

2020 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛

我们仔细阅读了《全国大学生数学建模竞赛章程》和《全国大学生数学建模竞赛参赛规则》（2019 年修订稿，以下简称为“竞赛章程和参赛规则”，可从全国大学生数学建模竞赛网站下载）。

我们完全清楚，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式，包括电话、电子邮件、“贴吧”、QQ 群、微信群等，与队外的任何人（包括指导教师）交流、讨论与赛题有关的问题；无论主动参与讨论还是被动接收讨论信息都是严重违反竞赛纪律的行为。

我们完全清楚，抄袭别人的成果是违反竞赛章程和参赛规则的行为；如果引用别人的成果或资料（包括网上资料），必须按照规定的参考文献的表述方式列出，并在正文引用处予以标注。

我们以中国大学生名誉和诚信郑重承诺，严格遵守竞赛章程和参赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛章程和参赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权全国大学生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

3. 金珂

(指导教师签名意味着对参赛队的行为和论文的真实性负责)

(请勿改动此页内容和格式。此承诺书打印签名后作为纸质论文的封面,注意电子版论文中不得出现此页。以上内容请仔细核对,如填写错误,论文可能被取消评奖资格。)

赛区评阅编号（由赛区组委会填写）：

2020 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评 阅 人						
备 注						

送全国评阅统一编号（赛区组委会填写）：

全国评阅随机编号（全国组委会填写）：

（请勿改动此页内容和格式。此编号专用页仅供赛区和全国评阅使用，参赛队打印后装订到纸质论文的第二页上。注意电子版论文中不得出现此页。）

自来水管铺设问题

摘要

本文主要是在村村通自来水工程实施过程中，从保证供水质量以及设备维护方便角度出发，求得怎样通过管道运输使得管道总里程数最短。

针对问题一：问题一主要是研究自来水管应该如何铺设才能使管道的总里程最少，我们采用了最小生成树的 prim 算法，先让中心供水站和 12 个一级供水站组成一个最小生成树，再使用 prim 算法求出 I 型管道的最短里程数，因为一级供水站和二级供水站之间是多个源头的问题，我们不能直接用刚才算中心供水站到一级供水站的方法来计算，经过分析，我们可以设置一个虚拟点，即超级源点使得这个点到一级供水站的距离非常小，可以趋近于 0，把多个源头的问题转化成一个源头的问题，再用 prim 算法求出 II 型管道最短里程数，最后求得 I 型管道的最短里程数为 120.4012 公里，II 型管道最短里程数为 442.0719 公里。

针对问题二：问题二主要是让我们选取两个二级供水站升级为一级供水站，从而使得 II 型管道总里程最少。经过分析，我们采用了枚举法，首先在 168 个二级供水站中任意选取两个二级供水站升级为一级供水站，然后采用第一题中的 prim 算法计算出各自的路径，选出路径最少的两个二级供水站进行升级，然后再算出相比于第一题算出 II 型管道所减少的里程。最后求出所减少的距离。经过计算，我们得出了要升级的两个点分别为 89 号和 125 号，这两个二级供水站升级为一级供水站所减少的里程数为 13.9637 公里。

针对问题三：对问题三经过分析，我们可以采取试探法的思想，采用枚举法，列出所有可能的情况，首先是不升级二级供水站，第一题我们已经算出了每个点之间的距离，通过计算看能否实现全部供水，若是可以则不需要升级，若是不可以则任意选取一个二级供水站进行升级，看能否实现全部供水，若是可以就只升级一个二级供水站，若是不可以则选取两个二级供水站进行升级，以此类推，直到实现全部供水，最后求出我们需要升级的二级供水站的个数为 0 个。

关键词：最小生成树 Matlab prim 算法

一、问题重述

1.1 背景知识

在村村通自来水工程实施过程中，从保证供水质量以及设备维护方便角度出发，某地区需要建设一个中心供水站，12 个一级供水站和 168 个二级供水站，各级供水站的位置坐标如表 1 所示，其中类型 A 表示中心供水站，类型 V 代表一级供水站，类型 P 为二级供水站。图 1 是各级供水站的地理位置图。

现在要将中心供水站 A 处的自来水通过管道输送到一级供水站和二级供水站。按照设计要求，从中心站 A 铺设到一级供水站的管道为 I 型管道，从一级供水站出发铺设到二级供水站的管道为 II 型管道。

自来水管道的铺设技术要求如下：

1. 中心供水站只能和一级供水站连接（铺设 I 型管道），不能和二级供水站直接相连，但一级供水站之间可以连接（铺设 I 型管道）。
2. 一级供水站可以与二级供水站相连（铺设 II 型管道），且二级供水站之间也可以连接（铺设 II 型管道）。
3. 各级供水站之间的连接管道必须从上一级供水站或同一级供水站的位置坐标出发，不能从任意管道中间的一点进行连接。
4. 相邻两个供水站之间（如果有管道相连）所需管道长度可简化为欧氏距离。

1.2 问题提出

1. 从中心供水站 A 出发，自来水管道的应该如何铺设才能使管道的总里程最少？以图形给出铺设方案，并给出 I 型管道和 II 型管道总里程数。
2. 由于 II 型管道市场供应不足，急需减少从一级供水站出发铺设的 II 型管道总里程，初步方案是将其中两个二级供水站升级为一级供水站。问选取哪两个二级供水站，自来水管道的应该如何铺设才能使铺设的 II 型管道总里程最少？相对问题 1 的方案，II 型管道的总里程减少了多少公里？
3. 在问题 1 基础上，假如现实中由于功率的影响，从一级供水站出发铺设的管道最多只能供水 40 公里（按从该一级供水站管道输送的总里程计算），但从中心供水站 A 出发铺设的管道供水不受此距离限制。为实现对所有供水站供水，需要将若干个二级供水站升级为一级供水站，

但升级后从该供水站出发铺设的管道也最多只能供水 40 公里。问最少升级几个二级供水站，可实现对所有的供水站供水？在这种配置下铺设管道的总里程数最少是多少公里？

1.3 相关数据

1. 供水站位置图（图 1）
2. 位置坐标数据（表 1）

二、问题分析

1. 对问题一的分析

问题一主要是研究自来水管道路应该如何铺设才能使管道的总里程最少，我们可以把这个问题分成两个部分来研究。首先先算出中心供水站到一级供水站的最短里程数，然后再算出一级供水站到二级供水站的最短里程数。这里我们采用了最小生成树和 0-1 规划模型，借助 Matlab 软件运用欧式距离公式算出每个供水站之间的距离，接下来就是用最小生成树的算法求出最短里程数，最小生成树主要有两种算法：prim 算法和 Kruskal 算法，一般我们边数较少的时候用 Kruskal 算法，因为 Kruskal 算法每次查找最短的边，而边数较多时我们一般用 Prim 算法，因为它是每次加一个顶点，对边数多的适用。经过分析，我们采用了最小生成树的 prim 算法。先让中心供水站和 12 个一级供水站组成一个最小生成树，再使用 prim 算法求出中心供水站到一级供水站的最短里程数。然后第二步我们就是算一级供水站到二级供水站的最短里程数，因为有多多个一级点，也就是有多多个源头。于是我们就可以在原有的顶点基础上，再加一个顶点，称为超级源点，这个点与 12 个一级供水站的距离非常小，基本上可以趋近于为 0。这样，就转化为了一个源头的问题。继续调用 prim 算法，求出一级供水站到二级供水站的最短里程数。最后求出总里程。

2. 对问题二的分析

问题二主要是让我们选取两个二级供水站升级为一级供水站，从而使得 II 型管道总里程最少。经过分析，我们采用了枚举法，首先在 168 个二级供水站中任意选取两个二级供水站升级为一级供水站，然后采用第一题中的 prim 算法计算出各自的路径，选出路径最少的哪两个二级供水站进行升级，然后再算出相比于第一题算出 II 型管道所减少的里程。

