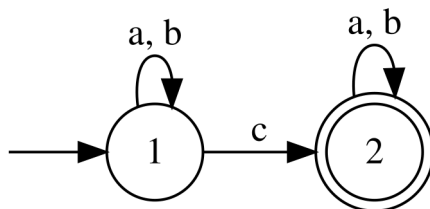


"Теоретические модели вычислений"
Бородин Сергей Владимирович А-13а-19

Задание 1. Построить конечный автомат, распознающий язык

1.1

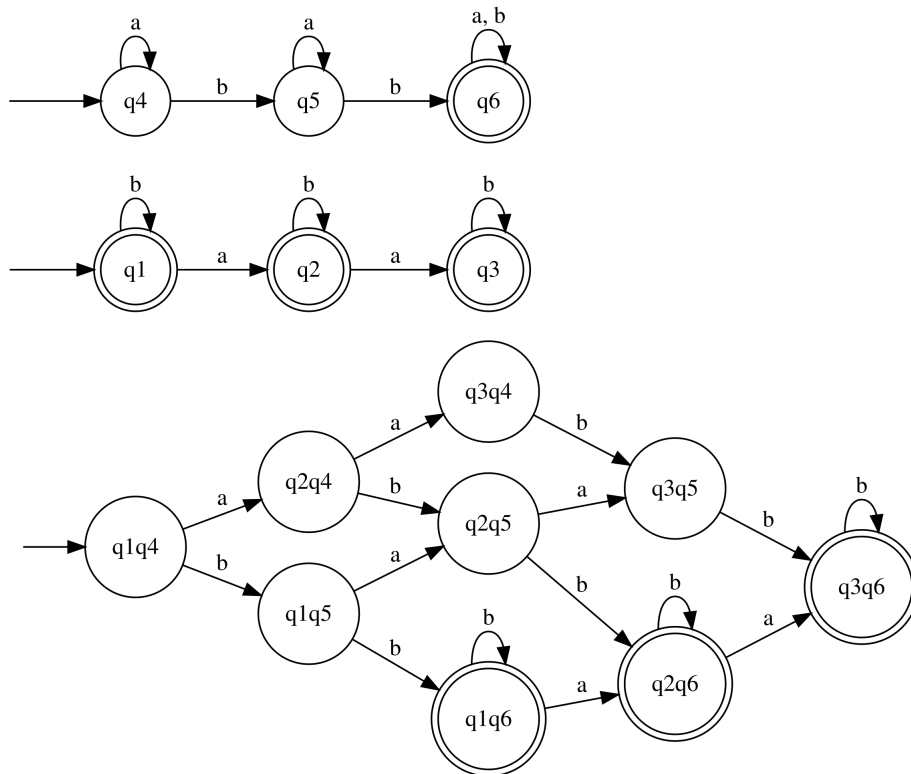
$$L = \{\omega \in \{a, b, c\}^* \mid |\omega|_c = 1\}$$



1.2

$$L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \leq 2, |\omega|_b \geq 2\}$$

	a	b
q_1, q_4	q_2, q_4	q_1, q_5
q_1, q_5	q_2, q_5	q_1, q_6
q_1, q_6	q_2, q_6	q_1, q_6
q_2, q_4	q_3, q_4	q_2, q_5
q_2, q_5	q_3, q_5	q_2, q_6
q_2, q_6	q_3, q_6	q_2, q_6
q_3, q_4	\emptyset	q_3, q_5
q_3, q_5	\emptyset	q_3, q_6
q_3, q_6	\emptyset	q_3, q_6



1.3

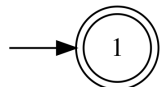
$$L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \neq |\omega|_b\}$$

Язык нельзя описать с помощью ДКА, так как необходимо запоминать кол-во символов хотябы одного

1.4

$$L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid \omega\omega = \omega\omega\omega\}$$

