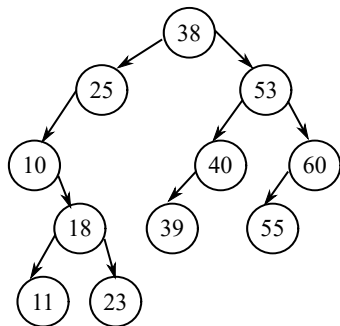


# Arbori binari de căutare

Universitatea "Transilvania" din Brașov

4 aprilie 2022

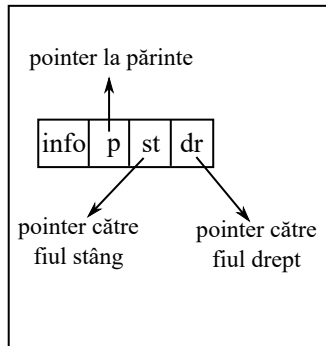
# Arbore binar de căutare



**Definiție:** un arbore binar de căutare este un arbore binar cu următoarele proprietăți.

- Fiecare nod are o valoare numită cheie
- Pentru fiecare nod este valabil:
  - Toate nodurile din subarborele stâng au cheile mai mici decât cheia părintelui.
  - Toate nodurile din subarborele drept au cheile mai mari decât cheia părintelui.

# Reprezentarea unui arbore binar



## Reprezentarea unui arbore binar ca structură de pointeri:

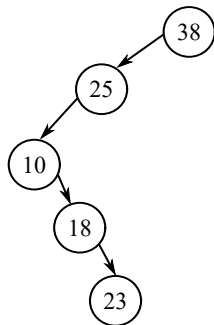
Fiecare nod  $x$  este considerat o structură cu 4 câmpuri

- $x.info$  - cheia nodului
- $x.p$  - legătura către nodul părinte
- $x.st$  - legătura către fiul stâng
- $x.dr$  - legătura către fiul drept

# Reprezentarea unui arbore binar - cod C++

```
struct nod{  
    int info;  
    nod* p, *st, *dr;  
};  
  
struct ARB{  
    nod* rad;  
    //functii corespunzatoare  
};
```

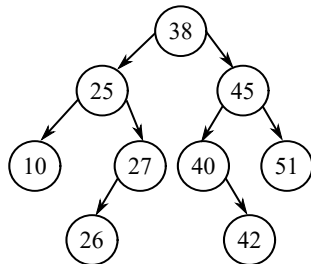
# Arbore binar de căutare - Înălțime



**Înălțimea maximă** a unui arbore binar de căutare cu  $n$  noduri este  $n - 1$

**Exemplu:** în figură  $n = 5$ ,  $h = 4$ .

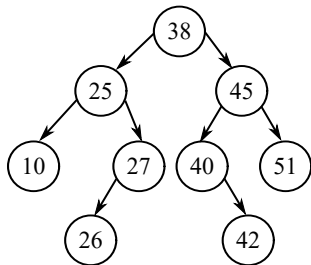
## Arbore binar de căutare - Înălțime



**Înălțimea minimă** a unui arbore binar de căutare cu  $n$  noduri este  $\lceil \log_2 n \rceil$

**Exemplu:** în figură  $n = 9$ ,  $h = 3$ .

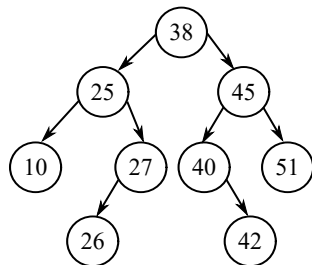
# Arbore binar de căutare - Parcurgeri



## Parcurgeri:

- RSD (Preordine):
- SRD (Inordine):
- SDR (Postordine):

# Arbore binar de căutare - Parcurgeri

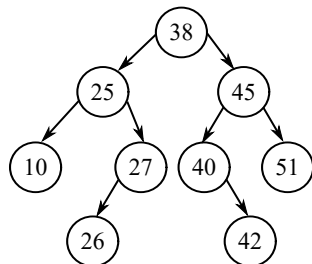


## Parcurgeri:

- RSD (Preordine): 38, 25, 10, 27, 26, 45, 40, 42, 51
- SRD (Inordine):
- SDR (Postordine):



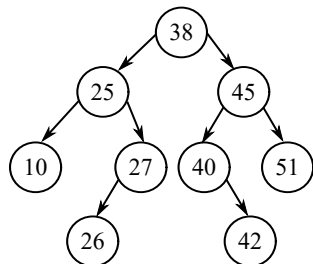
## Arbore binar de căutare - Parcurgeri



### Parcurgeri:

- RSD (Preordine): 38, 25, 10, 27, 26, 45, 40, 42, 51
- SRD (Inordine): 10, 25, 26, 27, 38, 40, 42, 45, 51
- SDR (Postordine):

## Arbore binar de căutare - Parcurgeri

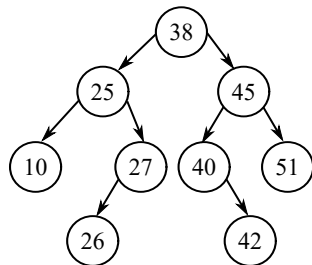


### Parcurgeri:

- RSD (Preordine): 38, 25, 10, 27, 26, 45, 40, 42, 51
- SRD (Inordine): 10, 25, 26, 27, 38, 40, 42, 45, 51
- SDR (Postordine): 10, 26, 27, 25, 42, 40, 51, 45, 38

# Arbore binar de căutare - Parcurgeri

## Parcurgeri:



- RSD (Preordine): 38, 25, 10, 27, 26, 45, 40, 42, 51
- **SRD (Inordine): 10, 25, 26, 27, 38, 40, 42, 45, 51**
- SDR (Postordine): 10, 26, 27, 25, 42, 40, 51, 45, 38

**Observație:** Parcurgerea în inordine a unui arbore binar de căutare are ca rezultat parcurgerea în ordine sortată a cheilor din arbore.

# Arbore binar de căutare - Operații

## Operațiile principale:

- Căutarea binară a unui nod.

# Arbore binar de căutare - Operații

## Operațiile principale:

- Căutarea binară a unui nod.
- Determinarea minimului/maximului.

# Arbore binar de căutare - Operații

## Operațiile principale:

- Căutarea binară a unui nod.
- Determinarea minimului/maximului.
- Căutarea binară a succesorului / predecesorului

# Arbore binar de căutare - Operații

## Operațiile principale:

- Căutarea binară a unui nod.
- Determinarea minimului/maximului.
- Căutarea binară a succesorului / predecesorului
- Inserție/ștergere a unui nod

# Arbore binar de căutare - Operații

## Operațiile principale:

- Căutarea binară a unui nod.
- Determinarea minimului/maximului.
- Căutarea binară a succesorului / predecesorului
- Inserție/ștergere a unui nod
- Sortarea cheilor arborelui, prin parcurgerea acestuia în inordine a arborelui.



