

Conception et Pratique de l'Algorithmique

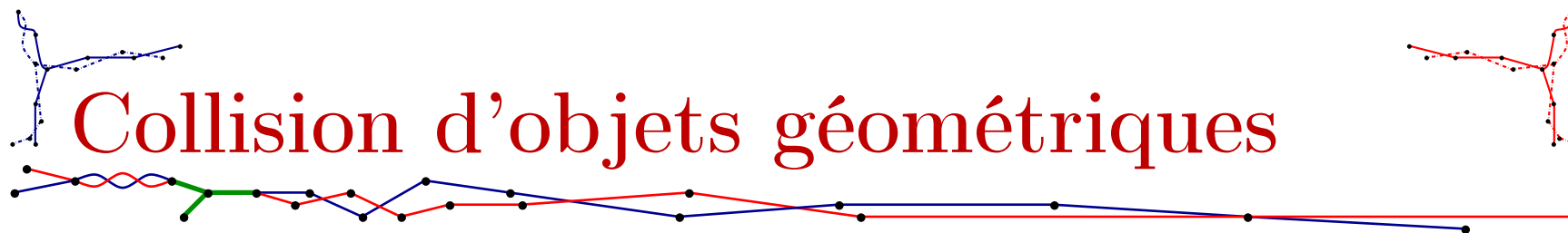
<http://www-apr.lip6.fr/~buixuan/cpaad2020>

Binh-Minh Bui-Xuan

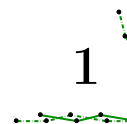
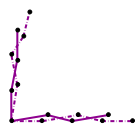
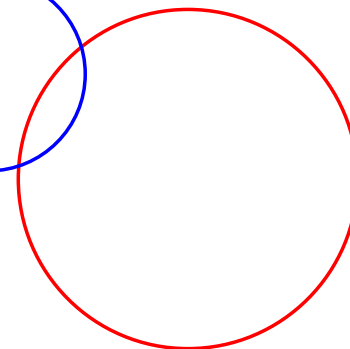
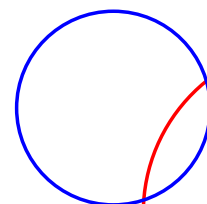
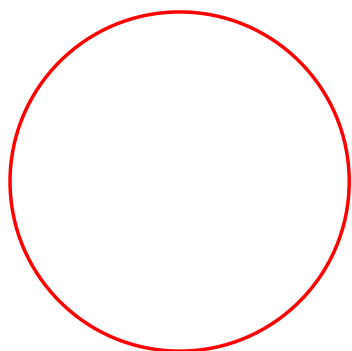
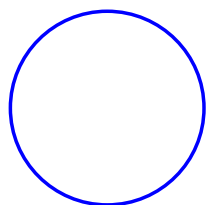


PARIS, Janvier 2021





QUESTION : touché ?



Collision d'objets géométriques

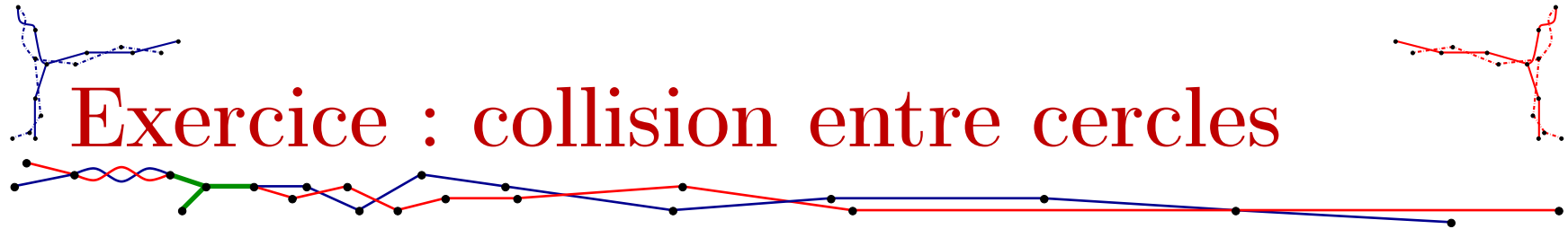
QUESTION : touché ?



