

Домашняя работа №3

МАШИНЫ ТЬЮРИНГА И КВАНТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

ЗАДАНИЕ 1. Операции с числами

Реализуйте машины Тьюринга, которые позволяют выполнять следующие операции:

1. Сложение двух унарных чисел

Машина Тьюринга принимает две последовательности единиц, разделённых плюсом (например, 1111+11), после выполнения алгоритма машина установит каретку на начало результирующего числа. Машина будет удалять первую единицу и заменять знак + между числами на единицу, тем самым 'склеивая' аргументы. составить таблицу переходов (используя нотацию из курса мат. логики):

состояние	1	+	ε
first	toPlus, ε , R	done, ε , R	
toPlus	R	toStart, 1, L	
toStart	L		done, R
done			H

Код для реализации машины Тьюринга доступен по [этой ссылке](#).

2. Умножение унарных чисел

Для того, чтобы составить машину Тьюринга определим умножение следующим образом:

$$\begin{aligned}\text{mult}(0, b) &= 0 \\ \text{mult}(a, b) &= b + \text{mult}(a - 1, b)\end{aligned}$$

Машина Тьюринга принимает две последовательности единиц, разделённых знаком умножения (например, 1111*11), после выполнения алгоритма машина установит каретку на начало результирующего числа. Суть алгоритма заключается в последовательном уменьшении a и копировании b на каждом шаге. Составим таблицу переходов:

состояние	1	*	ε
eachA	toB, ε , R	skip, *, R	
toB	R	eachB, *, R	
nextA	L	L	eachA, 1, R
skip	R		H
eachB	sep, ε , R		nextA, ε , L
sep	add, 1, R		R
add	R		1, sepL, ε , L
sepL	L		nextB, ε , L
nextB	L		eachB, 1, R

Код для реализации машины Тьюринга доступен по [этой ссылке](#).

ЗАДАНИЕ 2. Операции с языками и символами

Реализуйте машины Тьюринга, которые позволяют выполнять следующие операции:

1. **Принадлежность к языку** $L = \{0^n 1^n 2^n\}, n \geq 0$.

Машина Тьюринга будет принимать слово и в конце своей работы записывать Т, если слово принадлежит языку, и F - если не принадлежит.

Будем помечать тройки из символов 0, 1, 2 буквами a, b, c, продвигаясь по слову вперёд. Как только пометим все буквы и достигнем пустого символа, можем считать, что исходное слово принадлежит языку L , если по какой-то причине этого не удалось сделать (например, раньше чем нужно достигли конца или встретили неожиданный символ), то слово не принадлежит языку.

Составим таблицу переходов:

состояние	0	1	2	a	b	c	ε
q_0	$q_1 aR$	$q_{end} FR$	$q_{end} FR$	$q_{end} FR$	$q_{scan} bR$	$q_{end} TR$	
q_1	R	$q_2 bR$			R		
q_2		R	$q_{back} cR$			R	
q_{back}	L	L		$q_0 aR$	L	L	
q_{scan}	$q_{end} FR$	$q_{end} FR$	$q_{end} FR$	$q_{end} FR$	R	R	$q_{end} TR$
q_{end}							L

Код для реализации машины Тьюринга доступен по [этой ссылке](#).

2. **Проверка соблюдения правильности скобок в строке**

Пусть машина Тьюринга принимает последовательность скобок и в конце своей работы устанавливает Т, если последовательность правильная, F - если неправильная. Будем пользоваться следующим алгоритмом:

- Движемся вправо до появления некоторой закрывающей скобки, пусть \rangle , заменяем её буквой A (другие скобки заменяем другими буквами).
- Теперь возвращаемся назад, пока не найдём соответствующую открывающую скобку, пропуская все помеченные скобки, если найдём открывающую скобку другого типа или пустой символ (т.е. вернёмся в начало), то слово неправильное.
- Нужную открывающую скобку тоже заменяем на A и повторяем этот процесс.

Если, выполняя данный процесс, достигли пустого символа (в данном случае конца слова), то слово правильное.

Составим таблицу переходов:

состояние	(<	})	>	}	A	B	C	ε
q_{right}	R	R	R				R	R	R	$q_{end} TR$
q_A	$q_{right} AR$	$q_{end} FR$	$q_{end} FR$				L	L	L	$q_{end} FR$
q_B	$q_{end} FR$	$q_{right} BR$	$q_{end} FR$				L	L	L	$q_{end} FR$
q_C	$q_{end} FR$	$q_{end} FR$	$q_{right} CR$				L	L	L	$q_{end} FR$
q_{end}							L	L	L	L

Код для реализации машины Тьюринга доступен по [этой ссылке](#).