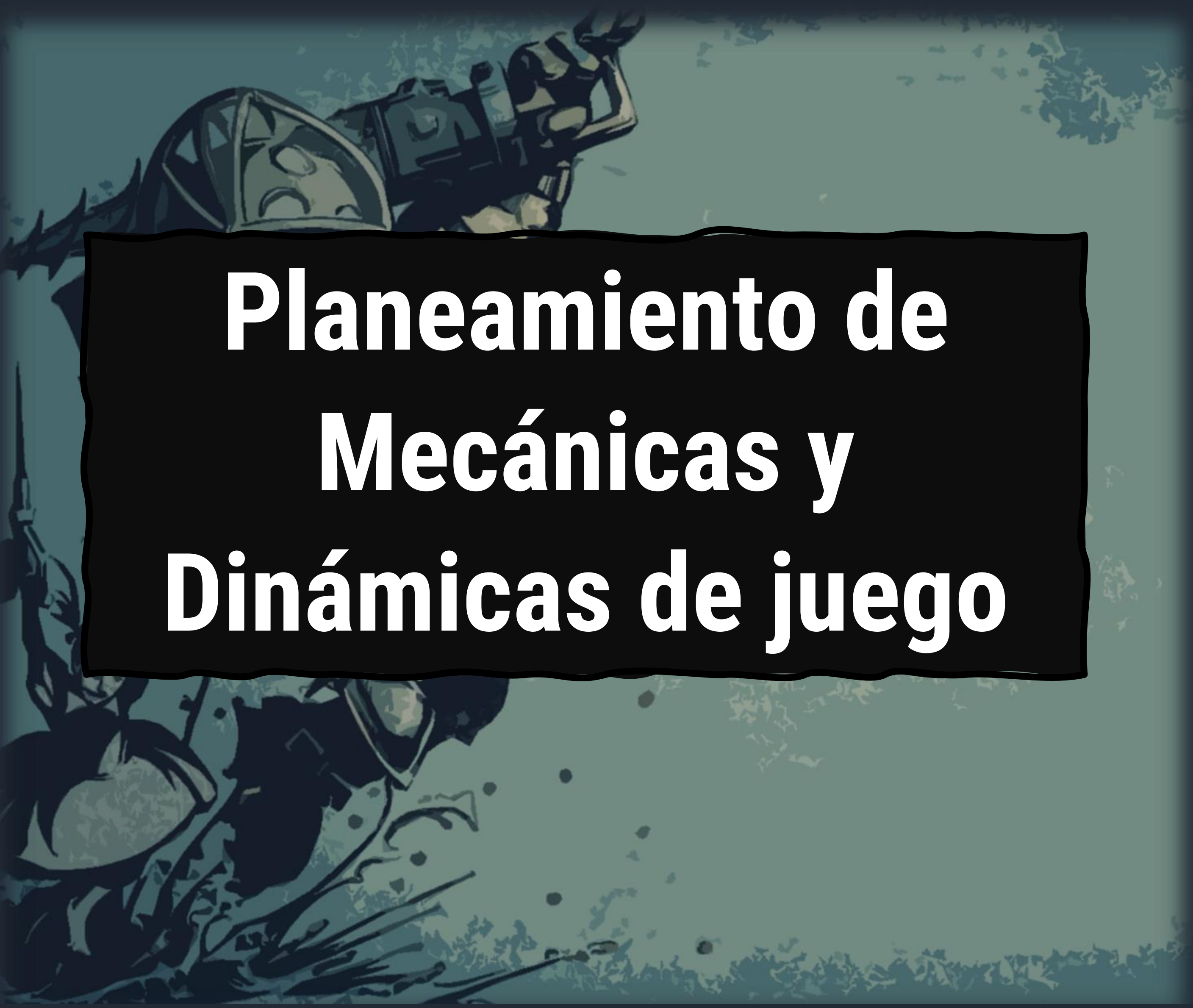


Planeamiento de Mecánicas y Dinámicas de juego

Trabajo Práctico N°1: Los vectores

Nahuel Santiago Troncoso Raskovsky

Tecnicatura Universitaria en Diseño Integral de Videojuegos. 2024

Enunciado de Ejercicios

Ejercicio 1:

Dados $\vec{p}$ = (2,2,1) y $\vec{q}$ = (1, −2,0), calcule:

a) $\vec{p}\,.\,\vec{q}$ **Usando: $(\boldsymbol{p_x * q_x + p_y * q_y + p_z * q_z})$**

$$\vec{p}\,.\,\vec{q} = (2\cdot 1) + (2\cdot -2) + (1\cdot 0)$$
$$= 2 - 4 + 0$$
$$= -2$$

b) $\vec{p} \times \vec{q}$ **Usando: $(\boldsymbol{p_y * q_z - p_z * q_y,\ p_z * q_x - p_x * q_z,\ p_x * q_y - p_y * q_x})$**

$$\vec{p} \times \vec{q} = (2\cdot 0 - 1\cdot(-2), 1\cdot 1 - 2\cdot 0, 2\cdot(-2) - 2\cdot 1)$$
$$= (0 - (-2), 1 - 0, -4 - 2)$$
$$= (2, 1, -6)$$