Collision d'objets géométriques

QUESTION : touché ?



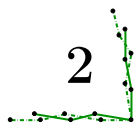
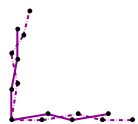


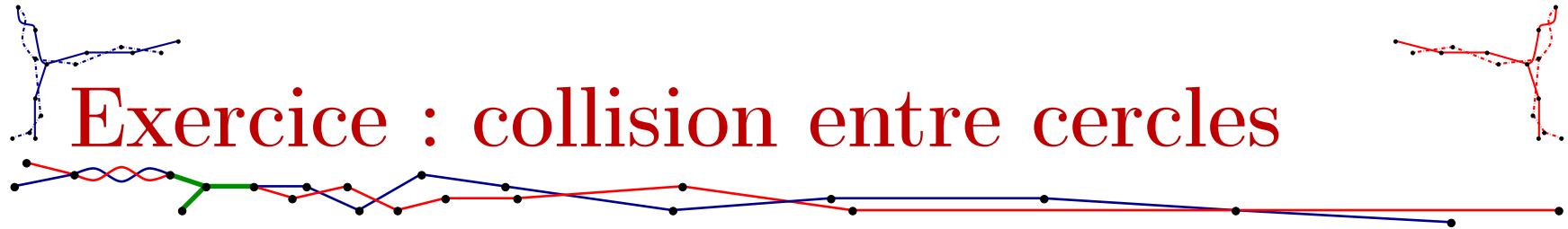
Exercice : collision entre cercles

EXERCICE : Soient deux cercles $c1$ et $c2$ de rayons $c1.radius$ et $c2.radius$, dont les coordonnées des centres sont $(c1.x, c1.y)$ et $(c2.x, c2.y)$. Déterminer une condition nécessaire et suffisante pour que les deux cercles s'intersectent.

SUPPORT :

http://www-apr.lip6.fr/~buiquan/files/RBB_collision_canevas.html





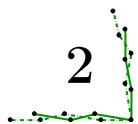
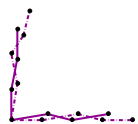
Exercice : collision entre cercles

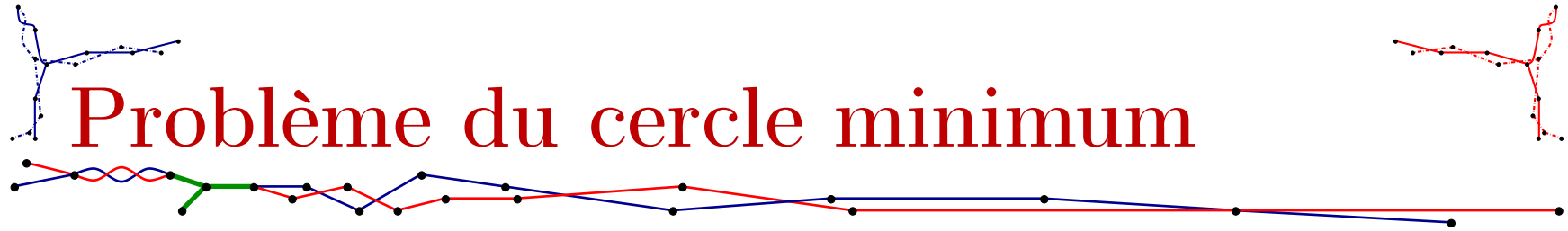
EXERCICE : Soient deux cercles $c1$ et $c2$ de rayons $c1.radius$ et $c2.radius$, dont les coordonnées des centres sont $(c1.x, c1.y)$ et $(c2.x, c2.y)$. Déterminer une condition nécessaire et suffisante pour que les deux cercles s'intersectent.

