

六、實驗數據與分析

公式推導：

$$\text{角速度}(\omega) = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{向心加速度}(a_N) = r\omega^2 = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

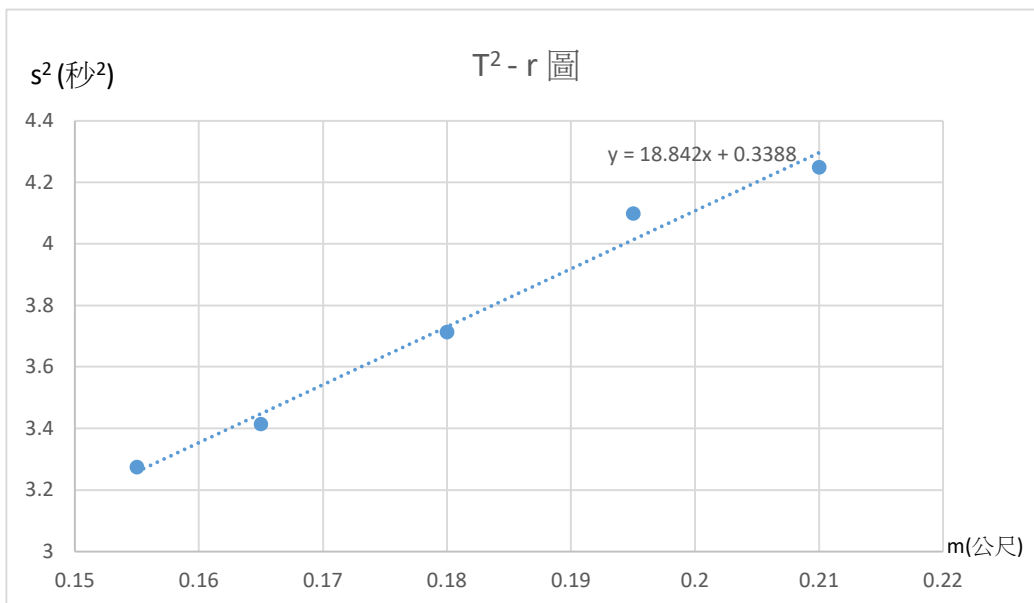
$$\text{向心力}(F_N) = Mr\omega^2 = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$$

Part 1：固定 F_N (砝碼重量)、 M (旋轉體質量)、改變 r (旋轉半徑)

$$F_N = mg = 0.0395 * 9.8 = 0.3871 \text{ N}$$

$$M = 0.20805 \text{ kg}$$

表一	r(m)	T(s)	$T^2(s^2)$
測量#1	0.210	2.061136	4.248283
測量#2	0.195	2.024352	4.098001
測量#3	0.180	1.926748	3.712358
測量#4	0.165	1.847523	3.413341
測量#5	0.155	1.809452	3.274117



圖一

分析：

$$F_N = Mr\omega^2 = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 M}{F_N} * r$$

其中 $\frac{4\pi^2 M}{F_N} = 18.842$ 即為圖一趨勢線的斜率(slope)

