



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования

**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Институт	ИВТИ
Кафедра	УИТ

**Типовые расчеты**

**Дисциплина: ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ**

**Вариант 16**

Студент гр. А-02-22

\_\_\_\_\_  
(подпись)

Сидора Д.А.

Преподаватель

\_\_\_\_\_  
(оценка/зачёт, подпись)

Пепа Р.Ю.

Москва

2024

№1

$$N \quad \frac{N \pm \sqrt{B \pm 16}}{\sqrt{4.00}} \quad \frac{f}{2} - 0,11^2 - 3,6$$

$$f = \frac{f}{2} - 0,0121 - 3,6 = -3,1121$$

$$\left. \begin{array}{l} x=4 \\ y=0,11 \\ z=3,6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta x=0,5 \\ \Delta y=0,005 \\ \Delta z=0,05 \end{array}$$

$$\Delta f = |f'_x| \Delta x + |f'_y| \Delta y + |f'_z| \Delta z =$$

$$= \frac{f}{2\sqrt{43}} \cdot 0,5 + 0,22 \cdot 0,005 + 1 \cdot 0,05 = 0,08235$$

$$f = -3,1121 \pm 0,08235$$

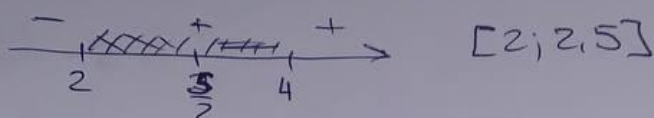
$$\begin{array}{l} 0,08235 \leq 0,1 \oplus \\ 0,08235 \leq 0,01 \oplus \\ 0,08235 \leq 0,001 \ominus \end{array} \quad \Rightarrow f = -3,11 \pm 0,08$$

$$\delta f = \frac{0,08}{3,11} \cdot 100\% = \frac{\Delta f}{|f^*|} \cdot 100\% \approx 2,57\%$$

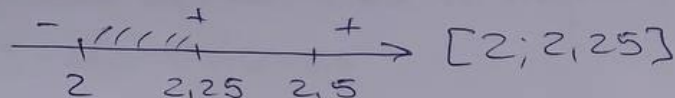
Ответ:  $-3,11 \pm 0,08$ .

№2/1316/  $\varepsilon = 0,01$ ;  ~~$\frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1$~~   
 $\frac{1}{x-2} = \sqrt{x} - 1$ . Возьмем отрезок логарифмируем  $[2; 4]$

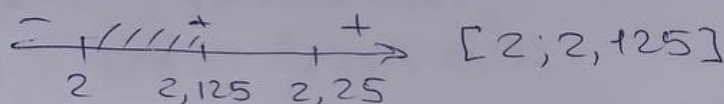
1)



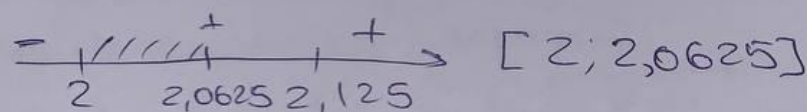
2)



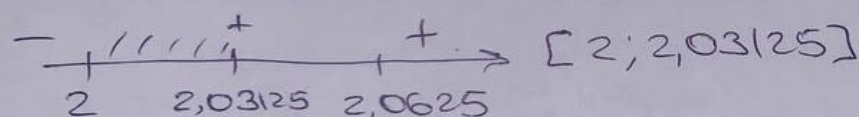
3)



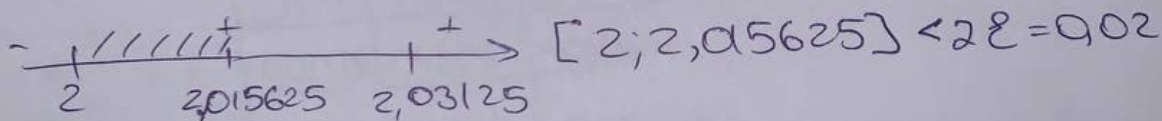
4)



5)



6)



$$X = \frac{(2 + 2,015625)}{2} \pm 0,01 = \underline{\underline{2,0078125 \pm 0,01}}$$

Ответ

### №3 – не получился

№3/В16/  $\varepsilon = 0,0001$ ;  $f(x) = \frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1$ ; отпр.  $10x - u$   $[2; 4]$ .

