UNIVERSITÉ ABDELHAMID MAHRI – CONSTANTINE 2-
FACULTÉ DES NTIC
DÉPARTEMENT TRONC COMMUN "MI"

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2020/2021
1 ÈRE ANNÉE MI
ALGEBRE I

SÉRIE TD N°1

LOGIQUE ET RAISONNEMENT

Exercice 1 :

1 - Soient $P; Q\ et\ L$ trois propositions logiques. Construire les tables de vérité des formules suivantes :

$$(P \vee Q) \Rightarrow L \quad ; \quad (\bar{P} \wedge Q) \vee P \quad ; \quad (P \Rightarrow Q) \Rightarrow L \quad ; \quad (P \wedge Q) \vee (\bar{Q} \wedge L)$$

2 - Soient $P\ et\ Q$ deux propositions logiques. Montrer que les propositions suivantes sont des tautologies :

$$P \Rightarrow (P \vee Q) \quad , \quad P \Rightarrow (Q \Rightarrow P) \quad , \quad \big(P \wedge (P \Rightarrow Q)\big) \Rightarrow Q$$

Exercice 2 :

Soient $P; Q\ et\ R$ trois propositions logiques. Donner la négation de :

$$\bar{P} \vee \bar{Q} \quad ; \quad P \Rightarrow \bar{R} \quad ; \quad P \wedge \bar{Q} \quad ; \quad P \wedge (\bar{Q} \vee R) \quad ; \quad P \vee (Q \wedge R)$$

Exercice 3 :

Soient A et B deux propositions logiques , démontrer que :

$$A \vee (\bar{A} \wedge B) \Leftrightarrow A \vee B$$
$$A \wedge (\bar{A} \vee B) \Leftrightarrow A \wedge B$$

Exercice 4 :

soit $f: I \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une application. Traduire en terme de quantificateurs les expressions :

* $f(x)$ est constante.
* $f(x)$ est majorée.
* $f(x)$ est périodique.
* $f(x)$ est strictement croissante.
* $f(x)$ ne s'annule jamais.
* $f(x)$ est une fonction impaire.
* $f(x)$ n'a jamais les mêmes valeurs en deux points distincts.

Exercice 5 :

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses, puis écrire leurs négations :

$\forall n \in \mathbb{N},\ 1 < n < 3$, $\exists n \in \mathbb{N},\ 1 < n \leq 2$

$\forall n \in \mathbb{N},\ \exists p \in \mathbb{N} / n = 2p$, $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R} /\ x > y$

$\exists x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R} /\ x > y$, $\forall x \in \mathbb{R},\quad x \leq 1 \Rightarrow\ x^2 \leq 1$

$\forall x \in\ \mathbb{R}; x \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq 1$

Exercice 6 :

Soient n, m des entiers relatifs. Démonter que :

$$n\ est\ pair \Leftrightarrow n + 2m\ est\ pair$$

Exercice 7 :

Démontrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*; \quad n(n+1) \quad est\ un\ nombre\ pair$$

Exercice 8 :

Montrer que :

$$\forall \varepsilon > 0, (|a| \leq \varepsilon \Longrightarrow a = 0)$$

Exercice 9 :

Montrer que : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Exercice 10 :

Soit $n \in \mathbb{N}$, démontrer que :

$$n^2 est\ impair \Longrightarrow n\ est\ impair$$

Exercice 11 :

Soient a et b deux nombres réels positifs; en utilisant le raisonnement par l'absurde démontrer que :

$$\frac{a}{1+b} = \frac{b}{1+a} \Longrightarrow a = b$$