$$\Rightarrow \text{slope} = \frac{4\pi^2 M}{F_N}$$

$$\Rightarrow F_N = \frac{4\pi^2 M}{\text{slope}}$$

理論值： $F_{理} = mg = 0.3871 \text{ (N)}$

實驗值： $F_{實} = \frac{4\pi^2 M}{\text{slope}} \approx 0.4359 \text{ (N)}$

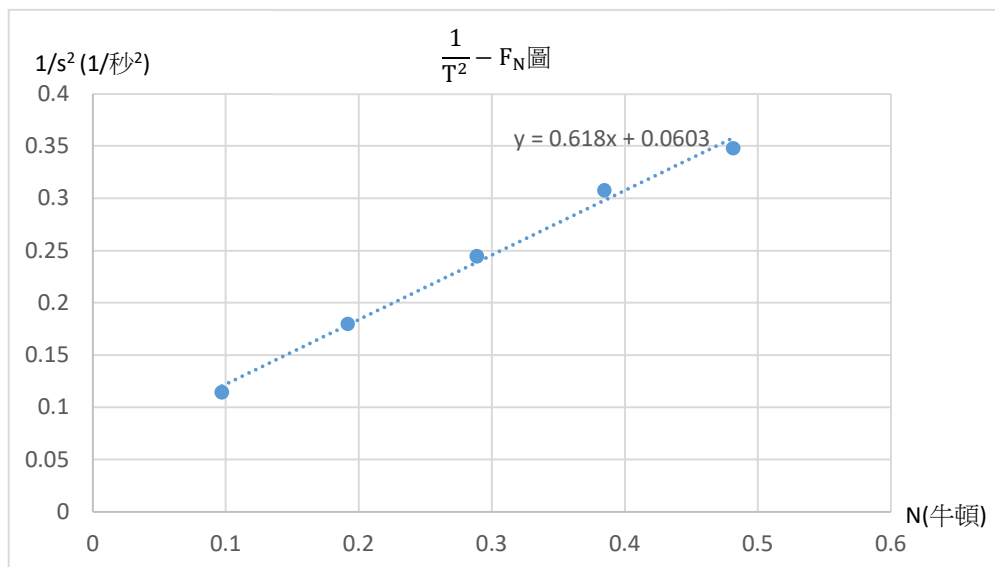
誤差： $\frac{F_{實} - F_{理}}{F_{理}} = \frac{0.4359 - 0.3871}{0.3871} \approx 12.61 \%$

Part 2：固定 r(旋轉半徑)、M(旋轉體質量)、改變 F_N (砝碼重量)

$r = 0.17 \text{ m}$

$M = 0.20805 \text{ kg}$

表二	m(kg)	F(N)	T(s)	1/T ² (1/s ²)
測量#1	0.04913	0.481474	1.695806	0.347734
測量#2	0.03925	0.38465	1.803667	0.307388
測量#3	0.02947	0.288806	2.022059	0.244575
測量#4	0.01957	0.191786	2.3595	0.179622
測量#5	0.00991	0.097118	2.956327	0.114418



圖二

分析：

$$F_N = Mr\omega^2 = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2} \Rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{4\pi^2 Mr} * F_N$$

其中 $\frac{1}{4\pi^2 Mr} = 0.618$ 即為圖二趨勢線的斜率(slope)

$$\Rightarrow \text{slope} = \frac{1}{4\pi^2 Mr}$$

$$\Rightarrow M = \frac{1}{4\pi^2 r(\text{slope})} \approx 0.24110$$

理論值： $M_{理} = 0.20805 \text{ (kg)}$

實驗值： $M_{實} = \frac{1}{4\pi^2 r(\text{slope})} \approx 0.24110 \text{ (kg)}$

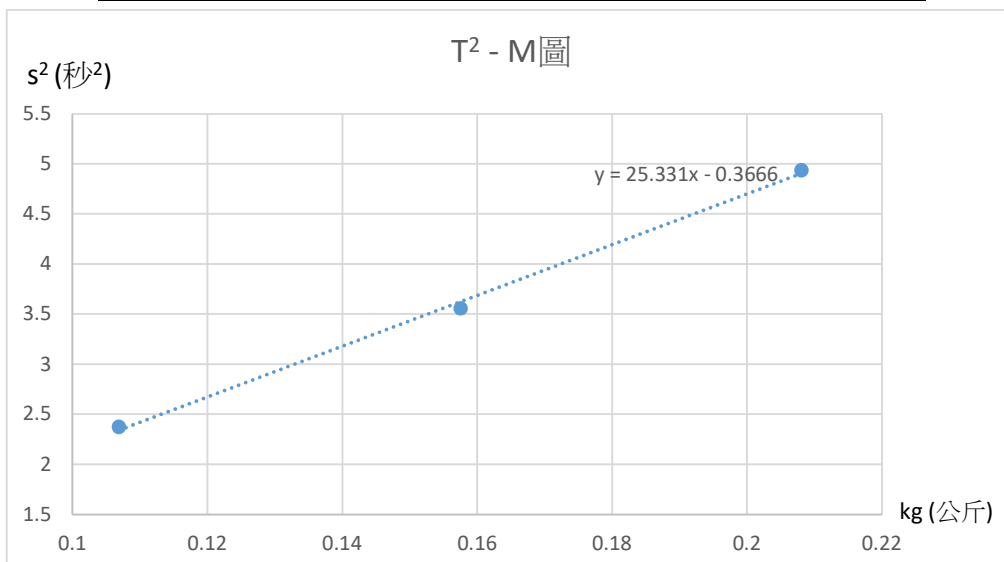
$$\text{誤差} : \frac{F_{實} - F_{理}}{F_{理}} = \frac{0.24110 - 0.20805}{0.20805} \approx 15.89 \%$$

