Ch1 : Calcul fractionnaire-Divisibilité-Factorisation-IR

I) Ensembles de nombres

-Ensemble des entiers naturels.
C'est l'ensemble des entiers positifs. Zéro est le plus petit entier naturel.

-Ensemble des entiers relatifs.
C'est l'ensemble des entiers naturels et de leurs opposés. Tout entier naturel est aussi un entier relatif.

-Ensemble des nombres décimaux.
Ce sont des nombres qui s'écrivent avec un nombre fini de chiffres après la virgule (écriture décimale)
Un nombre décimal peut s'écrire sous forme d'une <u>fraction décimale</u> c'est-à-dire sous la forme avec a entier relatif et p entier naturel

On peut également donner <u>l'écriture scientifique</u> d'un nombre décimal (du type a × 10^p ou - a × 10^p où a est un décimal tel que $1 \leq a < 10$ et p entier relatif). Tout entier relatif est aussi un nombre décimal.

Exemples : − 3,71 est un décimal.
= = 0,05 =5 × 10^{-2} est un décimal
Mais n'est pas un décimal

- Ensemble des nombres rationnels
Ce sont des nombres qui peuvent s'écrire sous forme d'un quotient avec a et b entiers relatifs et <u>b non nul</u>.
Tout nombre décimal est aussi un nombre rationnel.
− est un rationnel, (mais n'est pas un décimal).
, $eq¿(2)$, cos 35° ne sont pas des rationnels.

- Ensemble des réels

C'est l'ensemble des nombres utilisés en troisième.

Compléter le tableau par « oui » ou par « non » :

Le nombre : est un	− 3	−			10^{-3}	10^{15}	−	Cos 35°		2×10^{-5}	−
Entier naturel											
Entier relatif											
Nombre décimal											
Nombre rationnel											

II) Calculs en écriture fractionnaire (a, b, c, d et k sont des réels quelconques)

A) <u>Quotients égaux</u>

$\boxed{\text{Soit b non nul, } \quad = \ = -}$

Soit b et k non nuls, =　　　　　　　　　mais ✐ ⌚

B) Somme

1) Quotients de même dénominateur :

Soit c non nul + =

2) Si les dénominateurs sont différents, on réduit au même dénominateur et on applique ensuite la règle ci-dessus :
soit b et d non nuls + = + =

C) Produit

Soit b et d non nuls × =

Et, pour c non nul, a × = = × b

D) Division

Deux nombres non nuls sont inverses si leur produit est égal à 1.
Soit a et b non nuls,

× a =1　　　l'inverse de a est (noté aussi a^{-1})
× =1　　l'inverse de est
Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

: = × (b, c et d non nuls)

Attention : Avec un trait de fraction, les parenthèses sont sous-entendues :

= (a + 1) : 4
Il faut penser à les rétablir si nécessaire, en particulier lors de l'usage de la calculatrice
Exemple : calculer　　　　　(résultat : 23 et non 20)

III) Règles de priorités

On effectue en priorité les calculs entre parenthèses

En l'absence de parenthèses et à l'intérieur des parenthèses, on effectue dans l'ordre :
- Les exposants
- Les multiplications et divisions
- Les additions et soustractions

Exemples
Calculer A = $-2x^2$ et B = $(-2x)^2$ pour $x=-eq¿(1;2)$
Calculer C = − × (✐ classique au brevet)

IV) Développements et factorisations

A) Introduction

Développer, c'est transformer un produit en somme. Factoriser c'est transformer une somme en produit.

a(b+c) = ab + ac

B) Double développement

(a+b)(c+d)= ac+ad+bc+bd

Exemple: Développer

$A=(-3x+4)(2x-9)$
$A=-6x^2+27x+8x-36$
$A=-6x^2+35x-36$

$B=5(x+7)+3(2x+3)(x-1)$
$B=5x+35+3(2x^2-2x+3x-3)$
$B=5x+35+6x^2+3x-9$
$B=6x^2+8x+26$

$C=(5x-3)(2x+5)-2(5x+1)(x-3)$
$C=10x^2+25x-6x-15-2(5x^2-15x+x-3)$
$C=10x^2+19x-15-10x^2+28x+6$
$C=47x-9$

C) Factorisations

En général, pour factoriser, il faut rechercher un facteur commun. Ce facteur commun peut être un nombre, une lettre, un produit, une somme.

Exemples :

Factoriser $A=14x-49$ $B=x^2+x$ $C=(3x+2)(x-5)-(2x+3)(3x+2)$

VI) **Complément : Egalités remarquables**

A) Trois égalités à connaitre :

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ba+b^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ba+b^2=a^2-2ab+b^2$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ba-b^2=a^2-b^2$$

Développer

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Factoriser

B) Exercices

Développer :

$$A=(x+3)^2;$$
$$B=(2x+1)^2;$$
$$C=(x-7)^2;$$
$$D=(2x-3)^2;$$
$$E=(x-4)(x+4);$$
$$F=(2x-1)(2x+1)$$

Factoriser : $A=9x^2+6x+1$

$$B=16x^2+24x+9$$
$$C=4x^2-28x+49$$
$$D=x^2-8x+16$$
$$E=x^2-25$$
$$F=4x^2-9$$
$$G=(2x-3)^2-16$$
$$H=(5x-4)^2-(2x+3)^2$$

$I=$ ¿ $9(x-1)^2-16(x+4)^2$