

# 第 111 學年度清華大學普通物理實驗(一)

☐預報 或 ☐結報    課程編號：\_\_\_\_\_

實驗名稱：\_\_\_\_\_

系      級：\_\_\_\_\_      組      別：\_\_\_\_\_

學      號：\_\_\_\_\_      姓      名：\_\_\_\_\_

組      員：\_\_\_\_\_

實驗日期：\_\_\_\_年\_\_月\_\_\_\_日    補作日期：\_\_年\_\_月\_\_\_\_日

◎ 以下為助教記錄區

預報繳交日期	報告成績	助教簽名欄
結報繳交日期		
報告缺失紀錄		

# 轉動慣量測量及角動量守恆實驗

## 一、實驗目的

測量不同形狀之物體繞特定對稱軸作旋轉運動時的轉動慣量，及驗證角動量守恆定律。包括四個實驗：

- A. 質點式剛體轉動慣量
- B. 圓盤與圓環的轉動慣量
- C. 圓盤的偏離軸心轉動慣量
- D. 角動量守恆

## 二、實驗原理

### 1. 轉動運動和平移運動的比較：

當速度遠低於光速時，則物體的平移運動符合  $F = ma$

( $F$  為淨外力、 $m$  為慣性質量、 $a$  為加速度)，

轉動運動符合  $\tau = I\alpha$  ( $\tau$  為淨力矩、 $I$  為轉動慣量、 $\alpha$  為角加速度)

### 2. 轉動慣量

物體轉動的難易取決於物體質量與物體繞軸的位置及方向，通常以轉動慣量

(rotational inertia)  $I$  作為物體轉動難易的指標。對於形狀簡單或具高對稱性的物體，其轉動慣量可經由積分計算得到。對於對稱性低、形狀複雜、及密度不均勻的物體，則其轉動慣量很難以積分求出，此時就必須透過實驗測量。可使物體作適當的轉動運動，經實驗測量直接獲得物體的轉動慣量。

### 3. 各實驗之公式

#### A. 質點式剛體轉動慣量

$I = MR^2$ ， $\tau = I\alpha$ ， $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{T}$  ( $r$  為纏線物體的半徑， $T$  為物體轉動時線的張力)， $\sum F = mg - T = ma$ ，則  $T = m(g - a)$ ，由此可得：

$$I = \frac{mr^2(g - a)}{a}$$

本實驗利用 Arduino 讀取智慧滑輪的轉速，亦即旋轉體的角速度  $\omega$ ，使用 Excel 做圖，線性擬合求出角加速度  $\alpha$ ，則：

$$I = \frac{mr^2(g - r\alpha)}{\alpha}$$

### B. 圓盤與圓環的轉動慣量

圓環垂直軸心通過質心的轉動慣量：(R 為外徑，r 為內徑)

$$I = \frac{1}{2}M(R^2 + r^2)$$

圓盤垂直軸心通過質心的轉動慣量：(R 為半徑)

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

### C. 圓盤的偏離軸心轉動慣量

圓盤軸心平行質心軸的轉動慣量：(d 為兩轉軸的距離)

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + Md^2$$

### D. 角動量守恆

當一個環掉落在轉動的盤上，整個系統並沒有淨力矩，因此，角動量並沒有改變，角動量 L 保持守恆。

$$I = I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

其中  $I_i$  是初始的轉動慣量， $\omega_i$  是初始角速度。盤的初始轉動慣量為：

$$I_i = \frac{1}{2}M_1R^2$$

終末時結合盤與環的轉動慣量為：

$$I_f = \frac{1}{2}M_1R^2 + \frac{1}{2}M_2(R_1^2 + R_2^2)$$

所以末角速度為：

$$\omega_f = \frac{M_1R^2\omega_i}{M_1R^2 + M_2(R_1^2 + R_2^2)}$$

## 三、 實驗器材

1. 轉動測量基台：組件包含 A 型底座、轉動基台零件、轉動平台(rotating platform)
2. 轉動慣量配件：直徑 25.4cm 的剛體圓盤，外徑 12.7cm 的剛體圓環、10 軸輻滑輪組和轉動平台連接固定器(rotating platform adapter)
3. 光電閘
4. Arduino box01

#### 四、實驗步驟

##### A. 質點式剛體之轉動慣量測量：求點質量的轉動慣量

1. 將剛體固定在轉動平台上任一位置。
2. 將智慧滑輪架設在底部，並接上電腦。
3. 秤量剛體的  $M$ 、 $R$ ，並計算出理論的轉動慣量  $I$ 。（ $I = MR^2$ ）
4. 取適量質量（ $10\text{ g} \sim 15\text{ g}$ ）掛於滑輪，使其克服摩擦落下，求得摩擦力。
5. 掛一個約  $50\text{ g}$  公克重之物體於滑輪上，並使其自由落至地板，以  $v-t$  圖擬合求出點質量及裝置加速度。
6. 將質量從質量上移開，求其原本裝置的加速度及轉動慣量，由全部減去裝置的數值，求得點質量的轉動慣量。
7. 比較理論值與實驗值。

##### B. 圓盤與圓環的轉動慣量：求圓環與圓盤的轉動慣量

1. 將旋轉平台移開並將圓盤凹痕面向上裝在中心軸，再將圓環放在圓盤上的凹痕，並將智慧滑輪裝在底座，接上電腦。
2. 量測盤環之質量與環之內外半徑，並計算兩者之轉動慣量。
3. 取適當質量的物體掛於滑輪，使其等速落下，以求得摩擦力。
4. 取一  $50\text{ g}$  之物體掛於滑輪使其落下，並由  $v-t$  圖擬合，得出圓盤與圓環的加速度。
5. 用全部減去圓盤的轉動慣量，即可得到圓環的轉動慣量。
6. 將圓盤垂直插入轉軸並重複上述步驟測量其轉動慣量。

##### C. 圓盤的偏離軸心轉動慣量：求圓盤軸心平行質心軸時的轉動慣量

1. 將圓盤無凹痕的面朝上，以平台轉接器將其旋緊於較大之半徑上，將智慧滑輪裝於底座並接上電腦。
2. 測量圓盤重量  $M$  與半徑  $R$ ，再測量測轉軸至圓盤質心的距離  $d$ 。
3. 取適當重量之物掛於滑輪上，使其等速落下以求摩擦力。
4. 取一  $50\text{ g}$  之物體掛於滑輪並使其落下，作  $v-t$  圖擬合得知加速度。
5. 用全部減去軌道的轉動慣量，可得圓盤的轉動慣量，比較理論及實驗值。

##### D. 角動量守恆

1. 將圓盤有凹痕的那面朝上，讓圓環可以放入。
2. 將智慧滑輪光電閘架在底座的黑色支撐桿上，並調整位置，使其能跨立在中心轉軸的滑輪孔上，在圓盤的中心正上方握住圓環，用手轉動圓盤並讀取角速度。讀取角速度之後，放開環使之落在圓盤上。
3. 測量圓盤重量與半徑，以測量得到的初角速度求理論末角速度，比較理論末角速度與實驗量測所得的末角速度。