Ejercicio 2:

Dados los siguientes puntos: A = (1, 2, 3), B = (−2, 2, 4) y C = (7, −8, 0), *represente los vectores que unen* $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ *y* $\overline{CA}$ *Luego calcule el área del triángulo que conforman estos vectores.*

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 & - & 1 \\ 2 & - & 2 \\ 4 & - & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (-3, 0, 1)$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 7 & - & (-2) \\ -8 & - & 2 \\ 0 & - & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -10 \\ -4 \end{pmatrix} = (9, -10, -4)$$

$$\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 1 & - & 7 \\ 2 & - & (-8) \\ 3 & - & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix} = (-6, 10, 3)$$

Usando: $\boldsymbol{Area} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} \times \overrightarrow{\boldsymbol{BC}}\right|$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & 0 & 1 \\ 9 & -10 & -4 \end{vmatrix} = i\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -4 \end{vmatrix} j\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} k\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 9 & -10 \end{vmatrix}$$

$$= -10i, 23j, 30k = (10, 23, 30)$$

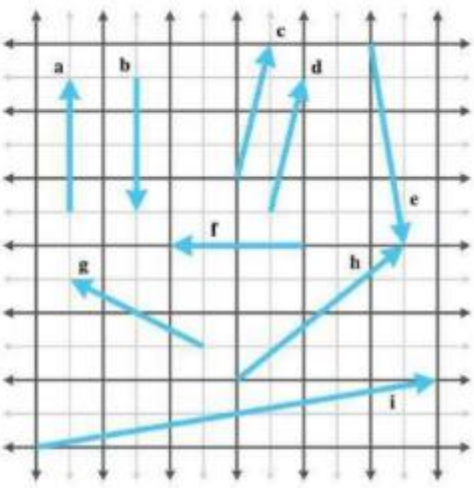
$$= \sqrt{10^2 + 23^2 + 30^2} = \sqrt{100 + 529 + 900}$$

$$= \sqrt{1529} = 39.102\ (\boldsymbol{magnitud})$$

$$Area_{\Delta} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{1529} \cong \frac{39.102}{2} \cong 19.551$$

Ejercicio 3:

Dado el siguiente gráfico, indique los valores de los elementos de cada uno de los vectores. Considere que cada línea oscura de la cuadrícula representa una unidad.



(Considerando que cada punto termina en la punta de la flecha y empieza en el otro extremo y que cada cuadrado formado entre las líneas oscuras cuenta como 0,5 en el espacio)

a) (0,5; 2) **b)** (0,5; -2) **c)** (0; 2)
d) (0,5; 2) **e)** (0; -3) **f)** (1; -2)
g) (2; 0,5) **h)** (0; 2) **i)** (0; 1)

Ejercicio 4:

Evalúe las siguientes expresiones:

a) $(7, -2, .3)\ +\ (6,6,-4)$
$= (7+6, -2+6, 0.3-4)$
$= (13,\ 4,\ -3.7)$

b) $[2\ 9\ \ -1]\ +\ [-2\ \ -9\ 1]$
$= [2\ +(-2),\ 9\ +(-9), -1\ +\ 1]$
$= [0,\ 0,\ 0]$

c) $\begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix}$
$= \begin{bmatrix} 3-8 \\ 10-(-7) \\ 7-4 \end{bmatrix}$
$= \begin{bmatrix} -5 \\ 17 \\ 3 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 11 \end{bmatrix}$
$= \begin{bmatrix} 4-(-4) \\ 5-(-5) \\ 11-(-11) \end{bmatrix}$
$= \begin{bmatrix} 8 \\ 40 \\ -22 \end{bmatrix}$

e) $3\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} - 4\begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ -6 \end{bmatrix}$
$= \begin{bmatrix} 3a \\ 3b \\ 3c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4*2 \\ 4*10 \\ 4*(-6) \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 3a \\ 3b \\ 3c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ 40 \\ -24 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3a - 8 \\ 3b - 40 \\ 3c + 24 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 5:

Obtenga la distancia entre los siguientes pares de puntos:

$$\textbf{Usando}: \boldsymbol{d} = \sqrt{(\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1})^2 + (\boldsymbol{y_2} - \boldsymbol{y_1})^2 + (\boldsymbol{z_2} - \boldsymbol{z_1})^2 \ldots}$$

a) $(10, 6), (-14, 30)$

$= \sqrt{(-14 - 10)^2 + (30 - 6)^2}$

$= \sqrt{(-24)^2 + (24)^2}$

$= \sqrt{576 + 576}$

$= \sqrt{1152}$

b) $(0, 0), (-12, 5)$

$= \sqrt{(-12 - 0)^2 + (5 - 6)^2}$

$= \sqrt{(-12)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{144 + 25}$

$= \sqrt{169}$

c) $(3, 10, 7), (8, \ -7, 4)$

$= \sqrt{(8 - 3)^2 + (-7 - 10)^2 + (4 - 7)^2}$

$= \sqrt{5^2 + (-17)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{25 + 289 + 9}$

