

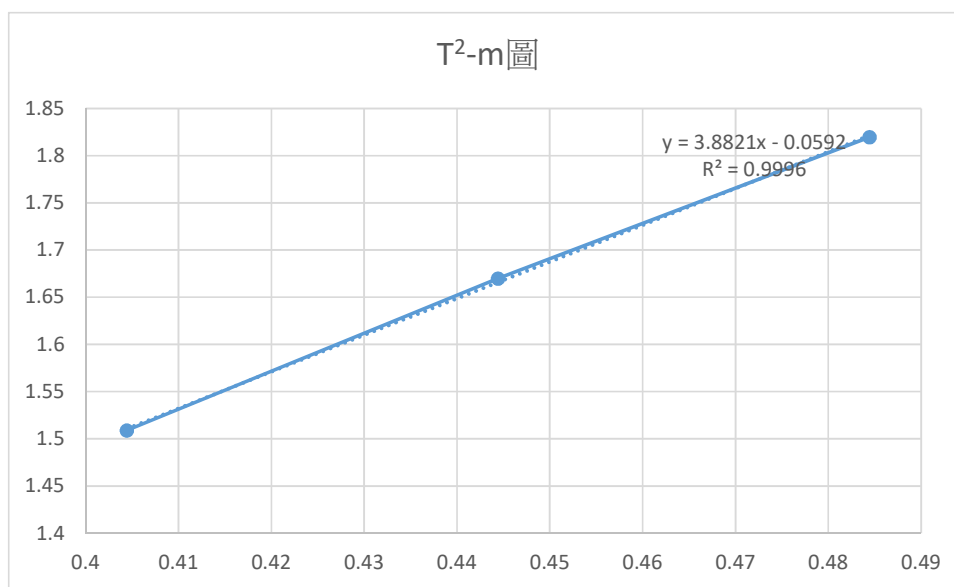
## 六、實驗數據

### Part 1：測量靜態、動態彈性係數

彈簧(靜態)				彈簧(動態)			
A	砝碼 m(kg)	伸長量(m)	$k_A$	A	滑車 M(kg)	彈簧 ms	週期 T
	0.1001	0.071	13.83072		0.40442	0.0112	1.0782
B	砝碼 m(kg)	伸長量(m)	$k_B$	B	滑車 M(kg)	彈簧 ms	週期 T
	0.1001	0.139	7.064612		0.40442	0.0137	1.385
C	砝碼 m(kg)	伸長量(m)	$k_C$	C	滑車 M(kg)	彈簧 ms	週期 T
	0.1001	0.848	1.157996		0.40442	0.01125	2.7767

### Part 2：週期與滑車質量關係

滑車質量 mB(kg)	週期(T)	$T^2$	斜率	3.8821
0.40442	1.2284	1.508967	k(實驗值)	5.084673
0.44442	1.2922	1.669781	k(理論值)	4.208616
0.48442	1.3489	1.819531	誤差	0.208158



