

實驗六：碰撞 結報

實驗數據：

1. 各物體質量測量結果：

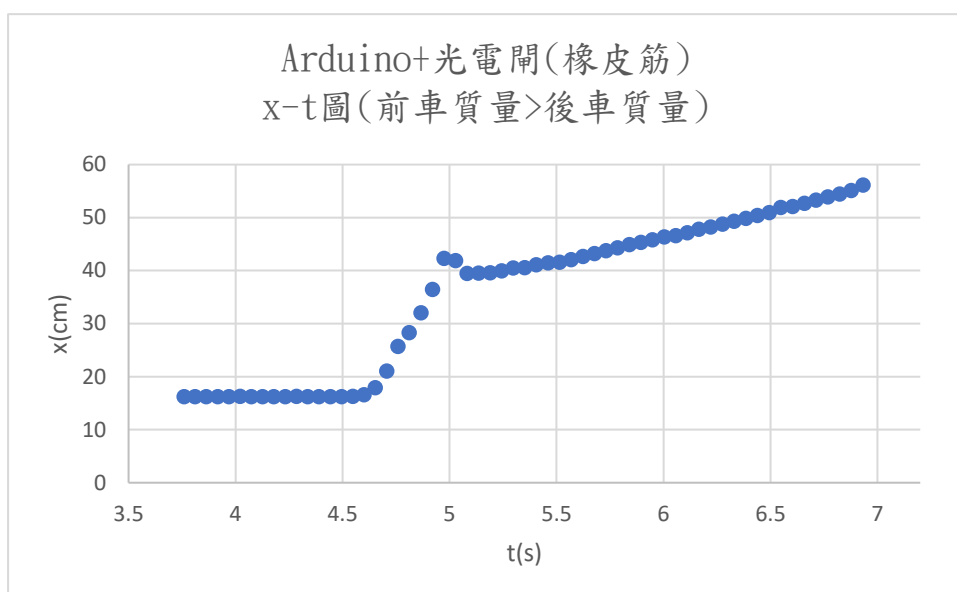
	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
後車+光 電板+橡 皮筋(g)	391.45	391.48	391.47	391.47	391.48	391.470	0.012247
前車 +arduino 板+插銷 (g)	404.10	404.14	404.12	404.08	404.10	404.108	0.022804
arduino 板(g)	14.90	14.91	14.90	14.90	14.88	14.898	0.010954
橡皮筋 (g)	11.12	11.12	11.10	11.08	11.10	11.104	0.016733
插銷(g)	9.90	9.91	9.93	9.89	9.90	9.906	0.015166
磁鐵 A (g)	30.20	30.22	30.23	30.18	30.20	30.206	0.019494
磁鐵 B (g)	30.20	30.21	30.19	30.22	30.20	30.204	0.011402
插黏土 的針(g)	10.00	9.98	10.02	10.00	9.99	9.998	0.014832
黏土(g)	9.43	9.42	9.40	9.44	9.43	9.424	0.015166
砝碼 A (g)	50.00	50.02	50.02	49.97	50.00	50.002	0.020494
砝碼 B (g)	10.15	10.14	10.14	10.14	10.15	10.144	0.005477
砝碼 C (g)	50.07	50.10	50.09	50.10	50.06	50.084	0.018166
光電板 (g)	12.70	12.72	12.71	12.69	12.69	12.702	0.013038

▲表一，各物體質量(原始數據、平均值、標準差)

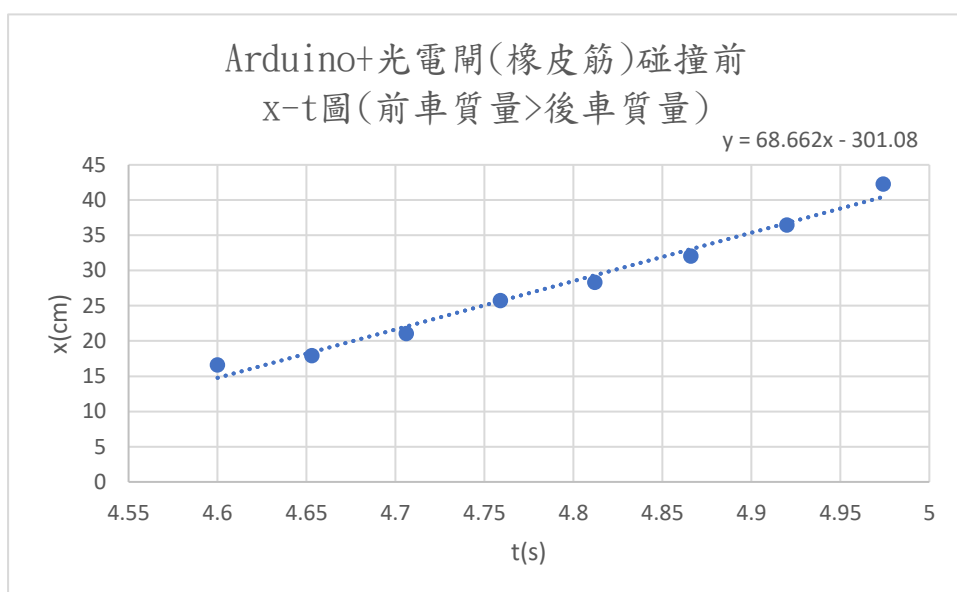
2. 彈性碰撞：(Arduino+光電閘)

橡皮筋；

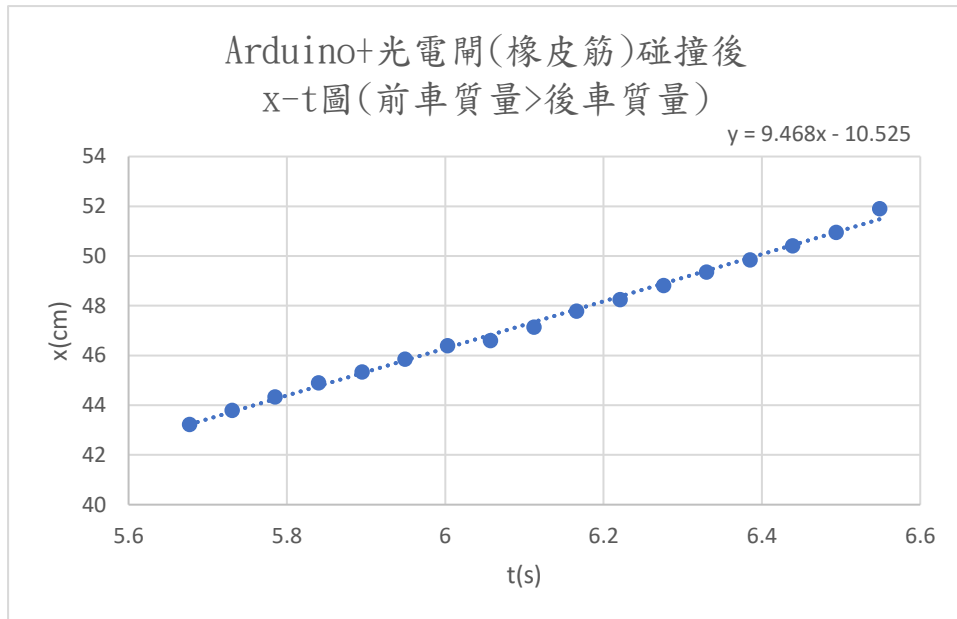
前車質量約大於後車質量：



▲圖一，Arduino+光電閘(橡皮筋)x-t 圖(前車質量>後車質量)



▲圖二，Arduino+光電閘(橡皮筋)碰撞前 x-t 圖(前車質量>後車質量)



▲圖三，Arduino+光電閘(橡皮筋)碰撞後 x-t 圖(前車質量>後車質量)

