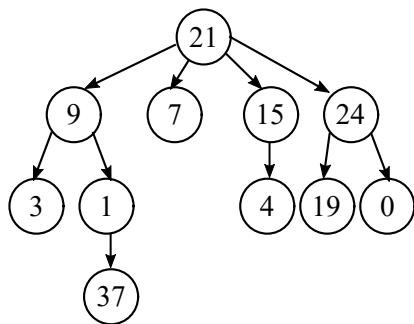


# Arbori oarecare. Arbori binari

Universitatea "Transilvania" din Braşov

14 martie 2022

# Arbore rădăcină

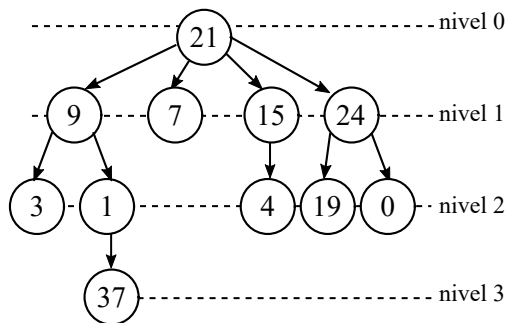


**Arbore:** În informatică un arbore este o structură ierarhică de noduri, conectate între ele.

- unul dintre noduri - rădăcină.
- nodurile sunt conectate între ele într-o relație ierarhică părinte - fiu.
- orice nod are un părinte cu excepția rădăcinii.
- orice nod poate avea 0 sau mai mulți fii.
- niciun nod nu împarte vre-un fiu cu alt nod

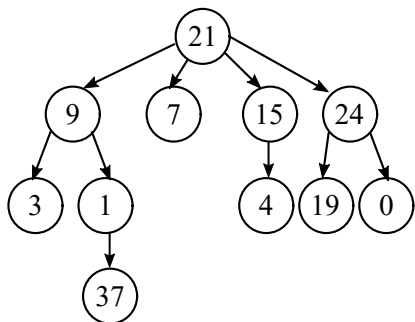
Din punct de vedere al grafurilor, un arbore este un graf conex, fără cicluri.

## Arbore rădăcină



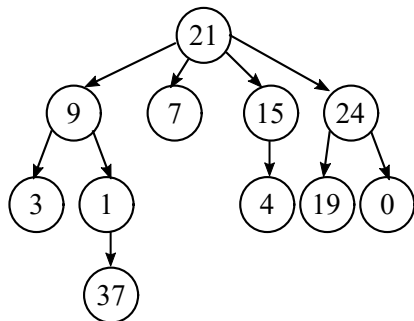
# Arbore rădăcină

**Definiții:** Fie un arbore de rădăcină  $r$  și  $x, y$  noduri



- **părinte** al lui  $x$  = nodul  $y$  pentru care  $(y, x)$  muchie.
- **fiu** al lui  $x$  = nodul  $y$  pentru care  $(x, y)$  muchie.
- **strămoș / ascendent** al lui  $x$  = un nod  $y$  la care pot ajunge de la  $x$  urcând de la părinte la părinte
- **urmaș / descendent** al lui  $x$  = un nod  $y$  la care pot ajunge printr-o succesiune de fii
- **frați** = doi fii ai aceluiaș nod.
- **frunză** = un nod fără fii
- **nod intern** = un nod care nu este frunză.

# Arbore rădăcină



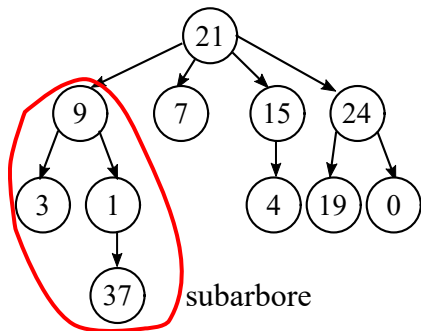
**Definiție - adâncimea / înălțimea unui arbore:**

Lungimea drumului de la rădăcina  $r$  la un nod  $x$  se numește adâncimea nodului  $x$ .

Adâncimea rădăcinii este 0.

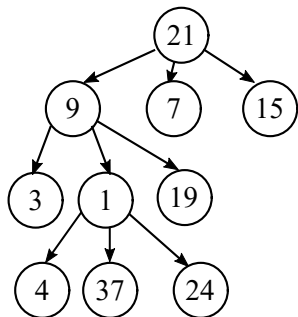
Lungimea celui mai lung drum de la  $x$  la o frunză se numește *înălțime* și se notează prin  $h(x)$ .