3. 对问题三的分析

对问题三经过分析，我们可以采取试探法的思想，采用枚举法，列出所有可能的情况，首先是不升级二级供水站，第一题我们已经算出了每个点之间的距离，通过计算看能否实现全部供水，若是可以则不需要升级，若是不可以则任意选取一个二级供水站进行升级，看能否实现全部供水，若

是可以就只升级一个二级供水站，若是不可则选取两个二级供水站进行升级，以此类推，直到实现全部供水，最后求出我们需要升级的二级供水站的个数。

三、模型假设

1. 假设供水站间的距离为直线距离，即忽略掉输水管道的路线问题。
2. 假设所有的数据都真实可靠。
3. 假设问题三中的功率不变，一级供水站出发铺设的管道都能供水 40 公里。
4. 假设问题一和问题三中的 I 型管道和 II 型管道的数量充足。

四、符号说明及名词解释

4.1 符号说明

符号	意义
S	I 型管道长度
L	II 型管道长度
D	管道总长度
$x(i)$	判断第 i 个一级供水站是否与中心供水站连接
$y(j)$	判断第 j 个二级供水站是否与一级供水站相连
$s(i, j)$	判断第 i 个一级供水站是否与中心或第 j 个一级供水站相连
$l(i, j)$	判断第 i 个二级供水站是否与一个一级或一个二级供水站相连
D_1	二级供水站升级后的管道总里程
Z	升级前的管道总里程与升级后的管道总里程的差

4.2 名词解释

Prim 算法：（普里姆算法），图论中的一种算法，可在加权连通图里搜索[最小生成树](#)。意即由此算法搜索到的边子集所构成的树中，不但包括了连通图里的所有顶点，且其所有边的权值之和亦为最小。

欧氏距离：（也称欧几里得度量）是一个通常采用的距离定义，指在 m 维空间中两个点之间的真实距离，或者向量的自然长度（即该点到原点的距离）。在二维和三维空间中的欧氏距

离就是两点之间的实际距离。

Kruskal 算法：克鲁斯卡尔算法是求最小生成树的另一种方法。其基本思想是：假设连通网 $G=(V, E)$ ，令最小生成树的初始状态为只有 n 个顶点而无边的非连通图 $T=(V, \{\})$ ，图中每个顶点自成一个连通分量。在 E 中选择代价最小的边，若该边依附的顶点分别在 T 中不同的连通分量上，则将此边加入到 T 中；否则，舍去此边而选择下一条代价最小的边。依此类推，直至 T 中所有顶点构成一个连通分量为止。

五、模型建立与求解

5.1 问题一模型的建立与求解

5.1.1 模型的分析

问题一主要是研究自来水管道路应该如何铺设才能使管道的总里程最少，我们可以把这个问题分成两个部分来研究。首先先算出中心供水站到一级供水站的最短里程数，然后再算出一级供水站到二级供水站的最短里程数。这里我们采用了最小生成树和 0-1 规划模型，借助 Matlab 软件运用欧式距离公式算出每个供水站之间的距离，接下来就是用最小生成树的算法求出最短里程数，最小生成树主要有两种算法：prim 算法和 Kruskal 算法，一般我们边数较少的时候用 Kruskal 算法，因为 Kruskal 算法每次查找最短的边，而边数较多时我们一般用 Prim 算法，因为它是每次加一个顶点，对边数多的适用。经过分析，我们采用了最小生成树的 prim 算法。先让中心供水站和 12 个一级供水站组成一个最小生成树，再使用 prim 算法求出中心供水站到一级供水站的最短里程数。然后第二步我们就是算一级供水站到二级供水站的最短里程数，因为有多多个一级供水站，也就是有多多个源头。于是我们就可以在原有的顶点基础上，再加一个顶点，称为超级源点，这个点与 12 个一级供水站的距离非常小，基本上可以趋近于为 0。这样，就转化为了一个源头的问题。继续调用 prim 算法，求出一级供水站到二级供水站的最短里程数。最后求出总里程。

5.1.2 模型的建立

首先借用 Matlab 软件运用欧式距离公式求出中心供水站到一级供水点、一级供水站之间、一级供水站到二级供水站、二级供水站之间的距离。（下面是一部分，具体见附录）

表 1 各供水站之间的距离

	中心点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
中心点	0	21.1	28.4	17.5	13.3	12.0	21.0	16.0	13.9	14.2	11.7

1	21.1	0	24.2	10.3	8.1	15.6	27.5	24.4	30.0	31.3	32.0
2	28.4	24.2	0	15.1	25.5	16.6	12.0	41.6	24.7	42.6	32.2
3	17.5	10.3	15.1	0	10.4	7.1	17.2	27.5	21.8	30.8	26.0
4	13.3	8.1	25.5	10.4	0	11.7	25.0	17.7	24.1	23.4	24.7
5	12.0	15.6	16.6	7.1	11.7	0	13.3	25.3	14.9	26.2	19.1
6	21.8	27.5	12.0	17.2	25.0	13.3	0	37.3	13.6	35.3	21.9
7	16.0	24.4	41.6	27.5	17.7	25.3	37.3	0	29.6	11.2	24.6
8	13.9	30.0	24.7	21.8	24.1	14.9	13.6	29.6	0	24.3	8.6
9	14.2	31.3	42.6	30.8	23.4	26.2	35.3	11.2	24.3	0	17.0
10	11.7	32.0	32.2	26.0	24.7	19.1	21.9	24.6	8.6	17.0	0

Prim 算法主要核心思想：

第一步：输入：一个加权连通图，其中顶点集合为 V ，边集合为 E ；

第二步：初始化： $V_{\text{new}} = \{x\}$ ，其中 x 为集合 V 中的任一节点（起始点）， $E_{\text{new}} = \{\}$ ，为空；

第三步：重复下列操作，直到 $V_{\text{new}} = V$ ：

a. 在集合 E 中选取权值最小的边 $\langle u, v \rangle$ ，其中 u 为集合 V_{new} 中的元素，而 v 不在 V_{new} 集合当中，并且 $v \in V$ （如果存在有多条满足前述条件即具有相同权值的边，则可任意选取其中之一）；

b. 将 v 加入集合 V_{new} 中，将 $\langle u, v \rangle$ 边加入集合 E_{new} 中；

第四步：输出：使用集合 V_{new} 和 E_{new} 来描述所得到的最小生成树。

Prim 算法流程图如下：

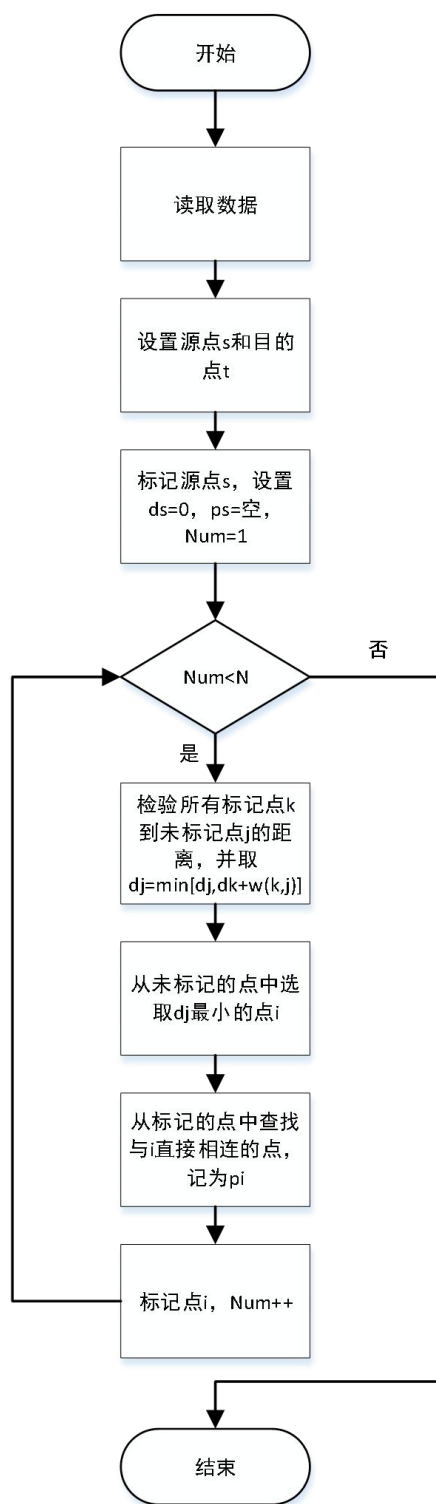


图 5-1: prim 算法的流程图

0-1 规划模型

约束条件:

$$x(i) = \begin{cases} 1, & \text{第} i \text{个一级供水站与中心供水站连接} \\ 0, & \text{第} i \text{个一级供水站与中心供水站没有连接} \end{cases} \quad (5.1)$$

$$y(j)=\begin{cases} 1, & \text{第}j\text{个二级供水站与一级供水站连接} \\ 0, & \text{第}j\text{个二级供水站与一级供水站没有连接} \end{cases} \quad (5.2)$$