使前車質量大於後車(前車 $m_1 = 504.194 \pm 0.036\text{g}$ ，後車 $m_2 = 401.614 \pm 0.013\text{g}$)，於軌道上碰撞，並將碰撞前與碰撞後的 x-t 圖擬合，求得碰撞前後的速度分別為 68.66cm/s 和 9.47cm/s，，光電閘測得後車速度分別為 0cm/s 和 72.33cm/s 根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$34618.968 \pm 0.038 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 3.4618968 \times 10^{-2} \pm 3.8 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$33822.449 \pm 0.038 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 3.3822449 \times 10^{-2} \pm 3.8 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{動量損失：} 0.0796519 \times 10^{-2} \pm 3.8 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

實驗誤差：2.3%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$1188503.805 \pm 0.038 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 1.188503805 \times 10^{-3} \pm 3.8 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

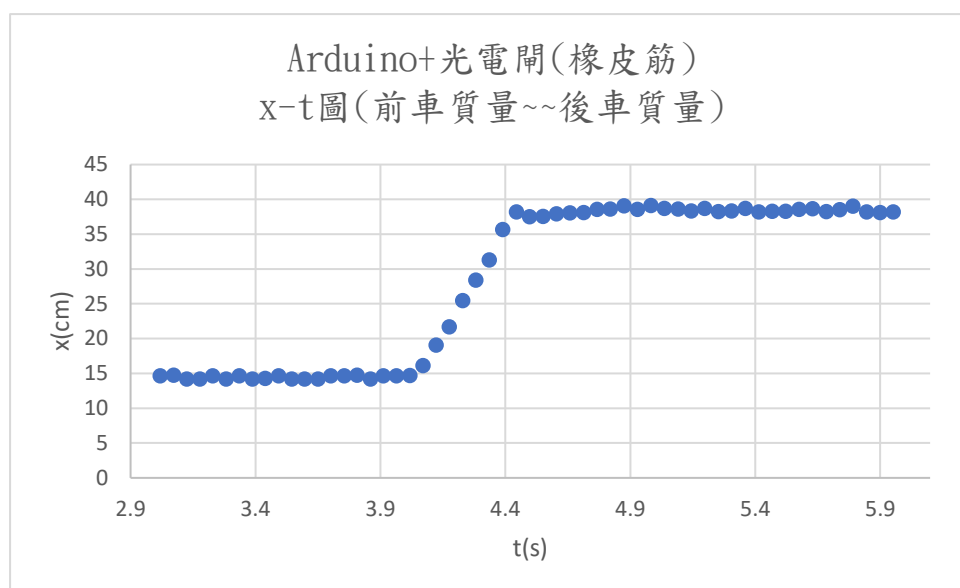
$$1073146.442 \pm 0.038 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 1.073146442 \times 10^{-3} \pm 3.8 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$\text{動能損失：} 0.115357363 \times 10^{-3} \pm 3.8 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

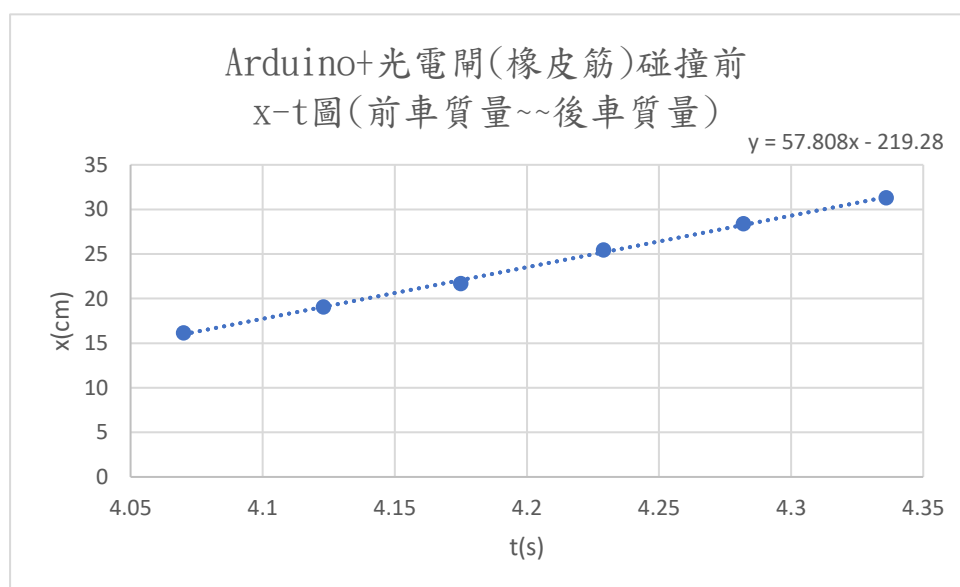
實驗誤差：9.7%

$$\text{恢復係數公式 } \left| \frac{v_{末} - v'_{末}}{v_{初} - v'_{初}} \right|, \text{ 恢復係數：} 0.957$$

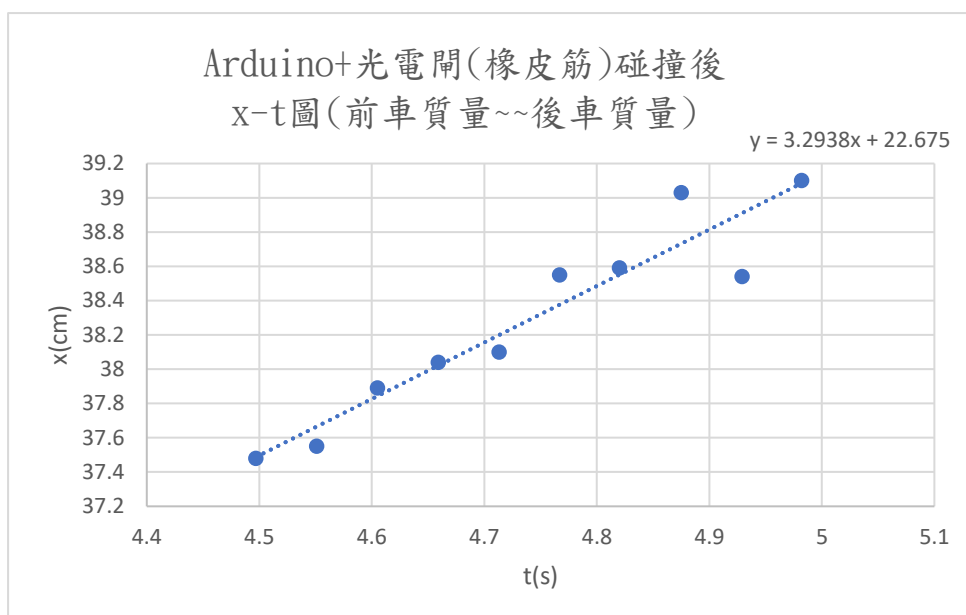
前車質量約等於後車質量：



▲圖四，Arduino+光電閘(橡皮筋)x-t 圖(前車質量~~後車質量)



▲圖五，Arduino+光電閘(橡皮筋)碰撞前 x-t 圖(前車質量~~後車質量)



▲圖六，Arduino+光電閘(橡皮筋)碰撞後 x-t 圖(前車質量~~後車質量)

將前車與後車調質量調整至大致相同後(前車 $m_1 = 404.108 \pm 0.023\text{g}$ ，後車 $m_2 = 401.614 \pm 0.013\text{g}$)，於軌道上碰撞，並將碰撞前與碰撞後的 x-t 圖擬合，求得碰撞前後的速度分別為 57.81cm/s 和 3.29cm/s ，光電閘測得後車速度分別為 0cm/s 和 56.64cm/s ，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$24237.994 \pm 0.026\text{g} \cdot \text{cm/s} = 2.4237994 \times 10^{-2} \pm 2.6 \times 10^{-8}\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$23729.399 \pm 0.026\text{g} \cdot \text{cm/s} = 2.3729399 \times 10^{-2} \pm 2.6 \times 10^{-8}\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