SUPPORT :

http://www-apr.lip6.fr/~buxuan/files/RBB_collision_canevas.html

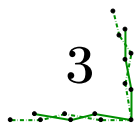
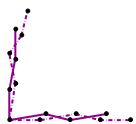
QUESTION : erreurs d'arrondi ?

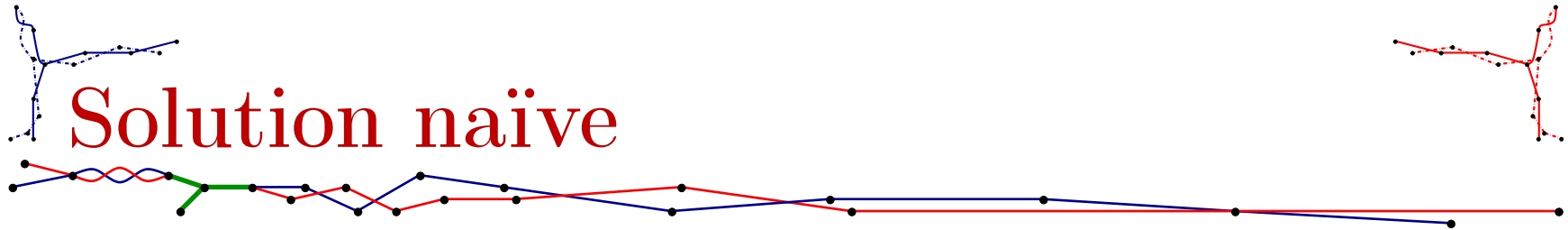




IN : Points, une liste de coordonnées de points en 2D

OUT : cercle couvrant tous les points de la liste, de rayon minimum

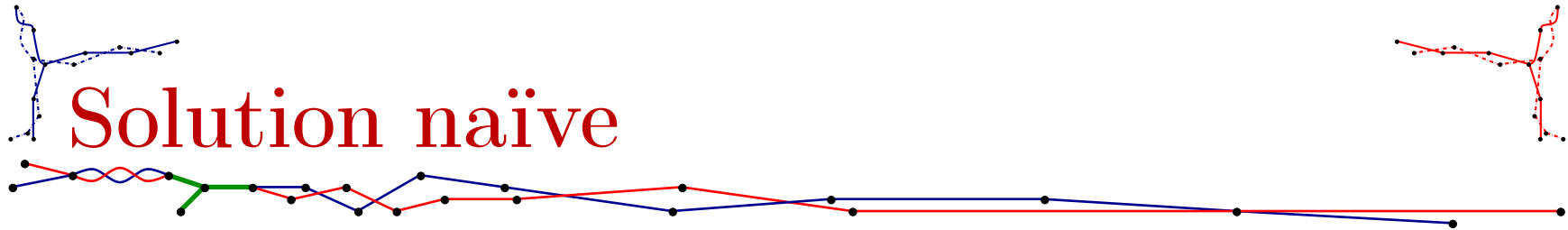




LEMME 1 : *si un cercle de diamètre égale à la distance de deux points de la liste couvre tout autre point de la liste, alors ce cercle est un cercle couvrant de rayon minimum.*

LEMME 2 : *en 2D, il existe un et un seul cercle passant par 3 points non-colinéaires.*