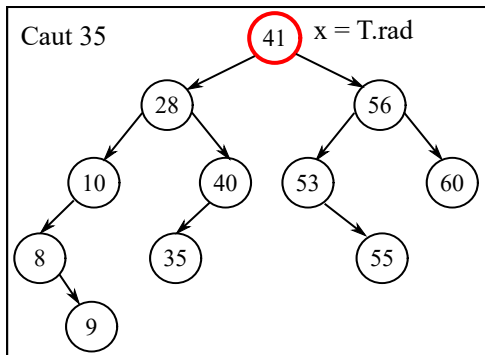
# Arbore binar de căutare - Operații

## Căutarea binară.

**Problematică:** Se consideră un  $\varphi$  sortat de elemente. Să se verifice eficient, dacă un element  $x$  face parte din  $\varphi$ .

**Exemplu:**  $v = \{3, 7, 9, 11, 15, 24, 27, 31\}$ .  $x = 9$ .

# Arbore binar de căutare - Operații



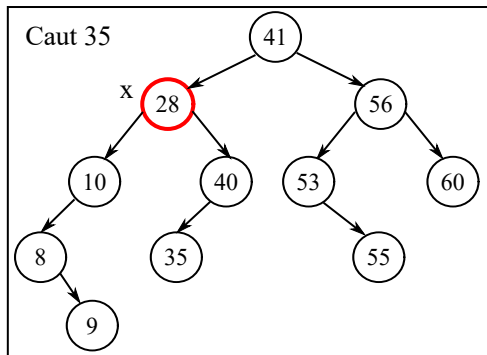
## 1. Căutarea binară în arbore.

Se caută în arborele  $T$  valoarea  $k$ . În exemplu:  $k = 35$ .

Se pornește cu  $x = T.rad$  și cât timp mai pot căuta ( $x \neq Nil$ ):

- se compară  $k$  cu  $x.info$
- dacă  $k = x.info \Rightarrow$  succes
- altfel dacă  $k < x.info$  caută în subarborele stâng  $x.st$
- altfel caută în subarborele drept  $x.dr$

# Arbore binar de căutare - Operații



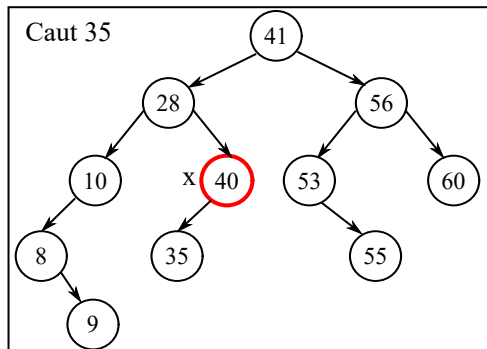
## 1. Căutarea binară în arbore.

Se caută în arborele  $T$  valoarea  $k$ . În exemplu:  $k = 35$ .

Se pornește cu  $x = T.rad$  și cât timp mai pot căuta ( $x \neq Nil$ ):

- se compară  $k$  cu  $x.info$
- dacă  $k = x.info \Rightarrow$  succes
- altfel dacă  $k < x.info$  caută în subarborele stâng  $x.st$
- altfel caută în subarborele drept  $x.dr$

# Arbore binar de căutare - Operații



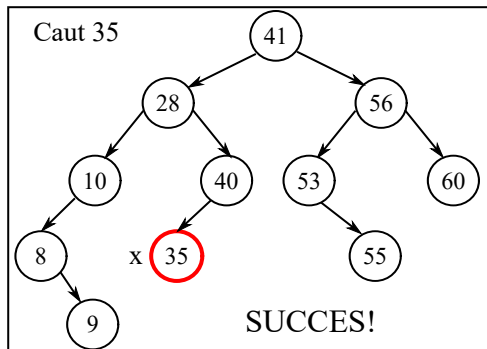
## 1. Căutarea binară în arbore.

Se caută în arborele  $T$  valoarea  $k$ . În exemplu:  $k = 35$ .

Se pornește cu  $x = T.rad$  și cât timp mai pot căuta ( $x \neq Nil$ ):

- se compară  $k$  cu  $x.info$
- dacă  $k = x.info \Rightarrow$  succes
- altfel dacă  $k < x.info$  caută în subarborele stâng  $x.st$
- altfel caută în subarborele drept  $x.dr$

# Arbore binar de căutare - Operații



## 1. Căutarea binară în arbore.

Se caută în arborele  $T$  valoarea  $k$ . În exemplu:  $k = 35$ .

Se pornește cu  $x = T.rad$  și cât timp mai pot căuta ( $x \neq Nil$ ):

- se compară  $k$  cu  $x.info$
- dacă  $k = x.info \Rightarrow$  succes
- altfel dacă  $k < x.info$  caută în subarborele stâng  $x.st$
- altfel caută în subarborele drept  $x.dr$

## Căutare binară în arbore - Algoritm

### Algoritm 1: Căutare binară

**Intrare:** Arborele binar de căutare  $T$  și elementul  $k$  care se caută

**lesire:** nodul  $x$  cu cheia  $k$  sau Nil

$$x \leftarrow T.rad$$

**cat\_timp**  $x \neq Nil$  și  $x.info \neq k$  executa

**daca  $k < x.info$  atunci**

$$x \leftarrow x.st$$
**sfarsit\_daca**

**altfel**

$$| \quad x \leftarrow x.dr$$
**sfarsit\_daca**

## sfarsit\_cat\_timp

```
return x
```

# Arbori binari de căutare - Operații

## Observații:

- 1 Complexitatea operațiilor într-un arbore binar de căutare cu  $n$  noduri este proporțională cu înălțimea  $h$  a arborelui.

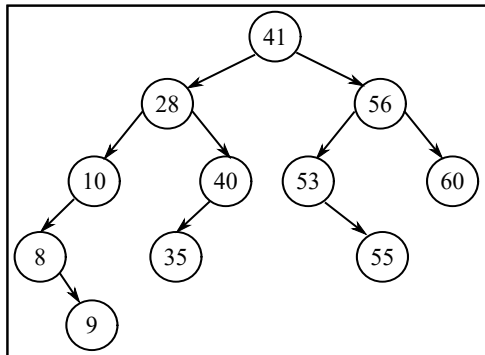
**Notăm** cu  $T(n)$  complexitatea algoritmului utilizat, atunci:

$$O(\log_2 n) \leq T(n) \leq O(n)$$

- 2 În cazul unui arbore binar de căutare oarecare nu poate fi garantată complexitatea căutării binare, adică  $O(\log_2 n)$ .

Există arbori binari de căutare care se autobalansează, de exemplu arborii AVL și arborii roșu-negru. Pentru aceștia se demonstrează faptul că au complexitatea operațiilor de ordinul  $O(\log_2 n)$ .

