



**Université Constantine 2**  
جامعة قسنطينة 2

## **Apprentissage machine 1**

# **Chapitre 4 : Classification supervisée**

## **Classificateur naïf bayes**

**Ouadfel Salima**

Faculté NTIC/IFA

salima.ouadfel@univ-constantine2.dz



## Apprentissage machine 1

### Chapitre 3 : Classification supervisée Classificateur naif bayes

Faculté NTIC/IFA

salima.ouadfel@univ-constantine2.dz

#### Etudiants concernés

Faculté/Institut	Département	Niveau	Spécialité
Nouvelles technologies	IFA	Master1	STIC

# Classificateur Naif Bayes



Le classificateur Naif Bayes est une méthode de classification supervisée.

Le classificateur Naif Bayes se base sur le théorème de Bayes fondé sur les probabilités conditionnelles  $P(Y/X)$  .

Probabilités conditionnelles  $P(Y/X)$  : Quelle est la probabilité qu'un événement  $Y$  se produise sachant qu'un autre événement  $X$  s'est déjà produit?

# Classificateur Naif Bayes



Soit un jeu de données  $X = ((X_1, Y_1), (X_2, Y_2) \dots (X_n, Y_n))$  constitué de  $n$  paires  $(X_i, Y_i)$ , telle que  $X_i = (X_{i1}, X_{i2} \dots X_{ip})$  l'ensemble de  $p$  attributs (variables explicatives) et  $Y_i$  la variable à prédire (l'attribut classe ou label). Si le jeu de données  $X$  peut être classé en  $K$  classes alors  $Y_i \in \{1, 2, \dots, K\}$

Le but est de prédire l'étiquette  $Y_i$  associée à une nouvelle entrée  $X_i$

On cherche à estimer  $p(Y_i = j / X_i = x)$  qui représente la probabilité que la donnée  $X_i$  soit affectée à la classe  $C_j$  ( $Y_i = j$ ) si  $X_i = x$ .

# Classificateur Naïf Bayes



	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$Y$
Jour	Temps	Température	Humidité	Vent	Jouer
1	Ensoleillé	chaude	Élevée	faible	non
2	Ensoleillé	chaude	Élevée	fort	non
3	Couvert	chaude	Élevée	faible	oui
4	pluie	douce	Élevée	faible	oui
5	pluie	fraiche	normale	faible	oui
6	pluie	fraiche	normale	fort	non
7	Couvert	fraiche	normale	fort	oui
8	Ensoleillé	douce	Élevée	faible	non
9	Ensoleillé	fraiche	normale	faible	oui
10	Pluie	douce	normale	faible	Oui
11	Ensoleillé	douce	normale	Fort	Oui
12	Couvert	douce	Élevée	Fort	Oui
13	Couvert	chaude	normale	Faible	Oui
14	pluie	douce	Élevée	fort	Non

2 classes

$C_1 = \text{Oui}$

$C_2 = \text{non}$

si  $(X_i = x = (\text{Pluie}, \text{douce}, \text{élevée}, \text{Faible}))$

quelle est la probabilité  $p(Y_i = \text{oui} / X_i = x)$

# Classificateur Naif Bayes



Selon la règle de bayes:

$$p(Y_i = j / X_i = x) = \frac{p(X_i = x / Y_i = j) * p(Y_i = j)}{p(X_i = x)}$$

$p(Y_i = j / X_i = x)$ : représente la probabilité conditionnelle de  $Y_i = j$  sachant que  $X_i = x$   
C'est la probabilité a posteriori

$p(X_i = x / Y_i = j)$ : représente la probabilité conditionnelle de  $X_i = x$  si l'étiquette de  $X_i$  est  $j$  ( $Y_i = j$ )  
C'est la probabilité de vraisemblance

$p(X_i = x)$  représente la probabilité que  $X_i = x$   
C'est la probabilité a priori ou evidence

$p(Y_i = j)$  représente la probabilité que  $Y_i = j$  (c'est la proportion de données qui forment classe  $C_j$ )  
C'est la probabilité a priori



$$p(Y_i = j / X_i = x) = \frac{p(X_i = x / Y_i = j) * p(Y_i = j)}{p(X_i = x)}$$

Le classifieur bayes naif se base sur l'**Hypothèse d'indépendance conditionnelle**

$$p(X_i = x / Y_i = j) = p(X_i = (X_{i1}, X_{i2} \dots X_{ip}) / Y_i = j)$$

$$\begin{aligned} p(X_i = x / Y_i = j) &= p(X_i = X_{i1} / Y_i = j) \times \\ &\quad p(X_i = X_{i2} / Y_i = j) \times \\ &\quad \dots \\ &\quad p(X_i = X_{ip} / Y_i = j) \end{aligned}$$

