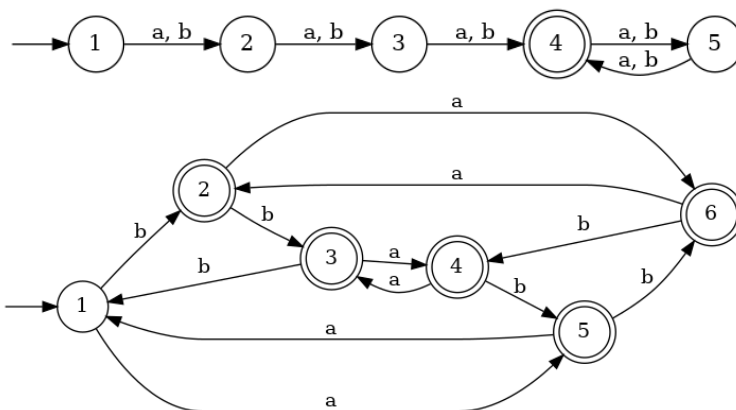
4. $L_4 = \overline{L_3}$

Чтобы построить отрицание, нужно обратить конечные вершины, то есть получим:



5. $L_5 = L_2 \setminus L_3 = L_2 \wedge L_4$

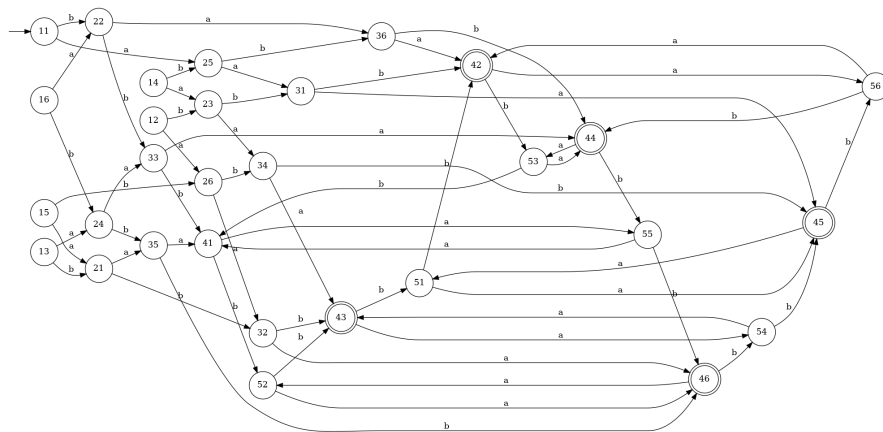
Найдём пересечение двух языков:



$L_5 = L_2 \wedge L_4$. Имеем $\Sigma = \{a, b\}, s = 11, T = 42$. Зафиксируем переходы между новыми вершинами:

Сочетания точек	По А	По В
11	25	22
12	26	23
13	24	21
14	23	25
15	21	26
16	22	24
21	35	32
22	36	33
23	34	31
24	33	35
25	31	36
26	32	34
31	45	42
32	46	43
33	44	41
34	43	45
35	41	46
36	42	44
41	55	52
42	56	53
43	54	51
44	53	55
45	51	56
46	52	54
51	45	62
52	46	43
53	44	41
54	43	45
55	41	46
56	42	44

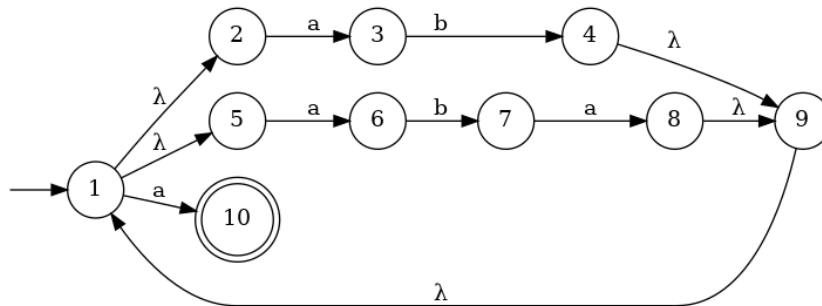
Получим:



3 Построить минимальный ДКА по регулярному выражению

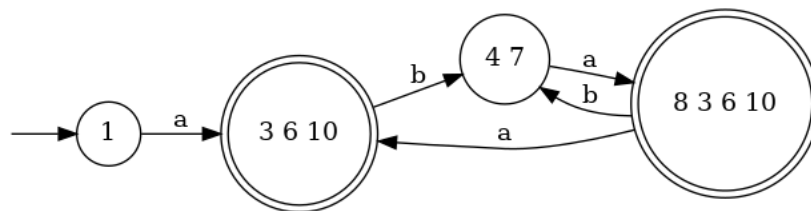
1. $(ab + aba)^*a$

Недетерминированный КА по данному выражению:



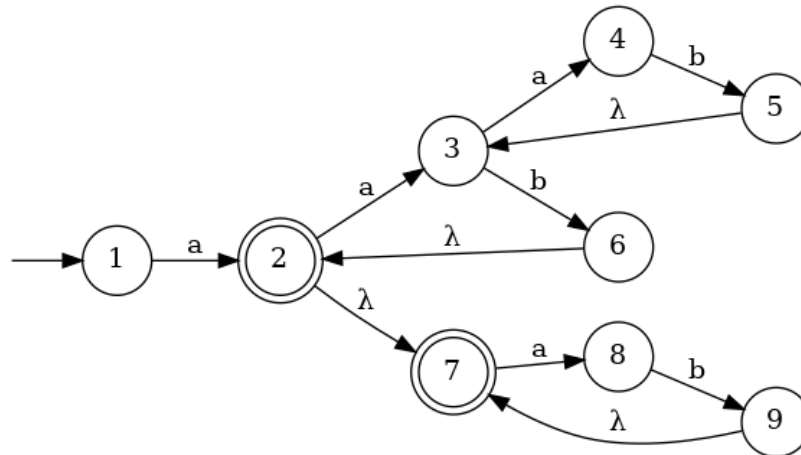
Сочетания точек	По А	По В
1	3 6 10	
3 6 10		4 7
4 7	8 3 6 10	
8 3 6 10	3 6 10	4 7

Теперь можем нарисовать ДКА:



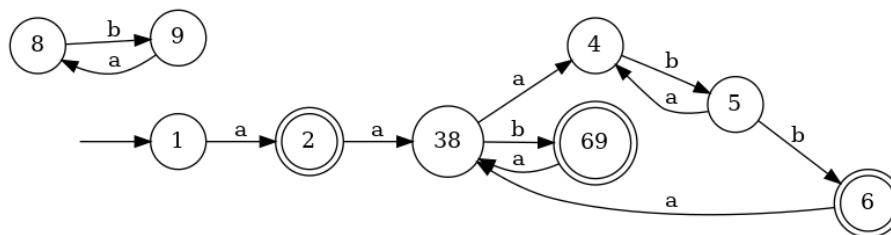
2. $a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$

Недетерминированный КА по данному выражению:

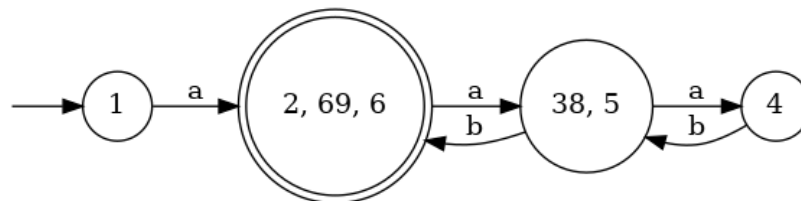


Сочетания точек	По А	По В
1	2	
2	38	
38	4	69
4		5
69	38	
5	4	6
8		9
6	38	
9	8	

Теперь можем нарисовать ДКА:

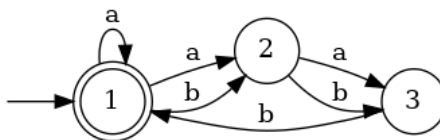


Его можно минимизировать:



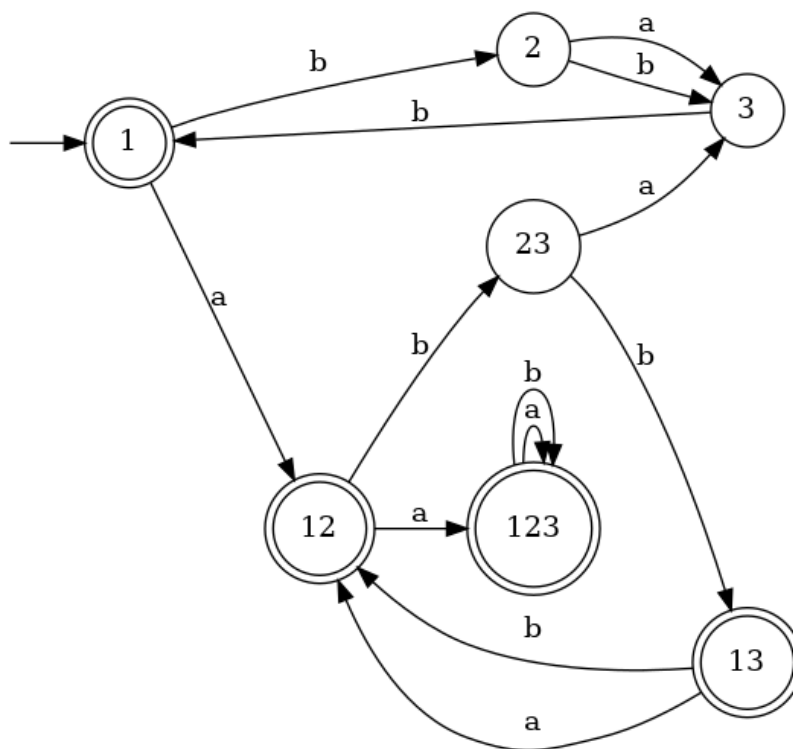
3. $(a + (a + b)(a + b)b)^*$

Недетерминированный КА по данному выражению:



Сочетания точек	По А	По В
1	12	2
12	123	23
2	3	3
3		1
123	123	123
23	3	13
13	12	12

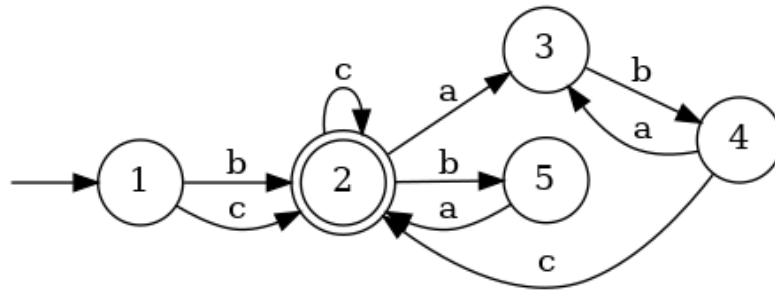
Теперь можем нарисовать ДКА:



Он минимален

4. $(b + c)((ab)^*c + (ba)^*)^*$

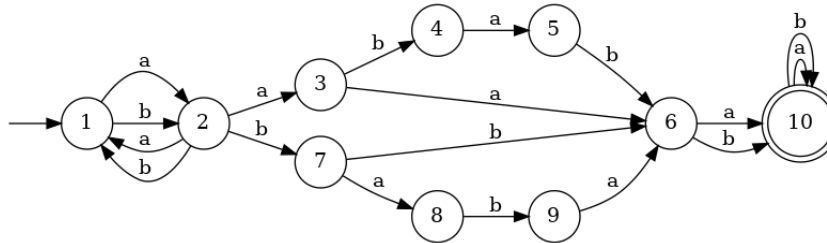
По счастливому стечению обстоятельств удаётся сразу построить ДКА:



Кажется, он еще и минимальный. Победа!

5. $(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$

Недетерминированный КА по данному выражению:



Исправить

Сочетания точек	По А	По В
1	2	2
2	13	17
13	26	24
17	28	26
26	110	110
24	15	1
28	1	19
110	210	210
15	2	26
19	26	2
210	110	110

Теперь можем нарисовать ДКА:

