

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.  
Г. ШУХОВА» (БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и  
автоматизированных систем

**Лабораторная работа №1**  
по дисциплине: Компьютерная графика  
тема: «Растровые алгоритмы»

Выполнил: ст. группы ПВ-223  
Игнатъев Артур Олегович

Проверил:  
Осипов Олег Васильевич

Белгород 2024 г.

### **Содержание:**

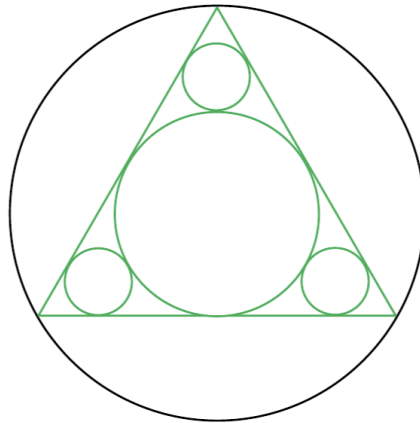
1. Название темы.
2. Цель работы.
3. Постановка задачи.
4. Вывод необходимых геометрических формул для построения изображения.
5. Реализации алгоритмов Брезенхейма для рисования отрезка и окружности.
6. Текст программы для рисования основных фигур.
7. Результат работы программы (снимки экрана).
8. Вывод о проделанной работе.

**Цель работы:** изучение алгоритмов Брезенхейма растеризации графических примитивов: отрезков, окружностей.

### **Задачи:**

1. Изучить целочисленные алгоритмы Брезенхейма для растеризации окружности и линии.
2. Разработать алгоритм и составить программу для построения на экране изображения в соответствии с номером варианта (по журналу старосты). В качестве исходных данных взять указанные в таблице №1

Вариант 3:



**Задание:** Реализовать вращение внутреннего зелёного треугольника против часовой стрелки.

### 1. Описанная окружность

Описанная окружность — это окружность, которая проходит через все вершины треугольника. Её центр совпадает с центром треугольника, а радиус равен расстоянию от центра до любой из вершин.

Формулы для описанной окружности:

Центр окружности:  $C(x_C, y_C)$  — центр окна.

Радиус окружности:  $R = \frac{7}{8} \times \frac{\min(W, H)}{2}$ , где  $W$  и  $H$  — ширина и высота окна.

Этот радиус масштабирует окружность так, чтобы она не касалась границ окна. Умножение на  $\frac{7}{8}$  делает окружность чуть меньше.

### Алгоритм:

1. Вычисляем центр окружности  $C(x_C, y_C) = \left(\frac{W}{2}, \frac{H}{2}\right)$
2. Радиус окружности равен  $R = \frac{7}{8} \times \frac{\min(W, H)}{2}$
3. Вызываем метод `frame.Circle()` для отрисовки окружности с этим центром и радиусом.

Код:

```
// Радиус описанной окружности
float radius = 7.0f / 8 * ((W < H) ? W - 1 : H - 1) / 2;
// Рисуем описанную окружность
frame.Circle((int)C.x, (int)C.y, int(radius + 0.5f), COLOR(0, 0, 0));
```

## 2. Вершины треугольника

Треугольник вписан в описанную окружность. Его вершины лежат на окружности и равномерно распределены по углам:  $0^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $240^\circ$ . Треугольник вращается на угол  $\theta$ , который изменяется во времени.

### Формулы для вершин треугольника:

1. Первая вершина:  $A_1(x_1, y_1) = (x_c + R\cos(\theta), y_c + R\sin(\theta))$
2. Вторая вершина (поворот на  $120^\circ$ ):  $A_2(x_2, y_2) = (x_c + R\cos(\theta + 120^\circ), y_c + R\sin(\theta + 120^\circ))$
3. Третья вершина (поворот на  $240^\circ$ ):  $A_3(x_3, y_3) = (x_c + R\cos(\theta + 240^\circ), y_c + R\sin(\theta + 240^\circ))$

Здесь  $\theta$  — это угол вращения треугольника.

### Алгоритм:

1. Определяем радиус описанной окружности  $R$ .
2. Вычисляем координаты трёх вершин треугольника по углам  $0^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $240^\circ$  и с учётом текущего угла вращения.
3. Соединяем вершины треугольника с помощью метода `frame.DrawLine()`.