動量損失： $0.0508595 \times 10^{-2} \pm 2.6 \times 10^{-8}\text{kg} \cdot \text{m/s}$

實驗誤差：2.1%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$726885.313 \pm 0.026\text{g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 7.26885313 \times 10^{-4} \pm 2.6 \times 10^{-11}\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

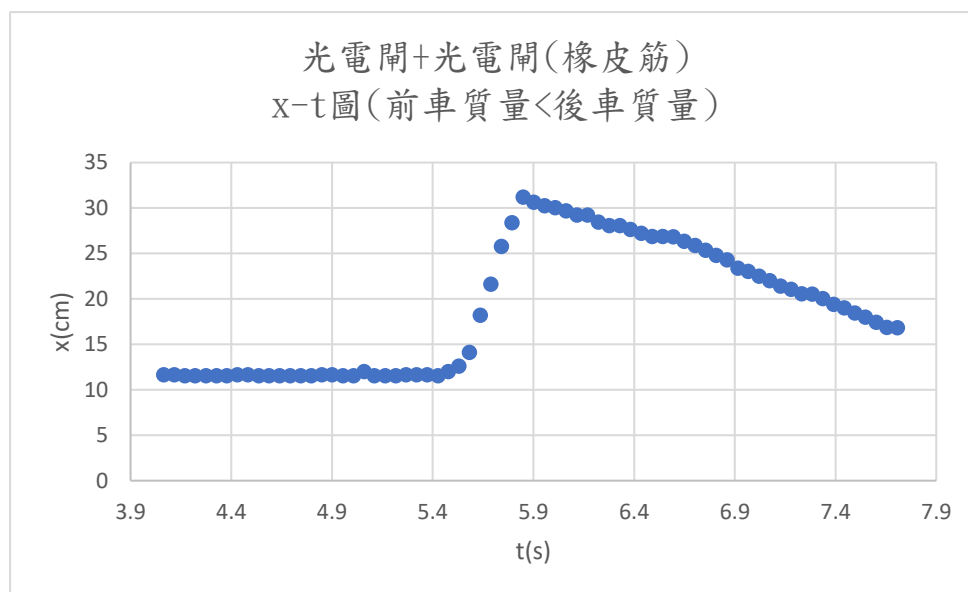
$$645399.957 \pm 0.026\text{g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 6.45399957 \times 10^{-4} \pm 2.6 \times 10^{-11}\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失： $0.81485356 \times 10^{-4} \pm 2.6 \times 10^{-11}\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

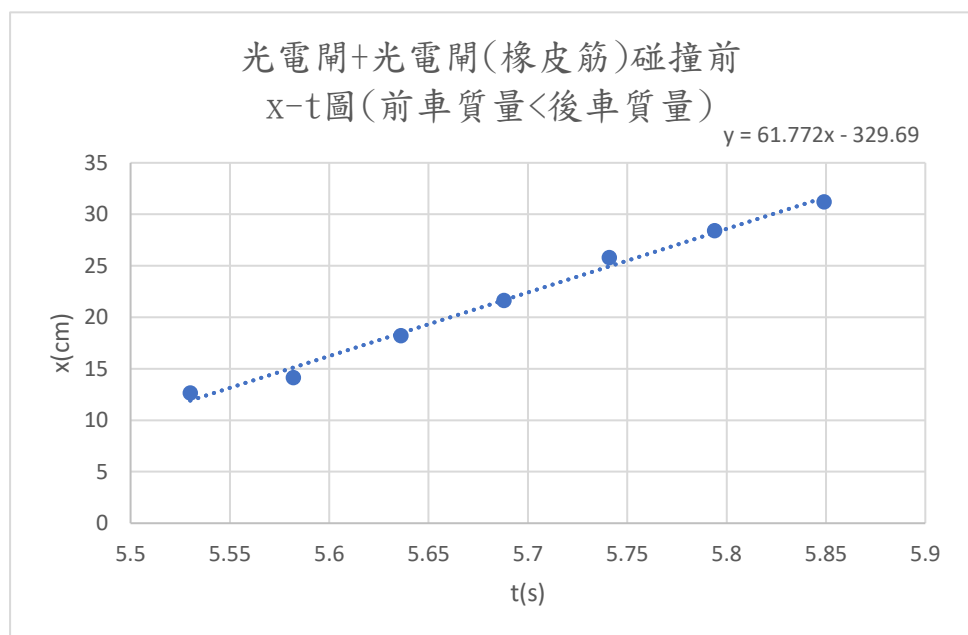
實驗誤差：11.2%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{末} - v'_{末}}{v_{初} - v'_{初}} \right|$ ，恢復係數：0.904

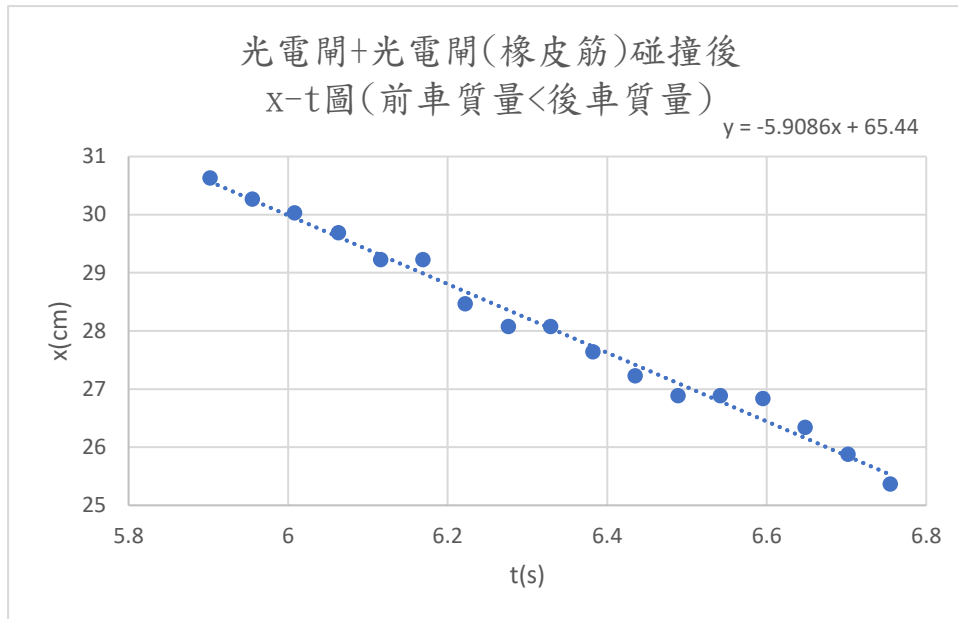
前車質量小於後車質量：



▲圖七，Arduino+光電閘(橡皮筋)x-t 圖(前車質量<後車質量)



▲圖八，Arduino+光電閘(橡皮筋)碰撞前 x-t 圖(前車質量<後車質量)



▲圖九，Arduino+光電閘(橡皮筋)碰撞後 x-t 圖(前車質量<後車質量)

使前車質量小於後車(前車 $m_1 = 404.108 \pm 0.023\text{g}$ ，後車 $m_2 = 501.700 \pm 0.031\text{g}$)，於軌道上碰撞，並將碰撞前與碰撞後的 x-t 圖擬合，求得碰撞前後的速度分別為 61.77cm/s 和 -5.91cm/s ，光電閘測得後車速度分別為 0cm/s 和 53.20cm/s ，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$24962.559 \pm 0.038 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.4962559 \times 10^{-2} \pm 3.8 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$24302.727 \pm 0.038 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.4302727 \times 10^{-2} \pm 3.8 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{動量損失} : 0.0659832 \times 10^{-2} \pm 3.8 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{實驗誤差} : 2.6\%$$