一个一级供水站只能接受中心供水站或一个一级供水站的连接，

$$\text{即 } \sum_{i=0}^{13} S(i, j) = 1 \quad j = 1, 2, 3, 4 \cdots 12. \quad (5.3)$$

一个二级供水站只能接受一个一级供水站或一个二级供水站的连接

$$\text{即 } \sum_{i=0}^{180} L(i, j) = 1 \quad j = 1, 2, 3, 4 \cdots 168. \quad (5.4)$$

综上，约束条件有：

$$\begin{cases} x(i) = 0 \text{ 或 } 1. \quad i=1, 2, 3, 4 \cdots 12. \\ y(j)=0 \text{ 或 } 1. \quad j=1, 2, 3, 4 \cdots 168. \\ \sum_{i=0}^{13} S(i, j) = 1. \\ \sum_{i=0}^{180} L(i, j) = 1. \end{cases} \quad (5.5)$$

目标函数：D = S+L

5.1.3 模型求解

用 prim 算法求出中心供水站和一级供水站之间的最短里程（代码 1）

下面是用 Matlab 求出的中心供水点与一级供水点之间的连接情况以及 I 型管道的里程数

表 2 I 型管道之间的连接情况

起始点	结束点	距离
0	10	11.6619
10	11	7.8102
11	12	8.0623
10	8	8.6023
12	9	10.7703
9	7	11.1803
0	5	12.0416
5	3	7.0711
3	1	10.2956

1	4	8.0623
5	6	13.3417
6	2	12.0416

下图是中心供水站与一级供水站之间的连接图

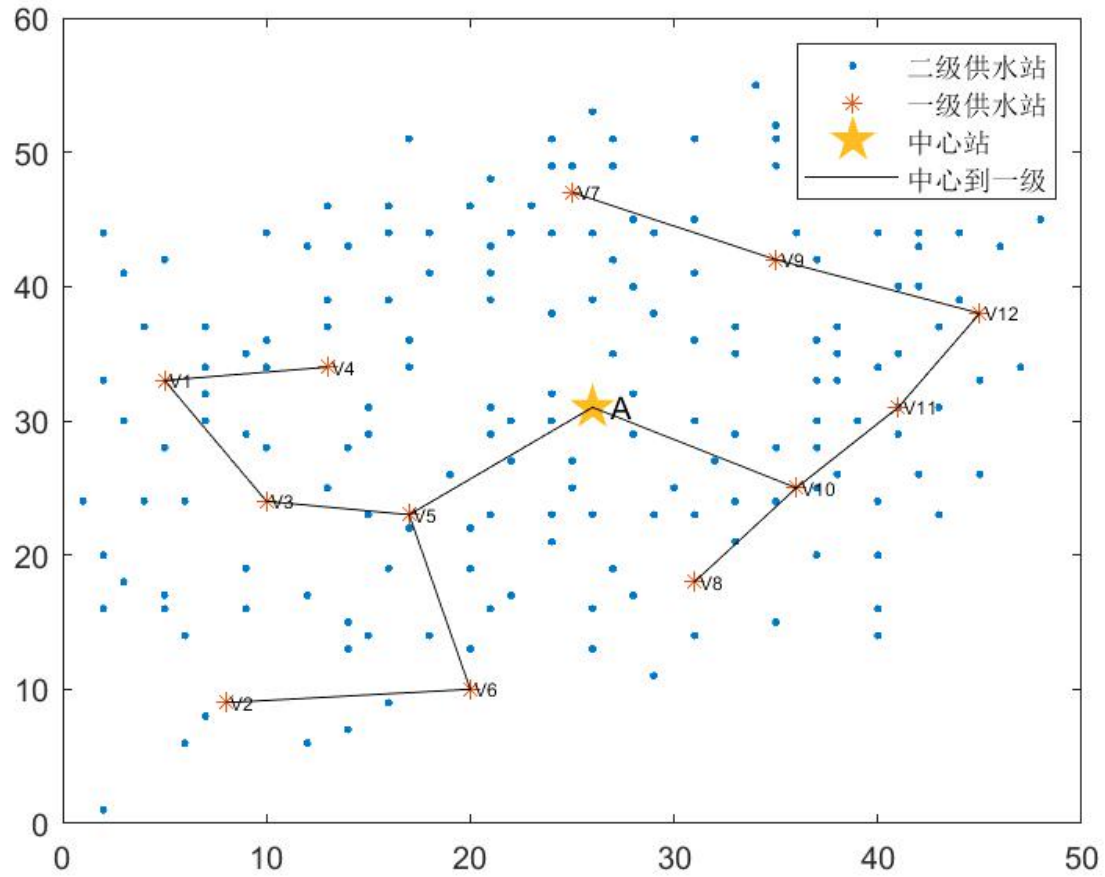


图 5-2 I 型管道铺设图

用 prim 算法求出一级供水站到二级供水站、二级供水站之间的连接情况以及 II 型管道最短里程。
（代码 2），下面列出了一部分，具体见附录

表 3 II 型管道的连接情况

起始点	结束点	距离
1	96	2.2361
96	97	2.0000
96	107	2.0000
107	91	2.2361

91	90	1.4142
91	110	1.4142
97	105	2.2361
105	145	1.4142
91	92	2.8284
97	103	2.8284
103	108	3.0000
90	4	3.0000
4	73	2.0000
73	78	3.0000
78	42	2.8284
42	76	3.0000

命令窗口

列 144 至 154

59.0000	59.0000	118.0000	128.0000	130.0000	129.0000	100.0000	100.0000	132.0000	133.0000	65.0000
9.0000	49.0000	128.0000	130.0000	129.0000	100.0000	99.0000	101.0000	133.0000	134.0000	66.0000
2.0000	2.2361	3.6056	2.2361	1.0000	2.2361	2.2361	2.2361	3.6056	3.6056	4.0000

列 155 至 165

66.0000	61.0000	61.0000	62.0000	62.0000	3.0000	104.0000	102.0000	149.0000	163.0000	163.0000
61.0000	62.0000	60.0000	63.0000	51.0000	104.0000	102.0000	98.0000	163.0000	164.0000	162.0000
4.0000	1.0000	2.0000	3.1623	4.0000	4.0000	2.0000	3.0000	4.0000	3.0000	4.0000

列 166 至 176

162.0000	6.0000	35.0000	36.0000	93.0000	109.0000	109.0000	134.0000	51.0000	38.0000	2.0000
154.0000	35.0000	36.0000	38.0000	109.0000	94.0000	95.0000	161.0000	180.0000	2.0000	127.0000
2.0000	4.1231	2.8284	2.2361	4.1231	2.2361	3.1623	4.1231	4.4721	5.0000	1.4142

