

Instituto Mauá de Tecnologia  
Núcleo de Sistemas Eletrônicos Embarcados - NSEE  
Simulador motor BLDC

Juliano Tusi Amaral Laganá Pinto  
julianotusi@gmail.com

30 de junho de 2015



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>4</b>
1.1	Objetivo . . . . .	4
1.2	Sistema de interesse . . . . .	4
1.3	Hipóteses . . . . .	5
1.4	Modelo matemático . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Implementação</b>	<b>8</b>
2.1	Bloco BLDC . . . . .	8
2.2	Bloco BLDC com lógica de comutação em blocos . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Ferramentas adicionais</b>	<b>11</b>
3.1	Conversão de tensões . . . . .	11
3.2	Medição de posição . . . . .	12
3.3	Medição de velocidade . . . . .	13

# Revision History

Revision	Date	Author(s)	Description
1.0.0	16.10.14	Juliano Laganá	Criação do documento.
1.0.1	21.10.14	Juliano Laganá	Adição do encoder e do método M/T aos blocos especificados.
1.0.2	24.06.15	Juliano Laganá	Substituição do modelo elétrico de fases individuais pelo modelo elétrico com as fases acopladas.
1.0.3	24.06.15	Juliano Laganá	Adição do bloco de conversão de tensões.
1.0.4	24.06.15	Juliano Laganá	Correção da definição do parâmetro L. Na verdade é a indutância por fase descontada da indutância mútua.
1.0.5	25.06.15	Juliano Laganá	Inclusão do modelo de atrito de Coulomb
1.0.6	29.06.15	Juliano Laganá	Atualização: agora o usuário pode definir o formato de back-emf que quiser
1.0.7	30.06.15	Juliano Laganá	Atualização do bloco de comutação six step: agora ele está desacoplado do BLDC

# 1 Introdução

## 1.1 Objetivo

O objetivo desse documento é disponibilizar um manual de uso da biblioteca “BLDC.slx” para simulação do motor DC sem escovas (BLDC).

## 1.2 Sistema de interesse

O sistema de interesse é um motor DC sem escovas acoplado à uma carga constante. A figura 1.1 ilustra um modelo simplificado do sistema. Os torques mostrados no desenho são:

- $T_e$  : Torque elétrico gerado pelo motor.
- $T_d$  : Torque de atrito no mancal (atrito viscoso + atrito de Coulomb).
- $T_l$  : Torque da carga.

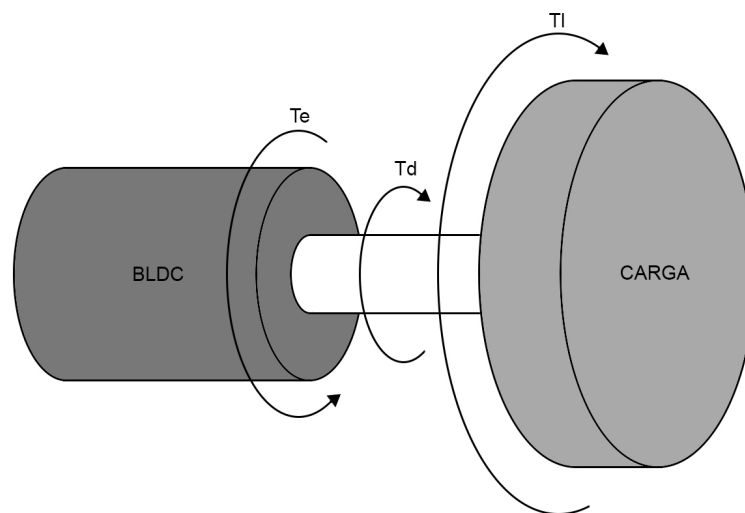


Figura 1.1: Modelo simplificado do sistema

### 1.3 Hipóteses

- Todas as fases de alimentação do BLDC tem a mesma resistência.
- Todas as fases de alimentação do BLDC tem a mesma indutância.
- Todas as partes do sistema são consideradas corpos rígidos.
- O atrito no mancal pode ser modelado como atrito viscoso (diretamente proporcional à velocidade angular do rotor em relação ao estator) + atrito de Coulomb.