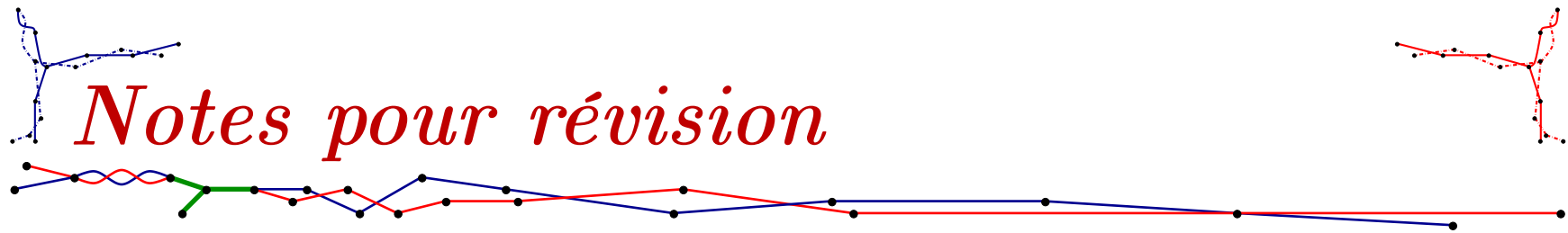
LEMME 1 : *si un cercle de diamètre égale à la distance de deux points de la liste couvre tout autre point de la liste, alors ce cercle est un cercle couvrant de rayon minimum.*

LEMME 2 : *en 2D, il existe un et un seul cercle passant par 3 points non-colinéaires.*

THÉORÈME : *le problème du cercle minimum peut être résolu en temps $O(n^4)$.*

QUESTION : *algorithme prouvant ce théorème ?*





L'algorithme naïf en question :

1. pour tout p dans Points
2. pour tout q dans Points
3. $c \leftarrow$ cercle de centre $\frac{p+q}{2}$ de diamètre $|pq|$
4. si c couvre tous les points de Points alors retourner c
5. resultat \leftarrow cercle de rayon infini
6. pour tout p dans Points
7. pour tout q dans Points
8. pour tout r dans Points
9. $c \leftarrow$ cercle circonscrit de p, q et r
10. si c couvrePoints et c plus petit que resultat
11. alors resultat \leftarrow c
12. retourner c

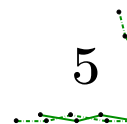
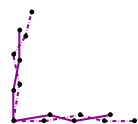


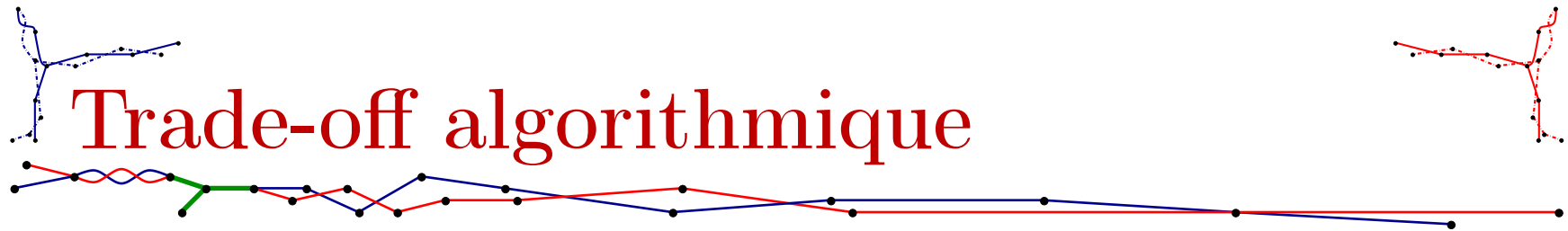
Exercice : estimation du temps



QUESTION : un ordinateur de l'ordre du Giga-Hertz exécutant un algorithme en $O(n^4)$, avec $n = 10000$, quel est le temps d'exécution attendu (en ordre de grandeur) ?

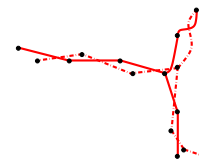
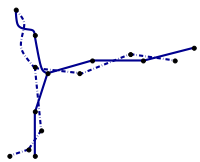
- algorithme en $O(n^3)$?
- algorithme en $O(n^2)$?
- algorithme en $O(n)$?
- algorithme en $O(\log n)$?