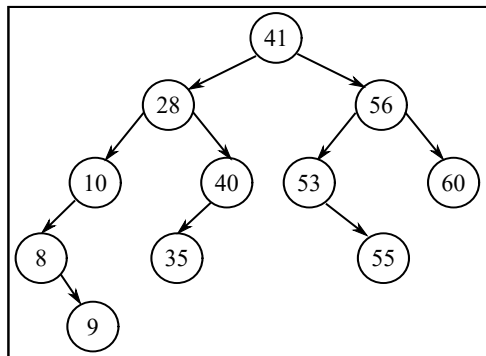
# Arbori binari de căutare - Operații



**2. Căutarea minimului** într-un subarbore de rădăcină  $x$ .



# Arbori binari de căutare - Operații



**2. Căutarea minimului** într-un subarbore de rădăcină  $x$ .

---

**Algoritm 2:** Minim

---

**Intrare:** Nodul  $x$

**Iesire:** nodul cu cheia minimă din subarbore

$y \leftarrow x$

**cat timp**  $y.st \neq Nil$  **executa**

$y \leftarrow y.st$

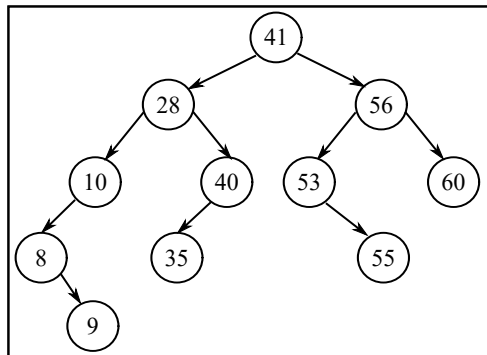
**sfarsit\_cat\_timp**

**return**  $y$

---

**Complexitate:**  $O(h)$

# Arbori binari de căutare - Operații



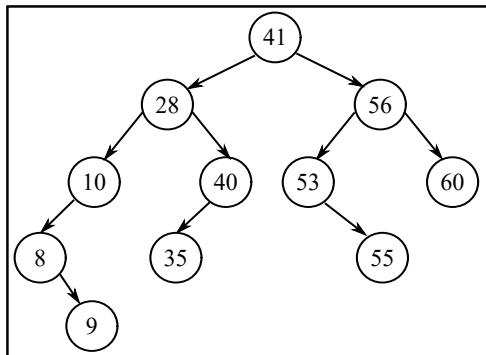
**3. Succesorul binar** al unui nod  $x$  = acel nod  $y$  a cărui cheie are valoarea imediat următoare cheii lui  $x$  în șirul sortat al valorilor din arbore.

**Exemplu:**

SUCCESSOR(41) = ?

SUCCESSOR(28) = ?

# Arbori binari de căutare - Operații



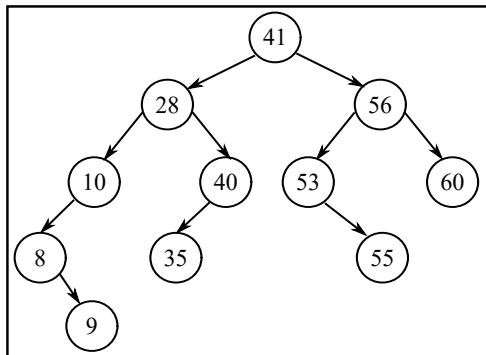
**3. Succesorul binar** al unui nod  $x$  = acel nod  $y$  a cărui cheie are valoarea imediat următoare cheii lui  $x$  în șirul sortat al valorilor din arbore.

**Exemplu:**

$\text{SUCCESOR}(41) = 53$

$\text{SUCCESOR}(28) = ?$

## Arbori binari de căutare - Operații



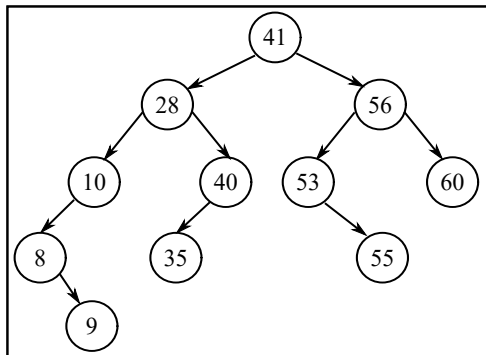
**3. Succesorul binar** al unui nod  $x$  = acel nod  $y$  a cărui cheie are valoarea imediat următoare cheii lui  $x$  în șirul sortat al valorilor din arbore.

**Exemplu:**

$\text{SUCCESOR}(41) = 53$

$\text{SUCCESOR}(28) = 35$

# Arbori binari de căutare - Operații



**3. Succesorul binar** al unui nod  $x$  = acel nod  $y$  a cărui cheie are valoarea imediat următoare cheii lui  $x$  în șirul sortat al valorilor din arbore.

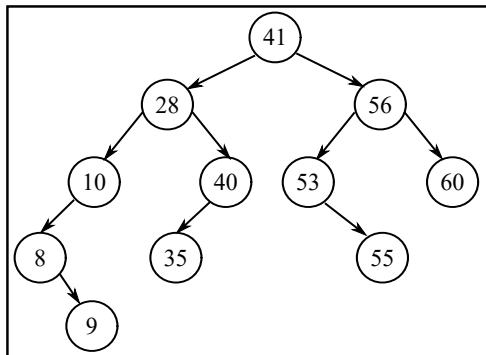
**Exemplu:**

SUCCESSOR(41) = 53

SUCCESSOR(28) = 35

SUCCESSOR(9) = ?

## Arbori binari de căutare - Operații



**3. Succesorul binar** al unui nod  $x$  = acel nod  $y$  a cărui cheie are valoarea imediat următoare cheii lui  $x$  în șirul sortat al valorilor din arbore.

**Exemplu:**

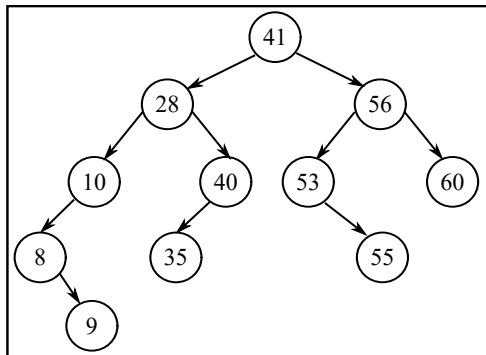
SUCCESSOR(41) = 53

SUCCESSOR(28) = 35

SUCCESSOR(9) = 10

SUCCESSOR(55) = ?

# Arbori binari de căutare - Operații



**3. Succesorul binar** al unui nod  $x$  = acel nod  $y$  a cărei cheie are valoarea imediat următoare cheii lui  $x$  în șirul sortat al valorilor din arbore.

