

$$z = \frac{1}{\sqrt{4.00}} - 0.11^2 - 3.6$$

$$z = f(x, y, t) = \frac{1}{\sqrt{x}} - y^2 - t$$

$$x = 4.00 \pm 0.005 \quad y = 0.11 \pm 0.005 \quad t = 3.6 \pm 0.05 \quad \Delta \bar{z} - ? \quad \delta \bar{z} - ?$$

$$\Delta \bar{z} \widetilde{\leq} \left| \frac{\delta z}{\delta x} \right| \Delta \bar{x} + \left| \frac{\delta z}{\delta y} \right| \Delta \bar{y} + \left| \frac{\delta z}{\delta t} \right| \Delta \bar{t} = \left| \frac{1}{2x\sqrt{x}} \right| \cdot 0.005 + |2y| \cdot 0.005 + |1| \cdot 0.05 =$$

$$= \left| \frac{1}{2 \cdot 4.00 \cdot \sqrt{4.00}} \right| \cdot 0.005 + |2 \cdot 0.11| \cdot 0.005 + |1| \cdot 0.05 \cong 0.05 = \Delta \bar{z}$$

$$z = \frac{1}{2.00} - 0.0121 - 3.6 = -3.1121$$

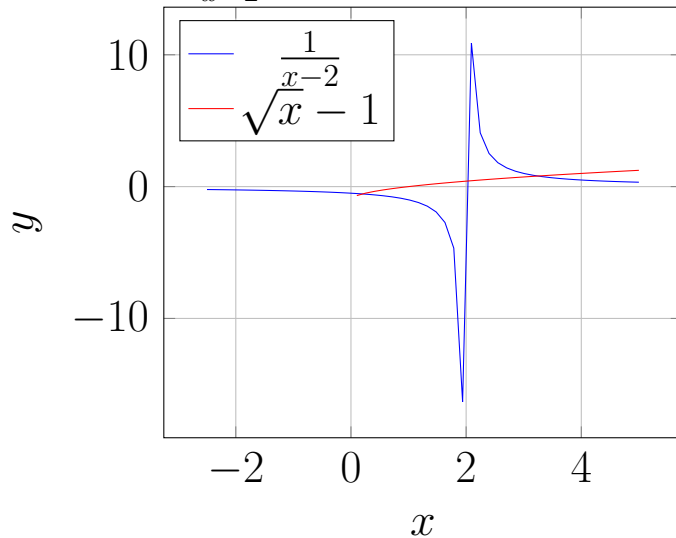
$$\delta z \cong \frac{\Delta \bar{z}}{|z|} = \frac{0.05}{3.1121} = 0.016 = 1.6\%$$

$$z = -3.1121 \pm 0.05 \Rightarrow \text{цыфры 3 и 1 являются верными}$$

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$ и найти его методом бисекции с точностью $\varepsilon_1 = 0.01$

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1$$

$$\text{Решение: } \frac{1}{x-2} = \sqrt{x} - 1$$



Очевидно, что $\bar{x} \in [3; 4] = [a^{(0)}; b^{(0)}]$

Проверим критерий окончания итераций: $b^{(0)} - a^{(0)} \leq 2\varepsilon - ?$

$4 - 3 > 0.02 \Rightarrow$ продолжаем вычисления.

Найдем середину текущего отрезка локализации: $x^{(0)} = \frac{a^{(0)} + b^{(0)}}{2} = \frac{3+4}{2} = 3,5$

Вычисляем:

$$f(a^{(0)}) = 0.267949 > 0 \quad f(x^{(0)}) = -0.204162 < 0$$

Если:

$f(a^{(0)})f(x^{(0)}) < 0 \Rightarrow \bar{x}$ находится на левой половине отрезка

$f(a^{(0)})f(x^{(0)}) > 0 \Rightarrow \bar{x}$ находится на правой половине отрезка

k	$a^{(k)}$	$x^{(k)}$	$b^{(k)}$	$f(a^{(k)})$	$f(x^{(k)})$	$b^{(k)} - a^{(k)}$	$b^{(k)} - a^{(k)} \leq 2\varepsilon - ?$
0	3	3.5	4	\oplus	\ominus	1	\ominus
1	3	3.25	3.5	\oplus	\ominus	0.5	\ominus
2	3	3.125	3.25	\oplus	\oplus	0.25	\ominus
3	3.125	3.1875	3.25	\oplus	\ominus	0.125	\ominus
4	3.125	3.15625	3.1875	\oplus	\ominus	0.0625	\ominus
5	3.125	3.140625	3.15625	\oplus	\oplus	0.03125	\ominus
6	3.140625	3.1484375	3.15625	\oplus	\ominus	0.015625	\oplus

⇓

$$\overline{x} = x^{(6)} + \varepsilon = 3.148 \pm 0.02$$

Найти корень нелинейного уравнения методом МПИ.