# Arbore rădăcină



**Definiție - subarbore:** Se numește *subarbore de rădăcină*  $x$  al unui arbore, arborele format din nodul  $x$  împreună cu toți descendenții săi.

# Arbori $n$ -ari

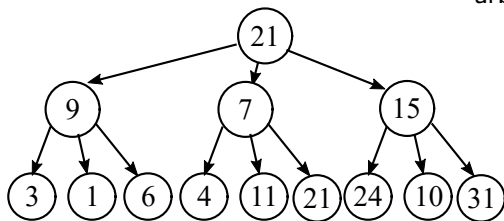


**Arbori  $n$ -ari - definiții.** Se numește **arbore  $n$ -ar** un arbore pentru care fiecare nod are cel mult  $n$  fii.

- *arbore plin* - fiecare nod intern are exact  $n$  fii.

# Arbori $n$ -ari

**Arbori  $n$ -ari - definiții.** Se numește **arbore  $n$ -ar** un arbore pentru care fiecare nod are cel mult  $n$  fii.

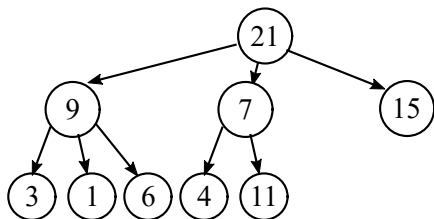


- *arbore plin* - fiecare nod intern are exact  $n$  fii.
- *arbore perfect* - fiecare nod intern are exact  $n$  fii și toate frunzele au aceeași adâncime.



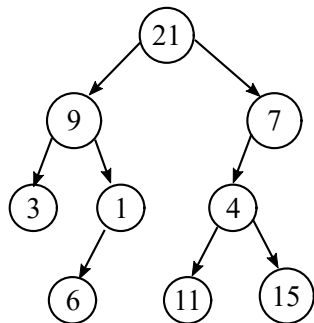
Arbori  $n$ -ari

**Arbori  $n$ -ari - definiții.** Se numește **arbore  $n$ -ar** un arbore pentru care fiecare nod are cel mult  $n$  fii.



- *arbore plin* - fiecare nod intern are exact  $n$  fii.
- *arbore perfect* - fiecare nod intern are exact  $n$  fii și toate frunzele au aceeași adâncime.
- *arbore complet* - toate nodurile interne, cu excepția eventual a celor de pe penultimul nivel, au exact  $n$  fii, iar nodurile de pe ultimul nivel sunt așezate cel mai la stânga posibil pe nivelul respectiv.

# Arbori binari

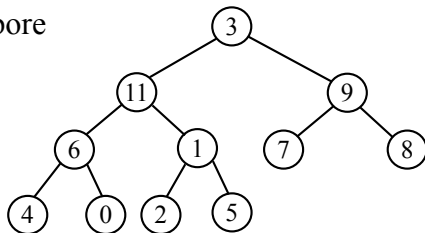


**Definiție - Arbore binar:** Un arbore binar este un arbore în care fiecare nod are cel mult doi fii.

Atunci când fiecare nod are 0 sau 2 fii, arborele se numește *arbore binar strict*.

# Reprezentarea arborilor binari

arbore



reprezentare prin vector

3	11	9	6	1	7	8	4	0	2	5
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## 1. Reprezentarea secvențială: printr-un vector - **array**.

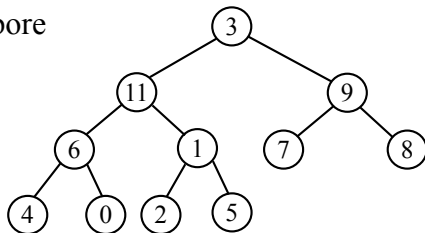
Rădăcina - pe poziția 0.

Pentru nodul de pe poziția  $i$ :

- fiul stâng - pe poziția ?
- fiul drept - pe poziția ?
- părintele - pe poziția ?

# Reprezentarea arborilor binari

arbore



reprezentare prin vector

3	11	9	6	1	7	8	4	0	2	5
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## 1. Reprezentarea secvențială: printr-un vector - **array**.

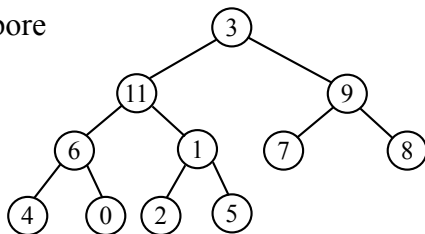
Rădăcina - pe poziția 0.

