HO
GENT

IT Fundamentals

Voorkennis - Oefeningen

N. Slaats

Bachelor in de Toegepaste Informatica
2021-2022

Inhoudsopgave

HOOFDSTUK **1**

Getallenverzamelingen

HOOFDSTUK 2

Bewerkingen

2.6.1 Oefening 1

Opgave

Bereken:

a) $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}-\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{3}$

c) $\frac{\frac{2}{9}}{\frac{5}{30}\cdot\frac{2}{15}}$

d) $(\frac{3}{4}+\frac{1}{8})\cdot\frac{8}{7}$

e) $\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\cdot\frac{8}{7}$

f) $2\cdot(-2)+3\cdot 2\cdot(27-5^2)+(-1)^3+3\cdot((-4)^2-16)$

g) $\sqrt[3]{2^6}$

h) $\sqrt[3]{\frac{8}{2^6}}$

Oplossing

a) $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}-\frac{2}{3}=\frac{9+2-8}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{3}=\frac{6}{6}=1$

c) $\frac{\frac{2}{9}}{\frac{5}{30}\cdot\frac{2}{15}}=\frac{\frac{2}{9}}{\frac{10}{450}}=\frac{2}{9}\cdot\frac{450}{10}=10$

d) $(\frac{3}{4}+\frac{1}{8})\cdot\frac{8}{7}=\frac{6+1}{8}\cdot\frac{8}{7}=\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{7}=1$

e) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{7} = \frac{3}{4} + \frac{1}{7} = \frac{21+4}{28} = \frac{25}{28}$

f) $2 \cdot (-2) + 3 \cdot 2 \cdot (27 - 5^2) + (-1)^3 + 3 \cdot ((-4)^2 - 16) = -4 + 12 - 1 + 3 \cdot 0 = 7$

g) $\sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$

h) $\sqrt[3]{\frac{8}{2^6}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{2^6}} = \frac{2}{2^2} = \frac{1}{2}$

2.6.2 Oefening 2

Opgave

Bereken:

a) $\sum_{i=2}^{4}(\frac{1}{i})$

b) $\sum_{i=2}^{3}(i^2 - 2)$

c) $\sum_{l=1}^{3}((\sum_{i=2}^{3} i) - l)$

Oplossing

a) $\sum_{i=2}^{4}(\frac{1}{i}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6+4+3}{12} = \frac{13}{12}$

b) $\sum_{i=2}^{3}(i^2 - 2) = (2^2 - 2) + (3^2 - 2) = 2 + 7 = 9$

c) $\sum_{l=1}^{3}((\sum_{i=2}^{3} i) - l) = [(2+3) - 1] + [(2+3) - 2] + [(2+3) - 3] = 4 + 3 + 2 = 9$

2.6.3 Oefening 3

Opgave

Bereken:

a) $\sum_{i=1}^{3}(5-i)$

b) $(\sum_{i=1}^{5} i) - 5$

c) $\sum_{x=1}^{4} \frac{x-1}{x}$

Oplossing

a) $\sum_{i=1}^{3}(5-i) = (5-1)+(5-2)+(5-3) = 4+3+2 = 9$

b) $(\sum_{i=1}^{5} i) - 5 = (1+2+3+4+5) - 5 = 10$

c) $\sum_{x=1}^{4} \frac{x-1}{x} = \frac{1-1}{1} + \frac{2-1}{2} + \frac{3-1}{3} + \frac{4-1}{4} = 0 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{6+8+9}{12} = \frac{23}{12}$

2.6.4 Oefening 4

Opgave

Bereken:

a) $\frac{2}{5} + \frac{8}{3}$

b) $\frac{3}{2} + \frac{5}{12} - \frac{6}{3}$

c) $\frac{7}{10} + 2 - \frac{3}{4}$

Oplossing

a) $\frac{2}{5} + \frac{8}{3} = \frac{6+40}{15} = \frac{46}{15}$

b) $\frac{3}{2} + \frac{5}{12} - \frac{6}{3} = \frac{18+5-24}{12} = \frac{-1}{12}$

c) $\frac{7}{10} + 2 - \frac{3}{4} = \frac{14+40-15}{20} = \frac{39}{20}$

2.6.5 Oefening 5

Opgave

Bereken:

a) $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3}$

b) $\frac{33}{12} \cdot \frac{120}{11}$

c) $\frac{\frac{5}{13}}{\frac{2}{7}}$

Oplossing

a) $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

b) $\frac{33}{12} \cdot \frac{120}{11} = \frac{3 \cdot 10}{1 \cdot 1} = 30$

c) $\frac{\frac{5}{13}}{\frac{2}{7}} = \frac{5}{13} \cdot \frac{7}{2} = \frac{35}{26}$