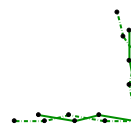
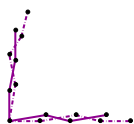


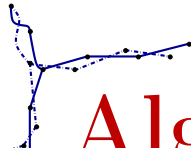
Qualité du résultat vs. temps d'exécution :

QUALITÉ GAGNE	TEMPS GAGNE	TRADE-OFF
imagerie médicale	audio-visuel	concours de prog.
systèmes critiques	appli. en temps réel	critère d'optimisation

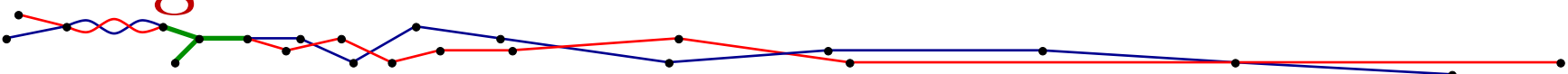
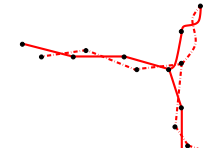


Techniques d'approximation

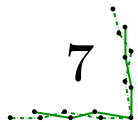
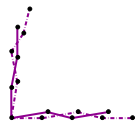
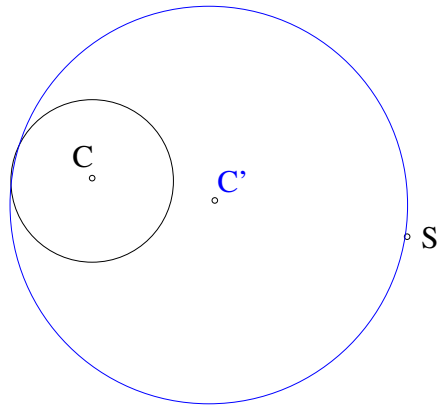





Algorithme incrémental

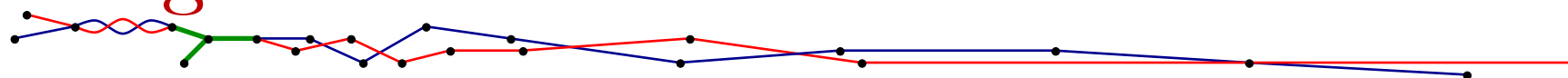
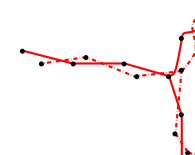


IDÉE : si un cercle ne couvre pas tous les points, on l'agrandit pour couvrir l'ancien cercle, plus au moins un nouveau point.