**Exemplu:**

SUCCESSOR(41) = 53

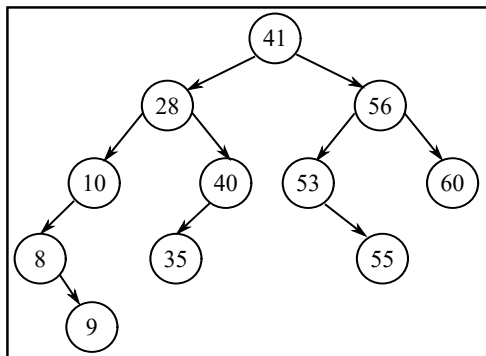
SUCCESSOR(28) = 35

SUCCESSOR(9) = 10

SUCCESSOR(55) = 56

SUCCESSOR(60) = ?

## Arbori binari de căutare - Operații



**3. Succesorul binar** al unui nod  $x$  = acel nod  $y$  a cărui cheie are valoarea imediat următoare cheii lui  $x$  în șirul sortat al valorilor din arbore.

**Exemplu:**

SUCCESSOR(41) = 53

SUCCESSOR(28) = 35

SUCCESSOR(9) = 10

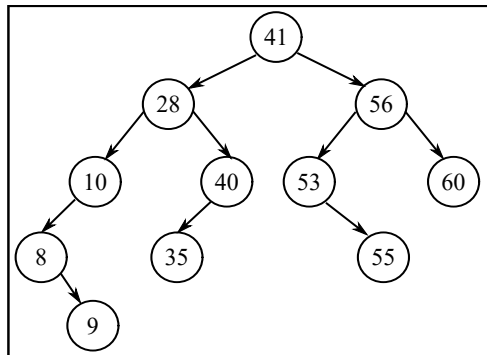
SUCCESSOR(55) = 56

SUCCESSOR(60) = NU are. Este maximul.

**Observație:** dacă  $x$  are fiu drept, atunci succesorul său NU are fiu stâng.



# Arbori binari de căutare - Operații



## 3. Succesorul binar al unui nod $x$

- Poate fi determinat prin comparații
- Dacă există, este:
  - dacă  $x.dr \neq Nil \Rightarrow$  succesorul este cel mai mic element din  $x.dr$ ,
  - altfel - un nod părinte  $y$  pentru care  $x$  se află în subarborele stâng al lui  $y$ .
- Dacă  $x$  este nodul cu cea mai mare cheie, atunci  $x$  nu are succesor.
- Dacă  $x$  are fiu drept, atunci succesorul său NU are fiu stâng.

# Succesorul binar al unui nod - Algoritm

---

**Algoritm 3:** Succesor binar

---

**Intrare:** Arborele binar de căutare  $T$  și nodul  $x$

**Iesire:** nodul  $y$ , sucesor binar al lui  $x$

**daca**  $x.dr \neq Nil$  **atunci**

$y = \text{MINIM}(x.dr)$

**sfarsit\_daca**

**altfel**

$y \leftarrow x.p$

**cat timp**  $y \neq Nil$  **și**  $x = y.dr$  **executa**

$x \leftarrow y$

$y \leftarrow y.p$

**sfarsit\_cat\_timp**

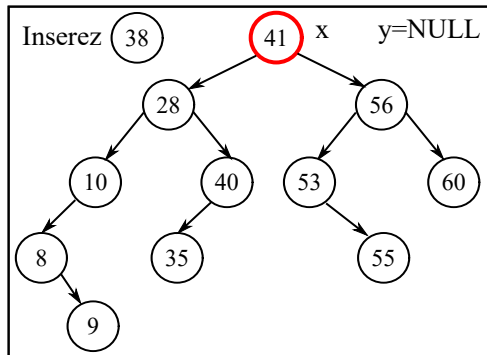
**sfarsit\_daca**

return  $y$

---

**Complexitate:**  $O(h)$

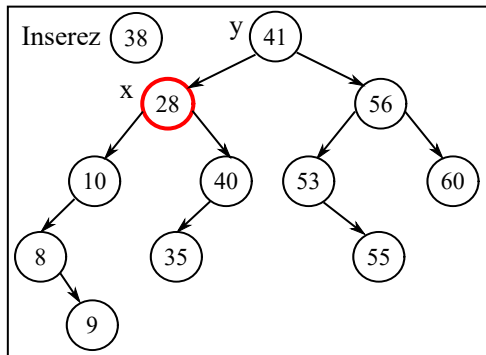
# Arbori binari de căutare - Operații



## 4. Inserția unui nod z

- se pornește de la rădăcină
- se coboară în arbore, până la un nod  $y$ , care are cel mult un fiu și care poate fi părintele nodului  $z$ .
- se legă  $z$  de  $y$

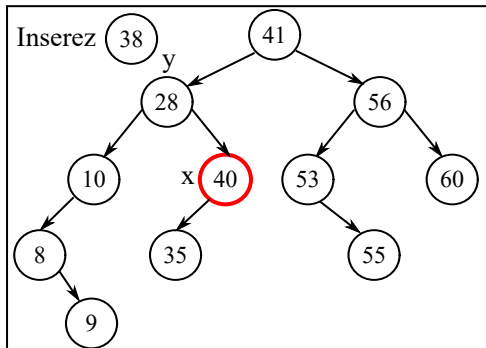
# Arbori binari de căutare - Operații



## 4. Inserția unui nod z

- se pornește de la rădăcină
- se coboară în arbore, până la un nod y, care are cel mult un fiu și care poate fi părintele nodului z.
- se legă z de y

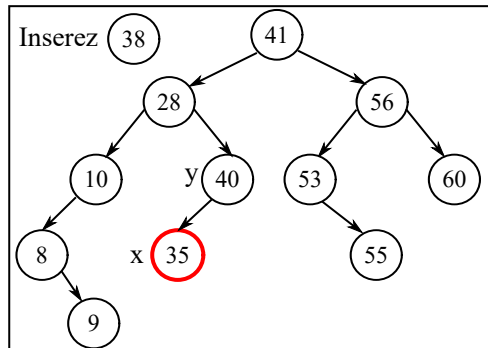
# Arbori binari de căutare - Operații



## 4. Inserția unui nod z

- se pornește de la rădăcină
- se coboară în arbore, până la un nod y, care are cel mult un fiu și care poate fi părintele nodului z.
- se legă z de y

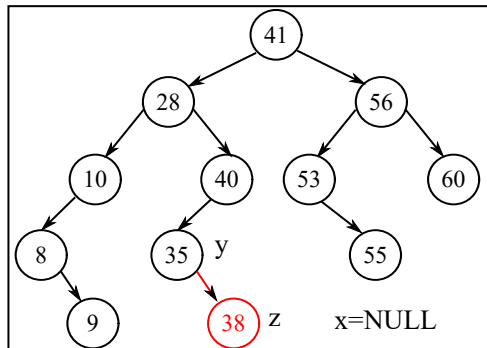
# Arbori binari de căutare - Operații



## 4. Inserția unui nod z

- se pornește de la rădăcină
- se coboară în arbore, până la un nod y, care are cel mult un fiu și care poate fi părintele nodului z.
- se legă z de y