### 1.4 Modelo matemático

- Dinâmica mecânica, com atrito viscoso e atrito de Coulomb:

$$J \cdot \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = T_e - T_l - T_{at1} - T_{at2}$$

$$T_{at1} = K_d \cdot \frac{d\theta_m}{dt}$$

$$T_{at2} = \begin{cases} -T_k \cdot \text{sign}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) & : \frac{d\theta_m}{dt} \neq 0 \\ -\min(T_s, T_e - T_l) \cdot \text{sign}(T_e - T_l) & : \frac{d\theta_m}{dt} = 0 \end{cases}$$

- Dinâmica elétrica, como proposto por [1]:

$$v_{ab} = R(i_a - i_b) + L \frac{d}{dt}(i_a - i_b) + e_a - e_b$$

$$v_{bc} = R(i_a + 2i_b) + L \frac{d}{dt}(i_a + 2i_b) + e_b - e_c$$

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

- Forças contraeletromotrizes geradas em cada fase [1]:

$$e_a = \frac{f_a(\theta_e) \cdot K_e}{2} \cdot \frac{d\theta_m}{dt}$$

$$e_b = \frac{f_b(\theta_e) \cdot K_e}{2} \cdot \frac{d\theta_m}{dt}$$

$$e_c = \frac{f_c(\theta_e) \cdot K_e}{2} \cdot \frac{d\theta_m}{dt}$$

- Torque gerado por cada fase e torque elétrico total [1]:

$$T_a = \frac{f_a(\theta_e) \cdot K_t \cdot i_a}{2}$$

$$T_b = \frac{f_b(\theta_e) \cdot K_t \cdot i_b}{2}$$

$$T_c = \frac{f_c(\theta_e) \cdot K_t \cdot i_c}{2}$$

$$T_e = T_a + T_b + T_c$$

- Relação entre ângulo elétrico e ângulo mecânico:

$$\theta_e = \theta_m \cdot \frac{P}{2}$$

$J$  = Inércia do sistema motor+carga

$K_d$  = Coeficiente de atrito viscoso do mancal

$T_{at1}$  = Torque devido ao atrito viscoso

$T_{at2}$  = Torque devido ao atrito de Coulomb

$T_k$  = Magnitude do torque devido ao atrito cinético

$T_s$  = Magnitude máxima do torque devido ao atrito estático

$K_e$  = Constante de força contraeletromotriz

$K_t$  = Constante de torque

$P$  = Número de pólos

$\theta_m$  = Ângulo do rotor em relação ao estator

$\theta_e$  = Ângulo elétrico

$L$  = Indutância de cada fase (descontada do valor da indutância mútua, caso seja significativo)

$R$  = Resistência de cada fase

$v_{ab}$  = Tensão entre as fase  $a$  e  $b$

$v_{bc}$  = Tensão entre as fases  $b$  e  $c$

$i_a$  = Corrente na fase  $a$

$i_b$  = Corrente na fase  $b$

$i_c$  = Corrente na fase  $c$

$e_a$  = Força contraeletromotriz gerada na fase  $a$

$e_b$  = Força contraeletromotriz gerada na fase  $b$

$e_c$  = Força contraeletromotriz gerada na fase  $c$

$T_a$  = Torque elétrico gerado pela fase  $a$  no rotor

$T_b$  = Torque elétrico gerado pela fase  $b$  no rotor

$T_c$  = Torque elétrico gerado pela fase  $c$  no rotor

$T_e$  = Torque elétrico total aplicado no rotor

$f_a(\theta_e)$  = Função que reproduz o comportamento da força contraeletromotriz na fase  $a$   
(padrão: comportamento trapezoidal)

$f_b(\theta_e)$  = Função que reproduz o comportamento da força contraeletromotriz na fase  $b$   
(padrão: comportamento trapezoidal)

$f_c(\theta_e)$  = Função que reproduz o comportamento da força contraeletromotriz na fase  $c$   
(padrão: comportamento trapezoidal)

$sign(x)$  = Retorna 1 se  $x$  é não-negativo,  $-1$  caso contrário.