Part 3：固定 r(旋轉半徑)、 F_N (砝碼重量)、改變 M(旋轉體質量)

$$r = 0.17 \text{ (m)}$$

$$F_N = mg = 0.02965 * 9.8 = 0.29057 \text{ (N)}$$

表三	M(kg)	T(s)	$T^2(s^2)$
測量#1	0.20805	2.222	4.937284
測量#2	0.15755	1.886	3.556996
測量#3	0.10689	1.541	2.374681



分析：

$$F_N = Mr\omega^2 = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r}{F_N} * M$$

其中 $\frac{4\pi^2 r}{F_N} = 25.331$ 即為圖三趨勢線的斜率(slope)

$$\Rightarrow \text{slope} = \frac{4\pi^2 r}{F_N}$$

$$\Rightarrow F_N = \frac{4\pi^2 r}{\text{slope}}$$

理論值： $F_{理} = mg = 0.29057 \text{ (N)}$

實驗值： $F_{實} = \frac{4\pi^2 r}{\text{slope}} \approx 0.264945 \text{ (N)}$

$$\text{誤差} : \frac{F_{實} - F_{理}}{F_{理}} = \frac{0.26495 - 0.29057}{0.29057} \approx -8.82 \%$$

七、結果與討論

實驗	Part 1	Part 2	Part 3
誤差	12.61%	15.89%	-8.82%

比較 Part 1、Part 2、Part 3 誤差，發現 Part 2 誤差較大，即使已經重做一遍，仍是誤差最大的。我認為誤差差異在於操縱變因。

Part 1 的操縱變因為半徑；Part 2 的操縱變因為砝碼質量；Part 3 的操縱變因為旋轉體質量。我們操作 Part 1 改變半徑時旋轉平台上有捲尺可以方便對準刻度，得誤差 12.61%；首次操作 Part 2 時因砝碼上面有寫其質量，而沒再去重測，實驗得到 33.X%，而做第二次時，便將每個砝碼重秤一次後，再做得 15.89%；操作 Part 3 時分別將三塊旋轉體質量分別秤重得出誤差為 -8.82%。

比較 Part 2 和 Part 3 實驗操縱變因最大差異在於前者的操縱變因數據彼此差異小，每個砝碼差異約為 10g，而後者三次旋轉體的質量彼此差異約 50g。由於電子秤指精準到小數點下第 1 位，第 2 位為估計，由第 3 位四捨五入而來，因此電子秤誤差可能達到 0.05g

$$\frac{0.05}{10} * 100\% = 0.5\% ; \frac{0.05}{50} * 100\% = 0.1\%$$

每個砝碼可能都存在最大 0.5% 的誤差，而旋轉體則存在 0.1% 誤差，可看出為何 Part 2 誤差會較大。

比較 Part 1 和其餘兩者間實驗操縱變因最大差異在於前者的操縱變因為任意自取，而後者為由砝碼或旋轉體給定，需要去測量。兩種性質不太像，造成 Part 1 的誤差來源可能為刻度不夠精確，或是人為判斷刻度的誤差，這兩種誤差百分比皆難以估計，或大或小都有可能，無法輕易推算出來，若要解釋的話應該是熟練度上的差異，Part 1、Part 2 實驗時對儀器還有些生疏，因此 Part 1 誤差為稍大的 12.61%，然而 Part 2 實驗又多了砝碼的設備誤差因此得出更大的 15.89%，到了 Part 3 熟練度上升且旋轉體誤差也沒那麼大，使得誤差為 -8.82% 較 Part 1、Part 2 來得小。