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1, \varepsilon = 0.0001$$

Решение: отр. лок.: $\bar{x} \in [3; 4] = [a^{(0)}; b^{(0)}]$

$$1. f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x-2} = \sqrt{x} - 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - 2$$

$$\text{Отсюда: } x = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - 2 = \varphi(x)$$

$$|\varphi'(x)| = \left| -\frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2} \right|$$

$$q = \max[a^0; b^0] |\varphi'(x)| = |\varphi'(4)| = 0.25 < 1 \Rightarrow \text{условие сходимости выполняется}$$

Возьмем в качестве начального приближения середину отрезка локализации:

$$x_0 = 3.5$$

$$\text{Вычисляем: } x_1 = \varphi(x_0) = \frac{1}{\sqrt{3.5}-1} - 2 \cong -0.852$$

$$\text{Проверим критерий окончания: } |x_k - x_{k-1}| \leq \frac{1-q}{q} \varepsilon :$$

$$|x_1 - x_0| \leq \frac{1-q}{q} \varepsilon$$

$$4.352 = |-0.852 - 3.5| \not\leq \frac{1-0.25}{0.25} 10^{-4} = 0.0003$$

$$x_2 = \varphi(x_1) = \frac{1}{\sqrt{-0.852}} - 2$$

$$f(x) = x - 2e^{-x} - 1 \quad [a; b] = [1; 3] \quad \varepsilon = 10^{-8}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - 2e^{-x_k} - 1}{\frac{e^{x_k+2}}{e^{x_k}}}$$

Возьмем в качестве начального приближения середину отрезка локализации:

$$x_0 = 2$$

Вычисляем:

$$x_1 = x_0 - \frac{x_0 - 2e^{-x_0} - 1}{\frac{e^{x_0+2}}{e^{x_0}}} = 2 - \frac{2 - 2e^{-2} - 1}{\frac{e^2+2}{e^2}} = 1.42603$$

Проверяем критерий окончания:

$$|x_1 - x_0| = 0.57397 \not\leq 0.00000001 \text{ - продолжаем вычисления}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{x_1 - 2e^{-x_1} - 1}{\frac{e^{x_1+2}}{e^{x_1}}} = 1.42603 - \frac{1.42603 - 2e^{-1.42603} - 1}{\frac{e^{1.42603+2}}{e^{1.42603}}} = 1.46284$$

$$|x_2 - x_1| = 0.03681 \not\leq 0.00000001 \text{ - продолжаем вычисления}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{x_2 - 2e^{-x_2} - 1}{\frac{e^{x_2+2}}{e^{x_2}}} = 1.46284 - \frac{1.46284 - 2e^{-1.46284} - 1}{\frac{e^{1.46284+2}}{e^{1.46284}}} = 1.46306$$

$$|x_3 - x_2| = 0.00022 \not\leq 0.00000001 \text{ - продолжаем вычисления}$$

$$x_4 = x_3 - \frac{x_3 - 2e^{-x_3} - 1}{\frac{e^{x_3+2}}{e^{x_3}}} = 1.46306 - \frac{1.46306 - 2e^{-1.46306} - 1}{\frac{e^{1.46306+2}}{e^{1.46306}}} = 1.46306$$

$$|x_4 - x_3| = 0 \leq 0.00000001$$

В этот раз неравенство выполнилось, поэтому итерации можно прекратить,

т.к. была достигнута точность $\varepsilon = 10^{-8}$

Ответ: $\bar{x} = 1.46306 \pm 0.00000001$

$$\left\{ \begin{array}{l} 7x_1 - 7x_2 - 9x_3 - 4x_4 = -67 \\ -14x_1 + 10x_2 + 14x_3 + 1x_4 = 139 + 2 \cdot I \\ -35x_1 + 3x_2 + 11x_3 - 36x_4 = 359 + 5 \cdot I \\ 49x_1 - 37x_2 - 45x_3 - 16x_4 = -409 - 7 \cdot I \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 7x_1 - 7x_2 - 9x_3 - 4x_4 = -67 \\ -4x_2 - 4x_3 - 7x_4 = 5 \\ -32x_2 - 34x_3 - 56x_4 = 24 - 8 \cdot II \\ 12x_2 + 18x_3 + 12x_4 = 60 + 3 \cdot II \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 7x_1 - 7x_2 - 9x_3 - 4x_4 = -67 \\ -4x_2 - 4x_3 - 7x_4 = 5 \\ -2x_3 = -16 \\ 6x_3 - 9x_4 = 75 \end{array} \right.$$

