

## 實驗二 圓周運動與向心力實驗

### 一、目的

藉由懸掛物體的重力，以電動馬達的精確操控使物體做圓周運動，觀察物體的圓周運動和其所受之向心力間的關係。以 Arduino 測量物體圓周運動時的週期，探討運動物體所受之向心力與物體的質量、旋轉半徑和旋轉週期等物理量間的關係，並驗證轉動系統中牛頓第二運動定律的有效性。

### 二、原理

加速度大小  $a$  和速率  $v$  及圓周半徑  $r$  間的關係為  $a = v^2/r$ ，根據牛頓第二運動定律，物體有加速度，則必有一淨力作用在此物體質點上，淨力  $F$  的方向與向心加速度  $a$  的方向相同。因作用力恆指向圓周運動的圓心，故稱之為向心力 (Centripetal Force)。

因  $v = \omega r$ ， $\omega = 2\pi/T$ ，所以向心力  $F$  與繞行週期  $T$  的關係式：

$$F = 4\pi^2 r / T^2$$

這次實驗藉著分別改變(a)旋轉體的質量  $m$ 、(b)向心力  $F$ 、以及(c)圓周半徑  $r$  等三個物理量，使物體在不同實驗條件下，進行等速率圓周運動，量測運動的週期  $T$ ，以驗證並探討圓周運動的關係式。

### 三、實驗器材

1. A 型基座 (“A” base) 1 座
2. 旋轉平台 (rotating platform) 1 支
3. 中心支架 (center post) 1 支
4. 側支架 (side post) 1 支
5. 旋轉體( $100g \times 1 + 50g \times 2$ ) (mass) 1 組
6. 側滑輪 (clamp-on pulley) 1 組
7. 細繩 (thread) 數條
8. 砝碼組 (10g/個) (weight) 1 組
9. 12V 直流馬達 (DC motor) 1 組
10. 光電閘 (Photogate) 1 支
11. 平衡配重(300g) (square mass) 1 個
12. 水平儀 (level) 1 個
13. Arduino 控制盒 1 組
14. 直流電源供應器 (DC power supply) 1 台

### 四、實驗裝置：

(一) 旋轉平台的水平調整：

(二) 安裝光電閘

(三) 安裝馬達

(四) 向心力配件組合:由旋轉平台的 T 型槽(有刻度側邊)將中心支架置入，對準旋轉平台上正中間的歸零點，並拴緊螺絲。再將側支架置在旋轉平台的 T 型槽同一側。

(五) 以電子天平秤量旋轉體質量及砝碼質量。

## 五、實驗步驟

### (一) 改變旋轉半徑（固定向心力與旋轉體質量）

- 1.選定一個適當的距離為旋轉體的旋轉半徑
- 2.測量砝碼重量，並將其懸掛
- 3.移動中心支架上之指示托架使圓形指示片對齊在指示托架的位置
- 4.移除側滑輪懸掛之砝碼
- 5.利用直流馬達轉動裝置，增加轉速使得圓形指示片能夠再次對齊指示托架的位置
- 6.利用 Arduino 處理器測量轉動週期並記錄
- 7.選不同半徑，重複上述步驟。做五組實驗

### (二) 改變向心力（固定旋轉半徑與旋轉體質量）

- 1.量測旋轉體質量並記錄。
2. 同樣將砝碼側掛於側滑輪下，記錄砝碼質量
3. 選定一個距離當作旋轉半徑。記錄半徑
4. 將圓形指示片對齊在指示托架的位置
5. 移除側滑輪下之砝碼。
6. 利用直流馬達轉動旋轉平台，增加轉速使圓形指示片能夠再次對齊指示托架
7. 保持這個速度，利用 Arduino 處理器測量轉動週期，並記錄
8. 改變向心力，即改變砝碼質量，重複此實驗。做五個不同向心力的實驗。

### (三) 改變旋轉體質量（固定半徑與向心力）

1. 將旋轉體半徑與向心力保持固定不變。
2. 測量旋轉體質量並記錄
3. 將砝碼側掛於側滑輪下。記錄砝碼質量，此重量即為向心力。
4. 選定一個距離當作旋轉半徑，並記錄半徑
5. 移動中心支架上之指示托架 使圓形指示片對齊在指示托架的位置。
6. 移除置於側滑輪下之砝碼。
7. 利用直流馬達轉動旋轉平台，使得圓形指示片能夠再次對齊指示托架
8. 保持這個速度，利用 Arduino 處理器測量轉動週期，並記錄周期。
9. 改變旋轉體的質量，懸掛砝碼質量維持不變，半徑固定，重複三次。