2.6.6 Oefening 6

Opgave

Bereken:

a) $(-\frac{1}{3})^0$

b) $(-\frac{3}{8})^{-1}$

c) $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$

d) $\sqrt[6]{64}$

e) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

f) $32^{\frac{2}{5}}$

g) $100^{\frac{5}{2}}$

Oplossing

a) $(-\frac{1}{3})^0 = 1$

b) $(-\frac{3}{8})^{-1} = -\frac{8}{3}$

c) $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

d) $\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

e) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{(\frac{1}{2})^3} = \frac{1}{2}$

f) $32^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{32^2} = \sqrt[5]{(2^5)^2} = (\sqrt[5]{2^5})^2 = 2^2 = 4$

g) $100^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{(10^2)^5} = 10^5 = 100\,000$

2.6.7 Oefening 7

Opgave

Bereken:

a) $\log_2(16)$

b) $\log_3(27)$

c) $\log_{\frac{1}{3}}(27)$

d) $\log_5(5)$

e) $\log_{\frac{1}{7}}(\frac{1}{7})$

f) $\log_{\frac{1}{5}}(\frac{1}{125})$

g) $\log_{\sqrt{2}}(1)$

Oplossing

a) $\log_2(16) = \log_2(2^4) = 4$

b) $\log_3(27) = \log_3(3^3) = 3$

c) $\log_{\frac{1}{3}}(27) = \log_{\frac{1}{3}}(3^3) = \log_{\frac{1}{3}}((\frac{1}{3})^{-3}) = -3$

d) $\log_5(5) = \log_5(5^1) = 1$

e) $\log_{\frac{1}{7}}(\frac{1}{7}) = \log_{\frac{1}{7}}((\frac{1}{7})^1) = 1$

f) $\log_{\frac{1}{5}}(\frac{1}{125}) = \log_{\frac{1}{5}}(\frac{1}{5^3}) = 3$

g) $\log_{\sqrt{2}}(1) = \log_{\sqrt{2}}((\sqrt{2})^0) = 0$

2.6.8 Oefening 8

Opgave

Druk uit in functie van $\log(a)$, $\log(b)$ en $\log(c)$:

a) $\log(abc)$

b) $\log(a^{10}b)$

c) $\log\left(\frac{1}{b\sqrt{c}}\right)$

d) $\log\left(\sqrt{\frac{ab^3}{\sqrt{c}}}\right)$

Oplossing

a) $\log(abc) = \log(a) + \log(b) + \log(c)$

b) $\log(a^{10}b) = \log(a^{10}) + \log(b) = 10\log(a) + \log(b)$

c) $$\begin{aligned}\log\left(\frac{1}{b\sqrt{c}}\right) &= \log((b\sqrt{c})^{-1}) = -\log(b\sqrt{c}) = -(\log(b) + \log\left(c^{\frac{1}{2}}\right)) \\ &= -(\log(b) + \frac{1}{2}\log\left(c\right))\end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned}\log\left(\sqrt{\frac{ab^3}{\sqrt{c}}}\right) &= \frac{1}{2}\log(\frac{ab^3}{\sqrt{c}}) = \frac{1}{2}(\log(a) + \log(b^3) - \log(\sqrt{c})) \\ &= \frac{1}{2}(\log(a) + 3\log(b) - \frac{1}{2}\log(c))\end{aligned}$$

2.6.9 Oefening 9

Opgave

Stel $x, y \in \mathbb{R}$. Noteer de volgende uitdrukkingen zo compact mogelijk:

a) $x + x + y + x$

b) $x \cdot y \cdot x \cdot x \cdot y$

c) $x^2 \cdot y \cdot y + x \cdot x \cdot y^2 + x \cdot y \cdot x \cdot y$

d) $(6x^3)^2 - 2(x^2)^3$

Oplossing

a) $x + x + y + x = 3x + y$

b) $x \cdot y \cdot x \cdot x \cdot y = x^3 \cdot y^2$

c) $x^2 \cdot y \cdot y + x \cdot x \cdot y^2 + x \cdot y \cdot x \cdot y = 3 \cdot x^2 \cdot y^2$

d) $(6x^3)^2 - 2(x^2)^3 = 36x^6 - 2x^6 = 34x^6$

2.6.10 Oefening 10

Opgave

Stel $x, y \in \mathbb{R}$. Breng op gelijke noemer en vereenvoudig indien mogelijk.

a) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$

b) $\dfrac{3}{y} + \dfrac{2}{y^3}$

c) $\dfrac{1}{x-3} - \dfrac{1}{x+3}$

d) $\dfrac{2x^2 \cdot y}{x \cdot y} + \dfrac{(-2x)^3 \cdot y^2}{y}$

e) $x^2 + x \cdot y + x \cdot x - \dfrac{x \cdot y^2}{y}$

f) $\dfrac{2x + 3y(5x-2)}{x} + \dfrac{(x-2)y - y(2x+1-x)}{y}$

Oplossing

a) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x+1}{x^2}$

b) $\dfrac{3}{y} + \dfrac{2}{y^3} = \dfrac{3y^2+2}{y^3}$

c) $\dfrac{1}{x-3} - \dfrac{1}{x+3} = \dfrac{(x+3)-(x-3)}{(x-3)\cdot(x+3)} = \dfrac{x+3-x+3}{x^2-9} = \dfrac{6}{x^2-9}$

d) $\dfrac{2x^2y}{xy} + \dfrac{(-2x)^3y^2}{y} = \dfrac{2x^2y + (-8)x^4y^2}{xy} = \dfrac{2x^2y(1-4x^2y)}{xy} = 2x(1-4x^2y)$

Alternatief:

In dit geval is het niet nodig om eerst op gelijke noemer te brengen. De beide breuken kunnen vereenvoudigd worden zodat de noemers verdwijnen.

$\dfrac{2x^2y}{xy} + \dfrac{(-2x)^3y^2}{y} = 2x + (-2x)^3y = 2x - 8x^3y = 2x(1-4x^2y)$

e) $x^2 + xy + xx - \dfrac{xy^2}{y} = x^2 + xy + xx - xy = x^2 + x^2 = 2x^2$

f) $\dfrac{2x + 3y(5x-2)}{x} + \dfrac{(x-2)y - y(2x+1-x)}{y}$

$$= \frac{2x + 3y(5x-2)}{x} + (x-2) - (2x+1-x)$$

$$= \frac{2x + 3y(5x-2) + (x-2)x - (2x+1-x)x}{x}$$

$$= \frac{2x + 15xy - 6y + x^2 - 2x - 2x^2 - x + x^2}{x}$$

$$= \frac{15xy - 6y - x}{x}$$

HOOFDSTUK 3

Veeltermen

3.1 Inleiding

3.2 Veeltermen van de eerste graad

Oefening 1

Opgave

Bereken:

a) $(2x+5)+(3x-2)$

b) $(2x+5)-(3x-2)$

c) $3 \cdot (2x+5)$

d) $(2x+5) \cdot (3x-2)$

Oplossing

a) $(2x+5)+(3x-2) = 2x+3x+5-2 = 5x+3$

b) $(2x+5)-(3x-2) = 2x+5-3x+2 = -x+7$

c) $3 \cdot (2x+5) = 6x+15$

d) $(2x+5) \cdot (3x-2) = 6x^2-4x+15x-10 = 6x^2+11x-10$

Oefening 2

Opgave

Voor welke waarde van x ($x \in \mathbb{R}$) hebben de beide gegeven veeltermen dezelfde oplossing?

a) $-3x - 2$ en $5x + 6$

b) $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$ en $\frac{7}{6}x - \frac{1}{6}$

c) $x\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$ en $-2x\sqrt{3}$

Oplossing

a)
$$\begin{array}{rcl} -3x - 2 & = & 5x + 6 \\ & \Updownarrow & \\ -3x - 5x & = & 6 + 2 \\ & \Updownarrow & \\ -8x & = & 8 \\ & \Updownarrow & \\ x & = & \dfrac{8}{-8} = -1 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rcl} -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{2} & = & \dfrac{7}{6}x - \dfrac{1}{6} \\ & \Updownarrow & \\ -\dfrac{2}{3}x - \dfrac{7}{6}x & = & -\dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{2} \\ & \Updownarrow & \\ -\dfrac{11}{6}x & = & -\dfrac{4}{6} \\ & \Updownarrow & \\ x & = & -\dfrac{4}{6} \cdot (-\dfrac{6}{11}) = \dfrac{4}{11} \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rcl} x\sqrt{3} + 6\sqrt{3} & = & -2x\sqrt{3} \\ & \Updownarrow & \\ (\sqrt{3} + 2\sqrt{3})x & = & -6\sqrt{3} \\ & \Updownarrow & \\ 3\sqrt{3}x & = & -6\sqrt{3} \\ & \Updownarrow & \\ x & = & -\dfrac{6\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = -2 \end{array}$$