# Arbori binari de căutare - Operații



## 4. Inserția unui nod *z*

- se pornește de la rădăcină
- se coboară în arbore, până la un nod *y*, care are cel mult un fiu și care poate fi părintele nodului *z*.
- se legă *z* de *y*

## Inserarea unui nod - Algoritm

#### Algorithm 4: Insert

**Intrare:** Arborele binar de căutare  $T$  și  
nodul  $z$

**lesire:** Arborele în care s-a inserat  $z$

$$x \leftarrow T.rad$$
$$y \leftarrow Nil$$

**cat\_timp  $X \neq Nil$  executata**

$$y \leftarrow x$$

**daca  $z.info < x.info$  atunci**

$$| \quad x \leftarrow x.st$$
**sfarsit\_daca****altfel**
$$| \quad x \leftarrow x.dr$$
**sfarsit\_daca****sfarsit\_cat\_timp**
$$\overline{z.p \leftarrow y}$$

**daca  $y = Nil$  atunci**

$$\perp \quad T.rad \leftarrow z$$

**altfel**

**daca  $z.info < y.info$  atunci**

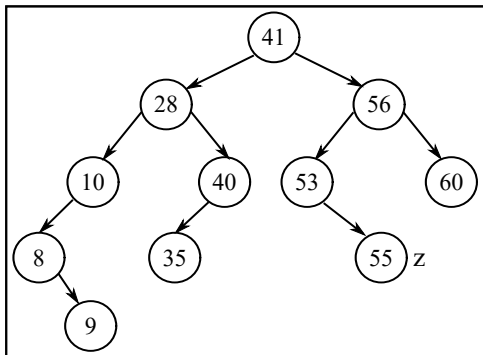
$$| \quad y.st \leftarrow z$$
**altfel**
$$| \quad y.dr \leftarrow z$$

**Complexitate:**  $O(h)$



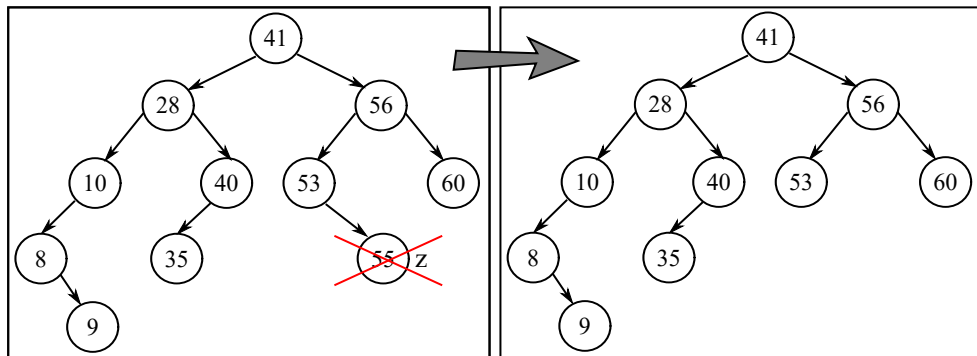
# Arbori binari de căutare - Operații

**5. Ștergerea unui nod.** Cum șterg din arborele din figură nodul cu cheia 55?



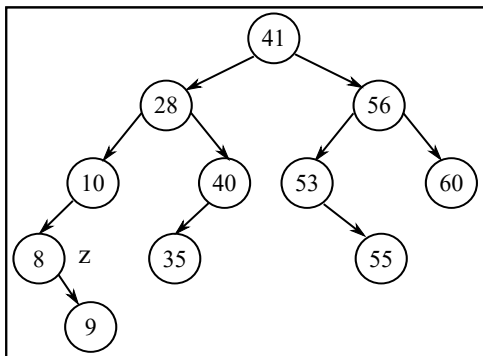
# Arbori binari de căutare - Operații

**5. Ștergerea unui nod.** Cum șterg din arborele din figură nodul cu cheia 55?



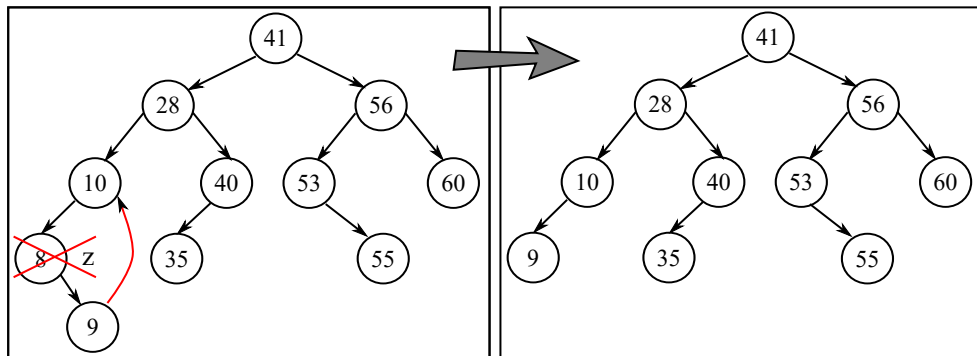
# Arbori binari de căutare - Operații

**5. Ștergerea unui nod.** Cum șterg din arborele din figură nodul cu cheia 8?



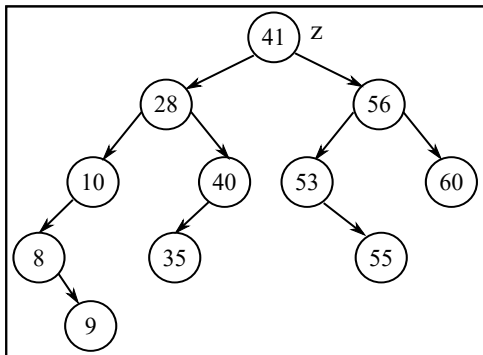
## Arbori binari de căutare - Operații

5. **Ștergerea unui nod.** Cum șterg din arborele din figură nodul cu cheia 8?