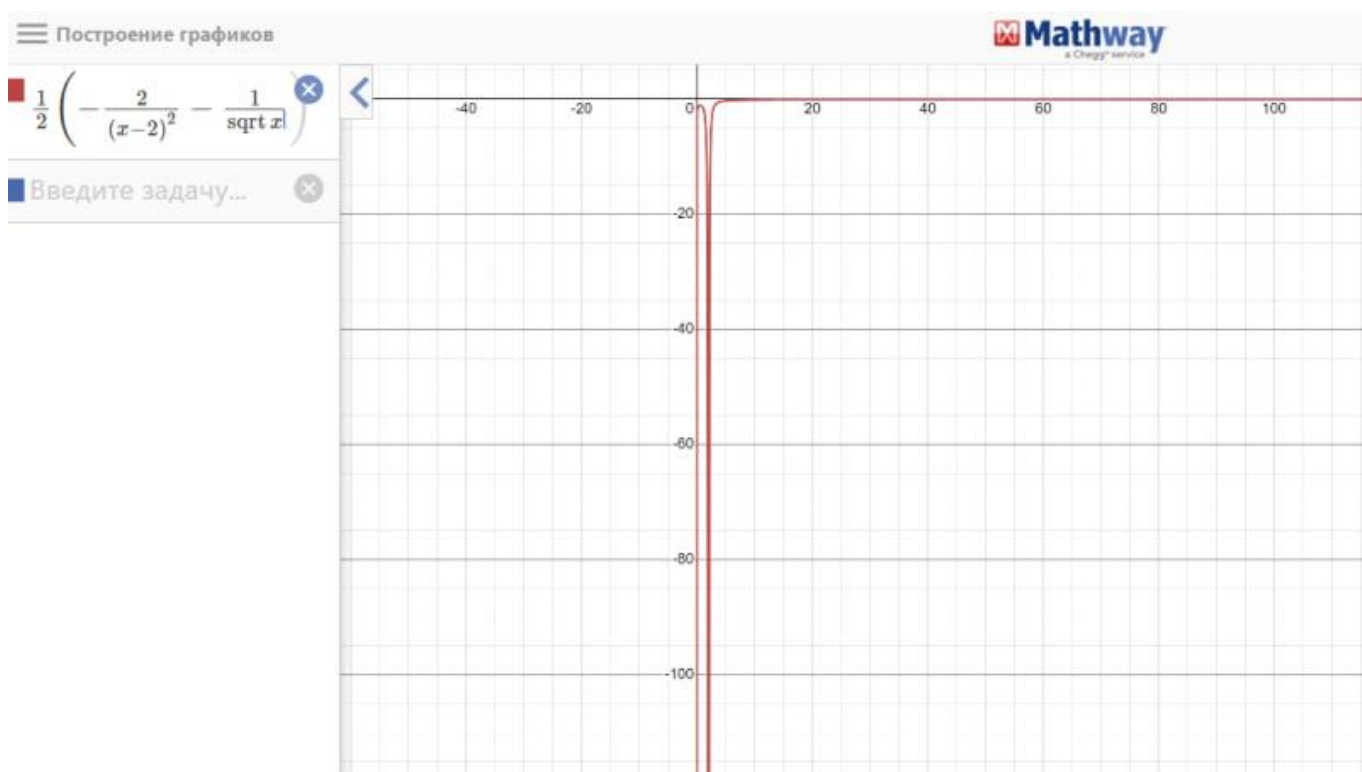
Приведем к виду  $u(x) = x - \alpha f(x)$ , где  $\alpha = \frac{2}{M+m}$

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1 = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left( -\frac{2}{(x-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

По графику производной видно, что она всегда  $< 0$ .

$$M = f'(4) = -\frac{1}{2}, \quad m = f'(2) = \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 0,3536 ?$$