斜率：3.8821

k 實驗值：5.0847

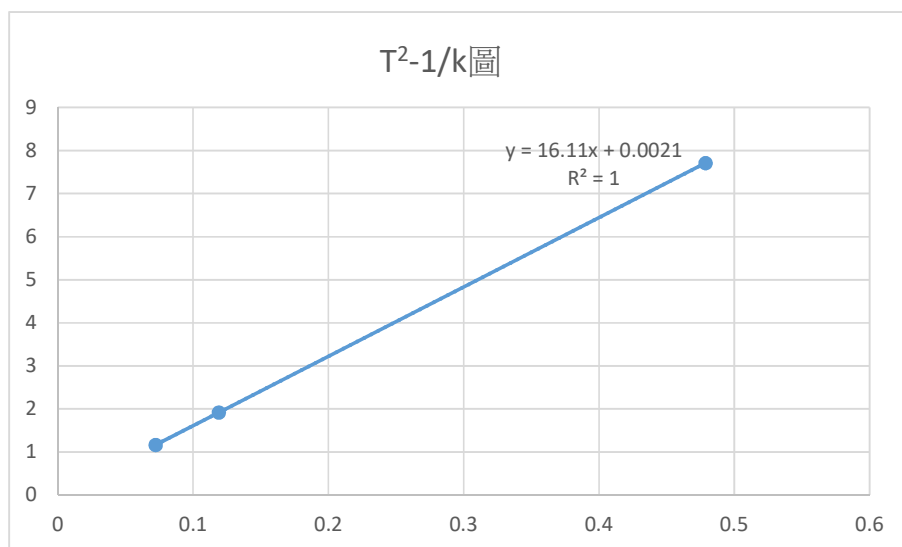
k 理論值：4.2086

誤差：20.82%

### Part 3：週期與彈性係數關係

彈力係數(k)	1/k	週期(T)	T <sup>2</sup>
13.86068	0.072147	1.0782	1.162515
8.417232	0.118804	1.385	1.918225
2.089984	0.478473	2.7767	7.710063