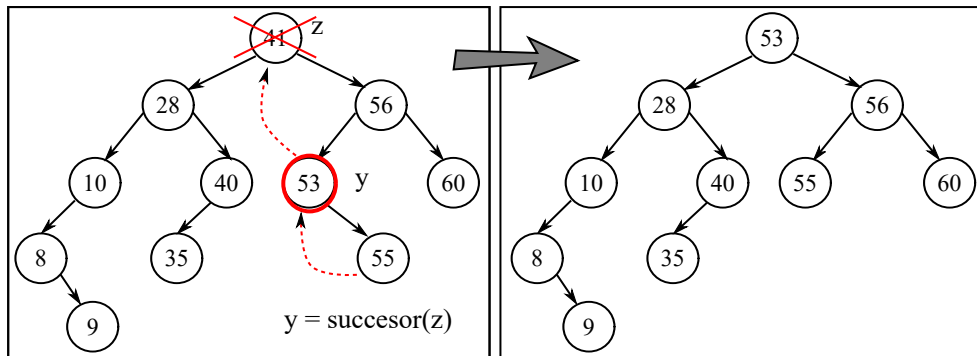
# Arbori binari de căutare - Operații

**5. Ștergerea unui nod.** Cum șterg din arborele din figură nodul cu cheia 41?



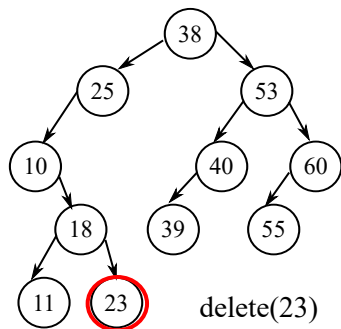
# Arbori binari de căutare - Operații

**5. Ștergerea unui nod.** Cum șterg din arborele din figură nodul cu cheia 41?



- 1 Caut succesorul  $y$  al lui  $z$
- 2 Înlocuiesc nodul  $z$  cu nodul  $y$
- 3 Înlocuiesc nodul  $y$  cu fiul său drept

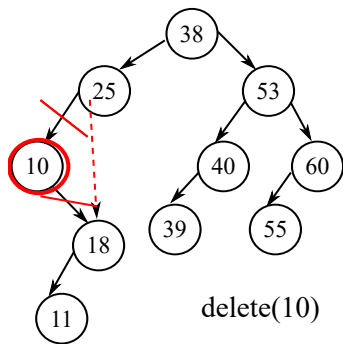
# Arbori binari de căutare - Operații



**5. Ștergerea unui nod.** Sunt luate în considerare următoarele cazuri:

- ❶ z nu are fii și atunci este pur și simplu înlocuit cu Nil

# Arbori binari de căutare - Operații

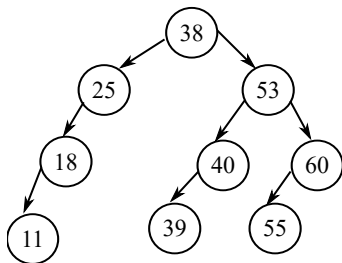


**5. Ștergerea unui nod.** Sunt luate în considerare următoarele cazuri:

- ❶ z nu are fii și atunci este pur și simplu înlocuit cu Nil
- ❷ z are un singur fiu nenul. Atunci se înlocuiește z cu acel fiu



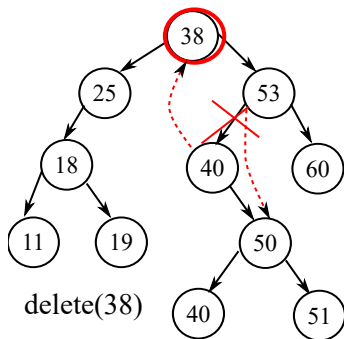
# Arbori binari de căutare - Operații



**5. Ștergerea unui nod.** Sunt luate în considerare următoarele cazuri:

- ❶ z nu are fii și atunci este pur și simplu înlocuit cu Nil
- ❷ z are un singur fiu nenul. Atunci se înlocuiește z cu acel fiu

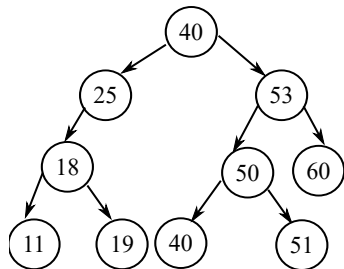
# Arbori binari de căutare - Operații



**5. Ștergerea unui nod.** Sunt luate în considerare următoarele cazuri:

- ❶ z nu are fii și atunci este pur și simplu înlocuit cu Nil
- ❷ z are un singur fiu nenul. Atunci se înlocuiește z cu acel fiu
- ❸ z are doi fii nenuli. Atunci se determină succesorul y al lui z care se află în subarborele drept al lui z și evident nu are descendent stâng. Apoi se înlocuiește nodul z cu nodul y, iar y se înlocuiește cu fiul său drept.

## Arbori binari de căutare - Operații



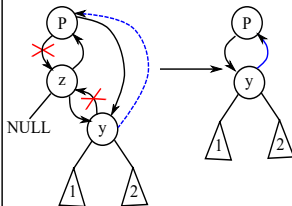
**5. Ștergerea unui nod.** Sunt luate în considerare următoarele cazuri:

- 1 z nu are fii și atunci este pur și simplu înlocuit cu Nil
- 2 z are un singur fiu nenul. Atunci se înlocuiește z cu acel fiu
- 3 z are doi fii nenuli. Atunci se determină succesorul y al lui z care se află în subarborele drept al lui z și evident nu are descendent stâng. Apoi se înlocuiește nodul z cu nodul y, iar y se înlocuiește cu fiul său drept.

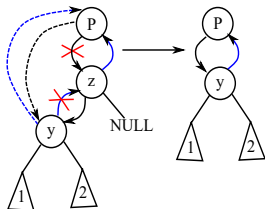
**Observație:** În cazul în care z are doi descendenți nenuli, el poate fi înlocuit și cu predecesorul său.

# Arbori binari de căutare - Operații

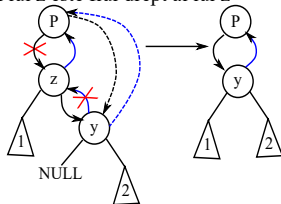
**Cazul 1:** z nu are fiu stâng



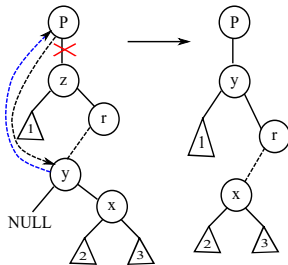
**Cazul 2:** z nu are fiu drept



**Cazul 3.1:** z are 2 fii, succesorul y al lui z este fiul drept al lui z



**Cazul 3.2:** z are 2 fii, succesorul y al lui z nu este fiul al lui z



## Algoritm 5: Transplant( $T, z, y$ )

**daca**  $z.p = Nil$  **atunci**

    |  $T.rad \leftarrow y$

**sfarsit\_daca**

**altfel**

**daca**  $z = z.p.st$  **atunci**

        |  $z.p.st \leftarrow y$

**sfarsit\_daca**

**altfel**

        |  $z.p.dr \leftarrow y$

**sfarsit\_daca**

**sfarsit\_daca**

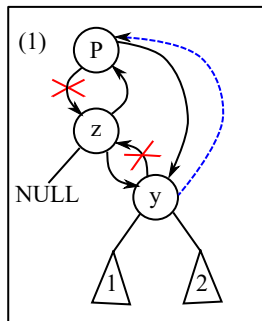
**daca**  $y \neq Nil$  **atunci**

    |  $y.p \leftarrow z.p$

**sfarsit\_daca**

# Arbori binari de căutare - Operații - Ștergerea nodului z

## Algoritm 6: Delete( $T, z$ )



**daca**  $z.st = Nil$  **atunci**

└ Transplant( $T, z, z.dr$ )