Pentru nodul de pe poziția  $i$ :

- fiul stâng - pe poziția  $2 * i + 1$ ,
- fiul drept - pe poziția ?
- părintele - pe poziția ?

# Reprezentarea arborilor binari

arbore



reprezentare prin vector

3	11	9	6	1	7	8	4	0	2	5
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## 1. Reprezentarea secvențială: printr-un vector - **array**.

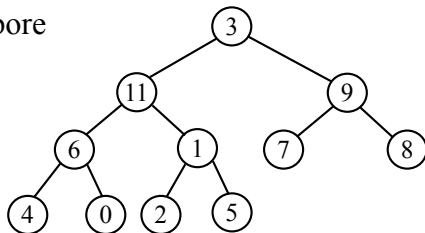
Rădăcina - pe poziția 0.

Pentru nodul de pe poziția  $i$ :

- fiul stâng - pe poziția  $2 * i + 1$ ,
- fiul drept - pe poziția  $2 * i + 2$ .
- părintele - pe poziția ?

# Reprezentarea arborilor binari

arbore



reprezentare prin vector

3	11	9	6	1	7	8	4	0	2	5
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## 1. Reprezentarea secvențială: printr-un vector - **array**.

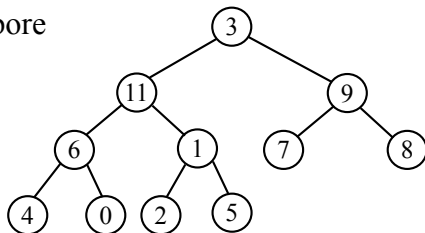
Rădăcina - pe poziția 0.

Pentru nodul de pe poziția  $i$ :

- fiul stâng - pe poziția  $2 * i + 1$ ,
- fiul drept - pe poziția  $2 * i + 2$ .
- părintele - pe poziția  $(i - 1)/2$

# Reprezentarea arborilor binari

arbore



reprezentare prin vector

3	11	9	6	1	7	8	4	0	2	5
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## 1. Reprezentarea secvențială:

printr-un vector - **array**.

Rădăcina - pe poziția 0.

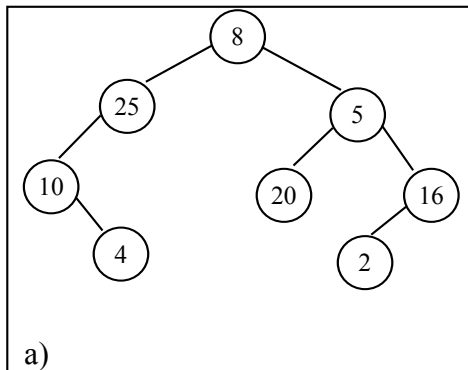
Pentru nodul de pe poziția  $i$ :

- fiul stâng - pe poziția  $2 * i + 1$ ,
- fiul drept - pe poziția  $2 * i + 2$ .
- părintele - pe poziția  $(i - 1)/2$

**Utilizare:** pentru arbori compleți (de exemplu în cazul heap-urilor).

# Reprezentarea arborilor binari

## 2. Reprezentare mixtă

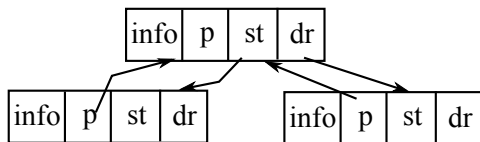


b)

indice	info	left	right
0	8	1	2
1	25	3	*
2	5	4	5
3	10	*	6
4	20	*	*
5	16	7	*
6	4	*	*
7	2	*	*



# Reprezentarea arborilor binari



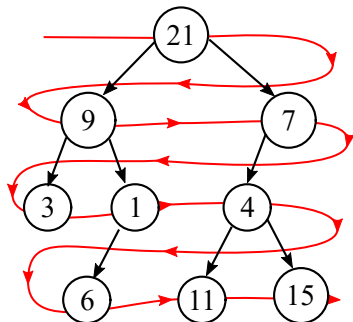
## 3. Reprezentare printr-o structură de pointeri:

```

struct nod{
    int info;
    nod* stanga;
    nod* dreapta;
    nod* parinte;
};

struct arbore_binar{
    nod* varf;
    //metode asociate
};
  