Estimée à l'aide des données d'apprentissage



$$p(Y_i = j / X_i = x) = \frac{p(X_i = x / Y_i = j) * p(Y_i = j)}{p(X_i = x)}$$

La probabilité pour que la donnée  $X_i$  prenne la valeur  $x$  s'écrit:

$$p(X_i = x) = \sum_{k=1}^K p(X_i = x \text{ et } Y_i = k)$$

$$p(X_i = x) = \sum_{k=1}^K p(X_i = x / Y_i = k) \times p(Y_i = k)$$



$$p(Y_i = j / X_i = x) = \frac{p(X_i = x / Y_i = j) * p(Y_i = j)}{p(X_i = x)}$$

S'écrit:

$$p(Y_i = j / X_i = x) = \frac{\prod_{p=1}^P p(X_{ip} = x_{ip} / Y_i = j) \times p(Y_i = j)}{\sum_{k=1}^K p(X_i = x / Y_i = k) \times p(Y_i = k)}$$



On calcule la probabilité  $p(Y_i = j / X_i = x)$  à chaque classe  $C_j$   $j = 1..K$  pour la donnée  $X_i = x$ , on décide de la classe d'appartenance de  $X_i$  en prenant le **maximum de probabilité a posteriori (maximum de vraisemblance)**:

$$Y_{MAP} = \operatorname{argmax}_j \{p(Y_i = j / X_i = x)\}$$

$$Y_{MAP} = \operatorname{argmax}_j \left\{ \frac{p(X_i = x / Y_i = j) * p(Y_i = j)}{p(X_i = x)} \right\}$$

$$Y_{MAP} = \operatorname{argmax}_j \{p(X_i = x / Y_i = j) * p(Y_i = j)\}$$



Cas de variables prédictives qualitatives

## Exemple

On cherche le modèle de classification supervisée basé sur le classificateur Naif bayesian

Jour	Temps	Température	Humidité	Vent	Jouer
1	Ensoleillé	chaude	Élevée	faible	non
2	Ensoleillé	chaude	Élevée	fort	non
3	Couvert	chaude	Élevée	faible	oui
4	pluie	douce	Élevée	faible	oui
5	pluie	fraiche	normale	faible	oui
6	pluie	fraiche	normale	fort	non
7	Couvert	fraiche	normale	fort	oui
8	Ensoleillé	douce	Élevée	faible	non
9	Ensoleillé	fraiche	normale	faible	oui
10	Pluie	douce	normale	faible	Oui
11	Ensoleillé	douce	normale	Fort	Oui
12	Couvert	douce	Élevée	Fort	Oui
13	Couvert	chaude	normale	Faible	Oui
14	pluie	douce	Élevée	fort	Non

## Exemple

X=Attribut	Valeurs de X	Y=Jouer = Oui	Y=Jouer = Non
Temps	Ensoleillé	2	3
	Couvert	4	0
	Pluie	3	2
Température	Chaude	2	2
	Douce	4	2
	Fraiche	3	1
Humidité	Elevée	3	4
	Normale	6	1
Vent	Fort	3	3
	Faible	6	2
Jouer		9	5



## Exemple

$$p(Y_i = j / X_i = x) = \frac{\prod_{p=1}^P p(X_i = x_{ip} / Y_i = j) \times p(Y_i = j)}{\sum_{k=1}^K p(X_i = x / Y_i = k) \times p(Y_i = k)}$$

X=Attribut	x=Valeurs	P(Y=Jouer = Oui)=9/14	P(Y=Jouer = Non)=5/14
Temps	Ensoleillé	P(Ensoleillé/jouer=oui)=2/9	P(Ensoleillé/jouer=non)=3/5
	Couvert	P(Couvert/jouer=oui)=4/9	P(Couvert/jouer=non)=0/5
	Pluie	P(Pluie/jouer=oui)=3/9	P(Pluie/jouer=non)=2/5
Température	Chaude	P(Chaude/jouer=oui)=2/9	P(Chaude/jouer=non)=2/5
	Tiède	P(Douce/jouer=oui)=4/9	P(Douce/jouer=non)=2/5
	Fraiche	P(Fraiche/jouer=oui)=3/9	P(Fraiche/jouer=non)=1/5
Humidité	Elevée	P(Elevée/jouer=oui)=3/9	P(Elevée/jouer=non)=4/5
	Normale	P(Normale/jouer=oui)=6/9	P(Normale/jouer=non)=1/5
Vent	Fort	P(Fort/jouer=oui)=3/9	P(Fort/jouer=non)=3/5
	Faible	P(Faible/jouer=oui)=6/9	P(Faible/jouer=non)=2/5
Jouer		9	5