№4/Б16/ Метод Ньютона,  $\varepsilon = 10^{-3}$

$$f(x) = x - 2e^{-x} - 1 \quad [a, b] \rightarrow [1; 3]$$

$$f'(x) = 1 + 2e^{-x}$$

$$f''(x) = -2 \cdot e^{-x}$$

Разобьем интервал на 10 подынтервалов:

$$h_2 = 1 + 2(3-1)/10 = 1,4$$

$$h_3 = 1 + (2+1)(3-1)/10 = 1,6$$

$$f(1,4) = -0,0932; \quad f(1,6) = 0,196$$

Знач. ф-ции имеют разные знаки  $\Rightarrow$  корень в  $[1,4; 1,6]$ .

Критерий остановки итераций:

$$|f(x_k)| < \varepsilon \cdot m_l \Leftrightarrow |x_k - x_{k-1}| < \sqrt{2\varepsilon \frac{m_l}{M_2}}, \text{ где } M_2 = \max |f''(x)|, \\ m_l = \min |f'(x)|$$

N	x	f(x)	f'(x)	$h = \frac{f(x)}{f'(x)}$
1	1,4	-0,09319	1,4932	-0,06241
2	1,4624	-0,000941	1,4624	-0,000643
3	1,4631	0	1,4631	0
4	1,4631	0	1,4631	0

Ответ:  $x = 1,46305551; f(x) = 0$



5) 16)  $A = \begin{pmatrix} -4 & 7 & -10 & -2 \\ -8 & 8 & -22 & 1 \\ -32 & 44 & -82 & -6 \\ -32 & 116 & -64 & -74 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 23 \\ 47 \\ 186 \\ 182 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} -4 & 7 & -10 & -2 & 23 \\ -8 & 8 & -22 & 1 & 47 \\ -32 & 44 & -82 & -6 & 186 \\ -32 & 116 & -64 & -74 & 182 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-2)} \begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 & -5 & -1 \\ -8 & 8 & -22 & 1 & 47 \\ -32 & 44 & -82 & -6 & 186 \\ -32 & 116 & -64 & -74 & 182 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-4)}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 & -5 & -1 \\ 0 & -12 & -6 & 10 & 2 \\ -32 & 44 & -82 & -6 & 186 \\ -32 & 116 & -64 & -74 & 182 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 & -5 & -1 \\ 0 & -12 & -6 & 10 & 2 \\ 0 & -72 & -18 & 68 & 4 \\ -32 & 116 & -64 & -74 & 182 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2)}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6 & 10 & 2 \\ 0 & -72 & -18 & 68 & 4 \\ -32 & 116 & -64 & -74 & 182 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-6)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -18 & -8 & 8 \\ 0 & -72 & -18 & 68 & 4 \\ -32 & 116 & -64 & -74 & 182 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3)}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 8 & -8 \\ 0 & 0 & -18 & -8 & 8 \\ 0 & -72 & -18 & 68 & 4 \\ -32 & 116 & -64 & -74 & 182 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 8x_4 = -8 \\ -18x_3 - 8x_4 = 8 \\ -72x_2 - 18x_3 + 68x_4 = 4 \\ -32x_1 + 116x_2 - 64x_3 - 74x_4 = 182 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_4 = -1 \\ -18x_3 = 8 - 8 = 0 \\ -72x_2 = 72 \\ -32x_1 = 182 - 74 + 116 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_4 = -1 \\ x_3 = 0 \\ x_2 = -1 \\ x_1 = -7 \end{cases}$$

Ответ:  $X = (-7; -1; 0; -1)$ .