斜率	16.11
滑車質量(實驗值)	0.408071
滑車質量(理論值)	0.40442
誤差	0.009028



斜率：16.11

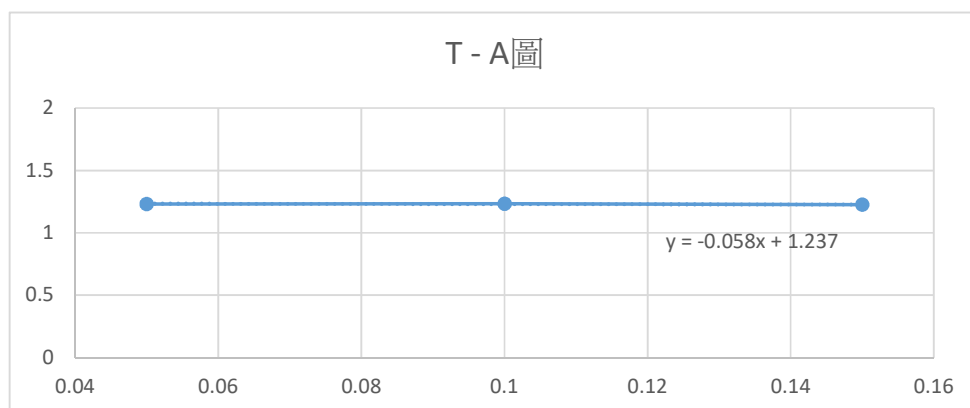
滑車質量實驗值：0.4081kg

滑車質量理論值：0.4044 kg

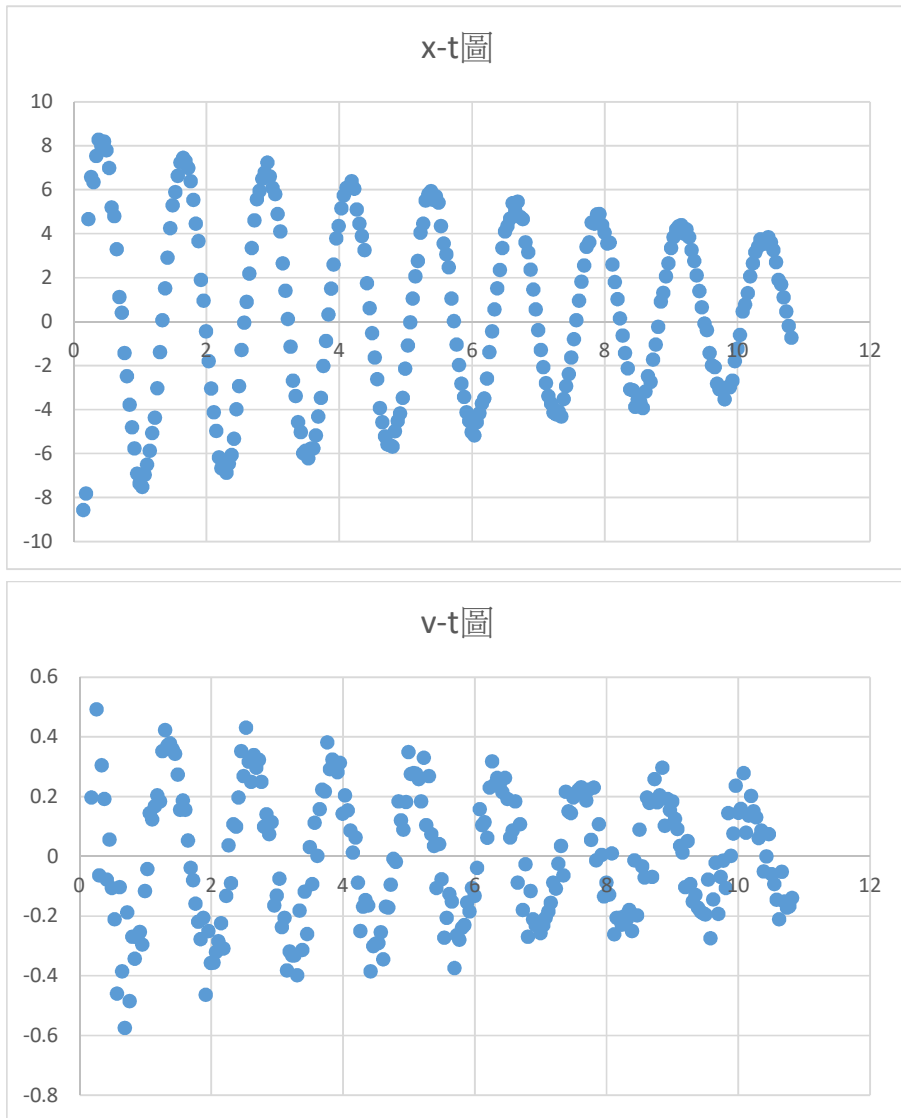
誤差：0.9%

### Part 4：週期與振幅之關係

滑車質量 M(kg)	振幅(A)(m)	週期(T)
0.40442	0.05	1.2325
	0.1	1.2343
	0.15	1.2267



## Part 5 : Arduino 一般滑車



$V_0 = -0.13158$ ,  $A(\text{振幅}) = 8.28$

計算時間  $t = 1.645$ ,  $x = 7.45$  時的速度  $V_x$

$$V_x = V_0 \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{A}$$

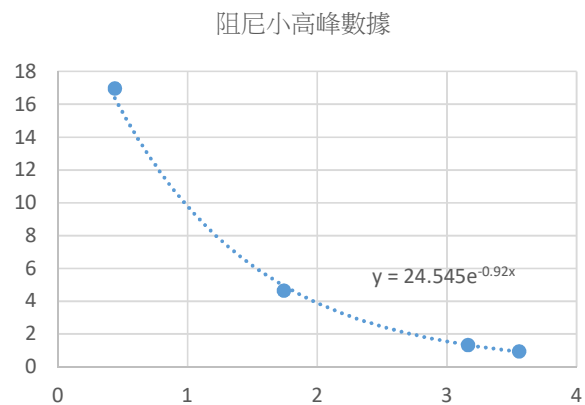
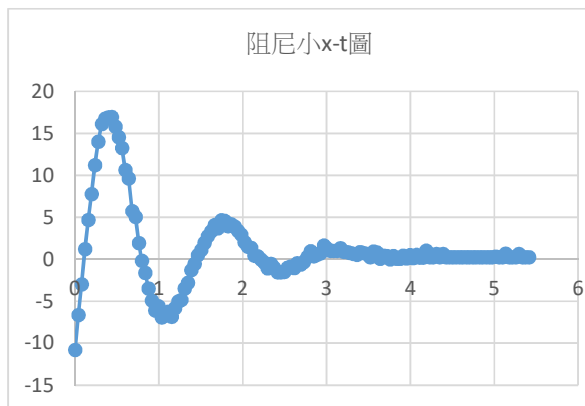
$V_{x \text{ 理論(計算)}} = -0.05742$