$$x_3 = \frac{-16}{-2} = 8$$

$$x_4 = \frac{75-6 \cdot 8}{-9} = -3$$

$$x_2 = \frac{5+4 \cdot 8+7 \cdot (-3)}{-4} = -4$$

$$x_1 = \frac{-67+7 \cdot (-4)+9 \cdot 8+4 \cdot (-3)}{7} = -5$$

$$\text{Ответ: } X = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 8 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 10 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 8 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 12 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -20 \\ 6 \\ 36 \\ -45 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_1 = -\frac{c_1}{b_1} = -\frac{-2}{4} = 0.5 \quad \beta_1 = \frac{d_1}{b_1} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\gamma_2 = b_2 + a_2 \cdot \alpha_1 = 10 + 3 \cdot 0.5 = 11.5$$

$$\alpha_2 = -\frac{c_2}{\gamma_2} = -\frac{2}{11.5} \quad \beta_2 = \frac{d_2 - a_2 \beta_1}{\gamma_2} = \frac{-20 - 3 \cdot 1}{11.5} = \frac{-23}{11.5} = -2$$

$$\gamma_3 = b_3 + a_3 \cdot \alpha_2 = 8 + 3 \cdot \frac{2}{11.5} = \frac{196}{23}$$

$$\alpha_3 = -\frac{c_3}{\gamma_3} = \frac{2}{\frac{196}{23}} = \frac{23}{98} \quad \beta_3 = \frac{d_3 - a_3 \beta_2}{\gamma_3} = \frac{6 - 3 \cdot 2}{\frac{196}{23}} = 0$$

$$\gamma_4 = b_4 + a_4 \cdot \alpha_3 = 12 + 3 \cdot \frac{23}{98} = \frac{1493}{98}$$

$$\alpha_4 = -\frac{c_4}{\gamma_4} = \frac{4}{\frac{1493}{98}} = \frac{392}{1493} \quad \beta_4 = \frac{d_4 - a_4 \beta_3}{\gamma_4} = \frac{36 - 3 \cdot 0}{\frac{1493}{98}} = \frac{3528}{1493}$$

$$\gamma_5 = b_5 + a_5 \cdot \alpha_4 = 5 - 3 \cdot \frac{392}{1493} = \frac{2594}{1493}$$

$$\beta_5 = \frac{d_5 - a_5 \beta_4}{\gamma_5} = \frac{-45 + 3 \cdot \frac{3528}{1493}}{\frac{2594}{1493}} = -22 \frac{1055}{1297}$$

$$x_5 = \beta_5 = -22 \frac{1055}{1297}$$

$$x_4 = \alpha_4 \cdot x_5 + \beta_4 = \frac{392}{1493} \cdot \left(-22 \frac{1055}{1297}\right) + \frac{3528}{1493} = -\frac{4704}{1297}$$

$$x_3 = \alpha_3 \cdot x_4 + \beta_3 = \frac{23}{98} \cdot \left(-\frac{4704}{1297}\right) + 0 = -\frac{1104}{1297}$$

$$x_2 = \alpha_2 \cdot x_3 + \beta_2 = -\frac{2}{11.5} \cdot \left(-\frac{1104}{1297}\right) - 2 = -\frac{2402}{1297}$$

$$x_1 = \alpha_1 \cdot x_2 + \beta_1 = 0.5 \cdot \left(-\frac{2402}{1297}\right) + 1 = \frac{96}{1297}$$

$$\text{Ответ: } X = \begin{pmatrix} \frac{96}{1297} \\ -\frac{2402}{1297} \\ -\frac{1104}{1297} \\ -\frac{4704}{1297} \\ -22 \frac{1055}{1297} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2.847 & -0.447 & 0 \\ 0.302 & -1.036 & 1.63 \\ 1.311 & 2.661 & -2.226 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -1.67 \\ 1.206 \\ -2.9 \end{pmatrix}$$

