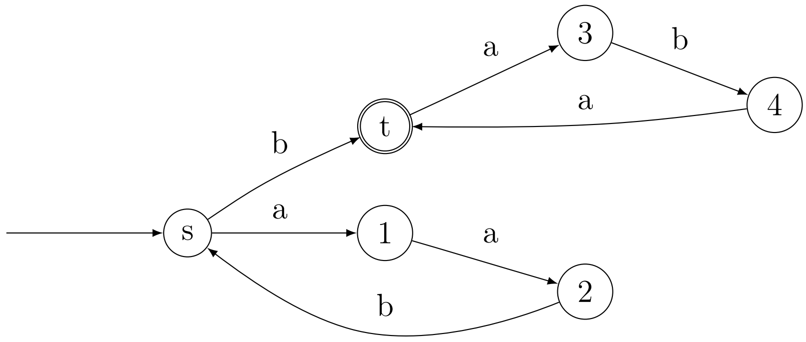
DFA 4

Руслан Кутдусов А-13а

April 2022

1

$$L = \{(aab)^n b(aba)^m \quad | \quad n \geq 0, m \geq 0\}$$



Язык является регулярным.

2

$$L = \{uaav | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$$

Лемма о накачке является необходимым условием регулярности языка. Используем отрицание леммы для доказательства нерегулярности заданного языка.

Зафиксируем $p \in \mathbb{N}$, возьмем $w = b^p aaa^p, |w| \geq p$. Разобьем $w = xyz$ так, что $|xy| \leq p, y \neq \lambda$. Пусть $x = b^\alpha, |x| = \alpha$ и $y = b^\beta, |y| = \beta$, причем $\alpha + \beta \leq p, \beta \neq 0$. Тогда $z = b^{p-\alpha-\beta} aaa^p$, поэтому $w = b^\alpha b^\beta b^{p-\alpha-\beta} aaa^p$. При $i = 0$ имеем $w = b^\alpha b^0 b^{p-\alpha-\beta} aaa^p = b^{p-\beta} aaa^p \notin L$.

3

$$L = \{a^m w | w \in \{a, b\}^*, 1 \leq |w|_b \leq m\}$$

По теореме о замкнутости регулярных языков относительно различных операций, отрицание регулярного языка также является регулярным языком. Используем отрицание леммы о разрастании для доказательства нерегулярности отрицания заданного языка:

$$\overline{L} = \{a^m w | w \in \{a, b\}^*, m \geq 0, |w|_b > m\}$$

Зафиксируем $p \in \mathbb{N}$, возьмем $w_1 = a^p b^{p+1}, |w_1| \geq p$. Разобьем $w_1 = xyz$ так, что $|xy| \leq p, y \neq \lambda$. Пусть $x = a^\alpha, |x| = \alpha$ и $y = a^\beta, |y| = \beta$, причем $\alpha + \beta \leq p, \beta \neq 0$. Тогда $z = a^{p-\alpha-\beta} b^{p+1}$, поэтому $w_1 = a^\alpha a^\beta a^{p-\alpha-\beta} b^{p+1}$. При $i > 1$ (допустим, $i = 2$) имеем $w_1 = a^\alpha (a^\beta)^2 a^{p-\alpha-\beta} b^{p+1} = a^{p+\beta} b^{p+1} \notin \overline{L}$ (у нас $\beta > 0$).

4

$$L = \{a^k b^m a^n | k = n \vee m > 0\}$$

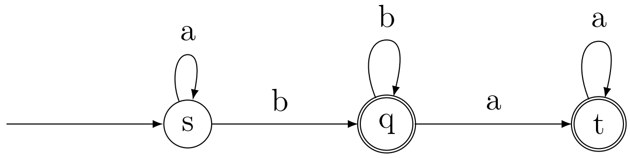
1. $k = n$

   Используем отрицание леммы о накачке для доказательства нерегулярности языка $L_1 = \{a^k b^m a^n | k = n\}$.

   Зафиксируем $p \in \mathbb{N}$, возьмем $w = a^p b^m a^p, |w| \geq p$. Разобьем $w = xyz$ так, что $|xy| \leq p, y \neq \lambda$. Пусть $x = a^\alpha, |x| = \alpha$ и $y = a^\beta, |y| = \beta$, причем $\alpha + \beta \leq p, \beta \neq 0$. Тогда $z = a^{p-\alpha-\beta} b^m a^p$, поэтому $w = a^\alpha a^\beta a^{p-\alpha-\beta} b^m a^p$. При $i \neq 1$ (допустим, $i = 2$) имеем $w = a^\alpha (a^\beta)^i a^{p-\alpha-\beta} b^m a^p = a^{p+\beta} b^m a^p \notin L$ (у нас $\beta \neq 0$).

2. $m > 0$

   Язык $L_2 = \{a^k b^m a^n | m > 0\}$ является регулярным.



Можно сделать вывод о том, что язык L яляется регулярным.

5

$$L = \{ucv | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^{Reverse}\}$$

По теореме о замкнутости регулярных языков относительно различных операций, отрицание регулярного языка также является регулярным языком. Используем отрицание леммы о разрастании для доказательства нерегулярности отрицания заданного языка:

$$\overline{L} = \{ucv | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u = v^{Reverse}\}$$

Зафиксируем $p \in \mathbb{N}$, возьмем $w = a^p bcba^p, |w| \geq p$. Разобьем $w = xyz$ так, что $|xy| \leq p, y \neq \lambda$. Пусть $x = a^\alpha, |x| = \alpha$ и $y = a^\beta, |y| = \beta$, причем $\alpha + \beta \leq p, \beta \neq 0$. Тогда $z = a^{p-\alpha-\beta} bcba^p$, поэтому $w = a^\alpha a^\beta a^{p-\alpha-\beta} bcba^p$. При $i = 0$ имеем $w = a^\alpha (a^\beta)^0 a^{p-\alpha-\beta} bcba^p = a^{p-\beta} bcba^p \notin \overline{L}$ (у нас $\beta \neq 0$).