Содержит пустые слова

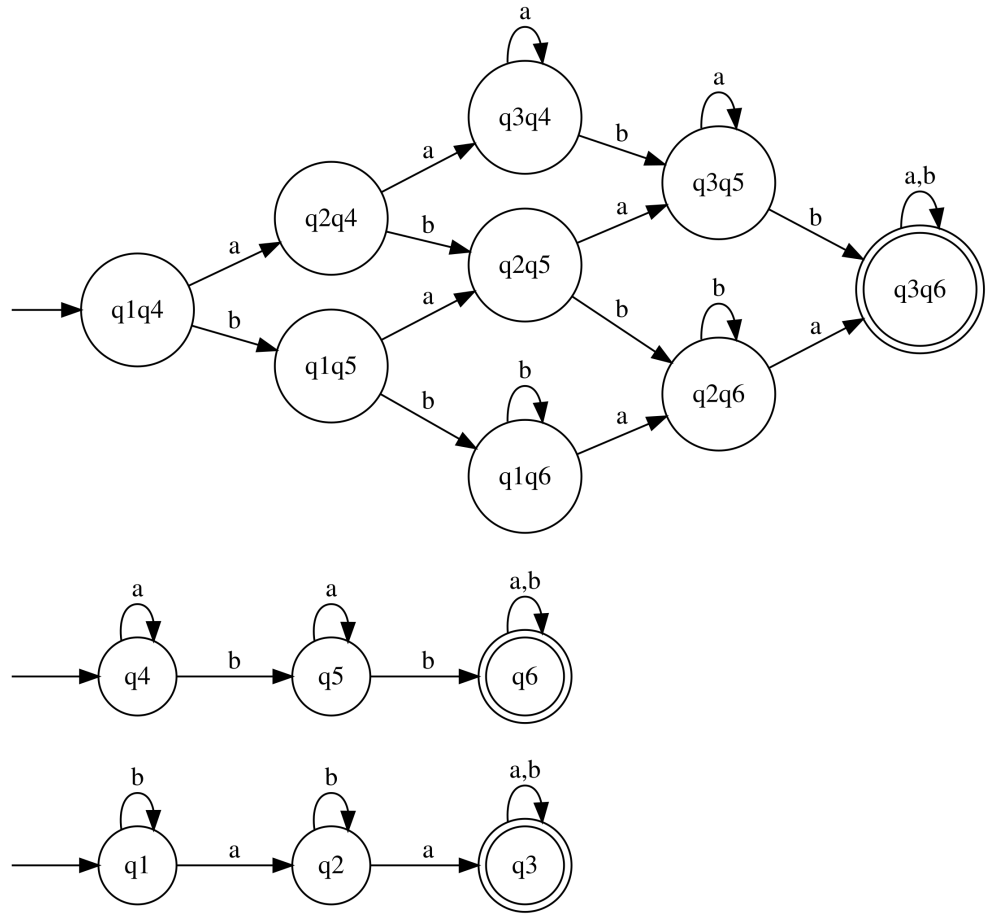


Задание 2. Построить конечный автомат,используя прямое произведени

2.1

$$L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \geq 2 \wedge |\omega|_b \geq 2\}$$

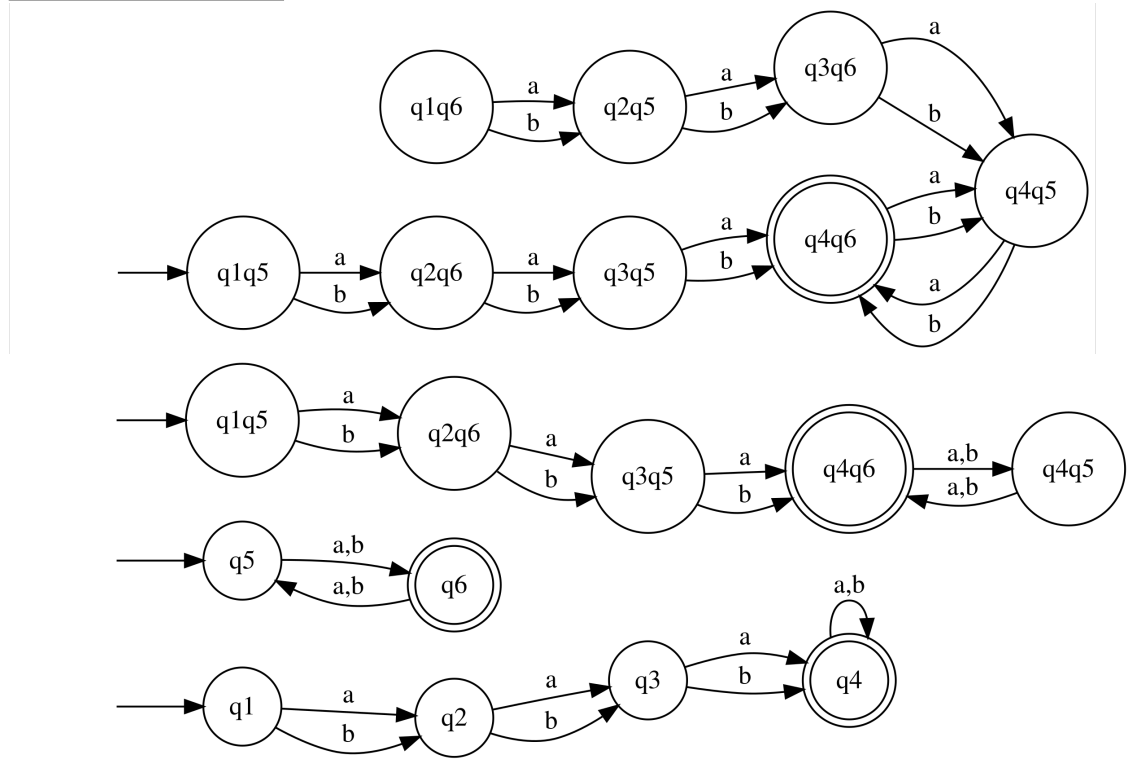
	a	b
q_1, q_4	q_2, q_4	q_1, q_5
q_1, q_5	q_2, q_5	q_1, q_6
q_1, q_6	q_2, q_6	q_1, q_6
q_2, q_4	q_3, q_4	q_2, q_5
q_2, q_5	q_3, q_5	q_2, q_6
q_2, q_6	q_3, q_6	q_2, q_6
q_3, q_4	q_3, q_4	q_3, q_5
q_3, q_5	q_3, q_5	q_3, q_6
q_3, q_6	q_3, q_6	q_3, q_6



2.2

$L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega| \geq 3 \wedge |\omega| \text{ нечетное}\}$

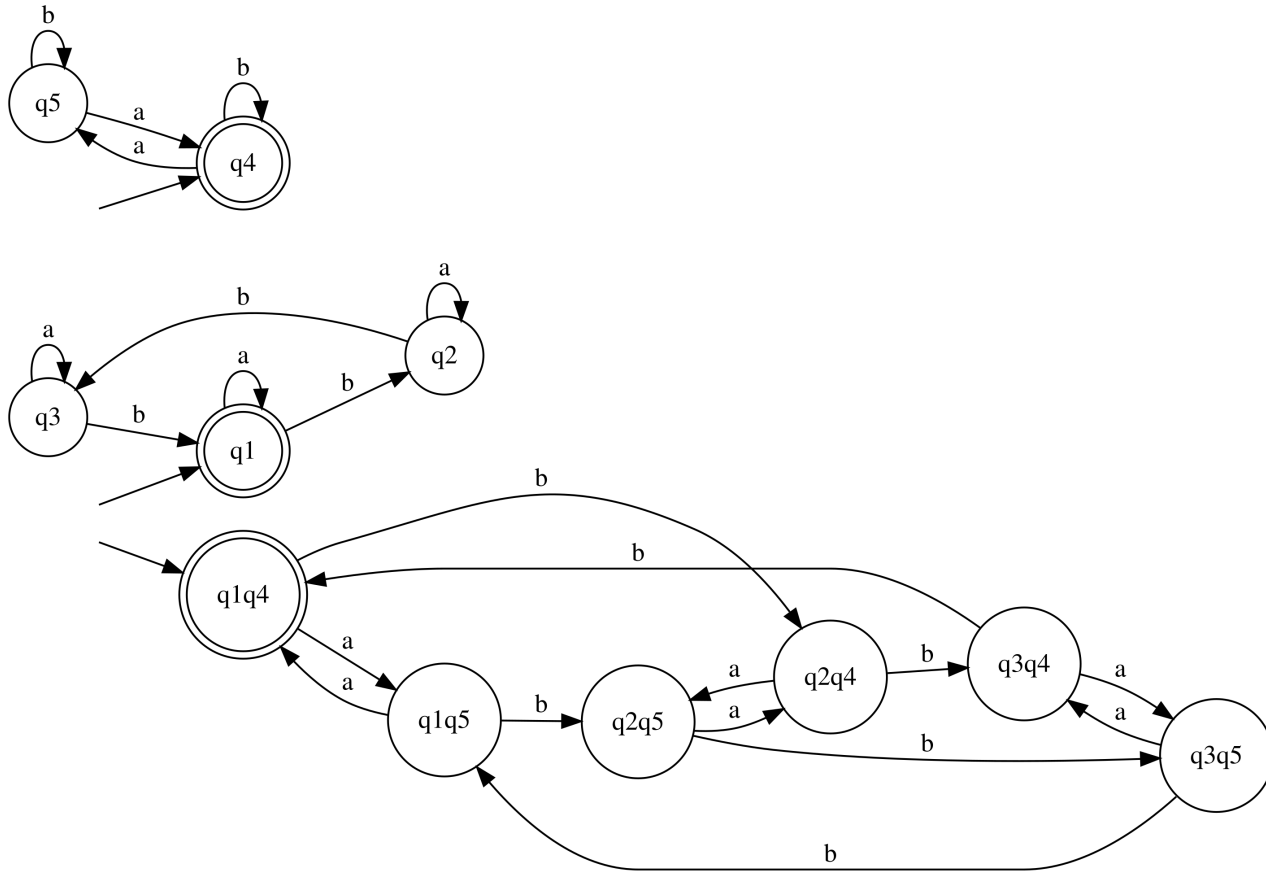
	a	b
q_1, q_5	q_2, g_6	q_2, g_6
q_1, q_6	q_2, g_5	q_2, g_5
q_2, q_5	q_3, g_6	q_3, g_6
q_2, q_6	q_3, g_5	q_3, g_5
q_3, q_5	q_4, g_6	q_4, g_6
q_3, q_6	q_4, g_5	q_4, g_5
q_4, q_5	q_4, g_6	q_4, g_6
q_4, q_6	q_4, g_5	q_4, g_5