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq 3} \sum_{i=1}^3 |A_{ij}| = \max\{4.46; 4.144; 3.856\} = 4.46$$

$$\|A\|_E = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |A_{ij}|^2} = (2.847^2 + 0.447^2 + 0 + 0.302^2 + 1.036^2 + 1.63^2 + 1.311^2 + 2.661^2 + 2.226^2)^{0.5} \approx 5.09$$

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq 3} \sum_{j=1}^3 |A_{ij}| = \max\{3.294; 2.968; 6.198\} = 6.198$$

$$\|b\|_1 = \sum_{i=1}^3 |A_i| = |-1.67| + |1.206| + |-2.9| = 5.776$$

$$\|b\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^3 |A_i|^2} = \sqrt{1.67^2 + 1.206^2 + 2.9^2} \approx 3.557$$

$$\|b\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq 3} |A_i| = \max\{1.67; 1.206; 2.9\} = 2.9$$

$$\Delta_1 b = |5 \cdot 10^{-3}| + |5 \cdot 10^{-4}| + |5 \cdot 10^{-2}| = 0.0555$$

$$\Delta_2 b = \sqrt{(5 \cdot 10^{-3})^2 + (5 \cdot 10^{-4})^2 + (5 \cdot 10^{-2})^2} \approx 0.05$$

$$\Delta_\infty b = \max\{|5 \cdot 10^{-3}|; |5 \cdot 10^{-4}|; |5 \cdot 10^{-2}|\} = 0.05$$

$$\delta_1 b = \frac{\Delta_1 b}{\|b\|_1} = \frac{0.0555}{5.776} \approx 0.0096$$

$$\delta_2 b = \frac{\Delta_2 b}{\|b\|_2} = \frac{0.05}{3.557} \approx 0.014$$

$$\delta_\infty b = \frac{\Delta_\infty b}{\|b\|_\infty} = \frac{0.05}{2.9} \approx 0.0172$$

$$\begin{cases} -5x_1 + 2x_2 - 6x_3 + 104x_4 = 644 \\ 136x_1 - 7x_2 + 9x_3 - 3x_4 = -16 \\ 7x_1 + 7x_2 + 155x_3 - 8x_4 = -1034 \\ -5x_1 + 164x_2 + 9x_3 - 9x_4 = -1420 \end{cases}$$

Преобразум систему:

$$\begin{cases} 136x_1 - 7x_2 + 9x_3 - 3x_4 = -16 \\ -5x_1 + 164x_2 + 9x_3 - 9x_4 = -1420 \\ 7x_1 + 7x_2 + 155x_3 - 8x_4 = -1034 \\ -5x_1 + 2x_2 - 6x_3 + 104x_4 = 644 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{7}{136}x_2 - \frac{9}{136}x_3 + \frac{3}{136}x_4 - \frac{16}{136} \\ x_2 = \frac{5}{164}x_1 - \frac{9}{164}x_3 + \frac{9}{164}x_4 - \frac{1420}{164} \\ x_3 = -\frac{7}{155}x_1 - \frac{7}{155}x_2 + \frac{8}{155}x_4 - \frac{1034}{155} \\ x_4 = \frac{5}{104}x_1 - \frac{2}{104}x_2 + \frac{6}{104}x_3 + \frac{644}{104} \end{cases}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{7}{136} & -\frac{9}{136} & \frac{3}{136} \\ \frac{5}{164} & 0 & -\frac{9}{164} & \frac{9}{164} \\ -\frac{7}{155} & -\frac{7}{155} & 0 & \frac{8}{155} \\ \frac{5}{104} & -\frac{2}{104} & -\frac{6}{104} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\|B\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq 4} \sum_{j=1}^4 |B_{ij}| = \max\{0.0074; 0.0304; -0.387; -0.0288\} = 0.0304$$

$$\|B\|_{\infty} = 0.0304 < 1 \Rightarrow \text{методы будут сходится}$$

Метод Якоби:

Возьмем в качестве начального приближения вектор $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \frac{7}{136}x_2^{(0)} - \frac{9}{136}x_3^{(0)} + \frac{3}{136}x_4^{(0)} - \frac{16}{136} = \frac{7}{136} - \frac{9}{136} + \frac{3}{136} - \frac{16}{136} = -0.1102 \\ x_2^{(1)} = \frac{5}{164}x_1^{(0)} - \frac{9}{164}x_3^{(0)} + \frac{9}{164}x_4^{(0)} - \frac{1420}{164} = \frac{5}{164} - \frac{9}{164} + \frac{9}{164} - \frac{1420}{164} = -8.628 \\ x_3^{(1)} = -\frac{7}{155}x_1^{(0)} - \frac{7}{155}x_2^{(0)} - \frac{8}{155}x_4^{(0)} - \frac{1034}{155} = -\frac{7}{155} - \frac{7}{155} - \frac{8}{155} - \frac{1034}{155} = -6.813 \\ x_4^{(1)} = \frac{5}{104}x_1^{(0)} - \frac{2}{104}x_2^{(0)} - \frac{6}{104}x_3^{(0)} + \frac{644}{104} = \frac{5}{104} - \frac{2}{104} - \frac{6}{104} + \frac{644}{104} = 6.163 \end{cases}$$

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} -0.1102 \\ -8.628 \\ -6.813 \\ 6.163 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1^{(2)} = \frac{7}{136}x_2^{(1)} - \frac{9}{136}x_3^{(1)} + \frac{3}{136}x_4^{(1)} - \frac{16}{136} = 0.025 \\ x_2^{(2)} = \frac{5}{164}x_1^{(1)} - \frac{9}{164}x_3^{(1)} + \frac{9}{164}x_4^{(1)} - \frac{1420}{164} = -7.949 \\ x_3^{(2)} = -\frac{7}{155}x_1^{(1)} - \frac{7}{155}x_2^{(1)} - \frac{8}{155}x_4^{(1)} - \frac{1034}{155} = -6.594 \\ x_4^{(2)} = \frac{5}{104}x_1^{(1)} - \frac{2}{104}x_2^{(1)} - \frac{6}{104}x_3^{(1)} + \frac{644}{104} = 6.708 \end{cases}$$

$$x^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.025 \\ -7.919 \\ -6.594 \\ 6.708 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1^{(3)} = \frac{7}{136}x_2^{(2)} - \frac{9}{136}x_3^{(2)} + \frac{3}{136}x_4^{(2)} - \frac{16}{136} = 0.057 \\ x_2^{(3)} = \frac{5}{164}x_1^{(2)} - \frac{9}{164}x_3^{(2)} + \frac{9}{164}x_4^{(2)} - \frac{1420}{164} = -7.927 \\ x_3^{(3)} = -\frac{7}{155}x_1^{(2)} - \frac{7}{155}x_2^{(2)} - \frac{8}{155}x_4^{(2)} - \frac{1034}{155} = -6.661 \\ x_4^{(3)} = \frac{5}{104}x_1^{(2)} - \frac{2}{104}x_2^{(2)} - \frac{6}{104}x_3^{(2)} + \frac{644}{104} = 6.726 \end{cases}$$

$$x^{(3)} = \begin{pmatrix} 0.057 \\ -7.927 \\ -6.661 \\ 6.726 \end{pmatrix}$$

$$\|x_1 - x_0\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} -1.1102 \\ -9.628 \\ -7.813 \\ 5.163 \end{pmatrix} \right\|_\infty = 9.628$$

$$\|x_3 - x_2\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} 0.022 \\ -0.008 \\ -0.067 \\ 0.018 \end{pmatrix} \right\|_\infty = 0.067 \text{ - погрешность приближенного решения.}$$

$$\frac{\|x_1 - x_0\|_\infty}{\|x_3 - x_2\|_\infty} = \frac{9.628}{0.067} \approx 144$$

Норма невязки уменьшилась в 144 раз.

Метод Зейделя:

Возьмем в качестве начального приближения вектор $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \frac{7}{136}x_2^{(0)} - \frac{9}{136}x_3^{(0)} + \frac{3}{136}x_4^{(0)} - \frac{16}{136} = -0.1102 \\ x_2^{(1)} = \frac{5}{164}x_1^{(1)} - \frac{9}{164}x_3^{(0)} + \frac{9}{164}x_4^{(0)} - \frac{1420}{164} = -8.662 \\ x_3^{(1)} = -\frac{7}{155}x_1^{(1)} - \frac{7}{155}x_2^{(1)} - \frac{8}{155}x_4^{(0)} - \frac{1034}{155} = -6.326 \\ x_4^{(1)} = \frac{5}{104}x_1^{(1)} - \frac{2}{104}x_2^{(1)} - \frac{6}{104}x_3^{(1)} + \frac{644}{104} = 6.429 \end{cases}$$