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$770993.609 \pm 0.038 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 7.70993609 \times 10^{-4} \pm 3.8 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$717019.723 \pm 0.038 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 7.17019723 \times 10^{-4} \pm 3.8 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

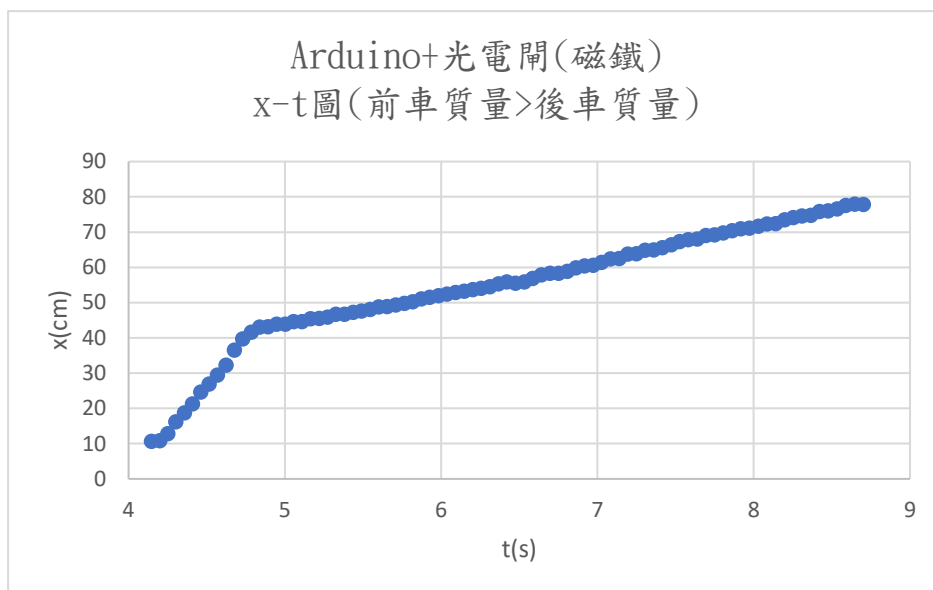
$$\text{動能損失} : 0.53973886 \times 10^{-4} \pm 2.6 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$\text{實驗誤差} : 7.0\%$$

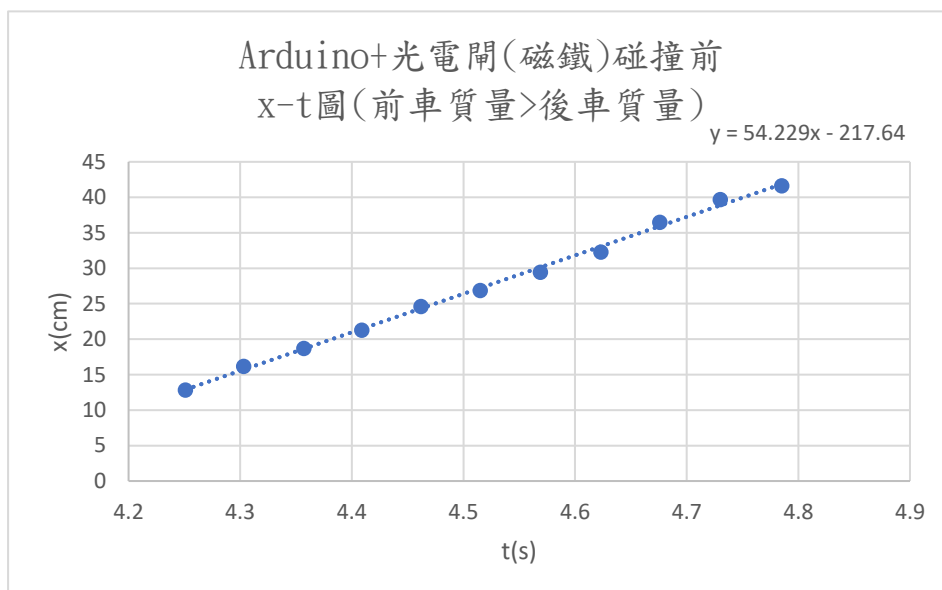
$$\text{恢復係數公式} \left| \frac{v_{末} - v'_{末}}{v_{初} - v'_{初}} \right|, \text{恢復係數} : 0.957$$

磁鐵：

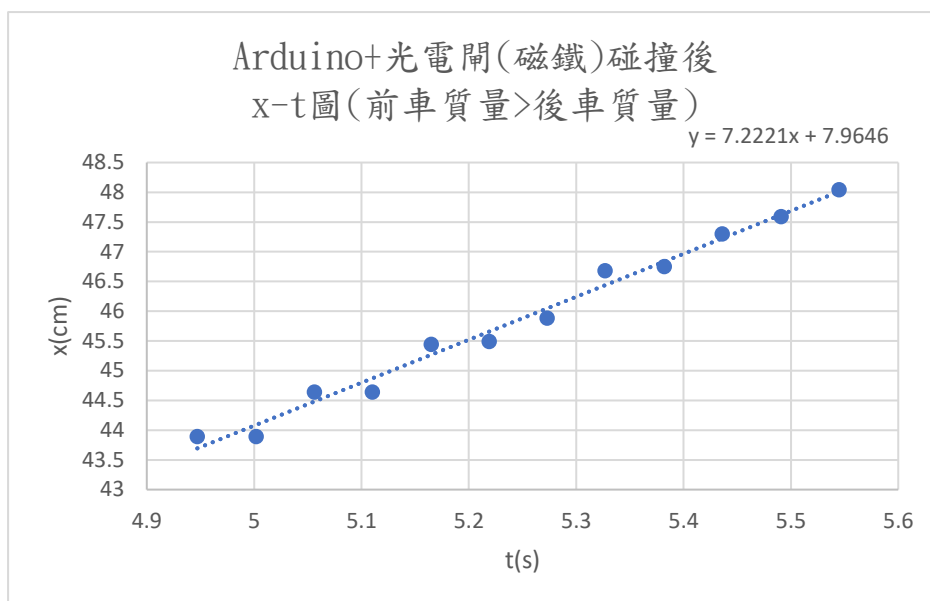
前車質量約大於後車質量：



▲圖十，Arduino+光電閘(磁鐵)x-t 圖(前車質量>後車質量)



▲圖十一，Arduino+光電閘(磁鐵)碰撞前 x-t 圖(前車質量>後車質量)



▲圖十二，Arduino+光電閘(磁鐵)碰撞後 x-t 圖(前車質量>後車質量)

使前車質量大於後車(前車 $m_1 = 524.494 \pm 0.043\text{g}$ ，後車 $m_2 = 420.714 \pm 0.024\text{g}$)，於軌道上碰撞，並將碰撞前與碰撞後的 x-t 圖擬合，求得碰撞前後的速度分別為 54.23cm/s 和 7.22cm/s，光電閘測得後車速度分別為 0cm/s 和 56.29cm/s，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$28442.785 \pm 0.050 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.8442785 \times 10^{-2} \pm 5.0 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$27469.939 \pm 0.050 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.7469939 \times 10^{-2} \pm 5.0 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{動量損失：} 0.0972846 \times 10^{-2} \pm 5.0 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

實驗誤差：3.4%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$771211.897 \pm 0.050 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 7.71211897 \times 10^{-4} \pm 5.0 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