列 177 至 179

127.0000	88.0000	126.0000
126.0000	89.0000	125.0000
2.2361	5.0000	6.4031

total =

442.0179

fx >> |

图 5-3 II 型管道的总里程

由 Matlab 的运行结果可以得出，II 型管道最短里程为 442.0179 公里

然后用 Matlab 画出一级供水站到二级供水站，二级供水站之间的管道连接图

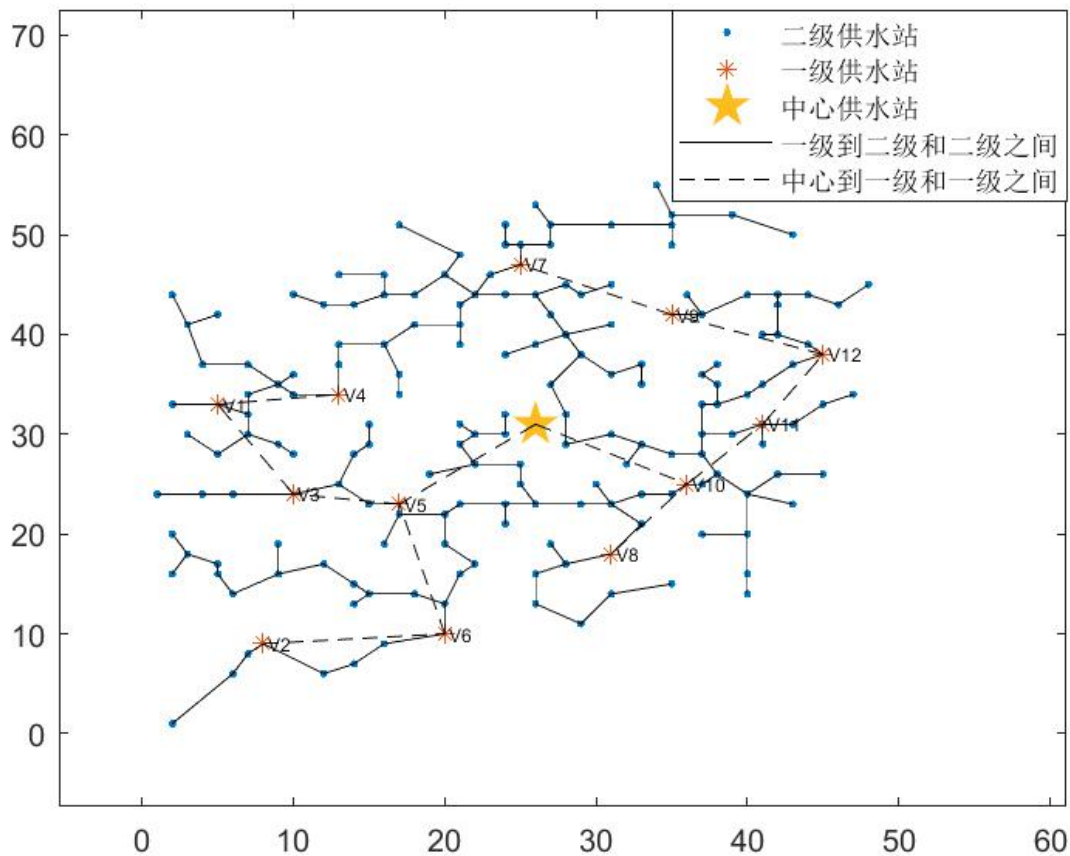


图 5-4 II 型管道的铺设路程

根据以上结果，可以算出 I 型管道和 II 型管道总里程数为 562.4191 公里

5.2 问题二模型的建立与求解

5.2.1 模型分析

问题二主要是让我们选取两个二级供水站升级为一个一级供水站，从而使得 II 型管道总里程最少。经过分析，我们采用了枚举法，首先在 168 个二级供水站中任意选取两个二级供水站升级为一 级供水站，然后采用第一题中的 prim 算法计算出各自的路径，选出路径最少的哪两个二级供水站进 行升级，然后再算出相比于第一题算出 II 型管道所减少的里程。

5.2.2 模型的建立

用最小生成树中的 prim 算法分别求出任意两个二级供水点升级为一 级供水点的距离，选取里程 最少的两个点就是我们所要升级的两个二级用水点。

求出任意两个二级供水站升级为一 级供水站的最短里程，算出结果后将结果保存在 a 矩阵中，

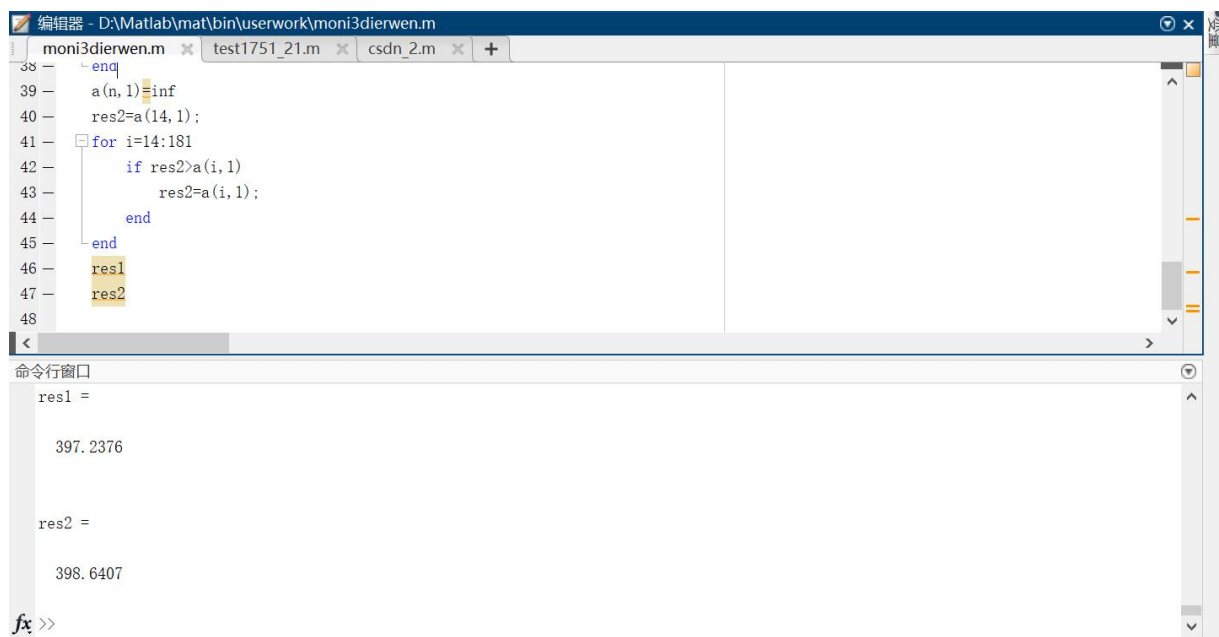
然后找到其中里程最小的两个点，然后在矩阵 a 中对应找到对应的二级供应点的序号，就可以求出要升级的两个供水站。

求出两个二级供水点变为一级供水点的总里程，再与第一题中的总里程作差。

目标函数：
$$Z=D-D_1 \quad (5.6)$$

5.2.3 模型求解

借助 Matlab，运用 prim 算法求出所要升级的两个二级供水点，使得 II 型管道总里程最少，并且求出升级后的 I 型管道和 II 型管道的总里程（代码 3）



```
moni3dierwen.m
38 - enq
39 - a(n,1)=inf
40 - res2=a(14,1);
41 - for i=14:181
42 -     if res2>a(i,1)
43 -         res2=a(i,1);
44 -     end
45 - end
46 - res1
47 - res2
48
```