3.3 Veeltermen van de tweede graad

Oefening 1

Opgave

Bereken:

a) $(3x^2 - 5x + 7) + (2x^2 + 4x - 6)$

b) $(3x^2 - 5x + 7) - (2x^2 + 4x - 6)$

c) $(3x^2 - 5x + 7) \cdot (2x^2 + 4x - 6)$

d) $4x \cdot (3x^2 - 5x + 7)$

e) $(3x^2 - 5x + 7)/(4x)$.

Oplossing

a) $(3x^2 - 5x + 7) + (2x^2 + 4x - 6) = 5x^2 - x + 1$

b) $(3x^2 - 5x + 7) - (2x^2 + 4x - 6) = 3x^2 - 5x + 7 - 2x^2 - 4x + 6 = x^2 - 9x + 13$

c) $(3x^2 - 5x + 7) \cdot (2x^2 + 4x - 6)$
$= 6x^4 + 12x^3 - 18x^2 - 10x^3 - 20x^2 + 30x + 14x^2 + 28x - 42$
$= 6x^4 + 2x^3 - 24x^2 + 58x - 42$

d) $4x \cdot (3x^2 - 5x + 7) = 12x^3 - 20x^2 + 28x$

e) $(3x^2 - 5x + 7)/(4x) = (3x^2 - 5x + 7) \cdot \dfrac{1}{4x} = \dfrac{3}{4}x - \dfrac{5}{4} + \dfrac{7}{4x}$

Oefening 2

Opgave

Bepaal de wortels van de gegeven kwadratische vergelijkingen:

a) $-x^2 + 2x + 5 = 0$

b) $3x^2 + 2x + 5 = 0$

c) $-x^2 + 2x = 1$

d) $3x^2 + 4x = 0$

e) $x^2 - 9 = 0.$

Oplossing

a) We bepalen de oplossingen m.b.v. de discriminant D:

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 5 = 4 + 20 = 24.$$

De wortels zijn:

$$\begin{array}{c} x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a} = \frac{-2\pm\sqrt{24}}{-2} \\ \Updownarrow \\ x_1 = \frac{-2-2\sqrt{6}}{-2} = 1 + \sqrt{6} \quad \text{en} \quad x_2 = \frac{-2+2\sqrt{6}}{-2} = 1 - \sqrt{6}. \end{array}$$

b) We bepalen de wortels m.b.v. de discriminant D:

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = -56 < 0.$$

Besluit: er zijn geen oplossingen.

c) We bepalen de wortels m.b.v. de discriminant D:

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 4 - 4 = 0.$$

Er is slechts één wortel:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = 1.$$

d) De oplossingen kunnen steeds bepaald worden m.b.v. de discriminant. In dit specifiek geval kan het korter als volgt:

$$\begin{array}{rcl} 3x^2 + 4x & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ x \cdot (3x + 4) & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ x = 0 & \text{of} & 3x + 4 = 0 \\ & \Updownarrow & \\ x = 0 & \text{of} & x = -\dfrac{4}{3}. \end{array}$$

e) De wortels kunnen steeds bepaald worden m.b.v. de discriminant. In dit specifiek geval kan het korter als volgt:

$$\begin{array}{rcl} x^2 - 9 & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ (x-3)\cdot(x+3) & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ x-3=0 & \text{of} & x+3=0 \\ & \Updownarrow & \\ x=3 & \text{of} & x=-3. \end{array}$$

Oefening 3

Opgave

Voor welke waarde van p ($p \in \mathbb{R}$) heeft de gegeven vergelijking juist één oplossing?

a) $3x^2 + 5x + p = 0$

b) $4x^2 + px + 1 = 0$

c) $px^2 + 9x = 0$

Zelfde vraag voor twee verschillende oplossingen en geen oplossing.