## 六、數據整理與計算分析：

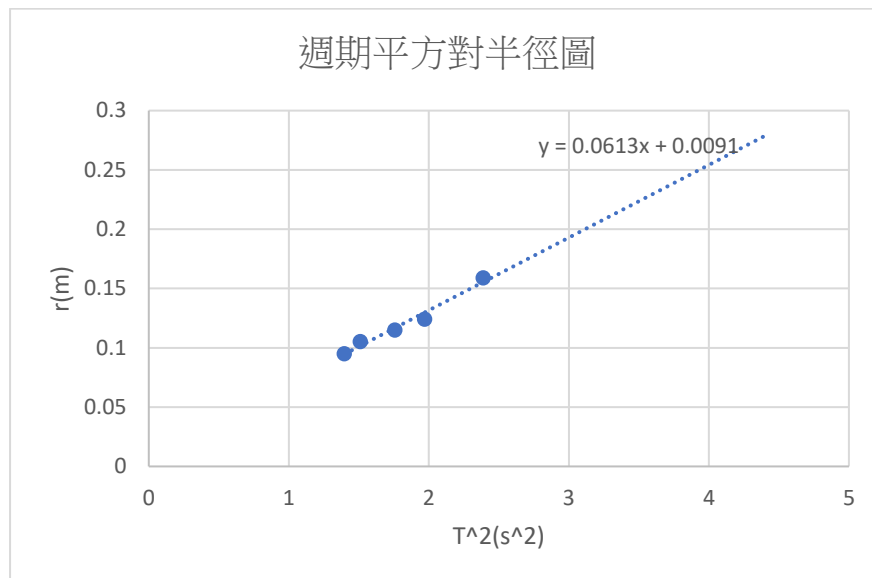
(一) 改變旋轉半徑（固定向心力與旋轉體質量）

數據：

旋轉體質 量(mg)	懸掛物 (mg)
208.13	59.77

半徑(cm)	13.89	12.41	11.5	10.53	9.5
週期 T(s)	1.845	1.403571	1.325714	1.229286	1.181786
T <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )	3.404025	1.970012	1.757518	1.511143	1.396617

分析：



向心力= $4\pi^2 \cdot m \cdot r / T^2$ ，上圖斜率 0.0613 為  $r/T^2$ ，又  $m$  為已知 2.0813 KG  
 因此可得實際向心力為 0.50368 牛頓，和理論值  $0.05977 \cdot 9.8 = 0.585746$  牛頓  
 實驗誤差為 -14.01%

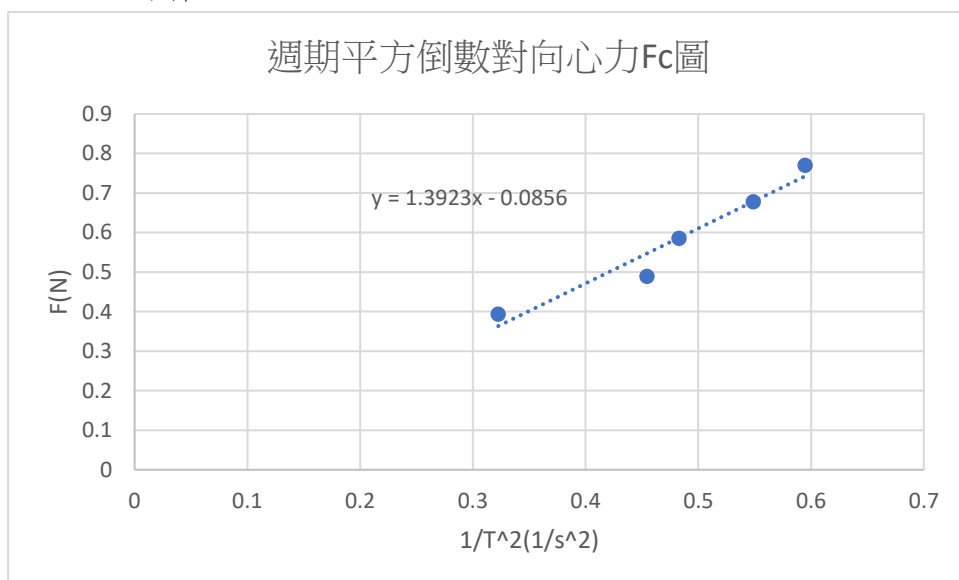
(二) 改變向心力 (固定旋轉半徑與旋轉體質量)