**altfel**

**daca**  $z.dr = Nil$  **atunci**

└ Transplant( $T, z, z.st$ )

**altfel**

$y \leftarrow \text{succesor}(z)$

**daca**  $y \neq z.dr$  **atunci**

└ Transplant( $T, y, y.dr$ )

$y.dr \leftarrow z.dr$

└  $z.dr.p \leftarrow y$

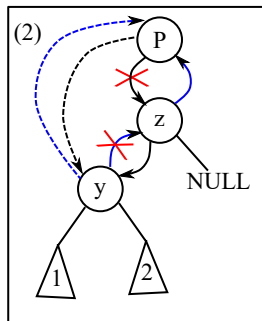
Transplant( $T, z, y$ )

$y.st \leftarrow z.st$

$z.st.p \leftarrow y$

# Arbori binari de căutare - Operații - Ștergerea nodului z

## Algoritm 6: Delete( $T, z$ )



**daca**  $z.st = Nil$  **atunci**

└ Transplant( $T, z, z.dr$ )

**altfel**

**daca**  $z.dr = Nil$  **atunci**

└ Transplant( $T, z, z.st$ )

**altfel**

$y \leftarrow \text{succesor}(z)$

**daca**  $y \neq z.dr$  **atunci**

└ Transplant( $T, y, y.dr$ )

$y.dr \leftarrow z.dr$

└  $z.dr.p \leftarrow y$

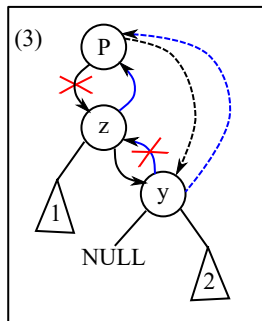
Transplant( $T, z, y$ )

$y.st \leftarrow z.st$

$z.st.p \leftarrow y$

# Arbori binari de căutare - Operații - Ștergerea nodului z

## Algoritm 6: Delete( $T, z$ )



**daca**  $z.st = Nil$  **atunci**

└ Tansplant( $T, z, z.dr$ )

**altfel**

**daca**  $z.dr = Nil$  **atunci**

└ Tansplant( $T, z, z.st$ )

**altfel**

$y \leftarrow \text{succesor}(z)$

**daca**  $y \neq z.dr$  **atunci**

└ Transplant( $T, y, y.dr$ )

$y.dr \leftarrow z.dr$

└  $z.dr.p \leftarrow y$

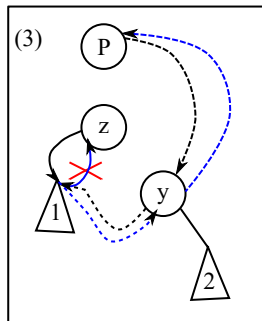
Transplant( $T, z, y$ )

$y.st \leftarrow z.st$

$z.st.p \leftarrow y$

# Arbori binari de căutare - Operații - Ștergerea nodului z

## Algoritm 6: Delete( $T, z$ )



**daca**  $z.st = Nil$  **atunci**

└ Tansplant( $T, z, z.dr$ )

**altfel**

**daca**  $z.dr = Nil$  **atunci**

└ Tansplant( $T, z, z.st$ )

**altfel**

$y \leftarrow \text{succesor}(z)$

**daca**  $y \neq z.dr$  **atunci**

└ Transplant( $T, y, y.dr$ )

$y.dr \leftarrow z.dr$

$z.dr.p \leftarrow y$

Transplant( $T, z, y$ )

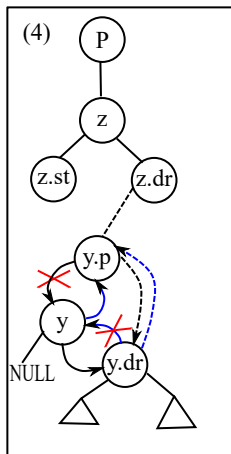
$y.st \leftarrow z.st$

$z.st.p \leftarrow y$



# Arbori binari de căutare - Operații - Ștergerea nodului z

## Algoritm 6: Delete( $T, z$ )



**daca**  $z.st = Nil$  **atunci**

└ Tansplant( $T, z, z.dr$ )

**altfel**

**daca**  $z.dr = Nil$  **atunci**

└ Tansplant( $T, z, z.st$ )

**altfel**

$y \leftarrow \text{succesor}(z)$

**daca**  $y \neq z.dr$  **atunci**

└ Transplant( $T, y, y.dr$ )

$y.dr \leftarrow z.dr$

$z.dr.p \leftarrow y$

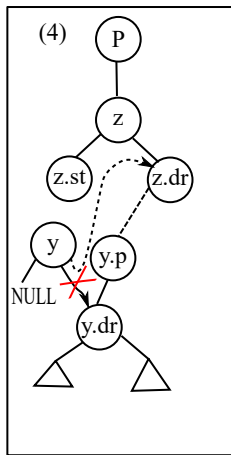
Transplant( $T, z, y$ )

$y.st \leftarrow z.st$

$z.st.p \leftarrow y$

## Arbori binari de căutare - Operații - Ștergerea nodului z

---

**Algorithm 6:** Delete( $T, z$ )

```
daca  $z.st = Nil$  atunci  
|   Transplant( $T, z, z.dr$ )
```

**altfel**

**daca**  $z.dr = Nil$  atunci  
     |    Tansplant( $T, z, z.st$ )

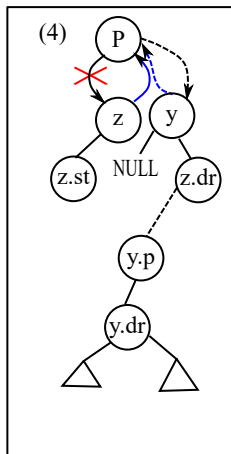
**altfel**
$$y \leftarrow \text{succesor}(z)$$

**daca  $y \neq z$ .dr atunci**

$$\text{Transplant}(T, y, y.dr)$$
$$y.dr \leftarrow z.dr$$
$$z.dr.p \leftarrow y$$
$$\text{Transplant}(T, z, y)$$
$$y.st \leftarrow z.st$$
$$z.st.p \leftarrow y$$