$V_{x \text{ 實驗值}} = -0.0539$

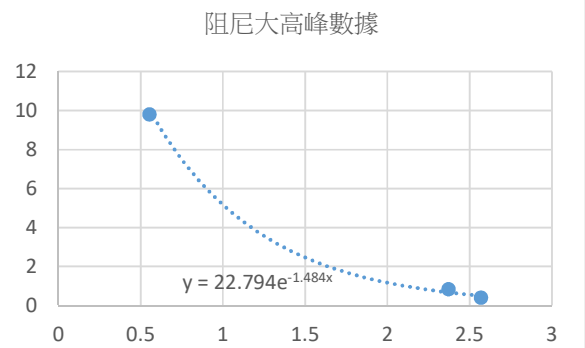
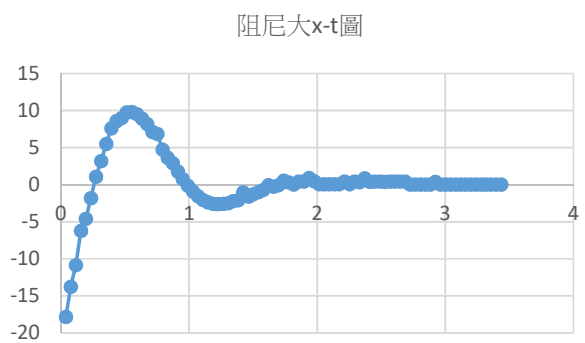
誤差 : -6.64 %

## Part 6 : Arduino 阻尼滑車

### 阻尼小



### 阻尼大



$$\beta_{\text{小}} = 0.92$$

$$\beta_{\text{大}} = 1.484$$

$$\text{滑車質量 } M = 0.4636\text{kg}$$

阻尼常數  $b$

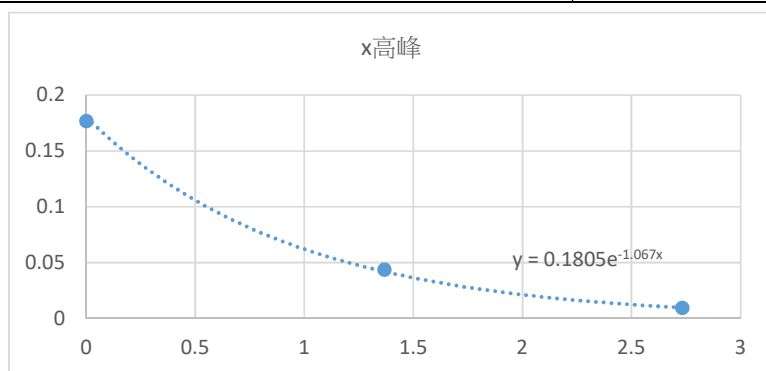
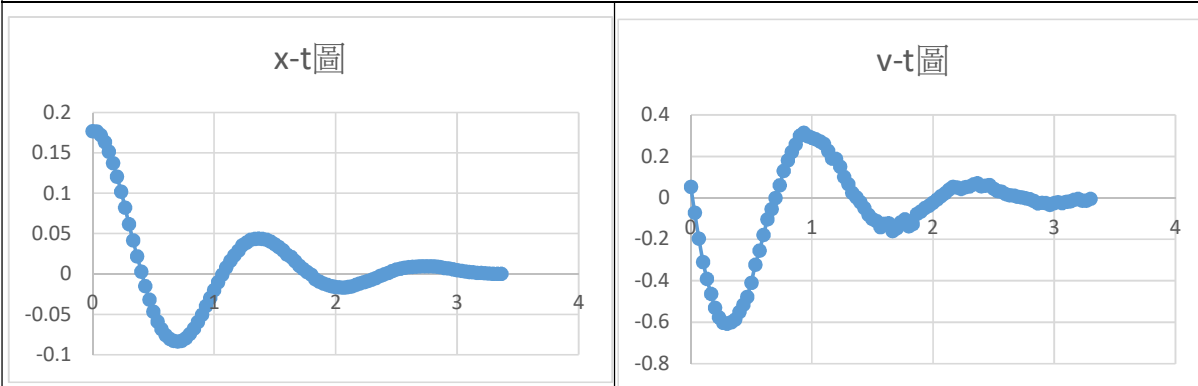
$$b = 2 * M * \beta$$