## Exemple

$\mathbf{x} = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort}), y \in \{\text{oui}, \text{non}\}.$

On voudrait prédire la classe de la donnée  $X=\mathbf{x}$

$$Y_{MAP} = \operatorname{argmax} \{p(Y = \text{oui}/X = \mathbf{x}), p(Y = \text{non}/X = \mathbf{x})\}$$

$$p(Y = \text{oui} / X = \mathbf{x}) = p(X = \mathbf{x} / Y = \text{oui}) \times p(Y = \text{oui})$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort}) / Y = \text{oui}) \times p(Y = \text{oui})$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = \text{ensoleillé} / Y = \text{oui}) \times \\ p(X = \text{fraiche} / Y = \text{oui}) \times \\ p(X = \text{élevée} / Y = \text{oui}) \times \\ p(X = \text{fort} / Y = \text{oui})$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = \frac{2}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{243}$$

$$p(Y = \text{oui}) = \frac{9}{14}$$



## Exemple

$\mathbf{x} = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort}), y \in \{\text{oui}, \text{non}\}.$

On voudrait prédire la classe de la donnée  $X=\mathbf{x}$

$$Y_{MAP} = \operatorname{argmax} \{p(Y = \text{oui}/X = \mathbf{x}), p(Y = \text{non}/X = \mathbf{x})\}$$

$$p(Y = \text{non} / X = \mathbf{x}) = p(X = \mathbf{x} / Y = \text{non}) \times p(Y = \text{non})$$

$$p(Y = \text{non} / X = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort}) / Y = \text{non}) \times p(Y = \text{non})$$

$$p(Y = \text{non} / X = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = \text{ensoleillé} / Y = \text{non}) \times p(X = \text{fraiche} / Y = \text{non}) \times p(X = \text{élevée} / Y = \text{non}) \times p(X = \text{fort} / Y = \text{non})$$

$$p(Y = \text{non} / X = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{36}{625}$$

$$p(Y = \text{non}) = \frac{5}{14}$$





## Exemple

$\mathbf{x} = (\text{ensoleillé}, \text{fraîche}, \text{élevée}, \text{fort}), y \in \{\text{oui}, \text{non}\}$ .

On voudrait prédire la classe de la donnée  $X=\mathbf{x}$

$$Y_{MAP} = \operatorname{argmax} \{p(Y = \text{oui}/X = \mathbf{x}), p(Y = \text{non}/X = \mathbf{x})\}$$

$$p(Y = \text{oui}/X = \mathbf{x}) = p(X = \mathbf{x}/Y = \text{oui}) \times p(Y = \text{oui}) = \frac{2}{243} * \frac{9}{14} = 0,0053$$

$$p(Y = \text{non} /X = \mathbf{x}) = p(X = \mathbf{x}/Y = \text{non}) \times p(Y = \text{non}) = \frac{36}{625} * \frac{5}{14} = 0,020$$

$$Y_{MAP} = 0,020$$

la donnée  $X=\mathbf{x}$  sera classée dans la classe **non**



## Estimateur de Laplace

Dans certains cas, la probabilité d'apparence d'une classe est nulle car il y a un manque d'exemples de cette classe. Afin de résoudre ce problème, on utilise **l'estimateur de Laplace qui consiste à ajouter une valeur  $\mu$**  à chaque dénominateur pour un attribut donné,



## Estimateur de Laplace

Dans certains cas, la probabilité d'apparence d'une classe est nulle car il y a un manque d'exemples de cette classe. Afin de résoudre ce problème, on utilise l'estimateur de Laplace qui consiste à ajouter une valeur  $\mu$  à chaque dénominateur pour un attribut donné.