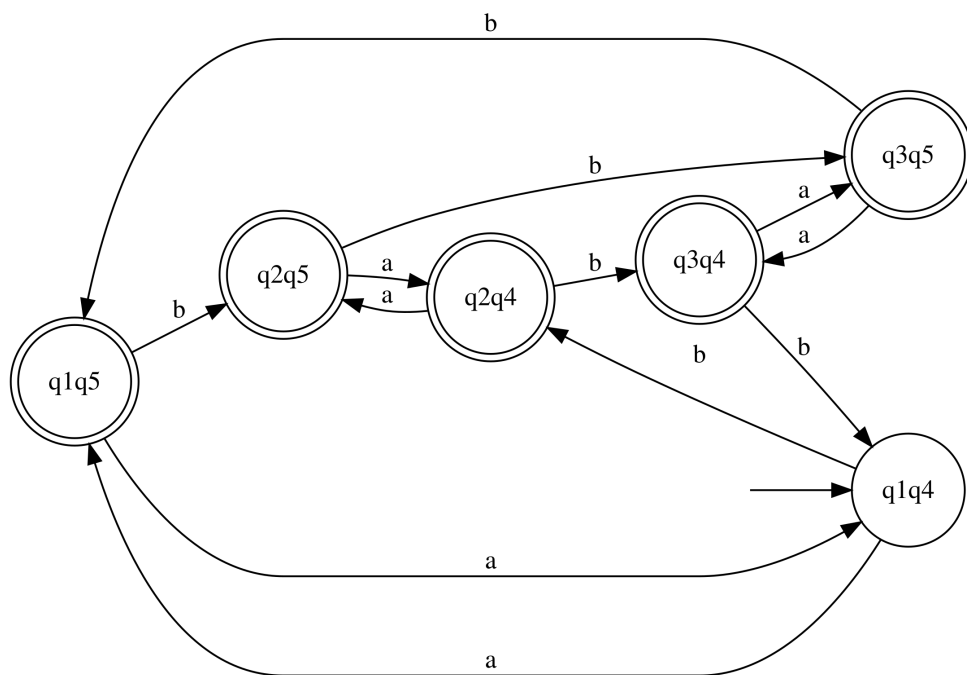
2.3

$$L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \text{ четное} \wedge |\omega|_b \text{ кратно } 3\}$$

	a	b
q_1, q_4	q_1, g_5	q_2, g_4
q_1, q_5	q_1, g_4	q_2, g_5
q_2, q_4	q_2, g_5	q_3, g_4
q_2, q_5	q_2, g_4	q_3, g_5
q_3, q_4	q_3, g_5	q_1, g_4
q_3, q_5	q_3, g_4	q_1, g_5



2.4
 $L_4 = \bar{L}_3$
 $T_4 = Q_3 \quad T_3 = q_1q_4, q_1q_5, q_2q_4, q_2q_5, q_3q_4, q_3q_5$