命令窗口

```
res1 =
    397.2376

res2 =
    398.6407

fx >>
```

图 5-5 任意两个二级供水站升级后的最短里程

从 Matlab 的结果可以得出，我们所要升级的两个二级供应点分别为 89 号和 125 号

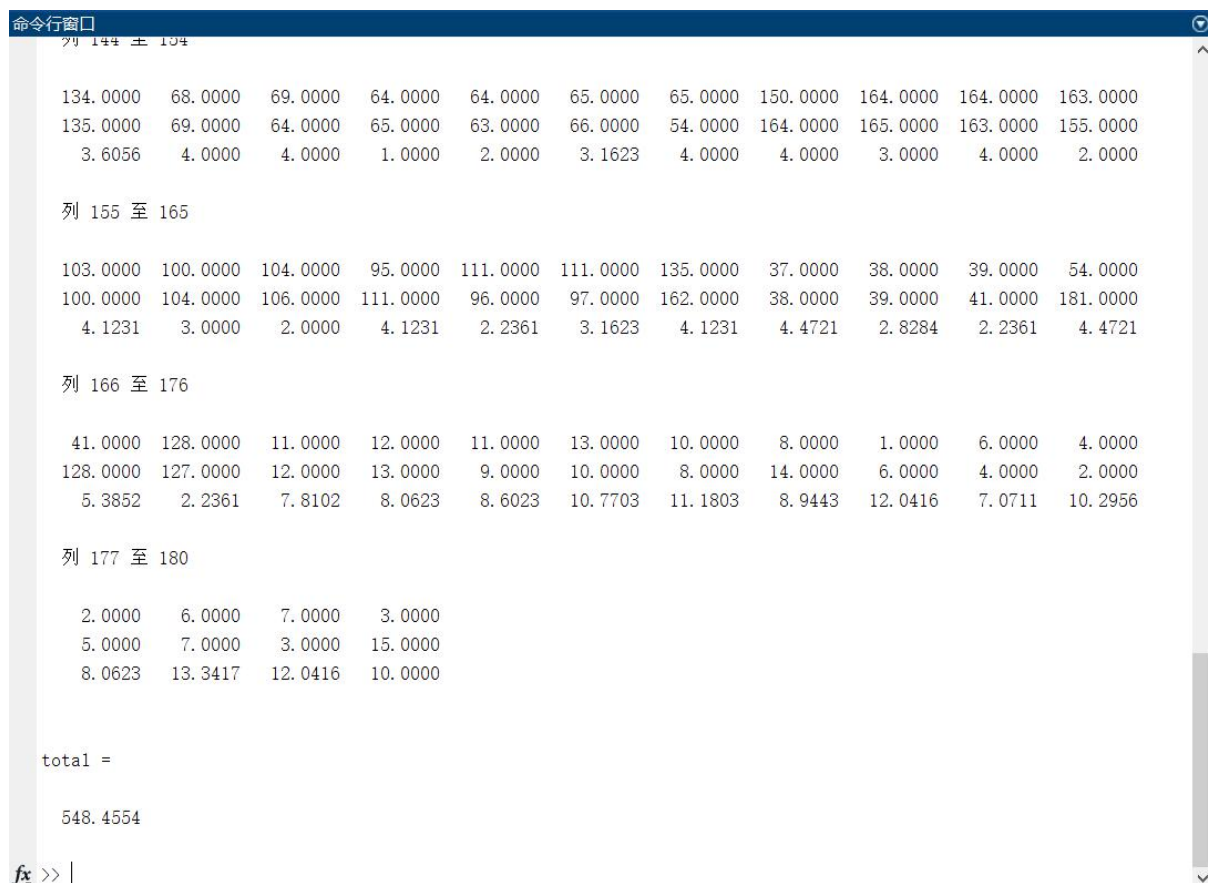


图 5-6 二级供水站升级后的管道总里程

由 Matlab 运行结果可知，升级后的 I 型管道和 II 型管道的总里程数为 548.4554

把所得到数据代入到方程（5.6）中，

得 减少的里程 $Z=13.9637$

画出二级供水站升级后的 I 型管道和 II 型管道的连接图

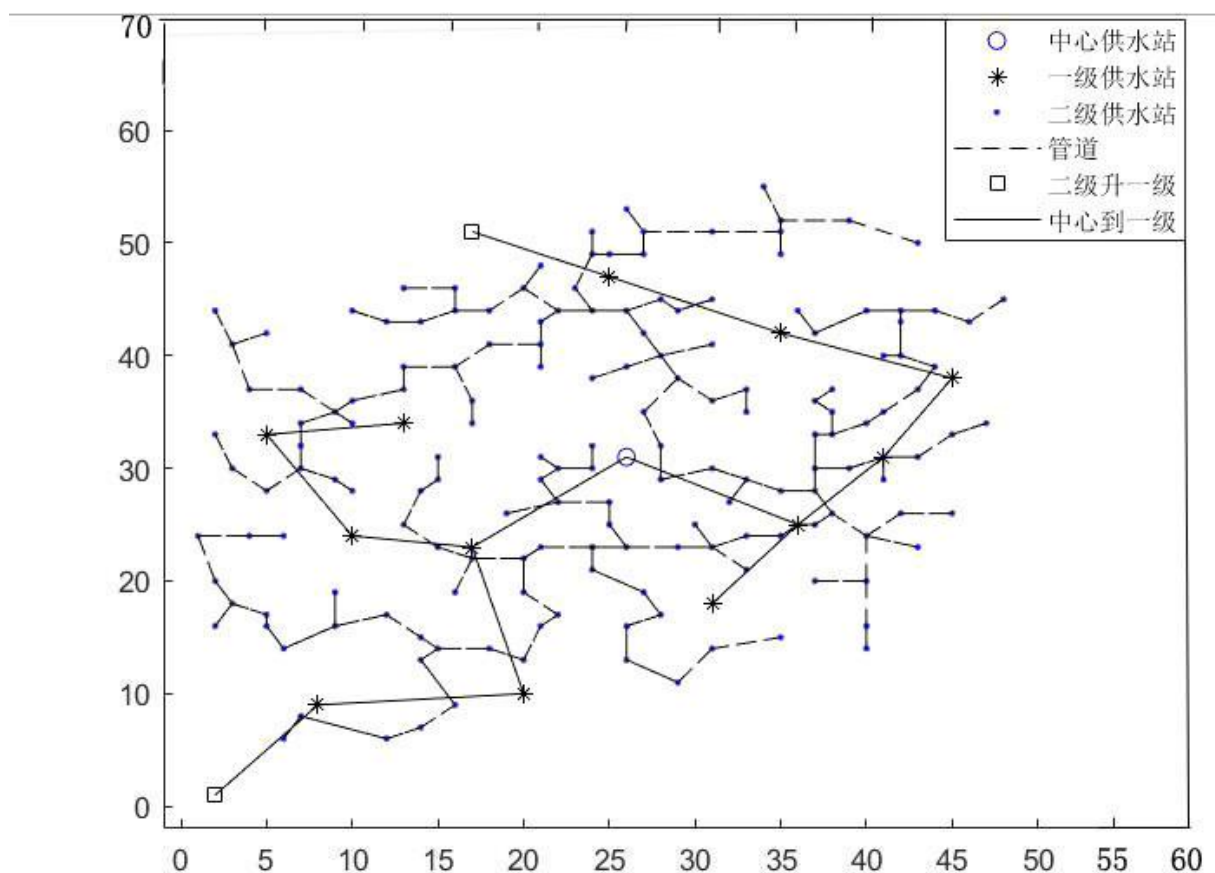


图 5-7 II 型管道升级后的管道铺设图

5.3 问题三模型的建立与求解

5.3.1 模型分析

对问题三经过分析，我们可以采取试探法的思想，采用枚举法，列出所有可能的情况，首先是不升级二级供水站，用弗洛伊德算法求出每个从一级供水站出发铺设的管道的总里程数，看能否实现全部供水，若是可以则不需要升级，若是不可则任意选取一个二级供水站进行升级，看能否实现全部供水，若是可以就只升级一个二级供水站，若是不可则选取两个二级供水站进行升级，以此类推，直到实现全部供水，最后求出我们需要升级的二级供水站的个数

5.3.2 模型的建立

第一题中我们已经算出了每个点之间的距离，接下来我们就可以根据距离和管道铺设的路线来求出总里程。

第一步：讨论不升级二级供应站的情况，看能否实现全部供水，若是可以就不用升级二级供应站，若是不行就进入下一步。

第二步：讨论升级一个二级供应站的情况，看能否实现全部供水，若是可以就只用升级一个二级供水站，若是不行就继续升级两个二级供水站。以此类推，最终实现全部供水。

5.3.3 模型求解

下面是不升级二级供水站时，一级供水站所铺设的里程：

表 4 一级供水站铺设的里程

一级供水站	与一级供水站连接的一级供水站	与一级供水站连接的二级供水站	总里程单位
V1	V4	P94、p84	13.29
V2		P115、p26	6.41
V3	V1	P92、p111	17.45
V4		P61、p78	6.00
V5	V6、V3	P126、p125	23.41
V6	V2	P28、p23	19.16
V7		P73、p41	4.23
V8		P123、p126	6.76
V9	V7	P47	13.18
V10	V8、V11	P153、p135	18.82
V11	V12	P161、p162、p160	14.29
V12	V9	P13、p14	14.44