### Код:

```
// Вершины треугольника на окружности с радиусом 'radius' и углами 0, 120 и 240
градусов
struct
{
    float x;
    float y;
} A[3] = {
    { C.x + radius * cos(angle), C.y + radius * sin(angle) }, //
    { C.x + radius * cos(angle + 2.0f * M_PI / 3.0f), C.y + radius * sin(angle +
2.0f * M_PI / 3.0f) }, // Вторая вершина (угол 120 градусов)
    { C.x + radius * cos(angle + 4.0f * M_PI / 3.0f), C.y + radius * sin(angle +
4.0f * M_PI / 3.0f) } // Третья вершина (угол 240 градусов)
};
```

## 3. Вписанная окружность

**Вписанная окружность** — это окружность, которая касается всех сторон треугольника. Её центр является центром треугольника по отношению к его вершинам, а радиус можно вычислить через площадь треугольника и полупериметр.

### Формулы для вписанной окружности:

1. Полупериметр треугольника:  $p = \frac{a+b+c}{2}$ , где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — длины сторон треугольника.
2. Площадь треугольника (по формуле Герона):  $S = \sqrt{p * (p - a) * (p - b) * (p - c)}$
3. Радиус вписанной окружности:  $r = \frac{S}{p}$
4. Центр вписанной окружности:  $I_x = \frac{a*A_1*x+b*A_2*x+c*A_3*x}{a+b+c}$ ,  $I_y = \frac{a*A_1*y+b*A_2*y+c*A_3*y}{a+b+c}$

### Алгоритм:

1. Вычисляем длины сторон треугольника  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

2. Вычисляем полупериметр  $p$  и площадь  $S$ .
3. Радиус вписанной окружности  $r$  находим по формуле  $r = \frac{S}{p}$ .
4. Находим центр вписанной окружности  $I(x, y)$ .
5. Вращаем центр вписанной окружности на угол вращения треугольника, чтобы окружность вращалась синхронно с треугольником.
6. Рисуем окружность методом `frame.Circle()`.

#### Код:

```
// Вычисляем центр вписанной окружности (Ix, Iy)
float Ix = (a * A[0].x + b * A[1].x + c * A[2].x) / (a + b + c);
float Iy = (a * A[0].y + b * A[1].y + c * A[2].y) / (a + b + c);

// Вращаем центр вписанной окружности вокруг центра треугольника (точка C) на угол
angle
float rotated_Ix = (Ix - C.x) * cos(angle) - (Iy - C.y) * sin(angle) + C.x;
float rotated_Iy = (Ix - C.x) * sin(angle) + (Iy - C.y) * cos(angle) + C.y;

// Рисуем вписанную окружность зелёного цвета
frame.Circle((int)(rotated_Ix + 0.5f), (int)(rotated_Iy + 0.5f),
int(r_incircle + 0.5f), COLOR(34, 139, 34)); // Вписанная окружность
```

#### 4. Три дополнительные окружности

Эти окружности касаются двух сторон треугольника и вписанной окружности. Для их построения мы выбираем точку, находящуюся между вершинами треугольника и центром вписанной окружности.

#### Алгоритм:

1. Для каждой вершины треугольника  $A_i$  находим направление к центру вписанной окружности.
2. Вычисляем новую точку, сдвигаясь по направлению к вершине от центра вписанной окружности на расстояние, равное радиусу вписанной окружности плюс некоторое фиксированное смещение.
3. Радиус этих окружностей выбираем фиксированным.
4. Рисуем каждую окружность методом `frame.Circle()`.