2.5

$$L_5 = L_2 / L_3$$

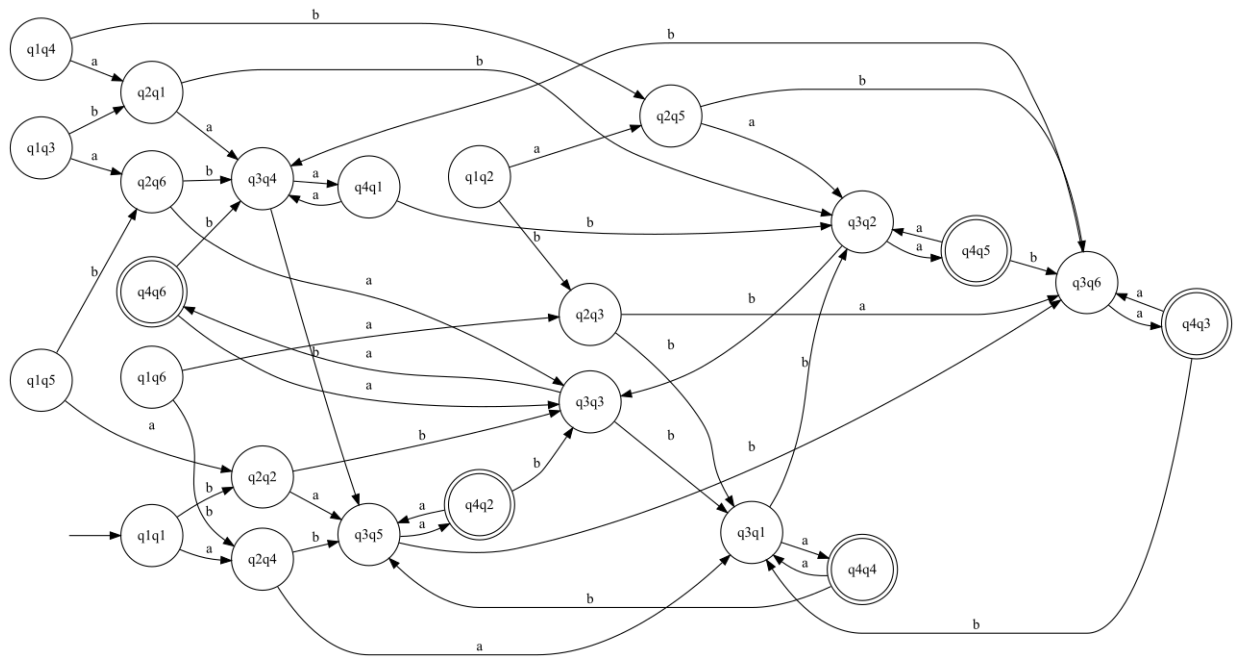
$$L_5 = L_2 / L_3 = L_2 \cap \neg L_3$$

За правильность не ручаюсь, но вероятно все сделано правильно.

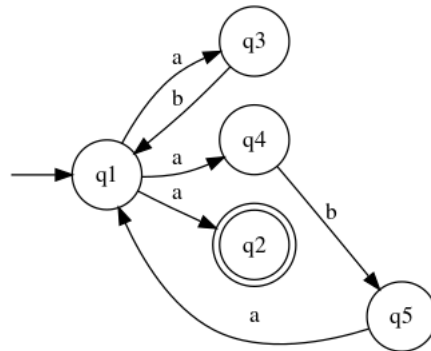
Выглядит страшно, но не ужасно

Часть узлов можно убрать, так как в них нельзя попасть, но я не стал этого делать

	a	b
q_1, q_1	q_2, g_4	q_2, g_2
q_1, q_2	q_2, g_5	q_2, g_3
q_1, q_3	q_2, g_6	q_2, g_1
q_1, q_4	q_2, g_1	q_2, g_5
q_1, q_5	q_2, g_2	q_2, g_6
q_1, q_6	q_2, g_3	q_2, g_4
q_2, q_1	q_3, g_4	q_3, g_2
q_2, q_2	q_3, g_5	q_3, g_3
q_2, q_3	q_3, g_6	q_3, g_1
q_2, q_4	q_3, g_1	q_3, g_5
q_2, q_5	q_3, g_2	q_3, g_6
q_2, q_6	q_3, g_3	q_3, g_4
q_3, q_1	q_4, g_4	q_3, g_2
q_3, q_2	q_4, g_5	q_3, g_3
q_3, q_3	q_4, g_6	q_3, g_1
q_3, q_4	q_4, g_1	q_3, g_5
q_3, q_5	q_4, g_2	q_3, g_6
q_3, q_6	q_4, g_3	q_3, g_4
q_4, q_1	q_3, g_4	q_3, g_2
q_4, q_2	q_3, g_5	q_3, g_3
q_4, q_3	q_3, g_6	q_3, g_1
q_4, q_4	q_3, g_1	q_3, g_5
q_4, q_5	q_3, g_2	q_3, g_6
q_4, q_6	q_3, g_3	q_3, g_4