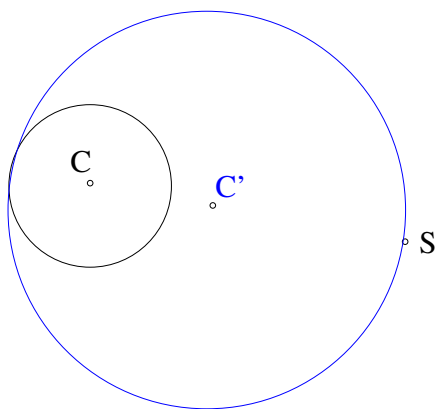




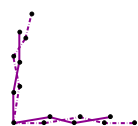
Algorithme incrémental

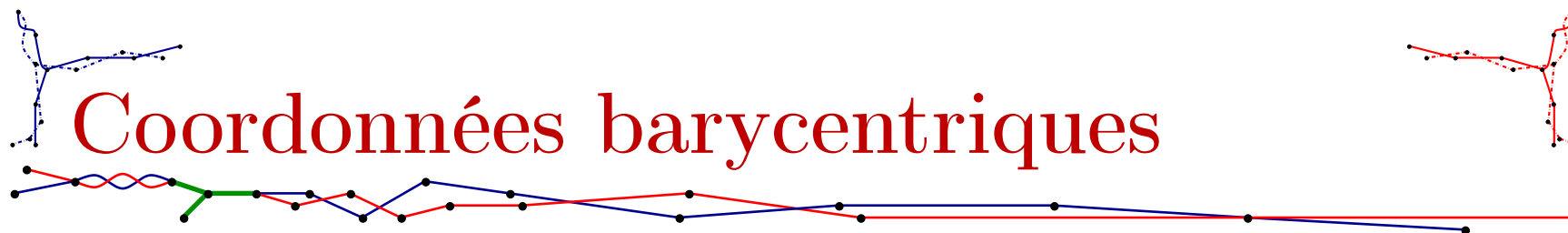


IDÉE : si un cercle ne couvre pas tous les points, on l'agrandit pour couvrir l'ancien cercle, plus au moins un nouveau point.

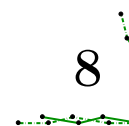
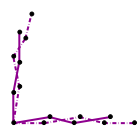
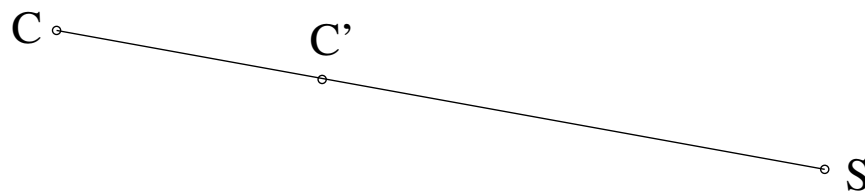



QUESTION : coordonnées de C' sachant C , S , ancien rayon r ?



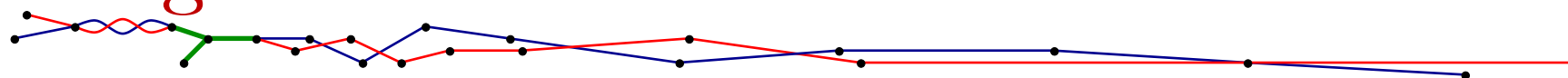
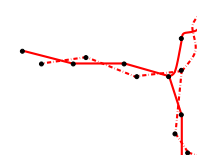


FORMULE : $C' = \alpha \cdot C + \beta \cdot S$, avec $\alpha = \frac{|C'S|}{|CS|}$ et $\beta = \frac{|C'C|}{|CS|}$.

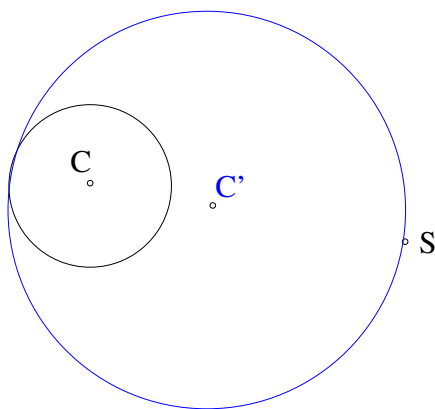




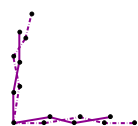
Algorithme incrémental

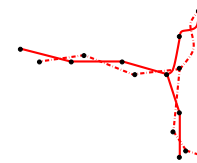
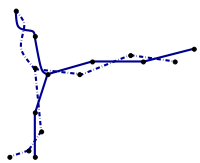


IDÉE : si un cercle ne couvre pas tous les points, on l'agrandit pour couvrir l'ancien cercle, plus au moins un nouveau point.