X=Attribut	x=Valeurs	$P(Y=\text{Jouer} = \text{Oui})=9/14$	$P(Y=\text{Jouer} = \text{Non})=5/14$
Temps	Ensoleillé	$P(\text{Ensoleillé}/\text{jouer}=\text{oui})=2/9$	$P(\text{Ensoleillé}/\text{jouer}=\text{non})=3/5$
	Couvert	$P(\text{Couvert}/\text{jouer}=\text{oui})=4/9$	$P(\text{Couvert}/\text{jouer}=\text{non})=0/5$
	Pluie	$P(\text{Pluie}/\text{jouer}=\text{oui})=3/9$	$P(\text{Pluie}/\text{jouer}=\text{non})=2/5$

## Avec l'Estimateur de Laplace

X=Attribut	x=Valeurs	$P(Y=\text{Jouer} = \text{Oui})=9/14$	$P(Y=\text{Jouer} = \text{Non})=5/14$
Temps	Ensoleillé	$P(\text{Ensoleillé}/\text{jouer}=\text{oui})=2/9$	$P(\text{Ensoleillé}/\text{jouer}=\text{non})=(3+1)/(5+3)=4/8$
	Couvert	$P(\text{Couvert}/\text{jouer}=\text{oui})=4/9$	$P(\text{Couvert}/\text{jouer}=\text{non})=(0+1)/(5+3)=1/8$
	Pluie	$P(\text{Pluie}/\text{jouer}=\text{oui})=3/9$	$P(\text{Pluie}/\text{jouer}=\text{non})=(2+1)/(5+3)=3/8$

## L'Estimateur de Laplace

X=Attribut	x=Valeurs	$P(Y=\text{Jouer} = \text{Oui})=9/14$	$P(Y=\text{Jouer} = \text{Non})=5/14$
Temps	Ensoleillé	$P(\text{Ensoleillé}/\text{jouer}=\text{oui})=2/9$	$P(\text{Ensoleillé}/\text{jouer}=\text{non})=4/8$
	Couvert	$P(\text{Couvert}/\text{jouer}=\text{oui})=4/9$	$P(\text{Couvert}/\text{jouer}=\text{non})=1/8$
	Pluie	$P(\text{Pluie}/\text{jouer}=\text{oui})=3/9$	$P(\text{Pluie}/\text{jouer}=\text{non})=3/8$
Température	Chaude	$P(\text{Chaude}/\text{jouer}=\text{oui})=2/9$	$P(\text{Chaude}/\text{jouer}=\text{non})=2/5$
	Tiède	$P(\text{Tiède}/\text{jouer}=\text{oui})=4/9$	$P(\text{Tiède}/\text{jouer}=\text{non})=2/5$
	Fraiche	$P(\text{fraiche}/\text{jouer}=\text{oui})=3/9$	$P(\text{Fraiche}/\text{jouer}=\text{non})=1/5$
Humidité	Elevée	$P(\text{Elevée}/\text{jouer}=\text{oui})=3/9$	$P(\text{Elevée}/\text{jouer}=\text{non})=4/5$
	Normale	$P(\text{Normale}/\text{jouer}=\text{oui})=6/9$	$P(\text{Normale}/\text{jouer}=\text{non})=1/5$
Vent	Fort	$P(\text{Fort}/\text{jouer}=\text{oui})=3/9$	$P(\text{Fort}/\text{jouer}=\text{non})=3/5$
	Faible	$P(\text{Faible}/\text{jouer}=\text{oui})=6/9$	$P(\text{Faible}/\text{jouer}=\text{non})=2/5$
Jouer		9	5



## Estimateur de Laplace

$\mathbf{x} = (\text{Couvert}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})$

On voudrait prédire la classe de la donnée  $X = \mathbf{x}$

$$Y_{MAP} = \operatorname{argmax} \{p(Y = \text{oui}/X = \mathbf{x}), p(Y = \text{non}/X = \mathbf{x})\}$$

$$p(Y = \text{oui} / X = \mathbf{x}) = p(X = \mathbf{x} / Y = \text{oui}) \times p(Y = \text{oui})$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (\text{couvert}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = (\text{couvert}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort}) / Y = \text{oui}) \times p(Y = \text{oui})$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (\text{couvert}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = \text{couvert} / Y = \text{oui}) \times p(X = \text{fraiche} / Y = \text{oui}) \times p(X = \text{élevée} / Y = \text{oui}) \times p(X = \text{fort} / Y = \text{oui})$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (\text{couvert}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{4}{243}$$

$$p(Y = \text{oui}) = \frac{9}{14}$$



## Estimateur de Laplace

$\mathbf{x} = (\text{couvert}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})$