# Arbori binari de căutare - Operații - Ștergerea nodului z

## Algoritm 7: Delete( $T, z$ )



**daca**  $z.st = Nil$  **atunci**  
 └ Tansplant( $T, z, z.dr$ )

**altfel**

**daca**  $z.dr = Nil$  **atunci**  
 └ Tansplant( $T, z, z.st$ )

**altfel**

$y \leftarrow \text{succesor}(z)$

**daca**  $y \neq z.dr$  **atunci**

└ Tansplant( $T, y, y.dr$ )

$y.dr \leftarrow z.dr$

└  $z.dr.p \leftarrow y$

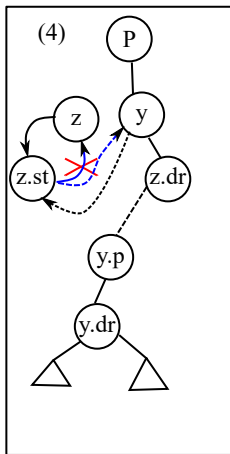
Tansplant( $T, z, y$ )

$y.st \leftarrow z.st$

$z.st.p \leftarrow y$

# Arbori binari de căutare - Operații - Ștergerea nodului z

## Algoritm 6: Delete( $T, z$ )



**daca**  $z.st = Nil$  **atunci**  
 └ Tansplant( $T, z, z.dr$ )

**altfel**

**daca**  $z.dr = Nil$  **atunci**  
 └ Tansplant( $T, z, z.st$ )

**altfel**

$y \leftarrow \text{succesor}(z)$

**daca**  $y \neq z.dr$  **atunci**

└ Transplant( $T, y, y.dr$ )

$y.dr \leftarrow z.dr$

└  $z.dr.p \leftarrow y$

Transplant( $T, z, y$ )

$y.st \leftarrow z.st$

$z.st.p \leftarrow y$

# Exerciții

- 1 Care este numărul minim de chei într-un arbore binar (de căutare sau nu) cu înălțimea  $h$ ?
- 2 Care este numărul maxim de chei într-un arbore binar (de căutare sau nu) cu înălțimea  $h$ ?
- 3 Să se insereze pe rând într-un arbore binar de căutare următoarele chei: 15, 7, 10, 3, 2, 9, 24, 20, 18, 35. Cum arată arborele final?
- 4 Cunoscându-se parcurgerea în preordine a unui arbore binar de căutare, să se refacă arborele. Exemplu: RSD: 23, 17, 10, 15, 19, 35, 26, 24, 30, 37.

# Containere asociative sortate - Set/ Map

```
template<class Key, class Compare = std::less<Key>, class Allocator =  
std::allocator<Key>> class set;  
template<class Key, class T, class Compare = std::less<Key>, class  
Allocator = std::allocator<std::pair<const Key,T> >> class map;
```

- mulțime sortată de elemente, care nu permit dubluri

# Containere asociative sortate - Set/ Map

```
template<class Key, class Compare = std::less<Key>, class Allocator =  
std::allocator<Key>> class set;  
template<class Key, class T, class Compare = std::less<Key>, class  
Allocator = std::allocator<std::pair<const Key,T> >> class map;
```

- mulțime sortată de elemente, care nu permit dubluri
- sortarea se face pe baza clasei **Compare**

# Containere asociative sortate - Set/ Map

```
template<class Key, class Compare = std::less<Key>, class Allocator =  
std::allocator<Key>> class set;  
template<class Key, class T, class Compare = std::less<Key>, class  
Allocator = std::allocator<std::pair<const Key,T> >> class map;
```

- mulțime sortată de elemente, care nu permit dubluri
- sortarea se face pe baza clasei **Compare**
- *Key* - trebuie să fie un tip primitiv - int, double, string, etc (tipuri care permit comparația cu <). în caz contrar trebuie definit un comparator pentru chei.



# Containere asociative sortate - Set/ Map

```
template<class Key, class Compare = std::less<Key>, class Allocator =  
std::allocator<Key>> class set;  
template<class Key, class T, class Compare = std::less<Key>, class  
Allocator = std::allocator<std::pair<const Key,T> >> class map;
```

- mulțime sortată de elemente, care nu permit dubluri
- sortarea se face pe baza clasei **Compare**
- *Key* - trebuie să fie un tip primitiv - int, double, string, etc (tipuri care permit comparația cu <). în caz contrar trebuie definit un comparator pentru chei.
- implementat printr-un arbore binar de căutare care se auto-balansează - de obicei Roșu - Negru

# Containere asociative sortate - Set/ Map

```
template<class Key, class Compare = std::less<Key>, class Allocator =  
std::allocator<Key>> class set;  
template<class Key, class T, class Compare = std::less<Key>, class  
Allocator = std::allocator<std::pair<const Key,T> >> class map;
```

- mulțime sortată de elemente, care nu permit dubluri
- sortarea se face pe baza clasei **Compare**
- *Key* - trebuie să fie un tip primitiv - int, double, string, etc (tipuri care permit comparația cu <). în caz contrar trebuie definit un comparator pentru chei.
- implementat printr-un arbore binar de căutare care se auto-balansează - de obicei Roșu - Negru
- operații în timp logaritmic

# Containere asociative sortate - Set/ Map

```
std::map<int, int> m;
```

## Funcții membre

dimensiune	modificare	căutare
size empty	insert / emplace erase / clear	find count

# Containere asociative sortate- Map

## Exemplul 1

```
#include <iostream>
#include <map>
void main (){
    std::map<char, int> mymap;
    std::map<char, int>::iterator it;
    mymap['a'] = 50; mymap['b'] = 100;
    mymap['c'] = 150; mymap['d'] = 200;
    it = mymap.find('b');
    if (it != mymap.end())
        mymap.erase(it);
    // print content:
    std::cout << "elements in mymap:" << endl;
    std::cout << "a ==> " << mymap.find('a')->second << endl;
    std::cout << "c ==> " << mymap.find('c')->second << endl;
    std::cout << "d ==> " << mymap.find('d')->second << endl;
```

# Containere asociative sortate - Map

## Exemplul 2

```
#include <iostream>
#include <map>
void main () {
    std::map<std::string, int> mymap2 = { { "alpha", 0 },
                                           { "beta", 0 }, { "gamma", 0 } };

    mymap2.at("alpha") = 10;
    mymap2.at("beta") = 20;
    mymap2.at("gamma") = 30;
    for (auto x : mymap2) {
        std::cout << x.first << ": " << x.second << endl;
    }
}
```

# Containere asociative sortate - Map

**Exemplu** de clasa comparator pentru obiecte de tip pointer la nod

```
class Compare
{
public:
    bool operator() (nod* a, nod* b)
    {
        if (a->frequency > b->frequency)
            return true;
        return false;
    }
};

nod* Construct(int CountChar[])
{
    std::priority_queue<nod*, std::vector<nod*>, Compare> Coada;

    /// linii de cod
    ///
}
```