$$b_{\text{小}} = 0.8530$$

$$b_{\text{大}} = 1.3760$$

## Part 7 : Tracker 阻尼滑車

### 阻尼小

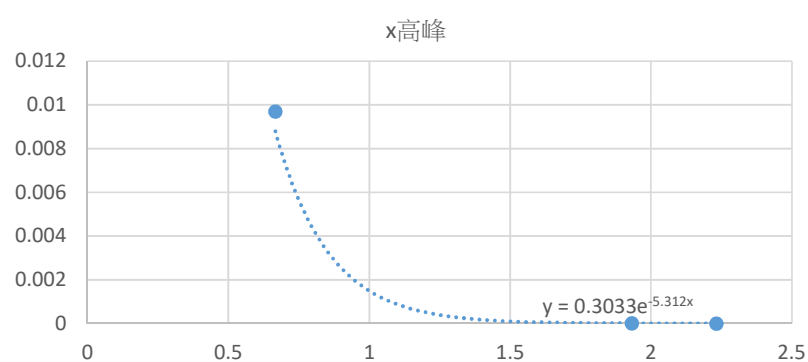
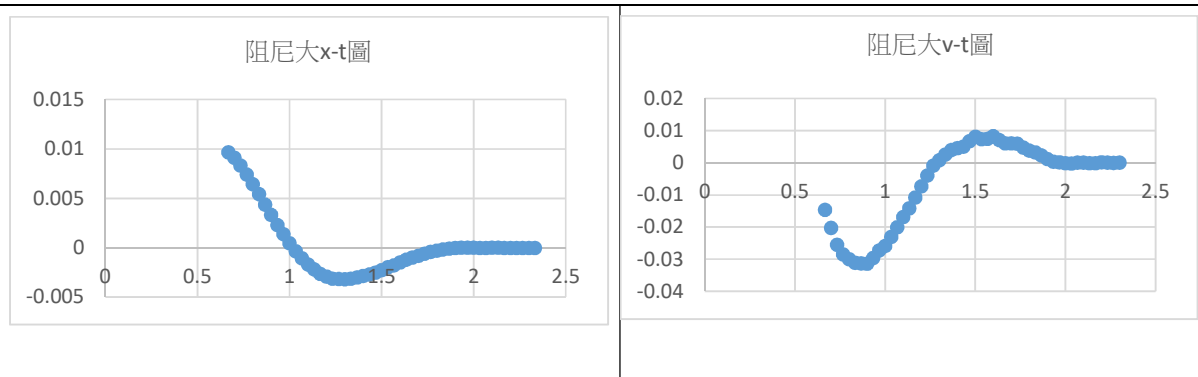


$\beta_{\text{小}} = 1.067$   
 滑車質量  $M = 0.4636\text{kg}$   
 阻尼常數  $b$

$$b = 2 * M * \beta$$

$b_{\text{小}} = 0.989$

### 阻尼大



$\beta_{\text{大}} = 5.312$   
 滑車質量  $M = 0.4636\text{kg}$   
 阻尼常數  $b$

$$b = 2 * M * \beta$$

$b_{\text{大}} = 4.925$

## 七、結果與討論

### Part 1：測量靜態、動態彈性係數

靜態彈性係數、動態彈性係數相差甚多，但是這次的實驗是測量滑車的振動運動，都是以動態彈性係數來計算，沒有比較靜態、動態的問題，這個現象只能指出彈簧的不完美。

### Part 2：週期與滑車質量關係

雖然感覺實驗做得不差，三個數據的趨勢線十分線性，判定係數  $R^2$  高達 0.9996，然而誤差高達 20.82%，雖然各個環節都可能有些微誤差，但我認為最大原因實驗樣本過少，因此若有一次操作上有較大誤差都特別容易影響最終數據。

