

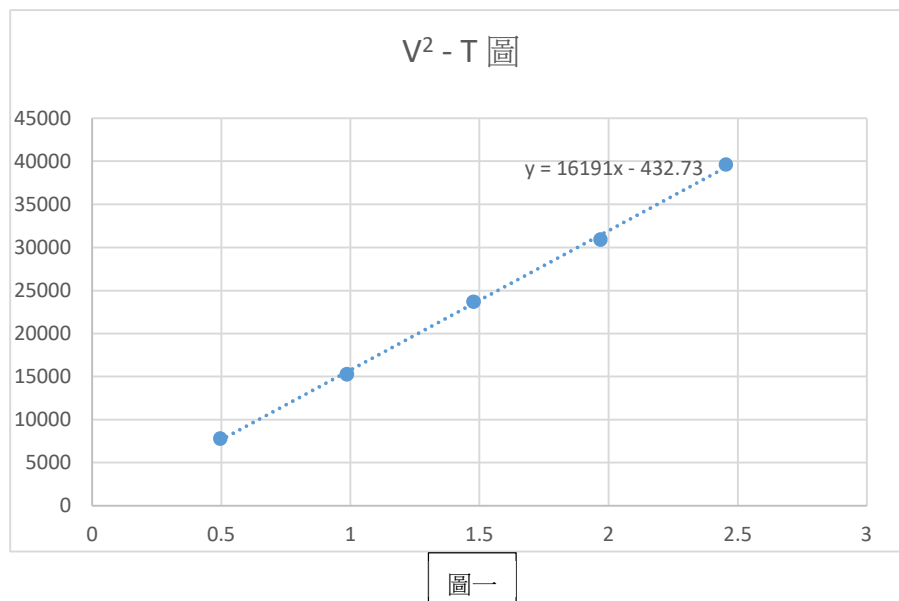
六、 實驗數據與分析

Part 1：繩波

表一 (已取有效位數)	白色細線	黑色細線	粗線
質量(kg)	1.4×10^{-4}	1.2×10^{-4}	8.4×10^{-3}
長度(m)	1.9	1.76	1.885
理論線密度	7.4×10^{-5}	6.8×10^{-5}	4.5×10^{-3}
理論線密度倒數	1.4×10^4	1.5×10^4	2.2×10^2

(1). 固定線密度 μ ，改變繩張力 T 。波速 V 由 $f \times \lambda$ 可知，即可得下表

表二(白色細線)	繩張力 (N)	波長(m)	n(波胞數)	頻率(Hz)	波速(m/s ²)	V^2	1/線密度 μ
數據#1	0.495096	0.706	3	125	88.25	7788.063	13571.42857
數據#2	0.985684	0.706	3	175	123.55	15264.6	
數據#3	1.476272	0.716	3	215	153.94	23697.52	
數據#4	1.968232	0.718	3	245	175.91	30944.33	
數據#5	2.45392	0.716	3	278	199.048	39620.11	



根據波速公式： $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ ，推得 $V^2 = \frac{1}{\mu} * T$ ，可知此 V^2-T 圖的斜率為線密度

倒數 $\text{Slope} = 16191 \Rightarrow \mu = \frac{1}{16191} \approx 6.2 \times 10^{-5}$

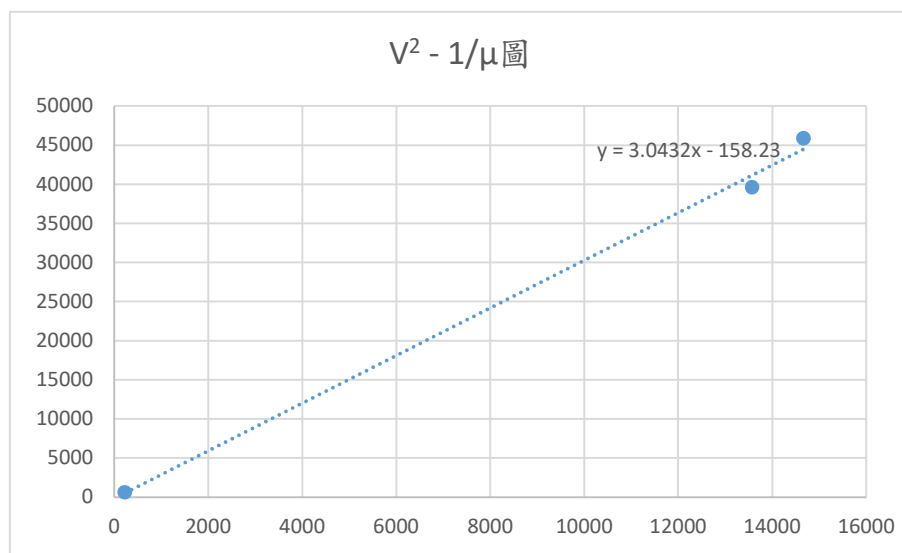
理論 $\mu = 7.4 \times 10^{-5}$

實驗 $\mu = 6.2 \times 10^{-5}$

$$\text{誤差}(\%) = \frac{\text{實驗}\mu - \text{理論}\mu}{\text{理論}\mu} * 100\% \approx 16\%$$