$min(a, b)$  = Retorna  $a$  se  $a > b$ ,  $b$  caso contrário.

## 2 Implementação

### 2.1 Bloco BLDC

O modelo matemático apresentado na seção 1.4 foi implementado no bloco “BLDC” ilustrado na figura 2.1. Todos os parâmetros do motor podem ser alterados clicando-se duas vezes em cima do bloco.

Caso o usuário queira, ao invés de utilizar o formato padrão trapezoidal para o formato das forças contra-eletromotrizes, ele pode especificar um formato diferente nos parâmetros do bloco. Para tal, é necessário informar três matrizes  $n \times 2$  que servirão de lookup table. A primeira coluna dessas matrizes é o tempo (deve começar em zero, ser monotonicamente crescente e terminar em 360) e a segunda coluna é o valor de  $f(\theta_e)$  para aquela fase.

Exemplo: `backemfa = [linspace(0,360,200)',sin(linspace(0,360,200)')];`

**Atenção:** desde a adição do modelo de atrito de Coulomb, esse bloco não suporta mais simulação com fixed-step solvers. Caso um fixed-step solver seja utilizado, uma mensagem de erro será apresentada ao usuário.

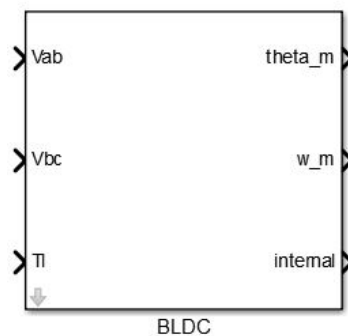


Figura 2.1: Bloco simulink para simulação do BLDC

- Entradas
  1. `Vab` - Tensão entre as fases *a* e *b* [V]
  2. `Vbc` - Tensão entre as fases *b* e *c* [V]
  3. `Tl` - Torque da carga [N.m]



- Saídas

1. `theta_m` - Ângulo entre o rotor e o estator ( $\theta_m$ ) [rad]
2. `w_m` - Velocidade angular entre o rotor e o estator ( $\frac{d\theta_m}{dt}$ ) [rad/s]
3. `internal` - Sinal multiplexado [4x1] composto pelos seguintes sinais:
  - Correntes [3x1] -  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  [A]
  - Torques [3x1] -  $T_a$ ,  $T_b$  e  $T_c$  [N.m]
  - FCEMs [3x1] -  $e_a$ ,  $e_b$  e  $e_c$  [V]
  - Torque total -  $T_e$  [N.m]
  - Torque de atrito -  $T_{at2}$

## 2.2 Bloco BLDC com lógica de comutação em blocos

Para o devido funcionamento do BLDC é necessário comutar a tensão entre cada fase periodicamente. O bloco apresentado na figura 2.2 implementa internamente a estratégia de comutação em blocos através da utilização de três sensores de efeito hall separados por 120 graus. Os parâmetros da comutação (número de pólos do motor que será comutado) podem ser alterados clicando-se duas vezes em cima do bloco.

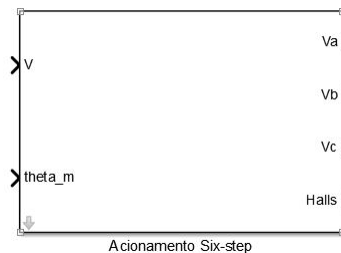


Figura 2.2: Bloco simulink que implementa a comutação em blocos

- Entradas

1. `V` - Tensão que será aplicada nas fases quando forem acionadas [V]
2. `theta_m` - Essa porta deve ser conectada na saída `theta_m` do simulador BLDC [rad/s]