On voudrait prédire la classe de la donnée  $X = \mathbf{x}$

$$Y_{MAP} = \operatorname{argmax} \{p(Y = \text{oui}/X = \mathbf{x}), p(Y = \text{non}/X = \mathbf{x})\}$$

$$p(Y = \text{non}/X = \mathbf{x}) = p(X = \mathbf{x}/Y = \text{non}) \times p(Y = \text{non})$$

$$p(Y = \text{non}/X = (\text{couvert}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = (\text{couvert}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})/Y = \text{non}) \times p(Y = \text{non})$$

$$p(Y = \text{non}/X = (\text{ensoleillé}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = \text{couvert}/Y = \text{non}) \times p(X = \text{fraiche}/Y = \text{non}) \times p(X = \text{élevée}/Y = \text{non}) \times p(X = \text{fort}/Y = \text{non})$$

$$p(Y = \text{non}/X = (\text{couvert}, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{36}{625}$$

$$p(Y = \text{non}) = \frac{5}{14}$$



## Cas de Données manquante

$\mathbf{x} = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})$

On voudrait prédire la classe de la donnée  $X = \mathbf{x}$

$$p(Y = \text{oui} / X) = \frac{p(X/Y=\text{oui}) \times p(Y=\text{oui})}{p(X)} \quad \text{et} \quad p(Y = \text{non} / X) = \frac{p(X/Y=\text{non}) \times p(Y=\text{non})}{p(X)}$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = \frac{p(X = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort}) / Y = \text{oui})}{p(Y = \text{oui})} \times$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(\text{temps} = ? / Y = \text{oui}) \times \\ p(\text{temperature} = \text{fraiche} / Y = \text{oui}) \times \\ p(\text{humidité} = \text{élevée} / Y = \text{oui}) \times \\ p(\text{vent} = \text{fort} / Y = \text{oui}) \times p(Y = \text{oui})$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = 1 \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{9}{14}$$



## Cas de Données manquante

$x = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})$

On voudrait prédire la classe de la donnée  $X = x$

$$p(Y = \text{oui} / X) = \frac{p(X/Y=\text{oui}) \times p(Y=\text{oui})}{p(X)} \quad \text{et} \quad p(Y = \text{non} / X) = \frac{p(X/Y=\text{non}) \times p(Y=\text{non})}{p(X)}$$

$$p(Y = \text{non} / X = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = \frac{p(X = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort}) / Y = \text{non})}{p(Y = \text{non})} \times$$

$$p(Y = \text{non} / X = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = p(\text{temps} = ? / Y = \text{non}) \times \\ p(\text{temperature} = \text{fraiche} / Y = \text{non}) \times \\ p(\text{humidité} = \text{élevée} / Y = \text{non}) \times \\ p(\text{vent} = \text{fort} / Y = \text{non}) \times p(Y = \text{non})$$

$$p(Y = \text{non} / X = (?, \text{fraiche}, \text{élevée}, \text{fort})) = 1 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{14}$$





## Cas d'Attribut numérique



## Attribut numériques

Si l'attribut est numérique, on suppose que la distribution de la valeur de l'attribut  $x_d$  est normale moyenne  $\mu_d$  et l'écart-type  $\sigma_d$  :  $N(\mu_d, \sigma_d)$

$$p(x_d = x_d | \mu_d, \sigma_d) = \frac{1}{\sigma_d \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x_d - \mu_d)^2}{2\sigma_d^2}\right)$$

## Attribut numériques

### Exemple

Jour	Temps	Température	humidité	vent	Jouer au tennis ?	Température	
						oui	non
1	Ensoleillé	27,5	Élevée	Faible	Non	26,5	27,5
2	Ensoleillé	25	Élevée	Fort	Non	20	25
3	Couvert	26,5	Élevée	Faible	Oui	19	17,5
4	Pluie	20	Élevée	Faible	Oui	17	21
5	Pluie	19	Normale	Faible	Oui	19,5	20,5
6	Pluie	17,5	Normale	Fort	Non	22,5	
7	Couvert	17	Normale	Fort	Oui	22,5	
8	Ensoleillé	21	Élevée	Faible	Non	21	
9	Ensoleillé	19,5	Normale	Faible	Oui	25,5	
10	Pluie	22,5	Normale	Faible	Oui		
11	Ensoleillé	22,5	Normale	Fort	Oui		
12	Couvert	21	Élevée	Fort	Oui		
13	Couvert	25,5	Normale	Faible	Oui		
14	Pluie	20,5	Élevée	Fort	Non		