经过分析，不升级二级供水站就可以实现全部供水，所以我们升级的二级供水站的个数为 0。

六、模型评价

模型优点：

1. 最小生成树的算法能较为准确且快速的算出我们所铺设管道的最短距离
2. 这个模型用起来也非常方便，增加、删除、修改供水站的坐标也比较容易实现。
3. 用 MATLAB 软件可以精确快速的算出结果，做出的图也能直观的反应结果。

模型缺点：

1. 第三题的功率在实际情况中是会因为其他因素而改变的，并不是一成不变的，但是我们为了使问题简化，把功率设成了一个准确值，与实际情况会有误差。
2. 通常实际中的管道铺设存在着各种因素的影响（比如路线问题），根据计算所得出的数据只符合

在假设的情况下，可能与实际不符。

七、参考文献

- [1]姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型 (第五版) [M]. 北京:, 高等教育出版社, 2019.
- [2]肖华勇. 实用数学建模与软件应用[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2014.
- [3]姚泽清, 郑旭东, 赵颖. 全国大学生数学建模竞赛赛题与优秀论文评析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- [4]石少俭, 贺红, 赵然. 最小生成树边与边的权的调整[D]. 山东: 山东理工大学, 2004.
- [5]袁威威. 应用 Kruskal 的改进算法求最小生成树[D]. 江苏: 江苏师范第二学院, 2017.
- [6]程远. 网络最小生成树更新策略[J]. 计算机软件及计算机应用, 2012.
- [7]韩中庚. 数学建模方法及其应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
- [8]刘丽华. 用 Visio 绘制流程图[J]. 中等教育, 2005.
- [9]卓金武. MATLAB 在数学建模中的应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2015.
- [10]罗庆丰. 做工作流程图 我用 Visio[J]. 计算机软件及计算机应用, 2003.

附录

代码 1

```
x=[41 40 38 38 33 31 33 28 24 21 22 28 43 44 25 21 22 24 37 38 37 14 16 14 18
12 15 20 13 16 21 26 28 27 29 29 36 41 39 27 23 20 16 22 40 42 37 35 35 35 34
26 27 31 31 31 28 27 24 26 13 17 21 18 21 13 14 12 10 16 18 24 25 24 24 21 17
10 9 7 4 5 2 7 7 1 2 3 2 4 5 6 9 2 7 3 3 10 17 20 24 22 21 27 26 9 12 14 19 14
13 9 2 6 7 6 5 5 16 26 29 31 28 20 17 15 21 24 26 25 15 15 10 38 37 33 40 44
```

```

41 33 32 40 42 45 29 31 30 31 35 40 40 37 35 43 45 37 35 33 37 39 41 43 47 46
42 48 42 43];
y = [35 34 35 37 37 36 35 32 30 31 27 29 37 39 27 29 30 32 33 33 36 13 9 7 14
6 14 13 46 39 39 44 40 42 38 44 44 40 52 49 46 46 46 44 44 40 42 49 51 52 55
53 51 51 45 41 45 35 38 39 37 36 41 41 43 39 43 43 44 44 44 44 49 49 51 48 51
34 35 37 37 42 44 32 30 24 16 18 20 24 28 24 29 33 34 30 41 36 34 22 21 17 16
19 16 16 17 15 26 28 25 19 1 6 8 14 17 16 19 13 11 14 17 19 22 23 23 23 23 25
31 29 28 26 25 21 24 44 31 24 27 14 26 33 23 30 25 23 15 16 20 20 24 23 26 28
28 29 30 30 29 31 34 43 43 45 44 50];
figure
plot(x,y,'.');
hold on
m= [5 8 10 13 17 20 25 31 35 36 41 45];
n=[33 9 24 34 23 10 47 18 42 25 31 38];
%一级供应点
plot(m,n,'*');
hold on
% 标点
for i=1:12
    b=num2str(i);
    b=[' V',b];
    text(m(i),n(i),b,'FontSize',6);
end
hold on
%中心供应点
plot(26,31,'p','LineWidth',3);
b=[' A',' '];
text(26,31,b,'FontSize',10);
hold on
%x, y 轴

```

```

xlabel('x 轴');
ylabel('y 轴');
hold on
m1= [26 5 8 10 13 17 20 25 31 35 36 41 45];
n1=[31 33 9 24 34 23 10 47 18 42 25 31 38];
B =[11 5 7 2 5 4 6 8 11 8 12 13 10];
for i=1:13
    x=[m1(i),m1(B(i))];
    y=[n1(i),n1(B(i))];
    plot(x,y,'k');
    hold on;
end
x=[26,17];
y=[31,23];
plot(x,y,'k');
legend('二级供水站','一级供水站','中心站');

```

代码 2

```

clc;
clear;
B=[5 33;8 9;10 24;13 34;17 23;20 10;25 47;31 18;35 42;36 25;41 31;45 38;    %12 个一级
供水站 V
    41 35;40 34;38 35;38 37;33 37;31 36;33 35;28 32;24 30;21 31;22 27;28 29;43 37;44 39;25
27;21 29;22 30;24 32;37 33;38 33;37 36;14 13;    %168 个二级供水站 P
    16 9;14 7;18 14;12 6;15 14;20 13;13 46;16 39;21 39;26 44;28 40;27 42;29 38;29 44;36
44;41 40;39 52;27 49;23 46;20 46;16 46;22 44;40 44;
    42 40;37 42;35 49;35 51;35 52;34 55;26 53;27 51;31 51;31 45;31 41;28 45;27 35;24 38;26
39;13 37;17 36;21 41;18 41;21 43;13 39;14 43;12 43;
    10 44;16 44;18 44;24 44;25 49;24 49;24 51;21 48;17 51;10 34;9 35;7 37;4 37;5 42;2 44;7
32;7 30;1 24;2 16;3 18;2 20;4 24;5 28;6 24;9 29;2 33;7 34;
    3 30;3 41;10 36;17 34;20 22;24 21;22 17;21 16;27 19;26 16;9 16;12 17;14 15;19 26;14

```

```

28;13 25;9 19;2 1;6 6;7 8;6 14;5 17;5 16;16 19;26 13;29 11;

31 14;28 17;20 19;17 22;15 23;21 23;24 23;26 23;25 25;15 31;15 29;10 28;38 26;37 25;33
21;40 24;44 44;41 31;33 24;32 27;40 14;42 26;45 33;

29 23;31 30;30 25;31 23;35 15;40 16;40 20;37 20;35 24;43 23;45 26;37 28;35 28;33 29;37
30;39 30;41 29;43 31;47 34;46 43;42 43;48 45;42 44;43 50];

C=[

5 33;8 9;10 24;13 34;17 23;20 10;25 47;31 18;35 42;36 25;41 31;45 38;      %12 个
一级供水站 V

41 35;40 34;38 35;38 37;33 37;31 36;33 35;28 32;24 30;21 31;22 27;28 29;43 37;44 39;25
27;21 29;22 30;24 32;37 33;38 33;37 36;14 13;      %168 个二级供水站 P

16 9;14 7;18 14;12 6;15 14;20 13;13 46;16 39;21 39;26 44;28 40;27 42;29 38;29 44;36
44;41 40;39 52;27 49;23 46;20 46;16 46;22 44;40 44;

42 40;37 42;35 49;35 51;35 52;34 55;26 53;27 51;31 51;31 45;31 41;28 45;27 35;24 38;26
39;13 37;17 36;21 41;18 41;21 43;13 39;14 43;12 43;

10 44;16 44;18 44;24 44;25 49;24 49;24 51;21 48;17 51;10 34;9 35;7 37;4 37;5 42;2
44;7 32;7 30;1 24;2 16;3 18;2 20;4 24;5 28;6 24;9 29;2 33;7 34;

3 30;3 41;10 36;17 34;20 22;24 21;22 17;21 16;27 19;26 16;9 16;12 17;14 15;19 26;14
28;13 25;9 19;2 1;6 6;7 8;6 14;5 17;5 16;16 19;26 13;29 11;

31 14;28 17;20 19;17 22;15 23;21 23;24 23;26 23;25 25;15 31;15 29;10 28;38 26;37 25;33
21;40 24;44 44;41 31;33 24;32 27;40 14;42 26;45 33;

29 23;31 30;30 25;31 23;35 15;40 16;40 20;37 20;35 24;43 23;45 26;37 28;35 28;33 29;37
30;39 30;41 29;43 31;47 34;46 43;42 43;48 45;42 44;43 50];

n=length(B);      %n=180
a=zeros(180);      %带权邻接矩阵
b=zeros(180);      %无权邻接矩阵

for i=1:n

    for j=i+1:n

        a(i,j)=sqrt(sum((B(i,:)-B(j,:)).^2));      %一级与二级，二级之间距离
        a(j,i)=sqrt(sum((B(i,:)-B(j,:)).^2));      %二级供水站之间距离

    end

end