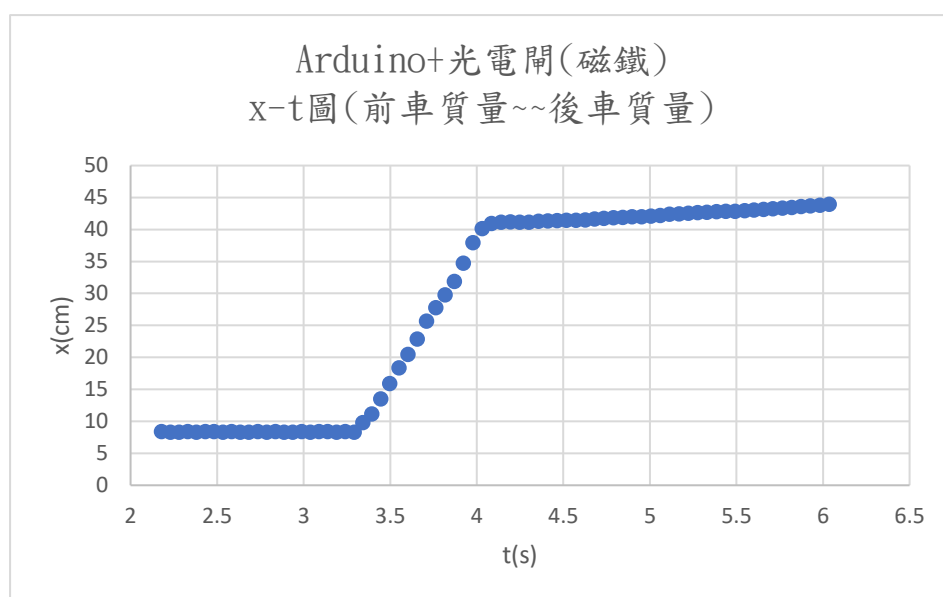
$$680208.108 \pm 0.050 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 6.80208108 \times 10^{-4} \pm 5.0 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$\text{動能損失：} 0.91003789 \times 10^{-4} \pm 5.0 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

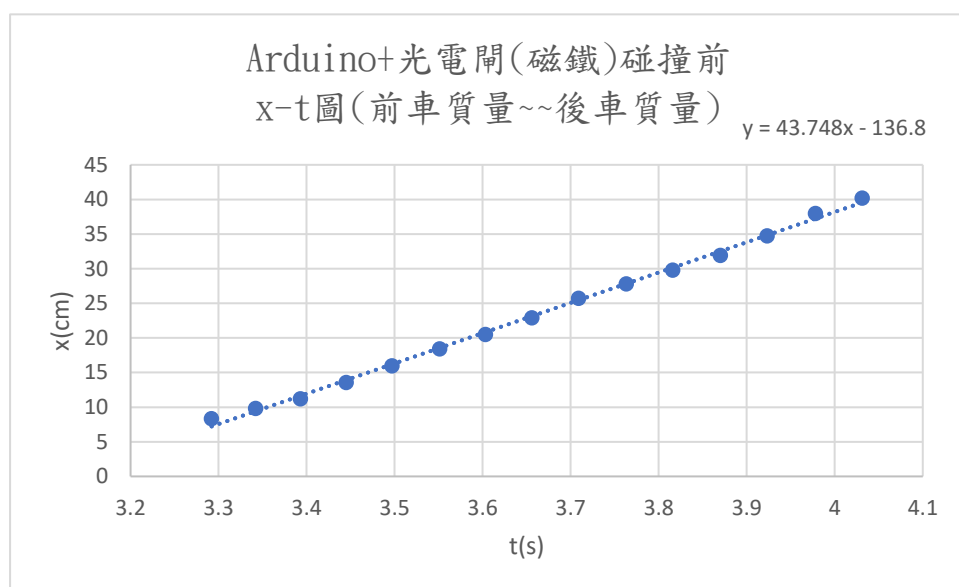
實驗誤差：11.8%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{末} - v'_{末}}{v_{初} - v'_{初}} \right|$ ，恢復係數：0.905

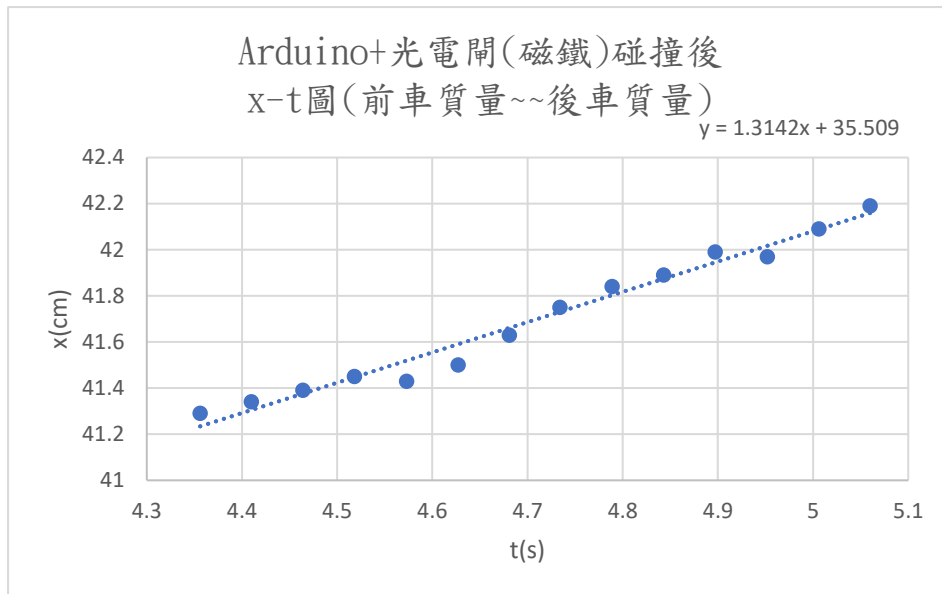
前車質量約等於後車質量：



▲圖十三，Arduino+光電閘(磁鐵)x-t 圖(前車質量~~後車質量)



▲圖十四，Arduino+光電閘(磁鐵)碰撞前 x-t 圖(前車質量~~後車質量)



▲圖十五，Arduino+光電閘(磁鐵)碰撞後 x-t 圖(前車質量~~後車質量)

將前車與後車調質量調整至大致相同後(前車 $m_1 = 424.408 \pm 0.034\text{g}$ ，後車 $m_2 = 420.714 \pm 0.024\text{g}$)，於軌道上碰撞，並將碰撞前與碰撞後的 x-t 圖擬合，求得碰撞前後的速度分別為 43.75cm/s 和 1.31cm/s，光電閘測得後車速度分別為 0cm/s 和 41.85cm/s，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$18567.001 \pm 0.049 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 1.8567001 \times 10^{-2} \pm 4.9 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$18164.638 \pm 0.049 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 1.8164638 \times 10^{-2} \pm 4.9 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量損失： $0.0004024 \times 10^{-2} \pm 4.9 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

實驗誤差：2.2%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$406134.584 \pm 0.049 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 4.06134584 \times 10^{-4} \pm 4.9 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