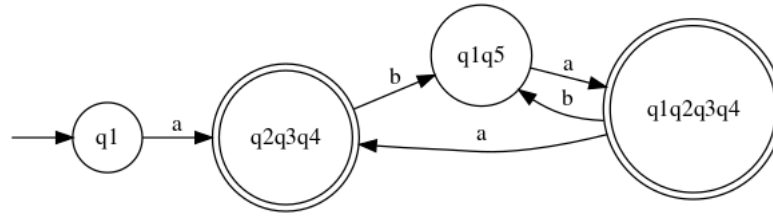


Задание 3. Построить минимальный ДКА по регулярному выражению
 3.1
 $(ab + aba)^*a$
 НКА



Строим по алгоритму Томсона ДКА

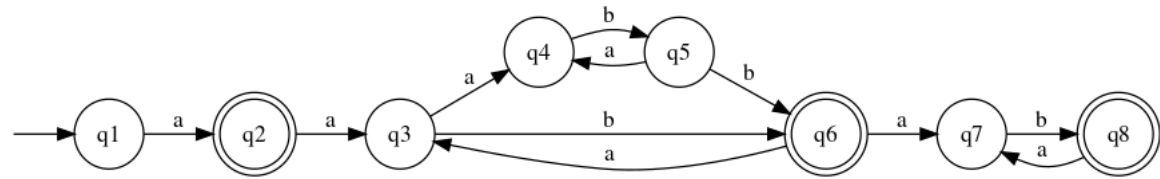
	a	b
q_1	q_2, g_3, q_4	
q_2, g_3, q_4		q_1, g_5
q_1, g_5	q_1, q_2, g_3, q_4	
q_1, q_2, g_3, q_4	q_2, g_3, q_4	q_1, g_5



3.2

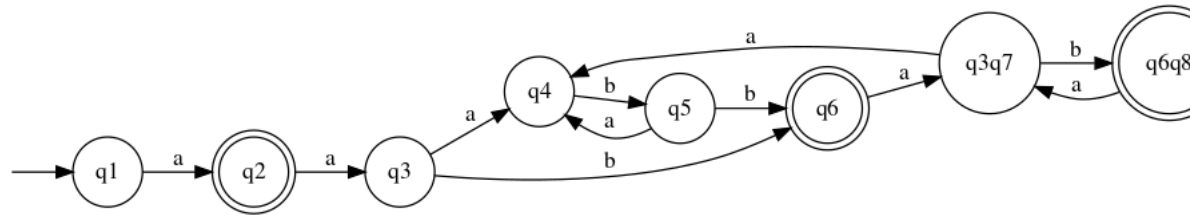
$a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$

НКА

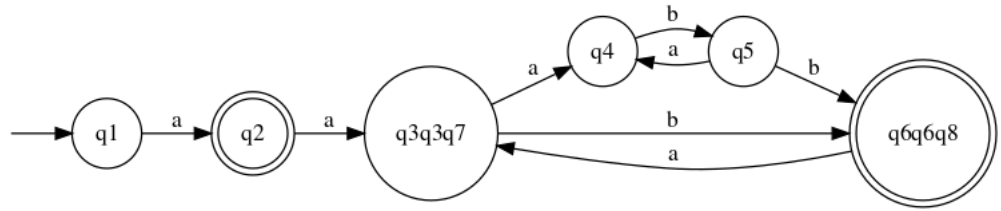


Строим по алгоритму Томсона ДКА

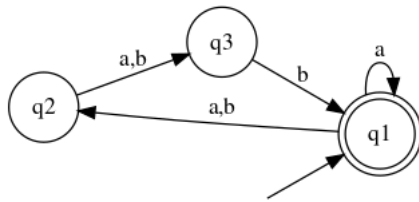
	a	b
q_1	q_2	
q_2	q_3	
q_3	q_4	q_6
q_4		q_5
q_5	q_4	q_6
q_6	q_3, q_7	
q_3, q_7	q_4	q_6, q_8
q_6, q_8	q_3, q_7	



	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_3q_7	q_6q_8
q_1		+	+	+	+	+	+	+
q_2	+		+	+	+	+	+	+
q_3	+	+		+	+	+		+
q_4	+	+	+		+	+	+	+
q_5	+	+	+	+		+	+	+
q_6	+	+	+	+	+		+	
q_3, q_7	+	+		+	+	+		+
q_6, q_8	+	+	+	+	+		+	

