

Домашнее задание 3

Шевцов А-13а-19

2. Машины Тьюринга

Результаты работы в файлах YAML, как требуется - формат такой же, как даёт экспорт turingmachine.io.

2.1 Операции с числами

Реализуйте машины Тьюринга, которые позволяют выполнять следующие операции:

1. Сложение двух унарных чисел (1 балла)

YAML

2. Умножение унарных чисел (1 балл)

YAML

2.2 Операции с языками и символами

Реализуйте машины Тьюринга, которые позволяют выполнять следующие операции:

1. Принадлежность к языку $L = \{0^n 1^n 2^n\}, n \geq 0$ (0.5 балла)

примечание: ответ на ленте 0 или 1

YAML

2. Проверка соблюдения правильности скобок в строке (минимум 3 вида скобок) (0.5 балла)

примечание: ответ на ленте 0 или 1

YAML

3. Поиск минимального по длине слова в строке (слова состоят из символов 1 и 0 и разделены пробелом) (1 балл)

YAML

3 Квантовые вычисления

В качестве решения задачи надо предоставить схему алгоритма для частного случая при фиксированном количестве кубитов и фиксированных состояниях.

3.1 Генерация суперпозиций 1 (1 балл)

Дано N кубитов ($1 \leq N \leq 8$) в нулевом состоянии $|0...0\rangle$. Также дана некоторая последовательность битов, которое задаёт ненулевое базисное состояние размера N . Задача получить суперпозицию нулевого состояния и заданного.

$$|Si\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0...0\rangle + |\psi\rangle)$$

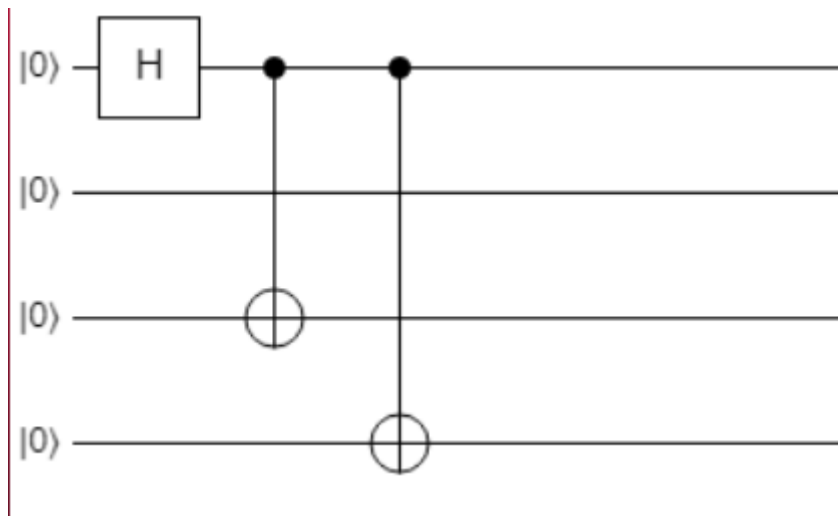
То есть требуется реализовать операцию, которая принимает на вход: То есть требуется реализовать операцию, которая принимает на вход:

1. Массив кубитов qs
2. Массив битов $bits$ описывающих некоторое состояние $|\psi\rangle$. Это массив имеет тот же самый размер, что и qs . Первый элемент этого массива равен 1.

Решение:

Частный случай $N = 4$:

$$|Si\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0000\rangle + |1011\rangle)$$



Код:

```
namespace Solution{
    open Microsoft.Quantum.Canon;
    open Microsoft.Quantum.Intrinsic;
    operation Solve (qs : Qubit[], bits : Bool[]) : Unit
    {
        H(qs[0]);
        for i in 1 .. Length(qs)-1{
            if(bits[i]){
                CNOT(qs[0], qs[i]);
            }
        }
    }
}
```

3.2 Различение состояний 1 (1 балл)

Дано N кубитов ($1 \leq N \leq 8$), которые могут быть в одном из двух состояний:

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\dots 0\rangle + |1\dots 1\rangle)$$

$$|W\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}(|10\dots 0\rangle + |01\dots 0\rangle + |00\dots 1\rangle)$$

Требуется выполнить необходимые преобразования, чтобы точно различить эти два состояния. Возвращать 0, если первое состояние и 1, если второе.

Решение:

Частный случай $N = 4$:

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0000\rangle + |1111\rangle)$$

$$|W\rangle = \frac{1}{\sqrt{4}}(|1000\rangle + |0100\rangle + |0010\rangle + |0001\rangle)$$

Эти два состояния абсолютно различны и для их различения надо их просто измерить их. Во втором один из кубитов будет всегда давать одну единицу, в то время, как первый - или все или 0.

Заметим, что для $N = 1$ мы не можем их различить точно:

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle$$

$$|W\rangle = |1\rangle$$

Код:

```
namespace Solution{
    open Microsoft.Quantum.Canon;
    open Microsoft.Quantum.Intrinsic;
    operation Solve (qs : Qubit[]) : Int
    {
        mutable countOnes = 0;
        for i in 0..Length(qs)-1 {
            if (M(qs[i]) == One) {
                set countOnes += 1;
            }
        }
        if (countOnes == 0 or countOnes == Length(qs)) {
            return 0;
        }
        return 1;
    }
}
```

3.3 Различение состояний 2 (2 балла)

Дано 2 кубита, которые могут быть в одном из двух состояний:

$$|S_0\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$$

$$|S_1\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

$$|S_2\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle - |11\rangle)$$

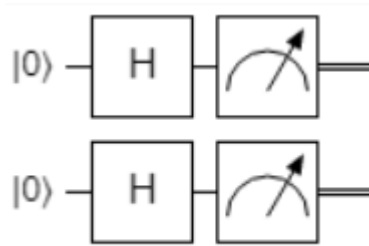
$$|S_3\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$$

Требуется выполнить необходимые преобразования, чтобы точно различить эти четыре состояния. Возвращать требуется индекс состояния (от 0 до 3).

Решение:

тк мы не можем просто различить эти состояния, то применим преобразование: для

каждого кубита оператор $H \Rightarrow$ их комбинация $U = H \otimes H = \begin{pmatrix} 1H & 1H \\ 1H & -1H \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$


Таким образом, $US_j = |j_2\rangle, j = 0..3 \Rightarrow$ мы имеем 4 легко различимых вектора.
Код:

```
namespace Solution{
    open Microsoft.Quantum.Canon;
    open Microsoft.Quantum.Intrinsic;
    operation Solve (qs : Qubit[]) : Int
    {
        H(qs[0]);
        H(qs[1]);
        let a = M(qs[0]);
        let b = M(qs[1]);
        let result = (a == One ? (b == One ? 3 | 2) | (b == One ? 1 | 0));
        return result;
    }
}
```