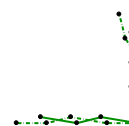
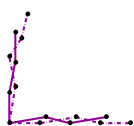


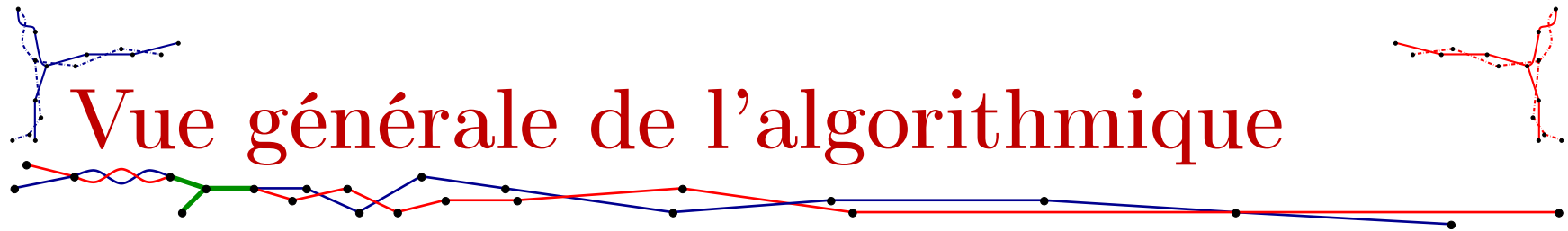
QUESTION : coordonnées de C' sachant C , S , ancien rayon r ?





Peut on faire mieux ?

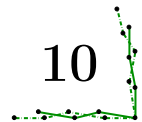
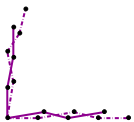


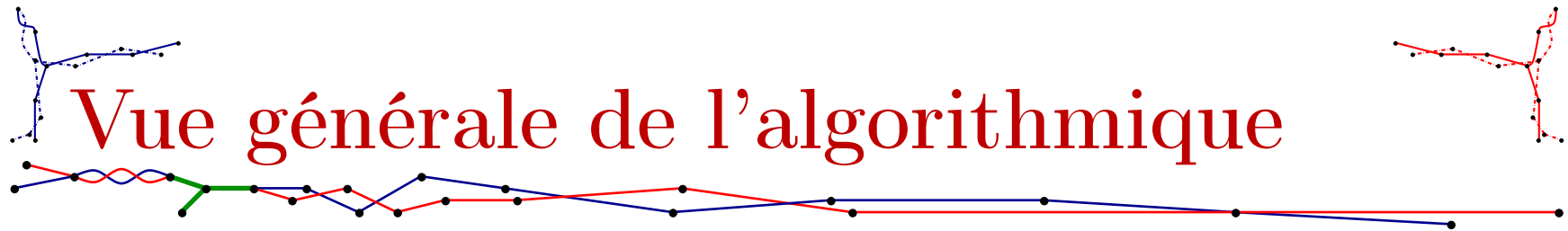


Vue générale de l'algorithmique

BRUTE-FORCE : parcours exhaustif de l'espace de recherche

EXEMPLE : pour toute coordonnée possible du centre du cercle, pour toute valeur possible du rayon du cercle, vérifier si tous les points sont couverts.



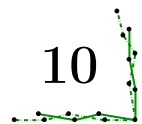
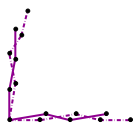