№8 (B16) Решить  $Ax = b$  методом прогонки.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 20 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 22 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 10 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 10 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} -73 \\ 106 \\ 72 \\ -76 \\ 20 \end{pmatrix}$$

Вычисляем прогоночные коэф.:

$$1) \alpha_1 = -\frac{c_1}{b_1} = -\frac{-5}{8} = \frac{5}{8}; \beta_1 = \frac{d_1}{b_1} = -\frac{73}{8}; \gamma_2 = b_2 + \alpha_1 a_2 = 20 + \frac{5}{8}(-6) = 16\frac{1}{4}$$

$$2) \alpha_2 = -\frac{c_2}{\gamma_2} = \frac{5}{16,25} = 0,307692; \beta_2 = \frac{d_2 - \beta_1 a_2}{\gamma_2} = \frac{106 - \frac{73}{8}(-6)}{16,25} = 3,153846$$

$$\gamma_3 = b_3 + \alpha_2 a_3 = 22 + 0,307692 \cdot (-6) = 20,153848$$

$$3) \alpha_3 = -\frac{c_3}{\gamma_3} = \frac{-5}{20,153848} = -0,248092;$$

$$\beta_3 = \frac{d_3 - \beta_1 a_3}{\gamma_3} = \frac{72 - \frac{73}{8}(-6)}{-0,248092} = -69,530667$$

$$\gamma_4 = b_4 + \alpha_3 a_4 = 10 + (-0,248092)(-2) = 10,496184$$

$$\alpha_4 = -\frac{c_4}{\gamma_4} = \frac{-4}{10,496184} = -0,381091$$

$$\beta_4 = \frac{d_4 - \alpha_4 \beta_3}{\gamma_4} = \frac{-76 - (-2)(-69,530667)}{10,496184} = -20,489481$$

$$\beta_5 = \frac{d_5 - \alpha_5 \beta_4}{b_5 + \alpha_4 a_5} = \frac{20 - 5 \cdot 20,489481}{10 + 5 \cdot 0,381091} = -6,925184$$

Найдем ответ:

$$\begin{cases} X_5 = \beta_5 = -6,925184 \\ X_4 = \alpha_4 X_5 + \beta_4 = -0,381091(-6,925184) - 20,489481 = -17,850356 \\ X_3 = \alpha_3 X_4 + \beta_3 = -0,248092(-17,850356) - 69,530667 = -65,102136 \\ X_2 = \alpha_2 X_3 + \beta_2 = 0,307692(-65,102136) + 3,153846 = -16,877559 \\ X_1 = \alpha_1 X_2 + \beta_1 = \frac{5}{8}(-16,877559) - \frac{73}{8} = -19,673471 \end{cases}$$

Ответ:  $X = (-19,673471; -16,877559; -65,102136; -17,850356; -6,925184)$ .



№9 / B.61

$$A = \begin{pmatrix} 2,847 & -0,447 & 0 \\ 0,302 & -1,036 & 1,63 \\ 1,311 & 2,661 & -2,226 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} -1,67 \\ 1,206 \\ -2,9 \end{pmatrix}$$

Поша  $\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |A_{ij}| = \max \{4,46; 4,144; 3,856\} = 4,46$

Поша  $\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |A_{ij}|^2} = 5,08737$

Поша  $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |A_{ij}| = \max \{3,294; 2,968; 6,198\} = 6,198$

Диагональ  $b = \begin{pmatrix} -1,67 \\ 1,206 \\ -2,9 \end{pmatrix}$  с нормировочными правами соответственно 0,005; 0,0005; 0,05.

$\|b\|_1 \neq \|Ab\| = |0,005| + |0,0005| + |0,05| = 0,0555$

$\|b\|_2 \quad \|Ab\| = \sqrt{(5 \cdot 10^{-3})^2 + (5 \cdot 10^{-4})^2 + (5 \cdot 10^{-2})^2} = 5,02 \cdot 10^{-2}$

$\|b\|_\infty \quad \|Ab\| = \max \{0,005; 0,0005; 0,05\} = 0,05$

Поша  $b$  норма:

$\|b\|_1 = |-1,67| + |1,206| + |-2,9| = 5,776$

$\|b\|_2 = \sqrt{1,67^2 + 1,206^2 + 2,9^2} = 3,557$

$\|b\|_\infty = \max \{ |-1,67|; |1,206|; |-2,9| \} = 2,9$

Относит. нормировочные:

$\delta_1 = \frac{0,0555}{5,776} \approx 0,0096$

$\delta_2 = \frac{5,02 \cdot 10^{-2}}{3,557} \approx 0,0141$

$\delta_3 = \frac{0,05}{2,9} \approx 0,0172$



**№11 – не получился**