Oplossing

Het aantal nulpunten van een tweedegraadsvergelijking is afhankelijk van het teken van de bijhorende discriminant.

a) $D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot p = 25 - 12p$

- Eén oplossing: $D = 0$.

$$25 - 12p = 0 \Leftrightarrow 12p = 25 \Leftrightarrow p = \frac{25}{12}.$$

- Twee verschillende oplossingen: $D > 0$.

$$25 - 12p > 0 \Leftrightarrow 25 > 12p \Leftrightarrow p < \frac{25}{12}.$$

- Geen oplossing: $D < 0$.

$$25 - 12p < 0 \Leftrightarrow 25 < 12p \Leftrightarrow p > \frac{25}{12}.$$

b) $D = p^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = p^2 - 16$

- Eén oplossing: $D = 0$.

$$p^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (p-4) \cdot (p+4) = 0 \Leftrightarrow p - 4 = 0 \text{ of } p + 4 = 0 \Leftrightarrow p = 4 \text{ of } p = -4.$$

- Twee verschillende oplossingen: $D > 0$.

$$p^2 - 16 > 0 \Leftrightarrow p^2 > 16 \Leftrightarrow p > \sqrt{16} \text{ of } p < -\sqrt{16} \Leftrightarrow p > 4 \text{ of } p < -4.$$

- Geen oplossing: $D < 0$.

$$p^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow p^2 < 16 \Leftrightarrow -4 < p < 4.$$

c) $D = 81 - 4 \cdot p \cdot 0 = 81 > 0$
Deze vergelijking heeft voor alle $p \in \mathbb{R}$ twee oplossingen ($x = 0$ en $x = -\frac{9}{p}$).

Oefening 4

Opgave

Voor welke waarde van x ($x \in \mathbb{R}$) hebben de beide gegeven veeltermen dezelfde oplossing?

a) $x^2 + 5x - 6$ en $4x - 8$

b) $(x-3)^2$ en $3 - x$

c) $2x^2 - 3$ en $7x^2 + x$

Oplossing

a) $x^2 + 5x - 6 = 4x - 8 \Leftrightarrow x^2 + x + 2 = 0.$

We lossen deze kwadratische vergelijking op m.b.v. de discriminant:

$$D = 1 - 8 = -7 < 0.$$

Besluit: geen oplossingen. Voor geen enkele x-waarde hebben de beide gegeven veeltermen dezelfde oplossing.

b)

$$\begin{array}{rcl} (x-3)^2 & = & 3 - x \\ & \Updownarrow & \\ (x-3)^2 & = & -(x-3) \\ & \Updownarrow & \\ x - 3 = 0 & \text{of} & x - 3 = -1 \\ & \Updownarrow & \\ x = 3 & \text{of} & x = 2 \end{array}$$

c) $2x^2 - 3 = 7x^2 + x \Leftrightarrow -5x^2 - x - 3 = 0$

We lossen deze kwadratische vergelijking op m.b.v. de discriminant:

$$D = 1 - 60 = -59 < 0.$$

Besluit: geen oplossingen. Voor geen enkele x-waarde hebben de beide gegeven veeltermen dezelfde oplossing.

3.4 Veeltermen van willekeurige graad

Oefening 1

Opgave

Noteer de gegeven veelterm in zijn standaard vorm:

a) $v_6 = \sum_{i=0}^{6} a_i x^i$ met $a_i = 2i$ ($i = 0, \ldots, 6$);

b) $v_7 = \sum_{i=0}^{7} a_i x^i$ met $a_i = (i+1)/2$ ($i = 1, 3, 5, 7$) en $a_i = i/2$ ($i = 0, 2, 4, 6$);

c) $v_5 = \sum_{i=1}^{5} a_i x^i$ met $a_i = 5 - i$ ($i = 1, \ldots, 5$).

Oplossing

a)
$$\begin{aligned} v_6 &= 2 \cdot 0 \cdot x^0 + 2 \cdot 1 \cdot x^1 + 2 \cdot 2 \cdot x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x^3 + 2 \cdot 4 \cdot x^4 + 2 \cdot 5 \cdot x^5 + 2 \cdot 6 \cdot x^6 \\ &= 2x + 4x^2 + 6x^3 + 8x^4 + 10x^5 + 12x^6 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} v_7 &= \tfrac{0}{2}x^0 + \tfrac{1+1}{2}x^1 + \tfrac{2}{2}x^2 + \tfrac{3+1}{2}x^3 + \tfrac{4}{2}x^4 + \tfrac{5+1}{2}x^5 + \tfrac{6}{2}x^6 + \tfrac{7+1}{2}x^7 \\ &= x + x^2 + 2x^3 + 2x^4 + 3x^5 + 3x^6 + 4x^7 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} v_5 &= (5-1)x^1 + (5-2)x^2 + (5-3)x^3 + (5-4)x^4 + (5-5)x^5 \\ &= 4x + 3x^2 + 2x^3 + x^4 \end{aligned}$$