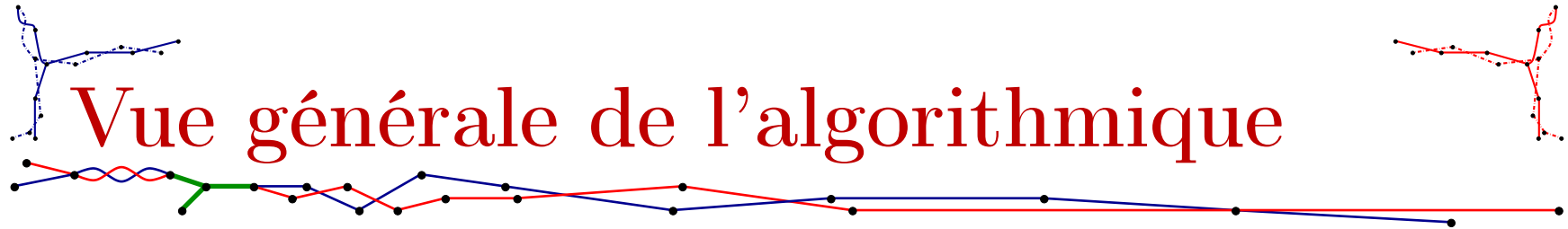
Vue générale de l'algorithmique

RECHERCHE ORDONNÉE : réorganisation de l'espace de recherche

EXEMPLE : pour toute coordonnée possible du centre *définie à partir de deux ou de trois points de la liste*, soit $\times \times \times$ la seule valeur *intéressante du rayon*, vérifier si tous les points sont couverts.

EXEMPLE : algorithme naïf pour cercle couvrant.

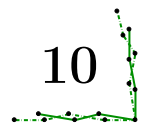
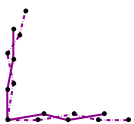




Vue générale de l'algorithmique

RECHERCHE PARCIMONIEUSE : réorganisation de l'espace de recherche
+ localisation

IDÉE : filtrer l'espace de recherche par un précalcul.

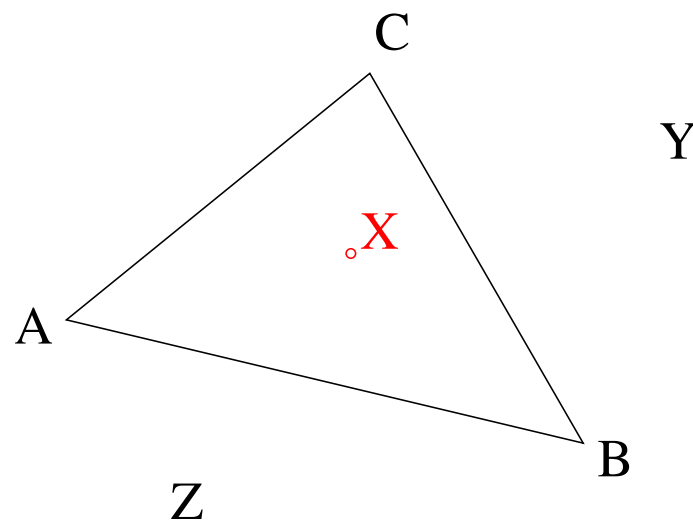




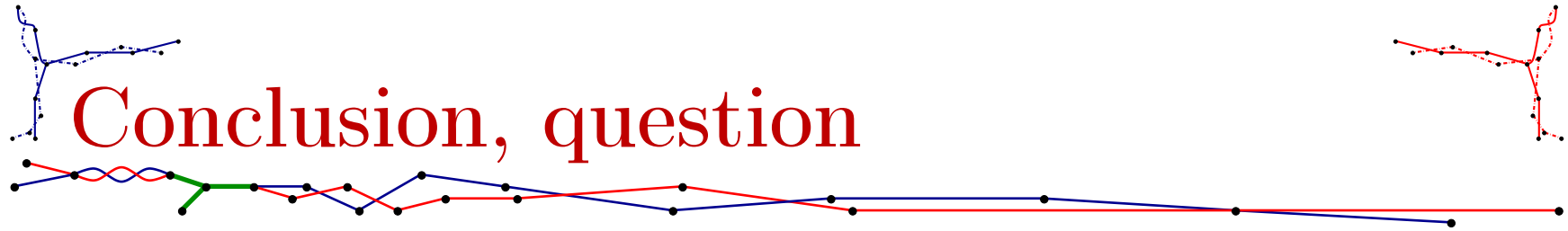
Borner la recherche par un précalcul



IDÉE : filtrer le “INPUT” pour écarter les zones de recherche inutiles



QUESTION : X est inutile, comment le détecter, numériquement ?



CONCLUSION :

- algorithme naïf
- technique incrémental
- technique de filtrage (précalcul)

QUESTION :

- meilleur précalcul ? (voir TME pour une réponse)

