

# TD de Recherche Opérationnelle

## Solutions de base

### Exercice 1.

On considère le programme linéaire suivant :

$$\begin{cases} \max & 6x_1 + 4x_2 \\ & 3x_1 + 9x_2 \leq 81 \\ & 4x_1 + 5x_2 \leq 55 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**Q1.** Mettre le PL sous forme standard. Écrire la matrice correspondante.

**Q2.** Calculer la solution associée à la base constituée des variables introduites en **Q1**.

**Q3.** Est-ce une solution de base réalisable ?

### Exercice 2.

Étant donné le programme linéaire :

$$(P) \quad \begin{cases} \max & 30x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 20x_4 - 12x_5 \\ s.c. & 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 0 \\ & 3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

**Q1.** Vérifier que la base  $I = \{4, 5\}$  est réalisable.

**Q2.** Montrer que la valeur de  $(P)$  est infinie.

### Exercice 3.

Un diététicien doit prescrire un menu de petit déjeuner comprenant du pain, du beurre et du lait à l'un de ses clients. À chaque repas, ce client doit recevoir au moins 13 unités de vitamine A, 10 unités de vitamine B et 2 verres de lait, mais pas plus de 2 tranches et demi de pain. Les valeurs en vitamine de ces ingrédients sont les suivantes :

nombre d'unités par	tranche de pain	portion de beurre	verre de lait
vitamine A	2	4	2
vitamine B	2	1	3

On suppose que le pain coûte 5 centimes par tranche, le beurre 10 centimes par portion et le lait 20 centimes par verre, quelles quantités de chaque produit le diététicien doit-il prescrire pour répondre aux besoins de son client tout en minimisant le prix du petit déjeuner ?

**Q1.** Mettre ce problème sous la forme d'un programme linéaire dont les variables  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$  représentent respectivement les nombres de tranches de pain, de portions de beurre et de verres de lait.

**Q2.** Vérifier que la solution  $x^* = (\frac{5}{2}, 1, 2)$  est réalisable et optimale.