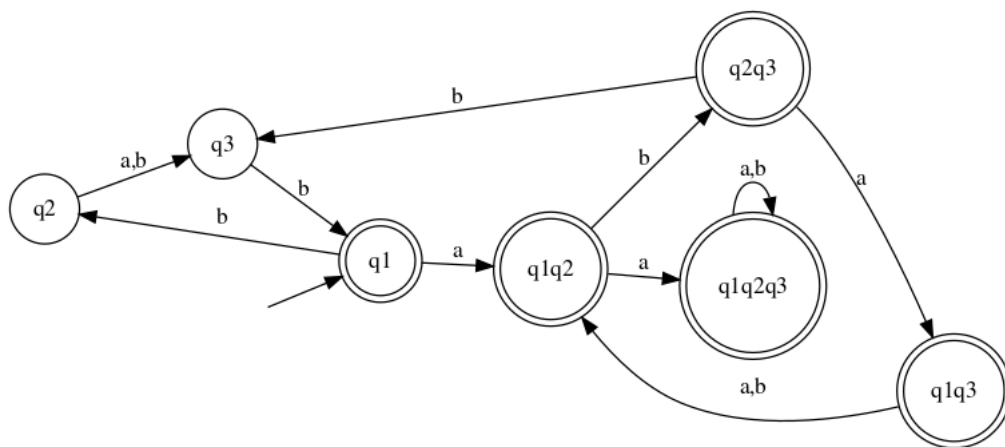


3.3
 $(a + (a + b)(a + b)b)^*$
 НКА

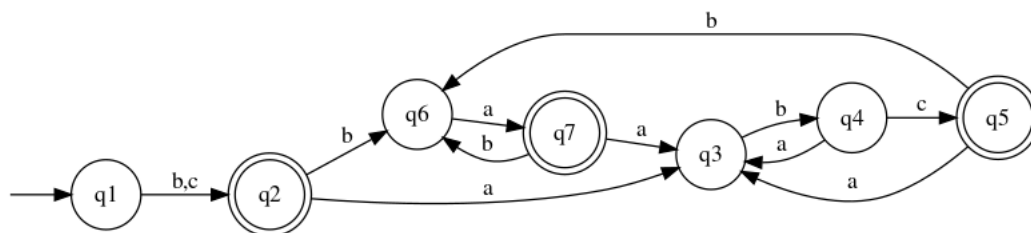


Строим по алгоритму Томсона ДКА

	a	b
q_1	q_1, q_2	q_2
q_2	q_3	q_3
q_3		q_6
q_1, q_2	q_1, q_2, q_3	q_2, q_3
q_2, q_3	q_1, q_3	q_3
q_1, q_3	q_1, q_2	q_1, q_2
q_1, q_2, q_3	q_1, q_2, q_3	q_1, q_2, q_3



3.4
 $(b + c)((ab)^*c + (ba)^*)^*$
 НКА

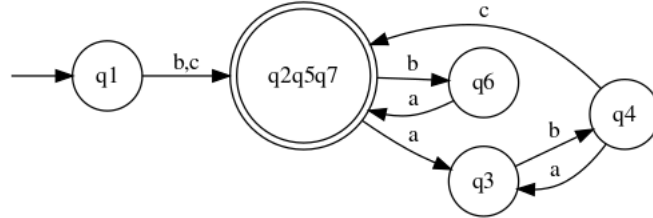


Строим по алгоритму Томсона ДКА

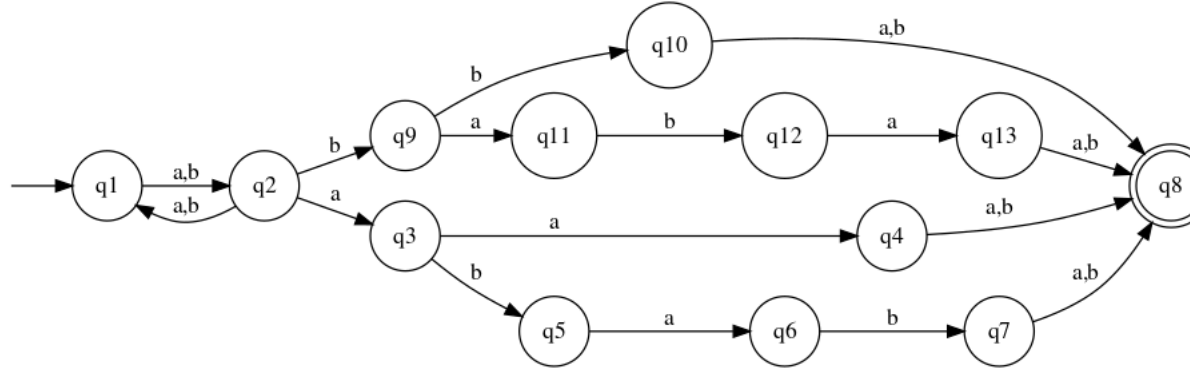
	a	b	c
q_1		q_2	q_2
q_2	q_3	q_6	
q_3		q_4	
q_4	q_3		q_5
q_5	q_3	q_6	
q_6	q_7		
q_7	q_3	q_6	