- Saídas

1. `Va` - Tensão que deve ser aplicada na fase *a* [V]
2. `Vb` - Tensão que deve ser aplicada na fase *b* [V]
3. `Vc` - Tensão que deve ser aplicada na fase *c* [V]

4. `Halls` - Vetor `[3x1]` que contém os níveis lógicos de cada sensor Hall acoplado ao motor ( $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$ )

## 3 Ferramentas adicionais

### 3.1 Conversão de tensões

Foi desenvolvido um bloco para converter as tensões individuais de cada fase ( $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$ , saídas do acionamento six-step) nas tensões entre as fases ( $v_{ab}$  e  $v_{bc}$ , entradas do bloco BLDC), ilustrado na figura 3.1.

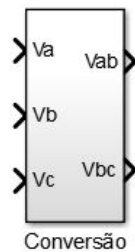


Figura 3.1: Bloco para converter as tensões individuais em tensões entre fases

- Entradas
  1.  $V_a$  - Tensão na fase  $a$
  2.  $V_b$  - Tensão na fase  $b$
  3.  $V_c$  - Tensão na fase  $c$
- Saídas
  1.  $V_{ab}$  - Tensão entre as fases  $a$  e  $b$
  2.  $V_{bc}$  - Tensão entre as fases  $b$  e  $c$

## 3.2 Medição de posição

Para medição de posição angular do rotor foi desenvolvido um bloco que simula o funcionamento de um encoder de quadratura, ilustrado na figura 3.2. O número de pulsos por revolução pode ser configurado clicando-se duas vezes no bloco.

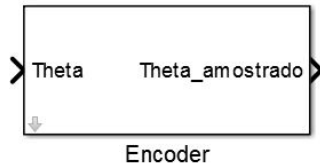


Figura 3.2: Bloco simulink para simulação de um encoder de quadratura

- Entradas
  1. **Theta** - Ângulo mecânico entre o rotor e o estator. [graus]
- Saídas
  1. **Theta\_amostrado** - Ângulo mecânico entre o rotor e o estator, amostrado pelo encoder de quadratura simulado. [graus]
- Restrições
  1. Para o correto funcionamento desse bloco, o step size da simulação deve ser configurado para nunca exceder  $\frac{360}{4 \cdot N_r \cdot V_{máx}}$  segundos; onde  $N_r$  é o número de pulsos por rotação do encoder (especificado clicando-se duas vezes em cima do bloco) e  $V_{máx}$  é o valor máximo da derivada da entrada Theta em graus/s. Exemplo: Para a correta simulação de um encoder com  $N_r = 300$ , amostrando um BLDC cuja velocidade angular atinge no máximo 1200 graus/s (portanto o valor máximo da derivada da entrada Theta também é 1200 graus/s), faz-se necessário configurar a simulação para que o step size nunca exceda  $2,5 \cdot 10^{-4}$  segundos.

### 3.3 Medição de velocidade

O algoritmo M/T para estimação de velocidade [2] foi implementado no simulink e está ilustrado na figura 3.3

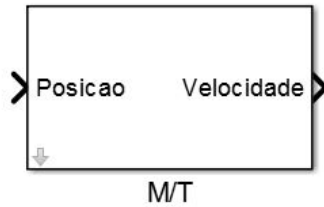


Figura 3.3: Bloco que implementa o algoritmo de estimação de velocidade M/T

- Entradas
  1. **Posicao** - Essa entrada deve ser conectada à saída “Theta\_amostrado” do bloco simulador de encoder de quadratura. [graus]
- Saídas
  1. **Velocidade** - Velocidade estimada pelo algoritmo M/T. [graus/s]

# Referências Bibliográficas

- [1] Stefan Baldursson. Bldc motor modelling and control-a matlab®/simulink® implementation. 2005.
- [2] Tsutomu Ohmae, Toshihiko Matsuda, Kenzo Kamiyama, and Makoto Tachikawa. A microprocessor-controlled high-accuracy wide-range speed regulator for motor drives. *IEEE Transactions on industrial electronics*, IE-29(3):207–211, August 1982.