(2). 固定繩張力 T ，改變線密度 μ 。波速 V 由 $f \times \lambda$ 可知，即可得下表

表三	繩張力	波長	n(波胞數)	頻率	波速	V^2	1/線密度
白色細線	2.45392	0.716	3	278	199.048	39620.11	13571.42857
黑色細線	2.45392	0.6	3	357	214.2	45881.64	14666.66667
粗線	2.45392	0.22	8	115	25.3	640.09	224.4047619



圖二

根據波速公式： $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ ，推得 $V^2 = T * \frac{1}{\mu}$ ，可知此 $V^2 - \frac{1}{\mu}$ 圖的斜率為繩張力

理論 T : 2.4539

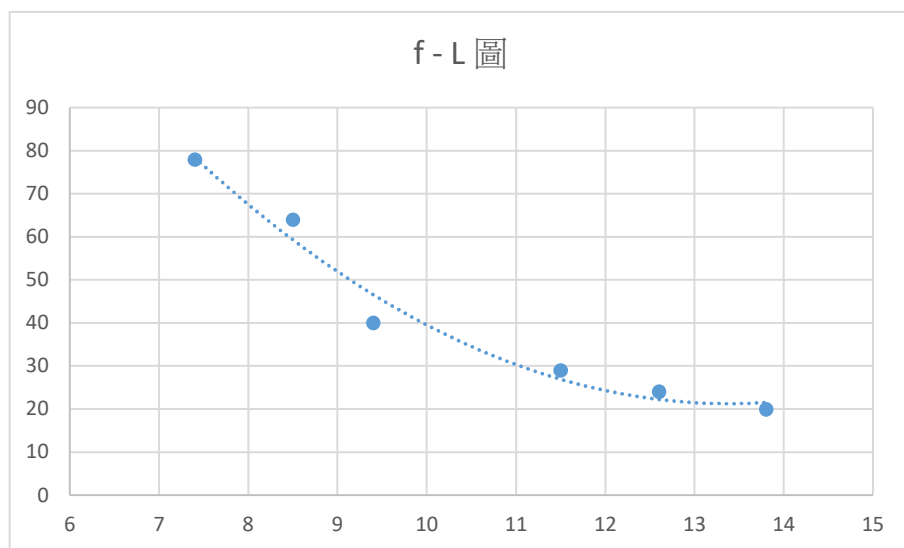
實驗 T : 3.0432

$$\text{誤差}(\%) = \frac{\text{實驗}T - \text{理論}T}{\text{理論}T} * 100\% \approx 24\%$$

Part 2：金屬片

比較金屬片長度、頻率關係

表四	長度(cm)	頻率(Hz)	f * L
#1	7.4	78Hz	577.2
#2	8.5	64Hz	544
#3	9.4	40Hz	376
#4	11.5	29Hz	333.5
#5	12.6	24Hz	302.4
#6	13.8	20Hz	276



圖三

將此實驗看作一端固定，一端自由

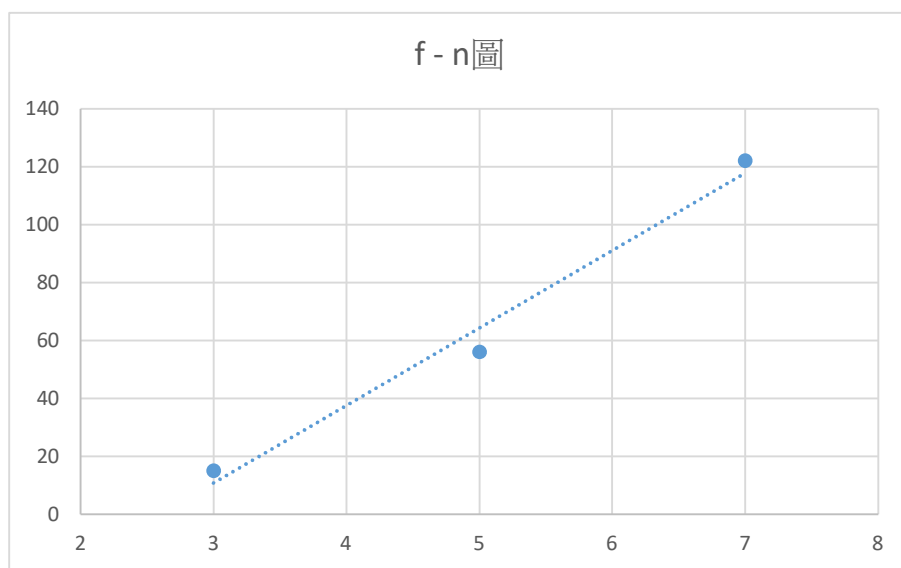
根據 $L = \frac{\lambda}{4} * m$ ($m = 1\ 3\ 5\ \dots$)，推得 $\lambda = \frac{4L}{m}$ ，再由 $V = f * \lambda$ 可知