```

```

end

total=0;          %管道总里程数

a(find(a==0))=inf;    %prim 算法

result=[];p=1;tb=2:length(a);

while length(result)~=length(a)-1

    temp=a(p,tb);temp=temp(:);

    d=min(temp);

    total=total+d;

    [jb,kb]=find(a(p,tb)==d);

    j=p(jb(1));k=tb(kb(1));

    b(j,k)=1;

    b(k,j)=1;

    result=[result,[j;k;d]];

    p=[p,k];

    tb(find(tb==k))=[];

end

result

total

A1=[26];          %中心供水站 x 坐标

A2=[31];          %中心供水站 y 坐标

V1=[5 8 10 13 17 20 25 31 35 36 41 45 ];          %一级供水站 x 坐标

V2=[33 9 24 34 23 10 47 18 42 25 31 38];          %一级供水站 y 坐标

P1=[41 40 38 38 33 31 33 28 24 21 22 28 43 44 25 21 22 24 37 38 37 14 16 14 18 12 15 20
13 16 21 26 28 27 29 29 36 41 39 27 23 20 16 22 40 42 37 35 35 35 34 26 27 31 31 31 28 27
24 26 13 17 21 18 21 13 14 12 10 16 18 24 25 24 24 21 17 10 9 7 4 5 2 7 7 1 2 3 2 4 5 6
9 2 7 3 3 10 17 20 24 22 21 27 26 9 12 14 19 14 13 9 2 6 7 6 5 5 16 26 29 31 28 20 17 15
21 24 26 25 15 15 10 38 37 33 40 44 41 33 32 40 42 45 29 31 30 31 35 40 40 37 35 43 45 37
35 33 37 39 41 43 47 46 42 48 42 43];

%二级供水站 x 坐标

```

```

P2=[35 34 35 37 37 36 35 32 30 31 27 29 37 39 27 29 30 32 33 33 36 13 9 7 14 6 14 13 46
39 39 44 40 42 38 44 44 40 52 49 46 46 46 44 44 40 42 49 51 52 55 53 51 51 45 41 45 35 38
39 37 36 41 41 43 39 43 43 44 44 44 44 49 49 51 48 51 34 35 37 37 42 44 32 30 24 16 18 20
24 28 24 29 33 34 30 41 36 34 22 21 17 16 19 16 16 17 15 26 28 25 19 1 6 8 14 17 16 19 13
11 14 17 19 22 23 23 23 25 31 29 28 26 25 21 24 44 31 24 27 14 26 33 23 30 25 23 15 16
20 20 24 23 26 28 28 29 30 30 29 31 34 43 43 45 44 50];

%二级供水站 y 坐标

% 二级供应点

plot(P1,P2, '.');

hold on

%一级供应点

plot(V1,V2, '*');

hold on

% 标点

for i=1:12

    v=num2str(i);

    v=[' V',v];

    text(V1(i),V2(i),v,'FontSize',6);

end

hold on;

%中心供应点

plot(26,31,'p','LineWidth',3);

xlabel('x')

ylabel('y')

gplot(b,C,'r-')

hold on

m1= [26 5 8 10 13 17 20 25 31 35 36 41 45];

n1=[31 33 9 24 34 23 10 47 18 42 25 31 38];

B =[11 5 7 2 5 4 6 8 11 8 12 13 10];

for i=1:13

```

```

x=[m1(i),m1(B(i))];
y=[n1(i),n1(B(i))];
plot(x,y,'k');
hold on;
end
x=[26,17];
y=[31,23];
plot(x,y,'k');
legend('二级供水站','一级供水站','中心供水站','一级到二级和二级之间','中心到一级和一级之间','Location','NorthEastOutside');

```

II 型管道的连接情况

列 1 至 11

1.0000 96.0000 96.0000 107.0000 91.0000 91.0000 97.0000 105.0000 91.0000 97.0000
103.0000

96.0000 97.0000 107.0000 91.0000 90.0000 110.0000 105.0000 145.0000 92.0000
103.0000 108.0000

2.2361 2.0000 2.0000 2.2361 1.4142 1.4142 2.2361 1.4142 2.8284 2.8284 2.8284

列 12 至 22

90.0000 4.0000 73.0000 78.0000 42.0000 76.0000 75.0000 75.0000 77.0000 56.0000
84.0000

4.0000 73.0000 78.0000 42.0000 76.0000 75.0000 43.0000 77.0000 56.0000 84.0000
44.0000

3.0000 3.0000 2.0000 3.0000 2.8284 3.0000 2.0000 2.0000 1.4142 2.0000 2.0000

(数据过多,就不一一列举了)

各供水站之间的距离:

0.000000	21.095023	28.425341	17.464249	13.341664	12.041595	21.840330	16.031220
13.928388	14.212670	11.661904	15.000000	20.248457			
21.095023	0.000000	24.186773	10.295630	8.062258	15.620499	27.459060	24.413111
30.016662	31.320920	32.015621	36.055513	40.311289			
28.425341	24.186773	0.000000	15.132746	25.495098	16.643317	12.041595	41.629317

24.698178 42.638011 32.249031 39.661064 47.010637
 17.464249 10.295630 15.132746 0.000000 10.440307 7.071068 17.204651 27.459060
 21.840330 30.805844 26.019224 31.780497 37.696154
 13.341664 8.062258 25.495098 10.440307 0.000000 11.704700 25.000000 17.691806
 24.083189 23.409400 24.698178 28.160256 32.249031
 12.041595 15.620499 16.643317 7.071068 11.704700 0.000000 13.341664 25.298221
 14.866069 26.172505 19.104973 25.298221 31.764760
 21.840330 27.459060 12.041595 17.204651 25.000000 13.341664 0.000000 37.336309
 13.601471 35.341194 21.931712 29.698485 37.536649
 16.031220 24.413111 41.629317 27.459060 17.691806 25.298221 37.336309 0.000000
 29.614186 11.180340 24.596748 22.627417 21.931712
 13.928388 30.016662 24.698178 21.840330 24.083189 14.866069 13.601471 29.614186
 0.000000 24.331050 8.602325 16.401219 24.413111
 14.212670 31.320920 42.638011 30.805844 23.409400 26.172505 35.341194 11.180340
 24.331050 0.000000 17.029386 12.529964 10.770330
 11.661904 32.015621 32.249031 26.019224 24.698178 19.104973 21.931712 24.596748
 8.602325 17.029386 0.000000 7.810250 15.811388
 15.000000 36.055513 39.661064 31.780497 28.160256 25.298221 29.698485 22.627417
 16.401219 12.529964 7.810250 0.000000 8.062258
 20.248457 40.311289 47.010637 37.696154 32.249031 31.764760 37.536649 21.931712
 24.413111 10.770330 15.811388 8.062258 0.000000