$= \sqrt{323}$

d) $(-2, -4, 9), (6, \ -7, 9.5)$

$= \sqrt{(6 - (-2))^2 + (-7 - (-4))^2 + (9.5 - 9)^2}$

$= \sqrt{8^2 + (-3)^2 + (0.5)^2}$

$= \sqrt{64 + 9 + 0.25}$

$= \sqrt{73.25}$

e) $(4, -4, -4, 4), (-6, 6, 6, \ -6)$

$= \sqrt{(-6 - 4)^2 + (6 - (-4))^2 + (6 - (-4))^2 + (6 - (-4))^2}$

$= \sqrt{(-10)^2 + (10)^2 + (10)^2 + (-10)^2}$

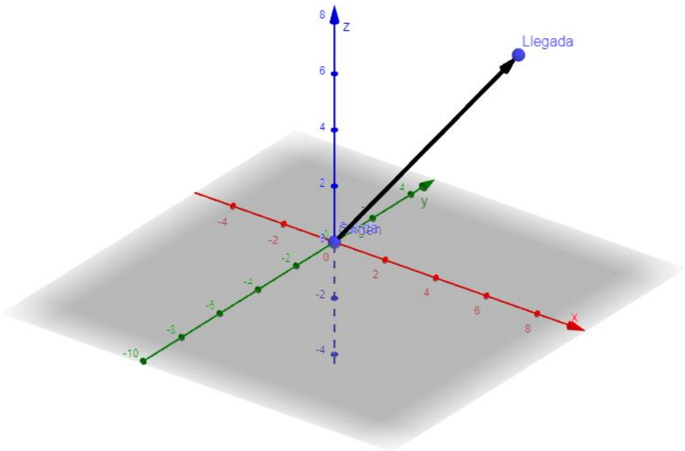
$= \sqrt{100 + 100 + 100 + 100}$

$= \sqrt{400}$

Ejercicio 6:

Supongamos que queremos mover un personaje desde la posición inicial (0,0,0) *hacia la posición objetivo* (5,3,7). *Obtenga el vector que permite este movimiento. Dibújelo en un sistema de ejes cartesianos. Obtenga su magnitud y normalice el vector.*

$$\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} 5-0 \\ 3-0 \\ 7-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$



$$\textbf{Usando}: |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \ \textit{obtengo la magnitud del vector}$$

$$|\overrightarrow{v}| = \sqrt{5^2 + 3^2 + 7^2}$$
$$= \sqrt{25 + 9 + 49}$$
$$= \sqrt{83} = 9.11 \ (\textit{No es un valor unitario})$$

$$\textbf{Usando}: \ \hat{v} = \sqrt{\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}} \ \textit{normalizo el vector}$$

$$\hat{v} = \frac{1}{\sqrt{83}} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{\sqrt{83}} \\ \frac{3}{\sqrt{83}} \\ \frac{7}{\sqrt{83}} \end{bmatrix}$$

Ejercicio 7:

Suponga que la velocidad del personaje es (v = 2) *unidades por segundo. En cada iteración del juego (por ejemplo, en cada fotograma), el personaje se moverá multiplicando el vector normalizado por la velocidad y sumando este resultado a la posición del personaje. Si el juego se ejecuta* (t = 3) *segundos, entonces utilice el vector normalizado del punto anterior y calcule cuál será su posición luego de tres segundos.*

Ejercicio 8:

Un vector $\vec{v}$ *tiene componentes* (5, -2). *Si ese vector tiene como puntos de referencias* A *y* B, *halle las coordenadas de* A *si se conoce el extremo* B = (12, −3).

$$\textbf{Usando}: \vec{v} = \overrightarrow{AB} = \vec{A} - \vec{B}$$

$$\vec{A} = \vec{B} - \vec{v} = 12 - 5, -3 - (-2)$$

$\vec{A} = (7, -1)$

Ejercicio 9:

Sean los vectores $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (-2, -2)$ *y* $\vec{c} = (-3, -1)$. *Calcule geométricamente las siguientes operaciones:*

a) $\vec{a} - \vec{b}$

$= \binom{3}{-1} - \binom{-2}{-2} = \binom{5}{1}$

b) $\vec{b} - \vec{a}$

$= \binom{-2}{-2} - \binom{3}{-1} = \binom{-5}{-1}$

c) $\vec{a} + \vec{c}$

$= \binom{3}{-1} + \binom{-3}{-1} = \binom{0}{-2}$