$V = f * \frac{4L}{m}$ ，得 f 、 L 應成反比。圖三也表示出其負相關。

Part 3：環形駐波

觀察 3、5、7 個波胞時的頻率

表五	波胞數	頻率
#1	3	15
#2	5	56
#3	7	122



圖四

波動繞一圈後得與原波動同相，因此圓周長須為波長整數倍。

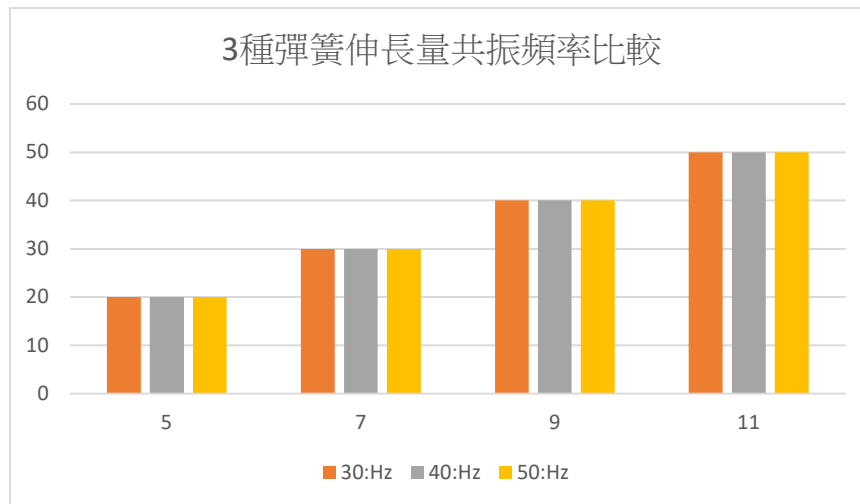
將 $2\pi r = n * \lambda$ 、 $V = f * \lambda$ 兩式化簡

$$\text{可得 } V = f * \frac{2\pi r}{n}$$

由此可知 $f \propto n$ ，表示隨著頻率增加，波胞數越多，圖四表示出其正相關關係

Part 4：彈簧縱波振盪

表六				
伸長量	n(波腹數)	N(節點數)	頻率(Hz)	波長(cm)
30cm	4	5	20	18
	6	7	30	12
	8	9	40	9
	10	11	50	7
40cm	4	5	20	21
	6	7	30	15
	8	9	40	11
	10	11	50	8
50cm	4	5	20	26
	6	7	30	20
	8	9	40	14
	10	11	50	10



圖五


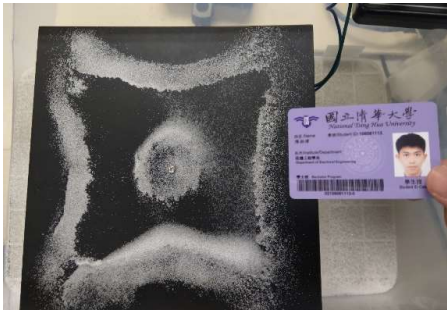
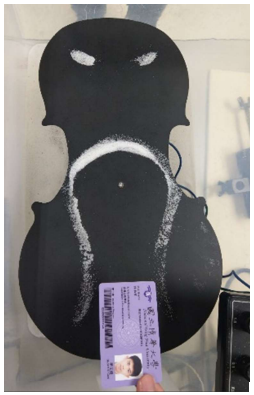