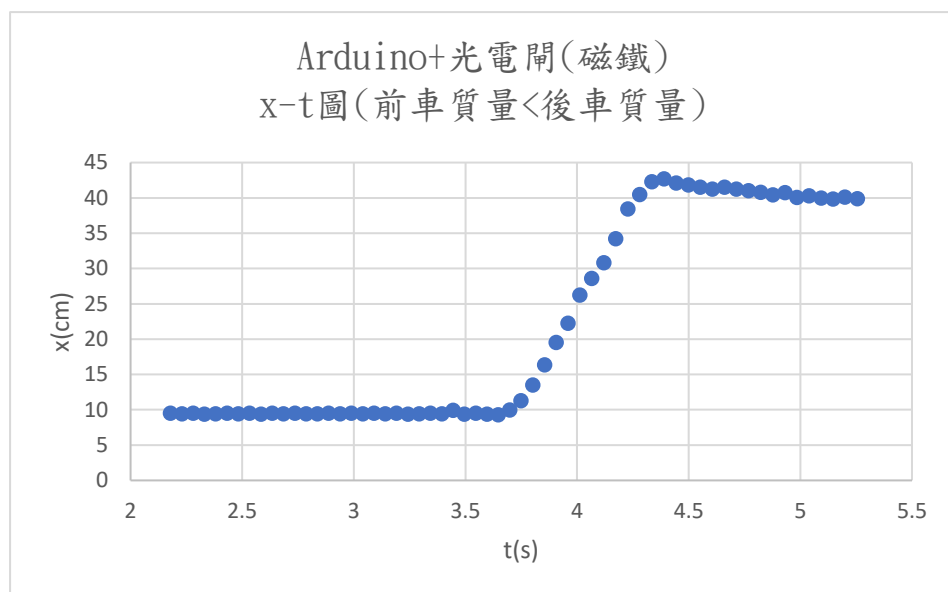
$$368790.485 \pm 0.049 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 3.68790485 \times 10^{-4} \pm 4.9 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失： $3.7344099 \times 10^{-5} \pm 4.9 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

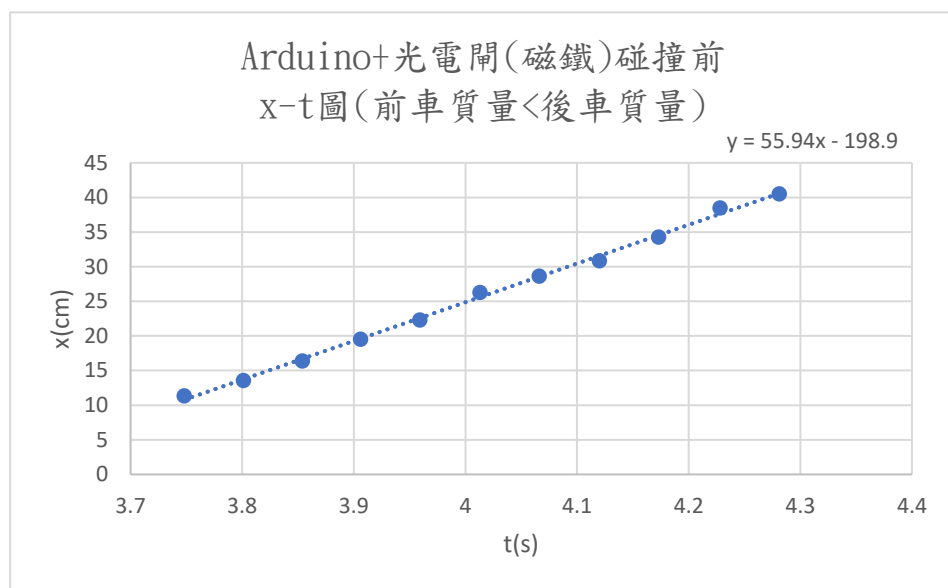
實驗誤差：9.2%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{末} - v'_{末}}{v_{初} - v'_{初}} \right|$ ，恢復係數：0.927

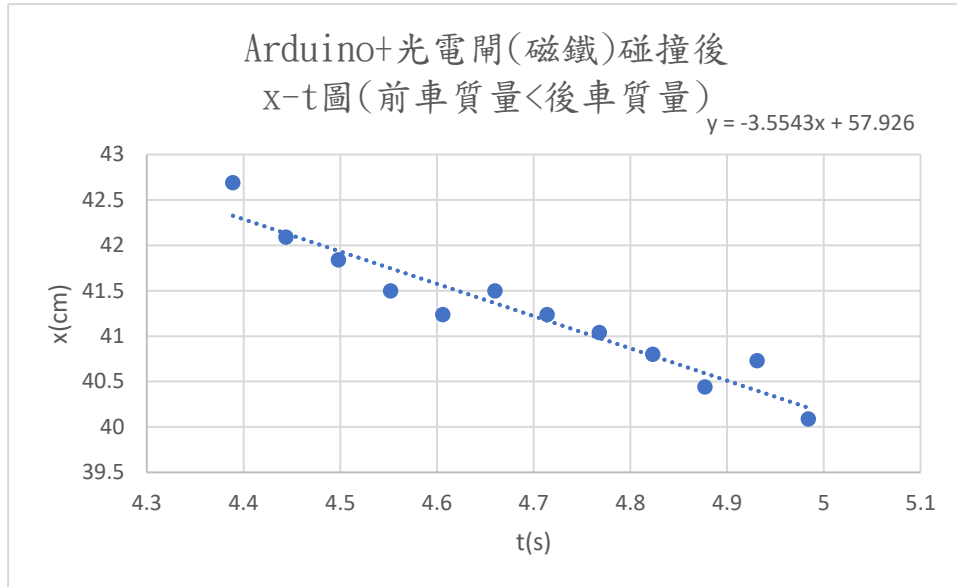
前車質量小於後車質量：



▲圖十六，Arduino+光電閘(磁鐵)x-t 圖(前車質量<後車質量)



▲圖十七，Arduino+光電閘(磁鐵)碰撞前 x-t 圖(前車質量<後車質量)



▲圖十八，Arduino+光電閘(磁鐵)碰撞後 x-t 圖(前車質量<後車質量)

使前車質量小於後車(前車 $m_1 = 424.408 \pm 0.034\text{g}$ ，後車 $m_2 = 520.800 \pm 0.037\text{g}$)，於軌道上碰撞，並將碰撞前與碰撞後的 x-t 圖擬合，求得碰撞前後前車的速度分別為 55.94cm/s 和 -3.55cm/s ，光電閘測得後車速度分別為 0cm/s 和 46.78cm/s ，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$23741.384 \pm 0.050 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.3741384 \times 10^{-2} \pm 5.0 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$22854.551 \pm 0.050 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.2854551 \times 10^{-2} \pm 5.0 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量損失： $0.0008868 \times 10^{-2} \pm 5.0 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

實驗誤差：3.7%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$664046.497 \pm 0.050 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 6.64046497 \times 10^{-4} \pm 5.0 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$572531.915 \pm 0.050 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 5.72531915 \times 10^{-4} \pm 5.0 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失： $9.1514582 \times 10^{-5} \pm 5.0 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

實驗誤差：13.8%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{末} - v'_{末}}{v_{初} - v'_{初}} \right|$ ，恢復係數：0.900

3. 彈性碰撞(光電閘+光電閘)：

橡皮筋：

前車質量約大於後車質量：

使前車質量大於後車(前車 $m_1 = 501.998 \pm 0.040\text{g}$ ，後車 $m_2 = 401.614 \pm 0.013\text{g}$)，於軌道上碰撞，由光電閘測得碰撞前後的前車速度分別為 74.48cm/s 和 8.30cm/s ，後車速度分別為 0cm/s 和 80.13cm/s ，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$37388.811 \pm 0.042 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 3.7388811 \times 10^{-2} \pm 4.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$36347.913 \pm 0.042 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 3.6347913 \times 10^{-2} \pm 4.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量損失： $0.0010409 \times 10^{-2} \pm 4.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

實驗誤差：2.8%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$1392359.323 \pm 0.042 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 1.392359323 \times 10^{-3} \pm 4.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$1306636.300 \pm 0.042 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 1.306636300 \times 10^{-3} \pm 4.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失： $8.5723023 \times 10^{-5} \pm 4.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

實驗誤差：6.2%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{\text{末}} - v'_{\text{末}}}{v_{\text{初}} - v'_{\text{初}}} \right|$ ，恢復係數：0.964