（因数据过多，以上只列出了一部分）

代码 3

```

clc;

clear;

A=[26 31;    %1 个中心供水站 A

    5 33;8 9;10 24;13 34;17 23;20 10;25 47;31 18;35 42;36 25;41 31;45 38;17 51 ;2 1];

B=[5 33;8 9;10 24;13 34;17 23;20 10;25 47;31 18;35 42;36 25;41 31;45 38;17 51 ;2 1;

    41 35;40 34;38 35;38 37;33 37;31 36;33 35;28 32;24 30;21 31;22 27;28 29;43 37;44 39;25

    27;21 29;22 30;24 32;37 33;38 33;37 36;14 13;    %168 个二级供水站 P
  
```

16 9;14 7;18 14;12 6;15 14;20 13;13 46;16 39;21 39;26 44;28 40;27 42;29 38;29 44;36
44;41 40;39 52;27 49;23 46;20 46;16 46;22 44;40 44;

42 40;37 42;35 49;35 51;35 52;34 55;26 53;27 51;31 51;31 45;31 41;28 45;27 35;24 38;26
39;13 37;17 36;21 41;18 41;21 43;13 39;14 43;12 43;

10 44;16 44;18 44;24 44;25 49;24 49;24 51;21 48;10 34;9 35;7 37;4 37;5 42;2 44;7 32;7
30;1 24;2 16;3 18;2 20;4 24;5 28;6 24;9 29;2 33;7 34;

3 30;3 41;10 36;17 34;20 22;24 21;22 17;21 16;27 19;26 16;9 16;12 17;14 15;19 26;14
28;13 25;9 19;6 6;7 8;6 14;5 17;5 16;16 19;26 13;29 11;

31 14;28 17;20 19;17 22;15 23;21 23;24 23;26 23;25 25;15 31;15 29;10 28;38 26;37 25;33
21;40 24;44 44;41 31;33 24;32 27;40 14;42 26;45 33;

29 23;31 30;30 25;31 23;35 15;40 16;40 20;37 20;35 24;43 23;45 26;37 28;35 28;33 29;37
30;39 30;41 29;43 31;47 34;46 43;42 43;48 45;42 44;43 50];

C=[26 31; %1 个中心供水站 A

5 33;8 9;10 24;13 34;17 23;20 10;25 47;31 18;35 42;36 25;41 31;45 38;17 51 ;2 1;
41 35;40 34;38 35;38 37;33 37;31 36;33 35;28 32;24 30;21 31;22 27;28 29;43 37;44 39;25
27;21 29;22 30;24 32;37 33;38 33;37 36;14 13; %168 个二级供水站 P

16 9;14 7;18 14;12 6;15 14;20 13;13 46;16 39;21 39;26 44;28 40;27 42;29 38;29 44;36
44;41 40;39 52;27 49;23 46;20 46;16 46;22 44;40 44;

42 40;37 42;35 49;35 51;35 52;34 55;26 53;27 51;31 51;31 45;31 41;28 45;27 35;24 38;26
39;13 37;17 36;21 41;18 41;21 43;13 39;14 43;12 43;

10 44;16 44;18 44;24 44;25 49;24 49;24 51;21 48;10 34;9 35;7 37;4 37;5 42;2 44;7 32;7
30;1 24;2 16;3 18;2 20;4 24;5 28;6 24;9 29;2 33;7 34;

3 30;3 41;10 36;17 34;20 22;24 21;22 17;21 16;27 19;26 16;9 16;12 17;14 15;19 26;14
28;13 25;9 19;6 6;7 8;6 14;5 17;5 16;16 19;26 13;29 11;

31 14;28 17;20 19;17 22;15 23;21 23;24 23;26 23;25 25;15 31;15 29;10 28;38 26;37 25;33
21;40 24;44 44;41 31;33 24;32 27;40 14;42 26;45 33;

29 23;31 30;30 25;31 23;35 15;40 16;40 20;37 20;35 24;43 23;45 26;37 28;35 28;33 29;37
30;39 30;41 29;43 31;47 34;46 43;42 43;48 45;42 44;43 50];

m=length(A); %m=13

n=length(B); %n=180

```

a=zeros(181);    %带权邻接矩阵
b=zeros(181);    %无权邻接矩阵
for i=1:m
    for j=i+1:m
        a(i,j)=sqrt(sum((A(i,:)-A(j,:)).^2)); %中心与一级，一级之间距离
        if i>1
            a(j,i)=sqrt(sum((A(i,:)-A(j,:)).^2)); %一级供水站之间距离
        end
    end
end
end
for i=1:n
    for j=i+1:n
        a(i+1,j+1)=sqrt(sum((B(i,:)-B(j,:)).^2)); %一级与二级，二级之间距离
        if i>14
            a(j+1,i+1)=sqrt(sum((B(i,:)-B(j,:)).^2)); %二级供水站之间距离
        end
    end
end
end
total=0;        %管道总里程数
a(find(a==0))=inf; %prim 算法
result=[];p=1;tb=2:length(a);
while length(result)~=length(a)-1
    temp=a(p,tb);temp=temp(:);
    d=min(temp);
    total=total+d;
    [jb,kb]=find(a(p,tb)==d);
    j=p(jb(1));k=tb(kb(1));
    b(j,k)=1;
    b(k,j)=1;
    result=[result,[j;k;d]];p=[p,k];tb(find(tb==k))=[];

```

```

end

result

total

A1=[26];           %中心供水站 x 坐标
A2=[31];           %中心供水站 y 坐标

V1=[5 8 10 13 17 20 25 31 35 36 41 45];           %一级供水站 x 坐标
V2=[33 9 24 34 23 10 47 18 42 25 31 38];           %一级供水站 y 坐标

P1=[41 40 38 38 33 31 33 28 24 21 22 28 43 44 25 21 22 24 37 38 37 14 16 14 18 12 15 20
13 16 21 26 28 27 29 29 36 41 39 27 23 20 16 22 40 42 37 35 35 35 34 26 27 31 31 31 28 27
24 26 13 17 21 18 21 13 14 12 10 16 18 24 25 24 24 21 10 9 7 4 5 2 7 7 1 2 3 2 4 5 6 9 2
7 3 3 10 17 20 24 22 21 27 26 9 12 14 19 14 13 9 6 7 6 5 5 16 26 29 31 28 20 17 15 21 24
26 25 15 15 10 38 37 33 40 44 41 33 32 40 42 45 29 31 30 31 35 40 40 37 35 43 45 37 35 33
37 39 41 43 47 46 42 48 42 43];           %二级供水站 x 坐标

P2=[35 34 35 37 37 36 35 32 30 31 27 29 37 39 27 29 30 32 33 33 36 13 9 7 14 6 14 13 46
39 39 44 40 42 38 44 44 40 52 49 46 46 46 44 44 40 42 49 51 52 55 53 51 51 45 41 45 35 38
39 37 36 41 41 43 39 43 43 44 44 44 44 49 49 51 48 34 35 37 37 42 44 32 30 24 16 18 20 24
28 24 29 33 34 30 41 36 34 22 21 17 16 19 16 16 17 15 26 28 25 19 6 8 14 17 16 19 13 11
14 17 19 22 23 23 23 23 25 31 29 28 26 25 21 24 44 31 24 27 14 26 33 23 30 25 23 15 16 20
20 24 23 26 28 28 29 30 30 29 31 34 43 43 45 44 50];           %二级供水站 y 坐标

%画线路图

scatter(A1,A2,'bo') %中心供水站位置

hold on;

scatter(V1,V2,'k*') %一级供水站位置

hold on;

scatter(P1,P2,'b.') %二级供水站位置

hold on;

xlabel('x')

ylabel('y')

gplot(b,C,'r-')

hold on;

```

```
U1=[17 2];  
U2=[51 1];  
scatter(U1,U2,'ks') %二级升为一级供水站位置  
hleg=legend('中心供水站','一级供水站','二级供水站','管道','二级升一级');
```