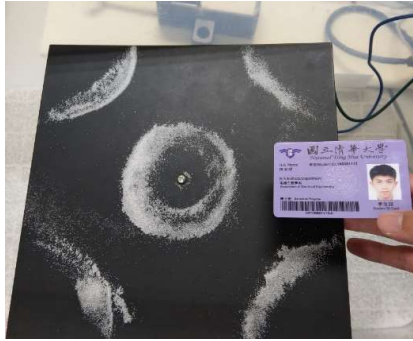
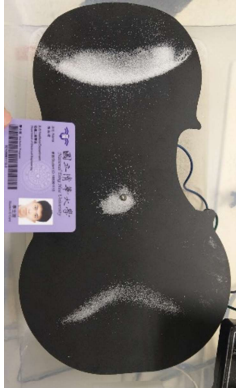



圖五明顯看出伸長量改變，不影響彈簧在相同節點數的共振頻率。
綜合

$$(1) V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = f * \lambda \quad (2) T = k * L \quad (3) \mu = \frac{m}{L} \quad (4) \lambda = \frac{2L}{n}$$

$$\text{可得 } f_n = \frac{V}{\lambda} = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

由上式可知頻率 f 僅和波腹數 n、彈性係數 k 及彈簧質量 m 有關。

Part 5：克拉尼圖形

圓型	方形	提琴型
350Hz	298.8Hz	120Hz
		
120Hz	107.8Hz	85Hz
		
100Hz	90.8Hz	85Hz
		

七、 結果與討論

誤差來源:

Part 1 :

- (1) 棉線太輕，電子秤不易測量精確，如晃動到桌子、歸零時有些誤差，都對產生相對重物較大的誤差。
- (2) 粗線有彈性，實驗中掛重物時會伸長，其長度與原本測量的長度不同，導致線密度誤差。
- (3) 人為測量線長度的判斷誤差。
- (4) 人為辨別哪個頻率達成駐波的判斷誤差。
- (5) 機器測量繩線、砝碼的誤差。

Part 2 :

- (1) 金屬片彎曲，非呈直線，量長度不易且影響實驗結果。
- (2) 金屬片鏽蝕，質量不均勻。
- (3) 在低頻時，多條金屬版會同時大幅振動，不易觀察特定一條的共振情形。
- (4) 人為辨別哪個頻率達成共振的判斷誤差。

設備上的不完美、人為判斷的誤差，使得應成反比的頻率 f 、長度 L ，產生表四「 $f * L$ 」那欄的差異過大，表示不出其反比關係，僅能由圖三看出其負相關。

Part 3 :

- (1) 圓環非正圓，且不再同一平面上。
- (2) 振動點非真正固定端，仍有些微振動。
- (3) 人為辨別哪個頻率達成駐波的判斷誤差。

種種誤差導致表五無法忠實呈現頻率 f 、波胞 n 的正比關係，僅能用圖四看出其正相關。

Part 4 :

- (1) 彈簧與桌面是否呈垂直
- (2) 判斷是否產生駐波時，有時難以看出，共振情形，因此稍微使彈簧與桌面成非垂直狀態可使彈簧產生橫波的效果，雖不影響共振頻率但測量波長時便產生誤差。
- (3) 測量彈簧伸長量的人為誤差。

雖然有許多原因會產生彈簧長度上的誤差，但由於此實驗的頻率不受彈簧長度影響，使得我們做出的結果想當理想。

Part 5 :

- (1) 金屬盤在振動儀時無法和桌面呈水平，使得圖案榮一堆記載某個方向，而另一邊的粉末相多少了許多，為了能夠拍攝出其圖案，便得一直補粉，使得圖案醜陋。

八、 問題與討論

1. 為何細線不能直接繫在振動儀上，而一定要留一小段繩線使之與擬被振盪的部份水平地繫於桌邊的支撐架上？

Ans：若直接繫在支撐柱上，會使支撐柱產生波動，其波動會干擾彈簧本生波動，而影響實驗。

2. 本實驗中所用的振動物體均是線密度均勻的繩線，若繩線的線密度不均勻的話，請問會產生什麼樣的結果？

Ans：波速在不同間皆不同，難以達同相位，若成功，也並非與均勻均勻密度繩線的數據相同。

九、 心得

這次要開始做實驗時才發現實驗器材少了很多，只有金屬環、振動儀、信號產生器，誇張的是有振動儀卻沒電源線，連環形駐波都不能做。幸好教室器材夠多，助教隨即拿了一組。此時我們有兩個振動儀，然而看得到吃不到，沒有電源線，不能偷吃步，同時做兩個實驗。

這次實驗看起來很多，許多實驗都能獨自操作且同時整理數據，但礙於電源線只有一條，只能一項一項慢慢操作。