前車質量約等於後車質量：

將前車與後車調質量調整至大致相同後(前車 $m_1 = 401.912 \pm 0.028\text{g}$ ，後車 $m_2 = 401.614 \pm 0.013\text{g}$)，於軌道上碰撞，由光電閘測得碰撞前後前車的速度分別為 57.18cm/s 和 0cm/s ，後車速度分別為 0cm/s 和 57.11cm/s ，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$22981.328 \pm 0.031 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.2981328 \times 10^{-2} \pm 3.1 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$21329.720 \pm 0.031 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.1329720 \times 10^{-2} \pm 3.1 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量損失： $0.0016516 \times 10^{-2} \pm 3.1 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

實驗誤差：7.2%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$657036.172 \pm 0.031 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 6.57036172 \times 10^{-4} \pm 3.1 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$566410.702 \pm 0.031 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 5.66410702 \times 10^{-4} \pm 3.1 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失： $9.0625470 \times 10^{-5} \pm 3.1 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

實驗誤差：13.8%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{末} - v_{末}}{v_{初} - v_{初}} \right|$ ，恢復係數：0.929

前車質量小於後車質量：

使前車質量小於後車(前車 $m_1 = 401.912 \pm 0.028\text{g}$ ，後車 $m_2 = 501.700 \pm 0.031\text{g}$)，於軌道上碰撞，由光電閘測得碰撞前後的速度分別為 70.75cm/s 和 -6.52cm/s，後車速度分別為 0cm/s 和 59.45cm/s，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$28435.274 \pm 0.042 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s} = 2.8435274 \times 10^{-2} \pm 4.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$27205.599 \pm 0.042 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s} = 2.7205599 \times 10^{-2} \pm 4.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$$

動量損失： $0.0012297 \times 10^{-2} \pm 4.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$

實驗誤差：4.3%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$1005897.818 \pm 0.042 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 1.005897818 \times 10^{-3} \pm 4.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$895122.502 \pm 0.042 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 8.95122502 \times 10^{-4} \pm 4.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失： $1.10775316 \times 10^{-4} \pm 4.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

實驗誤差：11.0%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{末} - v_{末}}{v_{初} - v_{初}} \right|$ ，恢復係數：0.932

磁鐵：

前車質量約大於後車質量：

使前車質量大於後車(前車 $m_1 = 522.298 \pm 0.047\text{g}$ ，後車 $m_2 = 420.714 \pm 0.024\text{g}$)，於軌道上碰撞，由光電閘測得碰撞前後的前車速度分別為 46.13cm/s 和 7.05cm/s ，後車速度分別為 0cm/s 和 47.42cm/s ，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$24093.607 \pm 0.053 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.4093607 \times 10^{-2} \pm 5.3 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$23632.459 \pm 0.053 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.3632459 \times 10^{-2} \pm 5.3 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量損失： $0.0044579 \times 10^{-2} \pm 5.3 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

實驗誤差：1.9%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$555719.040 \pm 0.053 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 5.55719040 \times 10^{-4} \pm 5.3 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$486000.373 \pm 0.053 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 4.86000373 \times 10^{-4} \pm 5.3 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失： $6.9718667 \times 10^{-5} \pm 5.3 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

實驗誤差：12.5%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{\text{末}} - v_{\text{末}}}{v_{\text{初}} - v_{\text{初}}} \right|$ ，恢復係數：0.875

前車質量約等於後車質量：

將前車與後車調質量調整至大致相同後(前車 $m_1 = 422.212 \pm 0.038\text{g}$ ，後車 $m_2 = 420.714 \pm 0.024\text{g}$)，於軌道上碰撞，由光電閘測得碰撞前後前車的速度分別為 55.91cm/s 和 0cm/s ，後車速度分別為 0cm/s 和 55.25cm/s ，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$23605.873 \pm 0.045 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.3605873 \times 10^{-2} \pm 4.5 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$23244.449 \pm 0.045 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.3244449 \times 10^{-2} \pm 4.5 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量損失： $0.0003614 \times 10^{-2} \pm 4.5 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

實驗誤差：1.5%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$659902.178 \pm 0.045 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 6.59902178 \times 10^{-4} \pm 4.5 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$642127.890 \pm 0.045 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 6.42127890 \times 10^{-4} \pm 4.5 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失： $1.7774288 \times 10^{-5} \pm 4.5 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

實驗誤差：2.7%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{\text{末}} - v_{\text{末}}'}{v_{\text{初}} - v_{\text{初}}'} \right|$ ，恢復係數：0.988

前車質量小於後車質量：

使前車質量小於後車(前車 $m_1 = 422.212 \pm 0.038\text{g}$ ，後車 $m_2 = 520.800 \pm 0.037\text{g}$)，於軌道上碰撞，由光電閘測得碰撞前後的速度分別為 39.29cm/s 和 -3.27cm/s，後車速度分別為 0cm/s 和 33.89cm/s，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$16588.709 \pm 0.053 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s} = 1.6588709 \times 10^{-2} \pm 5.3 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$16269.279 \pm 0.053 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s} = 1.6269279 \times 10^{-2} \pm 5.3 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$$

動量損失： $0.0003194 \times 10^{-2} \pm 5.3 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$

實驗誤差：1.9%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$325885.198 \pm 0.053 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 3.25885198 \times 10^{-4} \pm 5.3 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$301335.094 \pm 0.053 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 3.01335094 \times 10^{-4} \pm 5.3 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失： $2.4550104 \times 10^{-5} \pm 5.3 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

實驗誤差：7.5%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{\text{末}} - v_{\text{末}}'}{v_{\text{初}} - v_{\text{初}}'} \right|$ ，恢復係數：0.946

4. 非彈性碰撞：

黏土：

前車質量約大於後車質量：

使前車質量大於後車(前車 $m_1 = 502.090 \pm 0.045\text{g}$ ，後車 $m_2 = 387.232 \pm 0.047\text{g}$)，於軌道上碰撞，由光電閘測得碰撞前後的速度分別為 119.28cm/s 和 62.33cm/s ，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$59889.295 \pm 0.065 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 5.9889295 \times 10^{-2} \pm 6.5 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$55431.440 \pm 0.065 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 5.5431440 \times 10^{-2} \pm 6.5 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量損失： $0.0044579 \times 10^{-2} \pm 6.5 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

實驗誤差：7.4%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$3571797.566 \pm 0.065 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 3.571797566 \times 10^{-3} \pm 6.5 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$1727520.836 \pm 0.065 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 1.727520836 \times 10^{-3} \pm 6.5 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失理論值： $1.55524581 \times 10^{-3} \pm 1.4 \times 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

動能損失實驗值： $1.844276730 \times 10^{-3} \pm 6.5 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

實驗誤差：8.1%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{末} - v_{末}}{v_{初} - v_{初}} \right|$ ，恢復係數：0

前車質量約等於後車質量：

將前車與後車調質量調整至大致相同後(前車 $m_1 = 402.004 \pm 0.035\text{g}$ ，後車 $m_2 = 387.232 \pm 0.039\text{g}$)，於軌道上碰撞，由光電閘測得碰撞前後速度分別為 112.06cm/s 和 51.64cm/s ，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v'$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$45048.568 \pm 0.052 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 4.5048568 \times 10^{-2} \pm 5.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$40756.147 \pm 0.052 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 4.0756147 \times 10^{-2} \pm 5.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

動量損失： $0.0042924 \times 10^{-2} \pm 5.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

實驗誤差：9.5%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$2524071.278 \pm 0.052 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 2.524071278 \times 10^{-3} \pm 5.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$1052323.717 \pm 0.052 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 1.052323717 \times 10^{-3} \pm 5.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失理論值： $1.23841432 \times 10^{-3} \pm 1.4 \times 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