Получается ДКА представлен сверху

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7
q_1		+	+	+	+	+	+
q_2	+		+	+		+	
q_3	+	+		+	+	+	+
q_4	+	+	+		+	+	+
q_5	+		+	+		+	
q_6	+	+	+	+	+		+
q_7	+		+	+		+	

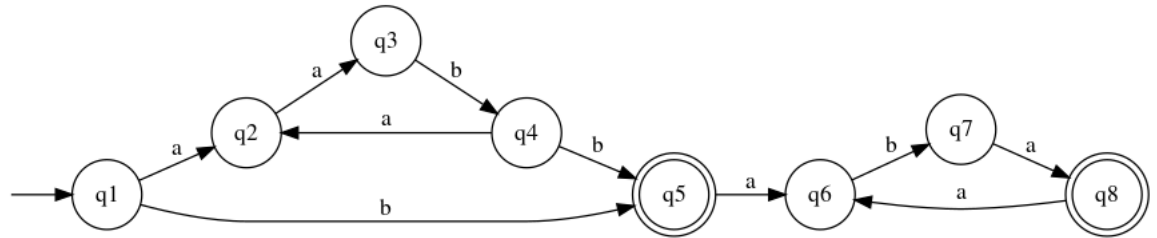


3.5
 $(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$
 НКА



Задание 4. Определить является ли язык регулярным или нет

4.1
 $L = \{(aab)^n b (aba)^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$



Язык регулярный, так как понему можно построить ДКА

4.2
 $L = \{uaav \mid u \in \{a, b\}^*, v \in a, b^*, |u|_b \geq |v|_a\}$

Рассмотрим слово

$w = b^n a a a^n, \forall n \in N$, тогда $|w| = n+2+n > n$. Рассмотрим разбиения слова $w = xyz$ такие, что $|xy| \leq n, |y| \neq 0$.

$x = b^i, y = b^j, z = b^{n-i-j} a a a^n, 1 \leq i+j \leq n$ and $j > 0$

$xy^0 z = b^i b^{n-i-j} a a a^n = b^{n-j} a a a^n \notin L \implies L$ не регулярный язык

4.3

$L = \{a^m w \mid w \in \{a, b\}^*, 1 \leq |w|_b \leq m\}$

Рассмотрим слово

$w = a^n b^n, \forall n \in N$, тогда $|w| = n + n \geq n$. Рассмотрим разбиения слова $w = xyz$ такие, что $|xy| \leq n, |y| \neq 0$.

$x = a^i, y = a^j, z = a^{n-i-j} b^n, i+j \leq n$ and $j > 0$

$xy^0 z = a^i a^{n-i-j} b^n = a^{n-j} b^n \notin L \implies L$ не регулярный язык

4.4

$L = \{a^k b^m a^n \mid k = n \vee m > 0\}$

Рассмотрим слово

$w = a^n b a^n, \forall n \in N$, тогда $|w| = n+1+n > n$. Рассмотрим разбиения слова $w = xyz$ такие, что $|xy| \leq n, |y| \neq 0$.

$x = a^i, y = a^j, z = a^{n-i-j} b a^n, i+j \leq n$ and $j > 0$

$xy^2 z = a^i a^{2j} a^{n-i-j} b a^n = a^{n+j} b a^n \notin L \implies L$ не регулярный язык.

На самом деле y^2 можно заменить на y^m где $m \geq 2$

4.5

$L = \{u c v \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^R\}$

Рассмотрим слово

$w = (ab)^n c (ab)^n = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{4n+1}, \forall n \in N$, тогда $|w| = 4n+1 > n$. Рассмотрим разбиения слова $w = xyz$ такие, что $|xy| \leq n, |y| \neq 0$.

$x = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_i, y = \alpha_{i+1} \alpha_{i+2} \dots \alpha_{i+j}, z = \alpha_{i+j+1} \alpha_{i+j+2} \dots \alpha_{4n+1} c (ab)^n, i+j \leq n$ and $j > 0$

$xy^2 z = (\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_i) (\alpha_{i+1} \alpha_{i+2} \dots \alpha_{i+j})^2 z \notin L \implies L$ не регулярный язык.

В последней строчке добавил z, так как что-то произошло с латехом и он не хотел преобразовывать ф