數據:

半徑(cm)	旋轉體(g)
14.19	208.13

懸掛物(g)	40.150	49.950	59.760	69.220	78.640
向心力 Fc(N)	0.393	0.490	0.586	0.678	0.771
週期(s)	1.761	1.483	1.439	1.350	1.297
1/T^2	0.323	0.454	0.483	0.549	0.595

分析:



旋轉體質量 =  $(F_c \cdot T^2) / (4\pi^2 r)$ ，上圖斜率 1.3923 即為  $F_c \cdot T^2$ ，又  $r$  旋轉半徑已知為 0.1419 m，可得實驗旋轉體質量為 0.248537 kg 和理論值 0.20813 kg 誤差為 19.41%

### (三) 改變旋轉體質量（固定半徑與向心力）

數據:

懸掛物(g)	半徑 r(cm)
78.64	14.19

旋轉體 m(g)	週期 T(s)	Fc(N)	誤差
208.130	1.268	0.725	-5.95%
157.530	1.129	0.693	-10.10%
106.850	0.981	0.622	-19.25%

分析:Fc 為利用公式向心力= $4\pi^2 \cdot m \cdot r / T^2$ ，帶 m、T、r 推得。

誤差為理論值  $0.7864\text{g} \cdot 9.8 = 0.770672$  牛頓，與各推得的 Fc 實際值計算的結果。

## 七、結果及討論

本次的實驗結果誤差不小(-19~+19%)

推斷誤差造成的因素可能有以下:

1. 支架或橫桿不水平
2. 連接旋轉體的三條棉線沒有綁緊或沒有彼此垂直或水平，造成力傳遞上產生誤差
3. 或是在質量測量時，產生的誤差，例如:測量完法碼質量後用手拿，手上的汗或髒汙黏上砝碼，應改進。
4. 觀測半徑時，產生的人為誤差。
5. 指示物到達的平衡點，取的不夠精確。

## 八、心得及建議

我記得我國小也有做過一次向心力的實驗，用彈簧秤綁住物體然後在桌上甩，這還蠻簡單的。

這次的實驗原理上蠻簡單的，但是在操作上，我們綁棉線耗了好多時間因為我和我組員都不太會打結，更糟的是，好不容易綁完了試轉幾圈後，棉線盡然斷掉。除此之外，這次實驗操作起來得心應手，慢慢進入狀況了!

## 九、問題

1. 此實驗中可能引起誤差的因素有哪些？

同結果與討論

(1) 支架或橫桿不水平

(2) 連接旋轉體的三條棉線沒有綁緊或沒有彼此垂直或水平，造成力傳遞上產生誤差

(3) 或是在質量測量時，產生的誤差，例如：測量完法碼質量後用手拿，手上的汗或髒汙黏上砝碼。

(4) 觀測半徑時，產生的人為誤差。

(5) 指示物到達平衡點，取的不夠精確。

2. 當半徑增加時，轉動的週期增加或減少？

$$F_c = 4\pi^2 r m / T^2$$

A: 轉動半徑  $r$  和  $T^2$  周期的平方成正比，當半徑增加且其他不變時，周期會增加。

3. 當半徑及轉動物體的質量固定時，增加週期會增加或減少向心力？

A: 同問題 2. 的向心力公式，向心力會減少，因為  $F_c$  和  $T^2$  成反比

4. 當物體的質量增加時，向心力增加或是減少？

A: 增加，同問題 2. 公式，當其他物理量不變時質量和向心力成正比。

5. 在本實驗中，假設向心力  $F$  與圓周運動周期  $T$  的關係為  $F = aT^n + b$ ，式中  $n$ ， $a$  和  $b$  皆為常數。請說明：如何由實驗得到的數據，作何種關係圖後，進行分析，推測  $n$ ， $a$  和  $b$  等數值？