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} -0.1102 \\ -8.662 \\ -6.326 \\ 6.429 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1^{(2)} = \frac{7}{136}x_2^{(1)} - \frac{9}{136}x_3^{(1)} + \frac{3}{136}x_4^{(1)} - \frac{16}{136} = 0.003 \\ x_2^{(2)} = \frac{5}{164}x_1^{(2)} - \frac{9}{164}x_3^{(1)} + \frac{9}{164}x_4^{(1)} - \frac{1420}{164} = -7.958 \\ x_3^{(2)} = -\frac{7}{155}x_1^{(2)} - \frac{7}{155}x_2^{(2)} - \frac{8}{155}x_4^{(1)} - \frac{1034}{155} = -6.643 \\ x_4^{(2)} = \frac{5}{104}x_1^{(2)} - \frac{2}{104}x_2^{(2)} - \frac{6}{104}x_3^{(2)} + \frac{644}{104} = 6.441 \end{cases}$$

$$x^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.003 \\ -7.958 \\ -6.643 \\ 6.441 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1^{(3)} = \frac{7}{136}x_2^{(2)} - \frac{9}{136}x_3^{(2)} + \frac{3}{136}x_4^{(2)} - \frac{16}{136} = 0.054 \\ x_2^{(3)} = \frac{5}{164}x_1^{(3)} - \frac{9}{164}x_3^{(2)} + \frac{9}{164}x_4^{(2)} - \frac{1420}{164} = -7.938 \\ x_3^{(3)} = -\frac{7}{155}x_1^{(3)} - \frac{7}{155}x_2^{(3)} - \frac{8}{155}x_4^{(2)} - \frac{1034}{155} = -6.647 \\ x_4^{(3)} = \frac{5}{104}x_1^{(3)} - \frac{2}{104}x_2^{(3)} - \frac{6}{104}x_3^{(3)} + \frac{644}{104} = 6.442 \end{cases}$$

$$x^{(3)} = \begin{pmatrix} 0.054 \\ -7.938 \\ -6.647 \\ 6.442 \end{pmatrix}$$

$$\|x_1 - x_0\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} -1.1102 \\ -9.662 \\ -7.326 \\ 5.429 \end{pmatrix} \right\|_\infty = 9.662$$

$$\|x_3 - x_2\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} 0.051 \\ 0.02 \\ -0.004 \\ 0.001 \end{pmatrix} \right\|_\infty = 0.051\text{-погрешность приближенного решения.}$$

$$\frac{\|x_1 - x_0\|_\infty}{\|x_3 - x_2\|_\infty} = \frac{9.662}{0.051} \approx 185$$

Норма невязки уменьшился в 185 раз.

x	-2.4	-1.2	0	1.2	2.4
y	1.6	4.6	5.5	7	9.9

Приближение многочленом 1-ой степени: $P_1(x) = a_0 + a_1x$

$$\sum_{i=1}^5 (y - a_0 - a_1x)^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^5 (y - a_0 - a_1x) = 0 \\ \sum_{i=1}^5 (yx - a_0x - a_1x^2) = 0 \\ \sum_{i=1}^5 y - 5a_0 - a_1 \sum_{i=1}^5 x = 0 \\ \sum_{i=1}^5 (yx) - a_0 \sum_{i=1}^5 x - a_1 \sum_{i=1}^5 x^2 = 0 \\ \bar{y} - a_0 - a_1\bar{x} = 0 \\ \overline{yx} - a_0\bar{x} - a_1\overline{x^2} = 0 \end{cases}$$

$$\bar{y} = \frac{1.6+4.6+5.5+7+9.9}{5} \approx 5.72 \quad \bar{x} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\overline{yx} = \frac{-3.84-5.52+8.4+23.73}{5} \approx 4.554 \quad \overline{x^2} = \frac{1.44 \cdot 2 + 5.76 \cdot 2}{5} \approx 2.88$$

$$\begin{cases} a_0 = 5.72 \\ a_1 = \frac{4.554}{2.88} \approx 1.58 \end{cases}$$

$$P_1(x) = -1.72 - 3.53x$$

Среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (P_1(x_i) - y_i)^2} \approx 0.57$$