八、問題與討論

1. 此實驗中可能引起誤差的因素有哪些？

Ans：事前準備：旋轉平台沒有調整至水平或是中央支架位置未準確對至 0，都會使得旋轉半徑非為捲尺上的刻度；側支桿左右綿線沒有和旋轉平台水平，或是沒和側支桿綿線垂直，使得力可被分解為正向力與水平分力、砝碼質量誤差。

實驗：判斷側支架刻度時的誤差，使得旋轉半徑有誤差；判斷圓形指示片和圓形托架是否對齊，造成選取的週期有誤差

2. (a)當半徑增加時，轉動的週期增加或減少？

(b)當半徑及轉動物體的質量固定時，增加週期會增加或減少向心力？

(c)當物體的質量增加時，向心力增加或是減少？

Ans：根據 $F_N = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 可知 r (半徑)和 T^2 (週期平方)成正比，意即 r 與 T 呈正相關； F_N (向心力)和 T^2 (週期平方)成反比，意即 F_N 與 T 呈負相關； M (旋轉體質量)和 F_N 成正比，因此 (a)增加, (b)減少, (c)增加

3. 在本實驗中，假設向心力 F 與圓周運動周期 T 的關係為 $F=aT^n+b$ ，式中 n ， a 和 b 接為常數。請說明:如何由實驗得到的數據，作何種關係圖後，進行分析，推測 n ， a 和 b 等數值？

Ans：以 F_N (砝碼質量)為操縱變因， T (週期)應變變因，進行實驗

根據 $F_N = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 可知 $F_N \propto T^2$ ，為了讓 F_N 、 T 滿足 $F_N=aT^n+b$ 線性關係， n 取

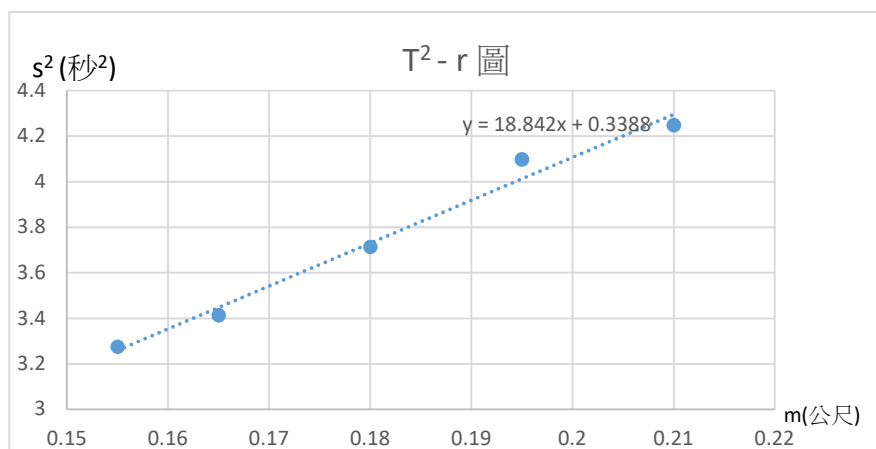
2。選定 $n=2$ 後做 F_N-T^2 圖，再取其趨勢線，趨勢線斜率即為此式的 a ， b 則為 y 軸截距。

4. 在實驗中，固定輸入馬達的電壓時，若此時發現圓形指示片持續上下振盪，不易穩定，請說明造成此現象的可能原因。

Ans：應為電壓或電流不穩導致旋轉時快時慢，造成週期改變，同時造成向心力改變使得彈簧因向心力改變而有上下震動的現象。

5. 由實驗測得數據，分別作出下列物理量的關係圖：

(1)圓周運動周期平方 T^2 與旋轉半徑 r



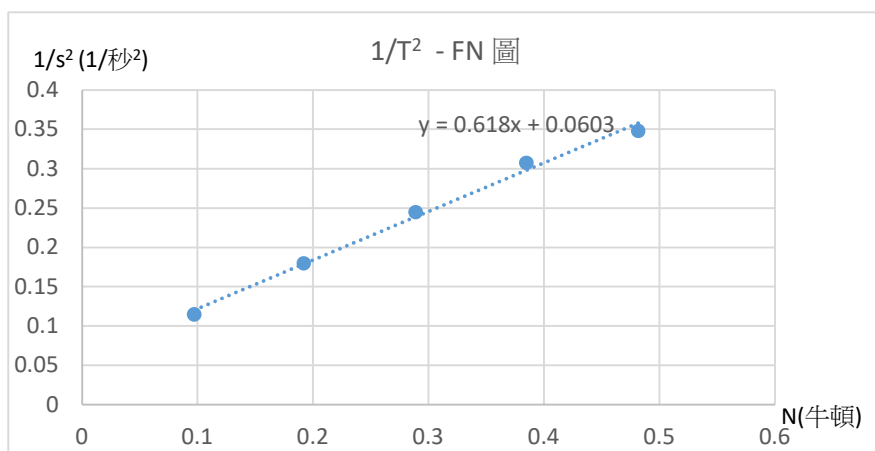
A. 假設環境、設備皆為理想狀態，只有人為早成的誤差，那麼我推測造成此截距主因為判斷彈簧是否平衡的人為判斷誤差。原因如下：

根據 $F_N = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ， $F_N \propto \frac{1}{T^2}$ ，因此若我們在選取平衡位置時，彈簧指示片稍高於圓形托架，使得向心力小於原本測量好的 mg (砝碼重量)，便會讓 $T^2 - r$ 圖中 T^2 的值高於原本的點，使得原先應通過原典的趨勢線向上平移，而產生大於 0 的截距。

B. 假設環境、實驗完美，只有設備上的誤差，那麼我推測造成此截距的主因為中央支架架設稍微靠右(側支架在左)。原因如下：

根據 $F_N = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ， $r \propto T^2$ ，因此若中央支架架設的點稍微在刻度 0 的右邊，這樣一來實際上旋轉半徑大於側支架所擺放的刻度，以至於 T^2 的值高於理論值，使得原先應通過原點的趨勢線向上平移，而產生大於 0 的截距。

(2)圓周運動周期平方的倒數 $1/T^2$ 與向心力 F



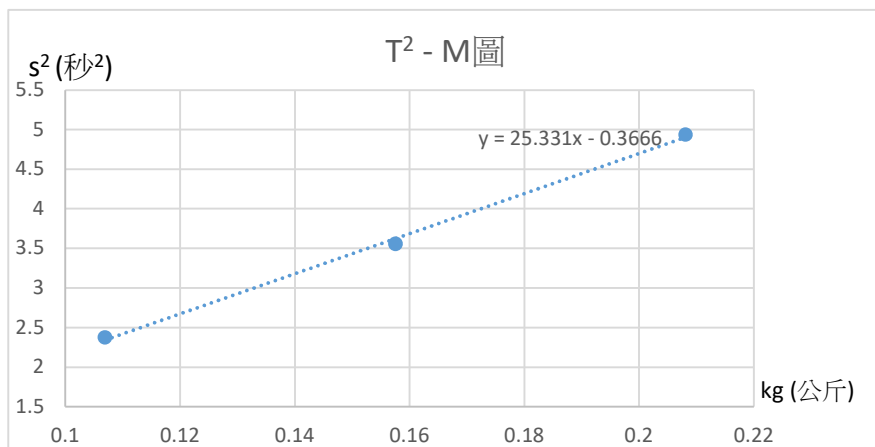
A. 假設環境、設備皆為理想狀態，只有人為早成的誤差，那麼我推測造成此截距主因為判斷彈簧是否平衡的人為判斷誤差。原因如下：