### Part 3：週期與彈性係數關係

這部分實驗完美的，誤差只有 0.9%，三個數據的趨勢線幾乎呈一直線，判定係數  $R^2$  是完美的 1，也因此誤差能夠這麼小。

### Part 4：

數據幾乎呈水平，說明了振幅與週期沒有關係。然而從趨勢線的斜率為負數可以看出其實在我們的實驗中，振幅越大，雖然差距微乎其微，但週期也會短。我推測其背後原因為摩擦力的存在：振幅越大，移動距離越多，根據  $w = f * S$ ，可知被施以的負功也越多，因此原本應該有的動能減少得更多，使得振幅下降更快，造成原本該走的距離減少更多，造成週期稍小。

### Part 5：Arduino 一般滑車

任取一個點帶入公式，誤差為 -6.64%，推測其原因是含有摩擦力存在，理論值為由下式

$$V_x = V_0 \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{A}$$

計算的結果，實驗值為光電計時器的量測數據，由於摩擦力存在，使得速度不斷小，因此會有誤差且誤差為負號。

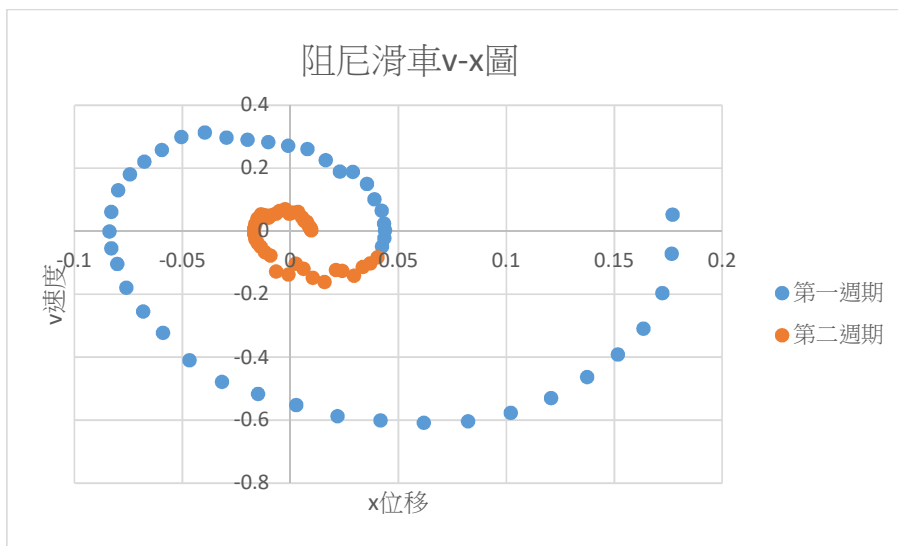
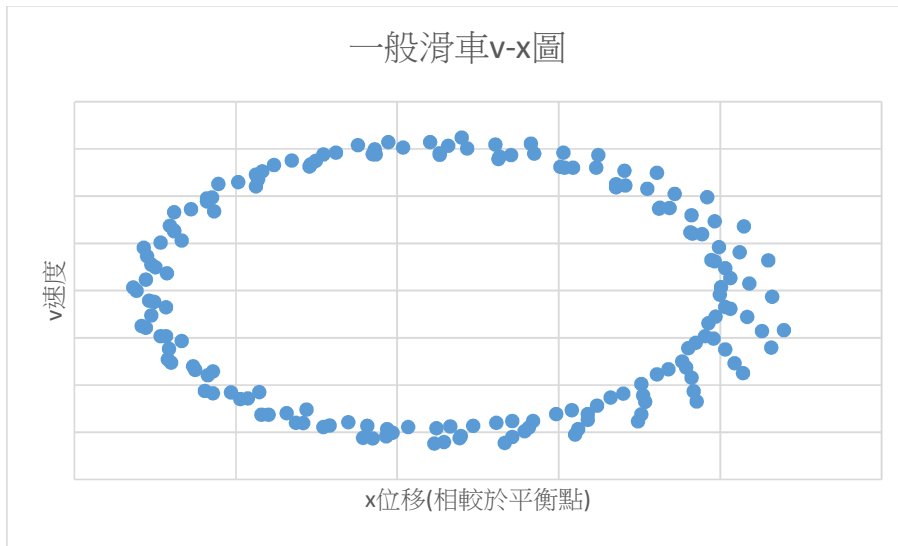
### Part 6：Arduino 阻尼滑車