  

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}$$

moyenne	21,5	22,3
écart-type	2,91	3,53



## Exemple

$x = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort})$

$$p(Y = \text{oui} / X) = \frac{p(X/Y=\text{oui}) \times p(Y=\text{oui})}{p(X)}$$

$$(Y = \text{non} / X) = \frac{p(X/Y=\text{non}) \times p(Y=\text{non})}{p(X)}$$

	Température	
	oui	non
	26,5	27,5
	20	25
	19	17,5
	17	21
	19,5	20,5
	22,5	
	22,5	
	21	
	25,5	
moyenne	21,5	22,3
écart-type	2,91	3,53

$$p(Y = \text{oui} / X = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort}) / Y = \text{oui}) \times p(Y = \text{oui})$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort})) = p(\text{temps} = \text{pluie} / Y = \text{oui}) \times$$

$$p(\text{temperature} = 18 / Y = \text{oui}) \times$$

$$p(\text{humidité} = \text{élevée} / Y = \text{oui}) \times$$

$$p(\text{vent} = \text{fort} / Y = \text{oui}) \times p(Y = \text{oui})$$

$$p(\text{temperature} = 18 / Y = \text{oui}) = \frac{1}{2.91 * \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(18-21.5)^2}{2*(2.91)^2}}$$

$$p(Y = \text{oui} / X = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort})) = \frac{3}{9} \times 0,066 \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{9}{14}$$



## Exemple

$x = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort})$

$$p(Y = \text{oui} / X) = \frac{p(X/Y=\text{oui}) \times p(Y=\text{oui})}{p(X)}$$

$$(Y = \text{non} / X) = \frac{p(X/Y=\text{non}) \times p(Y=\text{non})}{p(X)}$$

Température		
	oui	non
	26,5	27,5
	20	25
	19	17,5
	17	21
	19,5	20,5
	22,5	
	22,5	
	21	
	25,5	
moyenne	21,5	22,3
écart-type	2,91	3,53

$$p(Y = \text{non} / X = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort})) = p(X = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort}) / Y = \text{non}) \times p(Y = \text{non})$$

$$p(Y = \text{non} / X = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort})) = p(\text{temps} = \text{pluie} / Y = \text{non}) \times$$

$$p(\text{temperature} = 18 / Y = \text{non}) \times$$

$$p(\text{humidité} = \text{élevée} / Y = \text{non}) \times$$

$$p(\text{vent} = \text{fort} / Y = \text{non}) \times p(Y = \text{non})$$

$$p(\text{temperature} = 18 / Y = \text{non}) = \frac{1}{3.53 \times \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(18-22.3)^2}{2 \times (22.3)^2}}$$

$$p(Y = \text{non} / X = (\text{pluie}, 18, \text{élevée}, \text{fort})) = \frac{3}{5} \times 0,053 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{14}$$



## Evaluation

$VP$  : le nombre de données de la classe positive qui ont correctement classées dans la classe positive

$VN$  : le nombre de données de la classe négative qui ont correctement classées dans la classe négative

$FP$  : le nombre de données de la classe négative qui ont classées dans la classe positive

$FN$  : le nombre de données de la classe positive qui ont classées dans la classe négative

## Evaluation

### La matrice de confusion

		Etiquettes Prédites	
		+	-
Etiquettes réelles	+	VP	FN
	-	FP	VN



## Evaluation

### Taux de bonne classification (accuracy)

C'est le nombre de données qui ont été mal classés

$$\frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN}$$

Erreur de classification= 1-accuracy





## Evaluation

- **précision**: le nombre de données correctement classées dans la classe positive (resp. négative) sur le nombre total de données prédits positives (resp. négatives).

$$\text{-précision (classe positive)} = \frac{VP}{VP+FP}$$

$$\text{-précision (classe négative)} = \frac{VN}{VN+FN}$$



## Evaluation

- **rappel** : le nombre de données correctement classées positives (resp. négative) sur le nombre total de données réellement positives (resp. négative)

$$\textbf{Rappel (classe positive)} = \frac{VP}{VP + FN}$$

$$\textbf{Rappel (classe négative)} = \frac{VN}{FP + VN}$$