```

# Parcurgerea arborilor binari

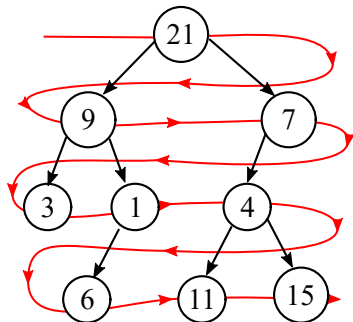


## I. Parcurgerea în lățime:

- presupune parcurgerea pe rând a fiecărui nivel de la stânga spre dreapta.
- se poate realiza practic utilizând o coadă  $C$

# Parcurgerea arborilor binari

## I. Parcurgerea în lățime - Exemplu:



Coadă de noduri

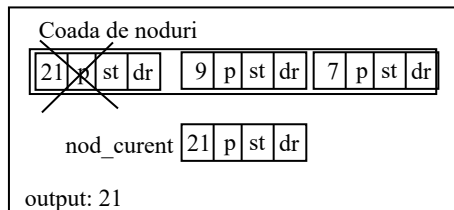
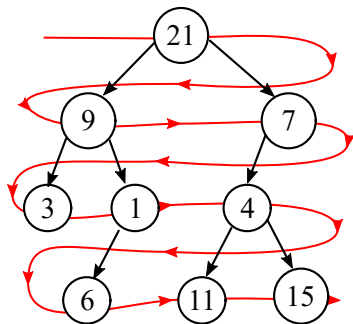
21	p	st	dr
----	---	----	----

nod\_curent 

21	p	st	dr
----	---	----	----

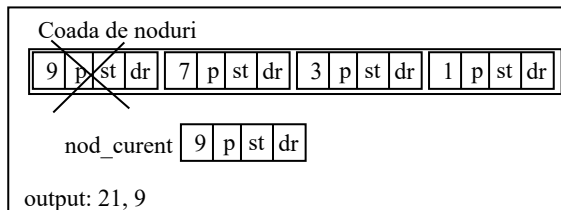
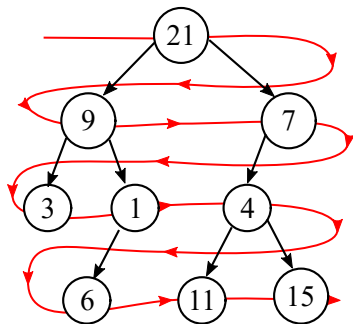
# Parcurgerea arborilor binari

## I. Parcurgerea în lățime - Exemplu:



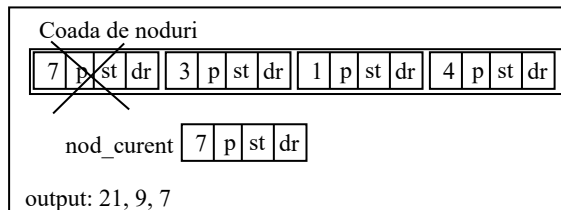
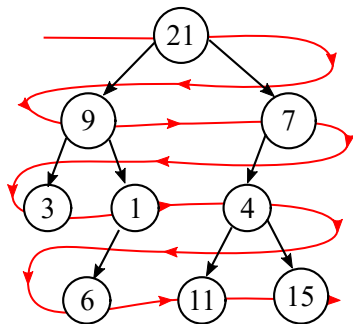
# Parcurgerea arborilor binari

## I. Parcurgerea în lăţime - Exemplu:



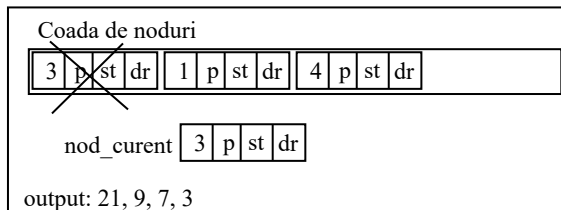
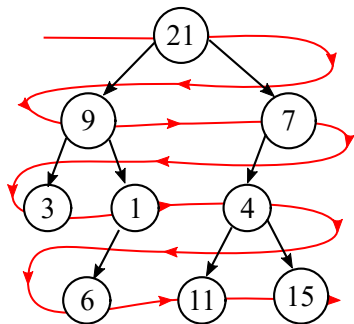
# Parcurgerea arborilor binari