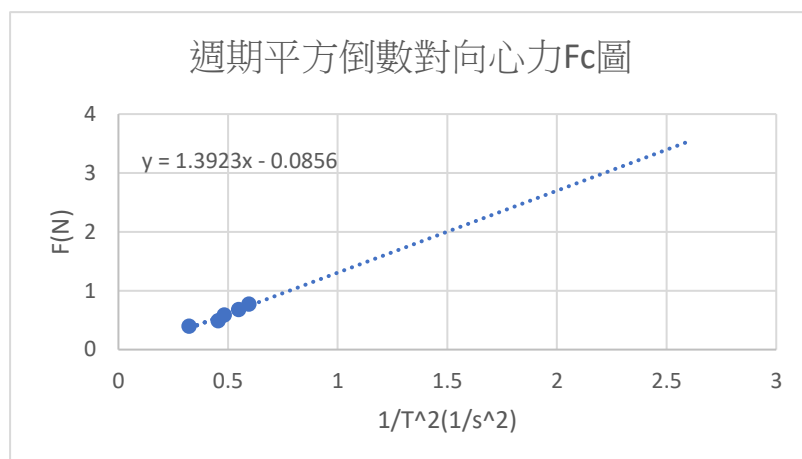
A: 將  $F$  對  $T$  作圖  $y$  軸上的截距即為  $b$  利用 Excel 做線性預測，可推得  $a$  和  $n$ 。或是分別做  $F$  對  $T$ 、 $F$  對  $T^2$ 、.....。若  $F$  和  $T^k$  成直線則  $k$  即為我們想求的  $n$ ，然而此線的斜率即為  $a$ 。

6. 在實驗中，固定輸入馬達的電壓時，若此時發現圓形指示片持續上下振盪，不易穩定，請說明造成此現象的可能原因。

A: 可能是有風或是桌子在搖。我認為最有可能的是他在做簡協運動。解決方法：用手幫彈簧平衡一下，讓震幅盡量減少，幫助彈簧穩定，降低實驗誤差。

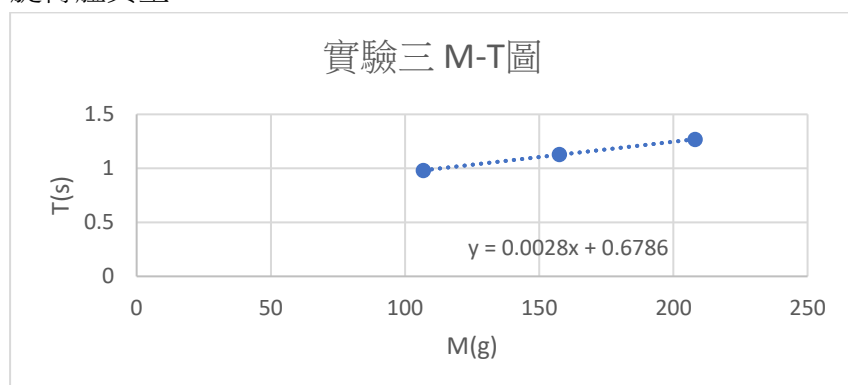
7.由實驗測得數據，分別作出下列物理量的關係圖:

(1)圓周運動周期平方的倒數  $1/T^2$  與向心力  $F$

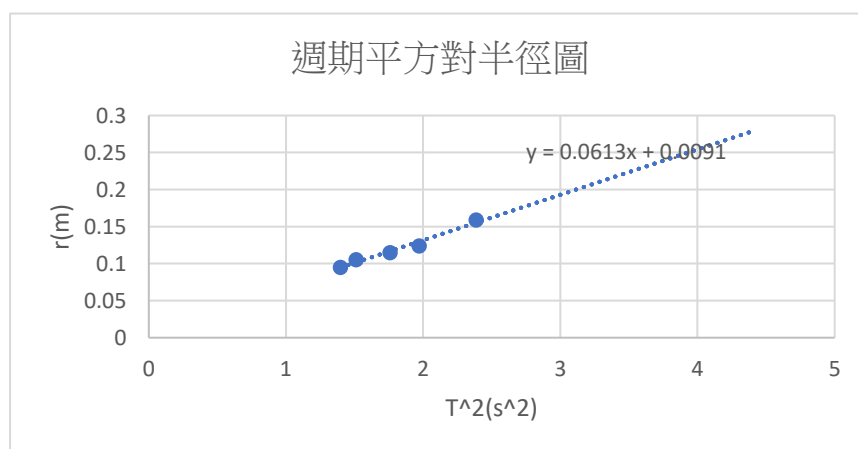


此圖的數據為實驗(二)， $y$  軸截距為-0.0856，可能為設定的平衡位置誤差

(2)圓周運動周期平方  $T^2$  與旋轉體質量  $M$ ，造成  $y$  截距的主因，低估旋轉體質量



(3)圓周運動周期平方  $T^2$  與旋轉半徑  $r$ ，造成  $y$  截距的主因，高估半徑



此圖為實驗(一)數據