動能損失實驗值： $1.471747562 \times 10^{-3} \pm 5.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

實驗誤差：9.2%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{末} - v_{末}}{v_{初} - v_{初}} \right|$ ，恢復係數：0

前車質量小於後車質量：

使前車質量小於後車(前車 $m_1 = 402.004 \pm 0.035\text{g}$ ，後車 $m_2 = 487.318 \pm 0.039\text{g}$)，於軌道上碰撞，由光電閘測得碰撞前後的速度分別為 126.10cm/s 和 51.79cm/s，根據動量公式 $P = mv$ ，與動量守恆定理

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v'$$

動量理論值：(碰撞前以數據推導)

$$50692.704 \pm 0.052 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s} = 5.0692704 \times 10^{-2} \pm 5.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$$

動量實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$46057.986 \pm 0.052 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s} = 4.6057986 \times 10^{-2} \pm 5.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$$

動量損失： $0.0046347 \times 10^{-2} \pm 5.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$

實驗誤差：9.1%

根據動能公式 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，與動能守恆定理，

動能理論值：(碰撞前以數據推導)

$$3196175.012 \pm 0.052 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 3.196175012 \times 10^{-3} \pm 5.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能實驗值：(碰撞後測得之實驗數據)

$$1192671.557 \pm 0.052 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 1.192671557 \times 10^{-3} \pm 5.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

動能損失理論值： $1.75139445 \times 10^{-3} \pm 1.4 \times 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

動能損失實驗值： $2.003503455 \times 10^{-3} \pm 5.2 \times 10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

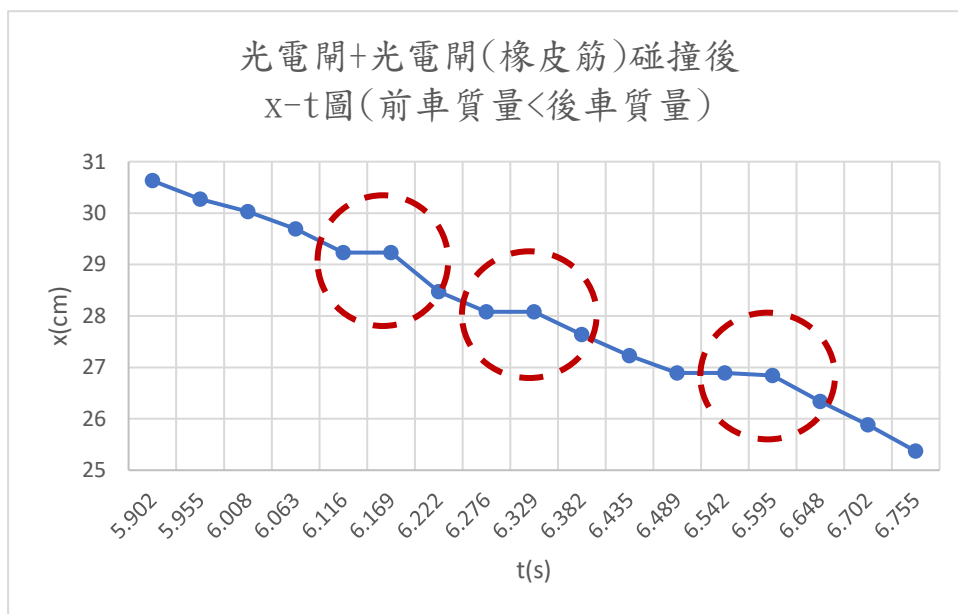
實驗誤差：7.9%

恢復係數公式 $\left| \frac{v_{末} - v_{末}}{v_{初} - v_{初}} \right|$ ，恢復係數：0

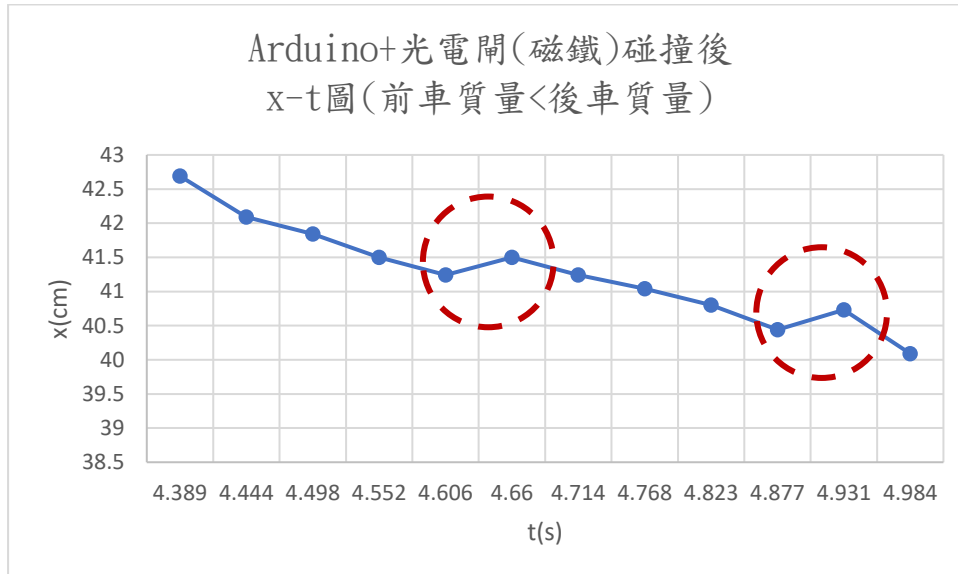
誤差分析：

1. 滑車輪子非完美圓形：

實驗過程中，由 Arduino 測量出前車的數據並繪製成 $x-t$ 圖，我們發現滑車並非做等減速度運動，而是會出現不規則的速度變化(如圖十九、圖二十)。此情況並非只出在單一實驗中，故我們推測滑車輪子不是圓形或是趨近於圓形，而是已經損壞成不規則的形狀，進而增加了動量與動能的損耗。



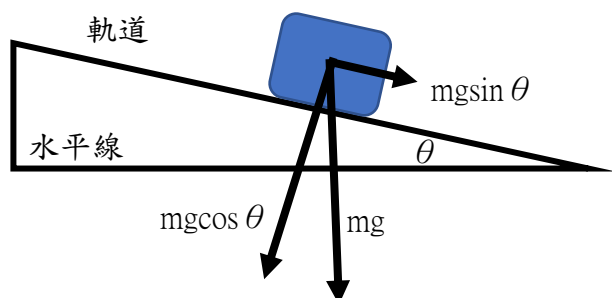
▲圖十九，光電閘+光電閘(橡皮筋)碰撞後 $x-t$ 圖(前車質量<後車質量)



▲圖二十，Arduino+光電閘(磁鐵)碰撞後 $x-t$ 圖(前車質量<後車質量)

2. 軌道未水平：

由於軌道量測方法不夠精準，故軌道並不一定水平，如圖二十一所示，滑車會受到 $mg\sin\theta$ 影響而影響實驗數據結果。



▲圖二十一，軌道未水平示意圖

3. 使用 Arduino 與光電閘測量前車速度差異：

以 Arduino 測量時，所測得的數據即為碰撞後反應的結果，但若是使用光電閘，我們必須等待滑車慢慢滑過光電閘，此過程中會因摩擦力使動量與動能流失，尤其如第一點所述，滑車的輪子非常的不圓，故 Arduino 測出的數據更加精準。

心得：

此次實驗數據非常多，計算與整理時非常地令人頭痛，加上滑車的輪子太不圓了，誤差常常一不小心就超過規定範圍，導致一直重新調整軌道，耽誤了不少時間，對於調整軌道水平我們應該要更加耐心，盡可能地把我們能減少的誤差降低。