## I. Parcurgerea în lăţime - Exemplu:



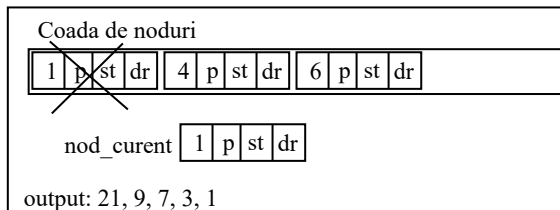
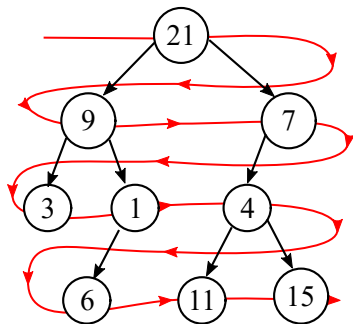
# Parcurgerea arborilor binari

## I. Parcurgerea în lățime - Exemplu:



# Parcurgerea arborilor binari

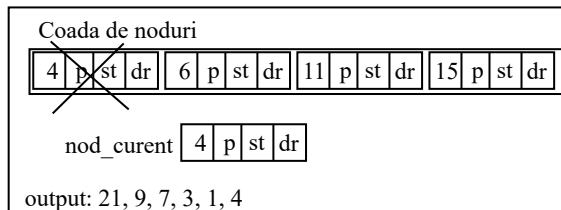
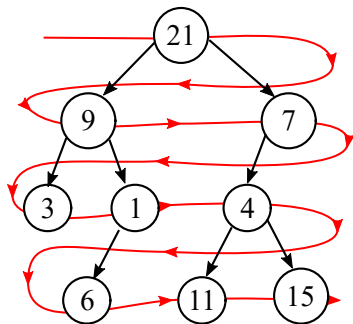
## I. Parcurgerea în lățime - Exemplu:





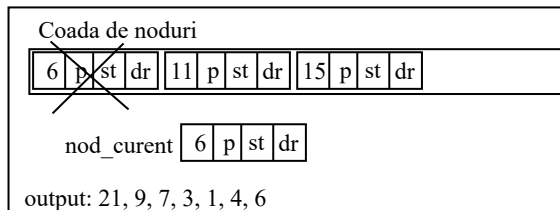
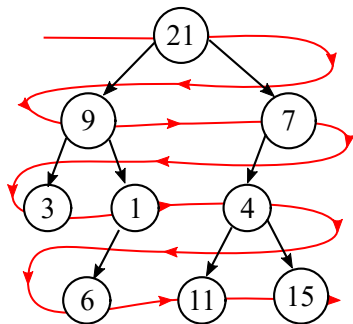
# Parcurgerea arborilor binari

## I. Parcurgerea în lățime - Exemplu:



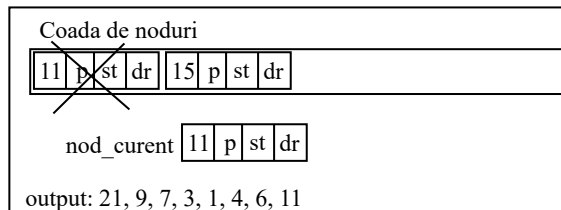
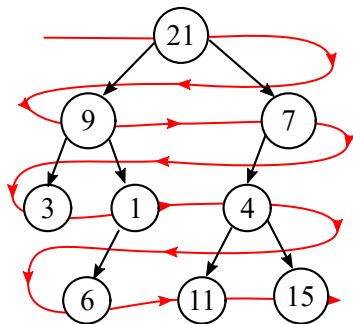
# Parcurgerea arborilor binari

## I. Parcurgerea în lățime - Exemplu:



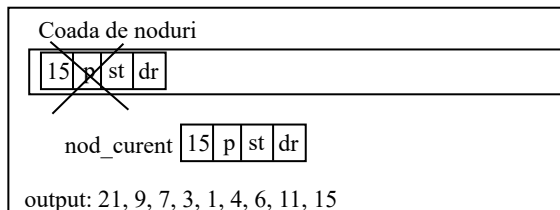
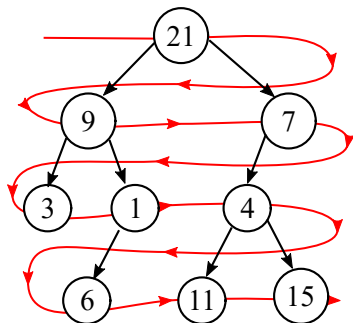
# Parcurgerea arborilor binari

## I. Parcurgerea în lățime - Exemplu:



# Parcurgerea arborilor binari

## I. Parcurgerea în lățime - Exemplu:



S-a golit coada. S-a terminat parcuregrea.