根據 $F_N = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$, $F_N \propto \frac{1}{T^2}$, 因此若我們在選取平衡位置時，彈簧指示片稍低於圓形托架，使得向心力大於原本測量好的 mg (砝碼重量)，便會讓 $1/T^2 - F_N$ 圖中 $1/T^2$ 的值高於原本的點，使得原先應通過原典的趨勢線向上平移，而產生大於 0 的截距。

B. 假設環境、實驗完美，只有設備上的誤差，那麼我推測造成此截距的主因為側支架側支架右側棉線呈右上升。原因如下：

根據 $F_N = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$, $F_N \propto \frac{1}{T^2}$, 若側支架右側棉線呈右上升，使得當初測量的彈力，水平分力仍為 mg ，但垂直分力向上抵銷部分旋轉體的重力使得實驗時的 M 值小於理論值，又 M 和 $\frac{1}{T^2}$ 成反比，造成 $1/T^2$ 值高於理論值，使得原先應通過原點的趨勢線向上平移，而產生大於 0 的截距。

(3)圓周運動周期平方 T^2 與旋轉體質量 M



A. 假設環境、設備皆為理想狀態，只有人為早成的誤差，那麼我推測造成此截距主因為判斷彈簧是否平衡的人為判斷誤差。原因如下：

根據 $F_N = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ， $F_N \propto \frac{1}{T^2}$ ，因此若我們在選取平衡位置時，彈簧指示片稍低於圓形托架，使得向心力大於原本測量好的 mg (砝碼重量)，便會讓 $T^2 - M$ 圖中 T^2 的值低於原本的點，使得原先應通過原典的趨勢線向下平移，而產生小於 0 的截距。

B. 假設環境、實驗完美，只有設備上的誤差，那麼我推測造成此截距的主因為側支架右側棉線呈右上升。原因如下：

根據 $F_N = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ， $F_N \propto \frac{1}{T^2}$ ，若側支架右側棉線呈右上升，使得當初測量的彈力，水平分力仍為 mg ，但垂直分力向上抵銷部分旋轉體的重力使得實驗時的 M 值小於理論值，又 M 和 T^2 成正比，造成 T^2 值高於理論值，使得原先應通過原點的趨勢線向下平移，而產生小於 0 的截距。

補充:為何只討論右方棉線是否水平?

Ans: 左方棉線高度可藉由調整側滑輪高度輕易取得水平。在做實驗時皆有注意，倘若右側呈非水平狀態，則需重綁側支架棉線改變其長度。實驗中我們是從 Part 1 第一個數據半徑 21cm 開始做，只目測當時右側棉線呈水平，後面數據便繼續做，然而看到數據後發現或許當初目測有誤差，推測是稍微成右上升狀態。

九、心得

這次實驗不論原理還是操作上都不難，但除了電子秤精確度、砝碼或旋轉體質量這種設備系統誤差，還有太多人為判斷的誤差，如用捲尺判斷旋轉半徑、自行架設的中心支架可能不在正中央、判斷彈簧指示片與圓形托架是否對齊等，再加上電壓不穩時使得彈簧指示片上下震動，而難以觀察，種種因素都導致誤差增加。這使得我們最後重做 Part 2 實驗，幸好重做時沒有碰到彈簧指示片變上下震動的問題，週期也因此不再大量浮動，使得 Part 2 實驗誤差成功小於 20%。

十、參考資料

清大普物實驗室：

<http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/file/03%20Centripetal%20Force/Centripetal%20force.pdf>

清大開放式課程：

<http://ocw.nthu.edu.tw/ocw/index.php?page=chapter&chid=643&cid=40>