Oefening 2

Opgave

$v_1 = 3x - 2$
$v_2 = 2x^2 + 3x - 1$
$v_3 = -5x^3 + 6$
Bereken:

a) $v_2 - (v_3 + v_1)$

b) $v_2 + v_3.v_1$

c) $v_2.v_3 - v_1^2$.

Oplossing

a)
$$\begin{aligned} v_2 - (v_3 + v_1) &= (2x^2 + 3x - 1) - [(-5x^3 + 6) + (3x - 2)] \\ &= 2x^2 + 3x - 1 + 5x^3 - 6 - 3x + 2 \\ &= 5x^3 + 2x^2 - 5 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} v_2 + v_3.v_1 &= 2x^2 + 3x - 1 + (-5x^3 + 6) \cdot (3x - 2) \\ &= 2x^2 + 3x - 1 + (-15)x^4 + 10x^3 + 18x - 12 \\ &= -15x^4 + 10x^3 + 2x^2 + 21x - 13 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} v_2.v_3 - v_1^2 &= (2x^2 + 3x - 1) \cdot (-5x^3 + 6) - (3x - 2)^2 \\ &= -10x^5 + 12x^2 - 15x^4 + 18x + 5x^3 - 6 - (9x^2 - 12x + 4) \\ &= -10x^5 - 15x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 30x - 10 \end{aligned}$$

Oefening 3

Opgave

Ontbind in factoren

a) $2x^3 - 2x$

b) $2x^3 - 128$

c) $x^3 + 15x^2 + 56x$.

Oplossing

a) $2x^3 - 2x = 2x(x^2 - 1) = 2x(x - 1)(x + 1)$

b) $2x^3 - 128 = 2(x^3 - 64) = 2(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$

c) $x^3 + 15x^2 + 56x = x(x^2 + 15x + 56) = x(x + 8)(x + 7)$.

Verklaring:
De vergelijking $x^2 + 15x + 56 = 0$ heeft twee oplossingen, nl.: $x = -7$ en $x = -8$.
Deze wortels kan je berekenen m.b.v. de discriminant.

Oefening 4

Opgave

Los de volgende vergelijkingen op naar x ($x \in \mathbb{R}$):

a) $x^3 + 4x^2 + 3x = 0$

b) $2x^4 = 32$

c) $(x-3)(x^2+2x+1) = 0$

d) $(x^2-3x-4)(x^2-x) = 0$.

Oplossing

a)

$$\begin{array}{ccc} x^3+4x^2+3x & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ x(x^2+4x+3) & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ x(x+3)(x+1) & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ x=0 \quad \text{of} & x=-3 & \text{of} \quad x=-1. \end{array} \qquad D = 16-12 = 4 \text{ dus } x_{1,2} = \frac{-4\pm 2}{2} = -2\pm 1$$

b) $2x^4 = 32 \Leftrightarrow x^4 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{16} = \pm 2.$

c) $(x-3)(x^2+2x+1) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ of } x = -1.$

d)

$$\begin{array}{ccc} (x^2-3x-4)(x^2-x) & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ (x^2-3x-4)x(x-1) & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ (x-4)(x+1)x(x-1) & = & 0 \\ & \Updownarrow & \\ x=4 \ \text{ of } \ x=-1 & \text{of} & x=0 \ \text{ of } \ x=1 \end{array} \qquad D = 9+16 = 25 \text{ dus } x_{1,2} = \frac{3\pm 5}{2}$$

Bibliografie

[1] G. Bruyneel, *Discrete Wiskunde*, cursus Hogeschool Gent, 1999.

[2] I. De Pauw, B. Masselis, em Wiskunde voor IT, Lannoo Campus, 2010.

[3] P. Gevers, J. De Langhe, H. Martens, G. Roels, H. Vercauter, R. Vermesen, *Delta 4A*, Wolters Leuven, 1986.

[4] R. Maerivoet, *Alice TI*, Standaard Boekhandel, 2004.