# Percuregerea în lățime - pe niveluri

---

## Algoritm 1: Latime

---

**Intrare:** Arborele  $T$

**Iesire:** parcurgerea în lățime

Declaram coada  $C$

$C.PUSH(T.rad)$

**cat timp**  $!C.empty()$  **executa**

$nod\_curent \leftarrow C.TOP()$

$C.POP()$

scrie  $nod\_curent.info$

**daca**  $nod\_curent.st \neq NULL$  **atunci**

$C.PUSH(nod\_curent.st)$

**sfarsit\_daca**

**daca**  $nod\_curent.dr \neq NULL$  **atunci**

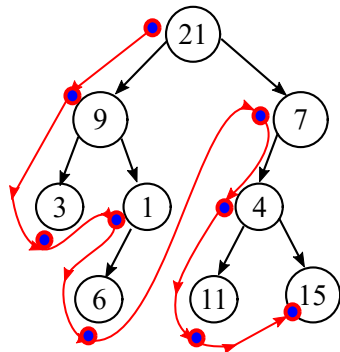
$C.PUSH(nod\_curent.dr)$

**sfarsit\_daca**

**sfarsit\_cat\_timp**

---

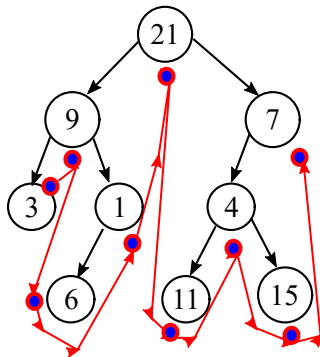
# Parcurgerea arborilor binari



**II. Parcurgerea în adâncime** În funcție de ordinea în care parcurg rădăcina și subarborii, se disting trei tipuri de parcurgere:

- **Preordine (RSD):** rădăcină, subarbore stâng, subarbore drept: 21, 9, 3, 1, 6, 7, 4, 11, 15

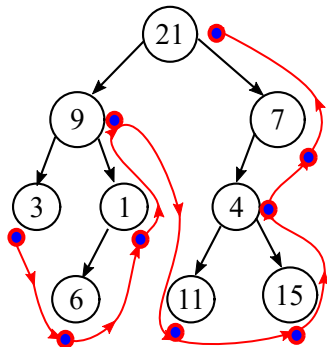
# Parcurgerea arborilor binari



**II. Parcurgerea în adâncime** În funcție de ordinea în care parcurg rădăcina și subarborii, se disting trei tipuri de parcurgere:

- **Preordine (RSD):** rădăcină, subarbori stâng, subarbori drept: 21, 9, 3, 1, 6, 7, 4, 11, 15
- **Inordine (SRD):** subarbori stâng, rădăcină, subarbori drept: 3, 9, 6, 1, 21, 11, 4, 15, 7

# Parcurgerea arborilor binari



**II. Parcurgerea în adâncime** În funcție de ordinea în care parcurg rădăcina și subarborii, se disting trei tipuri de parcurgere:

- **Preordine (RSD):** rădăcină, subarbori stâng, subarbori drept: 21, 9, 3, 1, 6, 7, 4, 11, 15
- **Inordine (SRD):** subarbori stâng, rădăcină, subarbori drept: 3, 9, 6, 1, 21, 11, 4, 15, 7
- **Postordine (SDR):** subarbori stâng, subarbori drept, rădăcină: 3, 6, 1, 9, 11, 15, 4, 7, 21



# Arbori - Utilizare

- Sortare: Heap-sort

# Arbori - Utilizare

- Sortare: Heap-sort
- Compilatoare: arbori sintactici de derivare

# Arbori - Utilizare

- Sortare: Heap-sort
- Compilatoare: arbori sintactici de derivare
- Procesare de imagine / grafică: arbori Quad, arbori PR

# Arbori - Utilizare

- Sortare: Heap-sort
- Compilatoare: arbori sintactici de derivare
- Procesare de imagine / grafică: arbori Quad, arbori PR
- Clasificare: arbori de decizie

# Arbori - Utilizare

- Sortare: Heap-sort
- Compilatoare: arbori sintactici de derivare
- Procesare de imagine / grafică: arbori Quad, arbori PR
- Clasificare: arbori de decizie
- Dicționare, căutare eficientă: arbori de căutare.