可看出，摩擦力較大的阻尼係數較高，然而，沒有確切理論值無法算誤差。

### Part 7：Tracker 阻尼滑車

可看出摩擦力較大的滑車，阻尼係數較高，速度量值下降也較快。

以下為一般滑車、阻尼滑車振動實驗的 v-x 圖



一般滑車，其圖形幾乎呈一致，三個週期的圖形皆相差不多，因此符合下式

$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mU_x^2 = \text{常數}$$

然而，阻尼滑車受磨擦力影響，速率隨週期快去下降，也因此無法回到最大位移點，能量因而快速下降，無法符合上式。

誤差來源：

設備系統誤差：軌道非光滑，具有摩擦力、電子秤、光電計時器量測的精確度

人為系統誤差：Trackerg 實驗所用的影片相機，未架設在平衡位置

環境系統誤差：風阻影響滑車、空氣擾動影響實驗數據

## 八、問題與討論

1. 在何種情況下，彈簧不遵守虎克定律？

Ans :

彈性疲乏，超過它的最大伸長量。

2. 為何滑車上要兩邊裝彈簧而不能只用一條？

Ans :

振動時容易彈出軌道。

3. 如果彈簧的質量  $m_s$  不能忽略，而且振盪時彈簧的伸長是均勻的，試證週

期應為  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{1}{3}m_s}{k}}$

Ans :

不考慮彈簧質量

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{2m\pi^2 A^2}{T^2}$$

$$K = U = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{2m\pi^2 A^2}{T^2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

考慮彈簧質量  $m_s$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\int v^2 dm_s = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{x}{l}\right)v\right]^2 \rho dx$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{\frac{1}{2}\rho v^2}{l^2} \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{\frac{1}{2}\rho v^2}{l^2} * \frac{1}{3}l^3$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}l\rho\right)v^2 = \frac{1}{2}\left(m + \frac{1}{3}m_s\right)v^2 = \frac{2m\pi^2 A^2}{T^2}\left(m + \frac{1}{3}m_s\right)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{1}{3}m_s}{k}}$$

4. 做簡諧運動的滑車終將停止，找出至少兩個會使滑車停止運動的原因。

Ans :

摩擦力、彈簧伸長、縮短時彈性係數會改變、滑車左右兩方彈簧不完全相同、空氣阻力。

5. 空氣軌不水平對本實驗會有何影響？

Ans :

如果軌道非水平，左右彈簧就會有重力  $-mg\sin\theta$  影響，平衡點會改變。



#### 九、心得

簡諧運動是大一普物第二次段考範圍，許多公式都由微分方程推導，且第二次段考範圍真的比第一次困難不少，幸好實驗只是運用最後的結果(公式)，使得實驗操作上、整理數據，沒有太過困難。

#### 十、參考資料

清大普物實驗室：<http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/exp009.html>