#### Код:

```
// Внешние окружности между углами треугольника и вписанной окружностью
for (int i = 0; i < 3; i++)
{
    // Смещаем центр этой окружности ближе к вершине
    float direction_x = (A[i].x - rotated_Ix);
    float direction_y = (A[i].y - rotated_Iy);
    float length = sqrt(direction_x * direction_x + direction_y * direction_y);
    direction_x /= length; // Нормализуем вектор
    direction_y /= length;

    // Центр внешней окружности на расстоянии от вписанной окружности
    float distance_to_incircle = r_incircle + (radius * 0.165f); // Устанавливаем
    расстояние от вписанной окружности

    // Центр внешней окружности
    float outer_circle_x = rotated_Ix + direction_x * distance_to_incircle;
    float outer_circle_y = rotated_Iy + direction_y * distance_to_incircle;

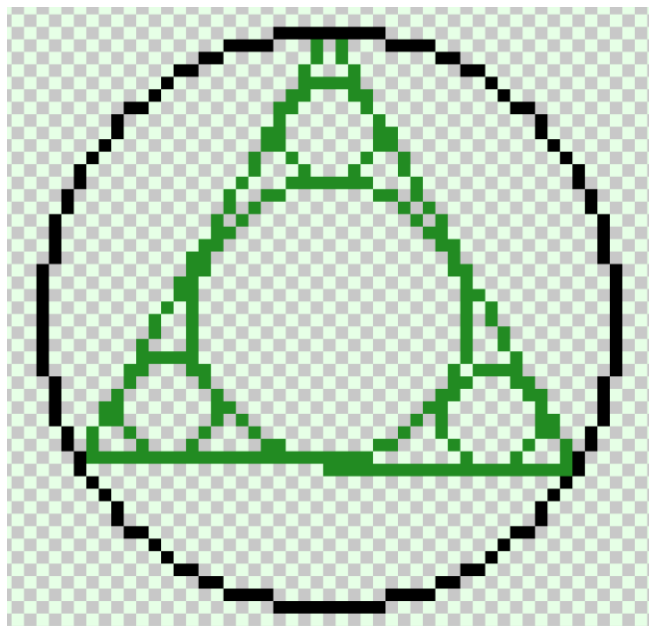
    // Радиус внешней окружности: 1/4 радиуса описанной окружности
    float outer_radius = radius * 0.165f; // Динамически устанавливаем радиус
    внешней окружности

    // Рисуем дополнительные окружности зелёного цвета
```

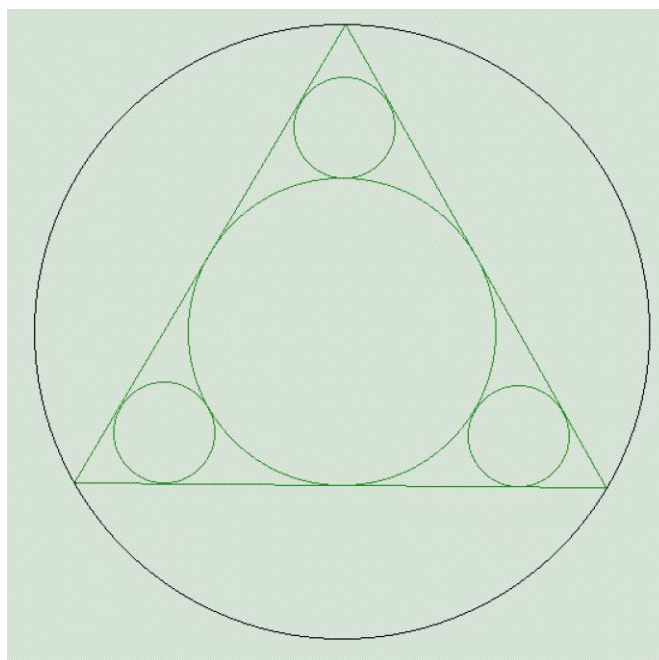
```
frame.Circle((int)(outer_circle_x + 0.5f), (int)(outer_circle_y + 0.5f),  
int(outer_radius + 0.5f), COLOR(34, 139, 34));  
}
```

Таким образом, данный алгоритм последовательно вычисляет и рисует все окружности и треугольник с учётом их вращения.

Внешний вид фигур при низком разрешении:



Внешний вид фигур при высоком разрешении:



При низком и высоком разрешении дефектов не обнаружено.

Код программы:

Frame.h

```
#ifndef FRAME_H
#define FRAME_H

#include <math.h>

// Структура для задания цвета
typedef struct tagCOLOR
{
    unsigned char RED;        // Компонента красного цвета
    unsigned char GREEN;      // Компонента зелёного цвета
    unsigned char BLUE;       // Компонента синего цвета
    unsigned char ALPHA;      // Прозрачность (альфа канал)

    tagCOLOR() : RED(0), GREEN(0), BLUE(0), ALPHA(255) { }
    tagCOLOR(unsigned char red, unsigned char green, unsigned char blue,
unsigned char alpha = 255) : RED(red), GREEN(green), BLUE(blue), ALPHA(alpha) { }
} COLOR;

template<typename TYPE> void swap(TYPE& a, TYPE& b)
{
    TYPE t = a;
    a = b;
    b = t;
}

// Буфер кадра
class Frame
{
    // Указатель на массив пикселей
    // Буфер кадра будет представлять собой матрицу, которая располагается в
памяти в виде непрерывного блока
    COLOR* pixels;

    // Указатели на строки пикселей буфера кадра
    COLOR** matrix;

public:

    // Размеры буфера кадра
    int width, height;

    Frame(int _width, int _height) : width(_width), height(_height)
    {
        int size = width * height;

        // Создание буфера кадра в виде непрерывной матрицы пикселей
        pixels = new COLOR[size];

        // Указатели на строки пикселей запишем в отдельный массив
        matrix = new COLOR* [height];

        // Инициализация массива указателей
        for (int i = 0; i < height; i++)
        {
            matrix[i] = pixels + i * width;
        }
    }

    // Задаёт цвет color пикселю с координатами (x, y)
    void SetPixel(int x, int y, COLOR color)
    {

```



```

        matrix[y][x] = color;
    }

    // Возвращает цвет пикселя с координатами (x, y)
    COLOR GetPixel(int x, int y)
    {
        return matrix[y][x];
    }

    // Рисование окружности
    void Circle(int x0, int y0, int radius, COLOR color)
    {
        int x = 0, y = radius;
        while(x < y)
        {
            // Определяем, какая точка (пиксель): (x, y) или (x, y - 1)
ближе к линии окружности
            int D1 = x * x + y * y - radius * radius;
            int D2 = x * x + (y - 1) * (y - 1) - radius * radius;

            // Если ближе точка (x, y - 1), то смещаемся к ней
            if (D1 > -D2)
                y--;

            // Перенос и отражение вычисленных координат на все октанты
окружности
            SetPixel(x0 + x, y0 + y, color);
            SetPixel(x0 + x, y0 - y, color);
            SetPixel(x0 + y, y0 + x, color);
            SetPixel(x0 + y, y0 - x, color);
            SetPixel(x0 - x, y0 + y, color);
            SetPixel(x0 - x, y0 - y, color);
            SetPixel(x0 - y, y0 + x, color);
            SetPixel(x0 - y, y0 - x, color);
            x++;
        }
    }

    // Рисование отрезка
    void DrawLine(int x1, int y1, int x2, int y2, COLOR color)
    {
        int dy = y2 - y1, dx = x2 - x1;
        if (dx == 0 && dy == 0)
        {
            matrix[y1][x1] = color;
            return;
        }

        if (abs(dx) > abs(dy))
        {
            if (x2 < x1)
            {
                // Обмен местами точек (x1, y1) и (x2, y2)
                swap(x1, x2);
                swap(y1, y2);
                dx = -dx; dy = -dy;
            }

            int y, dx2 = dx / 2, p = 0;
            if (dy < 0) dx2 = -dx2;
            for (int x = x1; x <= x2; x++)
            {
                // y = (dy * (x - x1) + dx2) / dx + y1;
                y = (p + dx2) / dx + y1;
                p += dy;
                matrix[y][x] = color;
            }
        }
    }

```

```

    }
}
else
{
    if (y2 < y1)
    {
        // Обмен местами точек (x1, y1) и (x2, y2)
        swap(x1, x2);
        swap(y1, y2);
        dx = -dx; dy = -dy;
    }

    int x, dy2 = dy / 2, p = 0;
    if (dx < 0) dy2 = -dy2;
    for (int y = y1; y <= y2; y++)
    {
        // x = (dx * (y - y1) + dy2) / dy + x1;
        x = (p + dy2) / dy + x1;
        p += dx;
        matrix[y][x] = color;
    }
}

}

~Frame(void)
{
    delete []pixels;
    delete []matrix;
}

};

#endif // FRAME_H

Painter.h
#ifndef PAINTER_H
#define PAINTER_H

#include "Frame.h"

// Определение числа π, если оно не определено
#ifndef M_PI
#define M_PI 3.14159265358979323846
#endif

// Угол поворота фигуры
float global_angle = 0;

// Координаты последнего пикселя, который выбрал пользователь
struct
{
    int X, Y;
} global_clicked_pixel = { -1, -1 };

class Painter
{
public:

    void Draw(Frame& frame)
    {
        // Шахматная текстура
        for (int y = 0; y < frame.height; y++)
            for (int x = 0; x < frame.width; x++)
            {
                if ((x + y) % 2 == 0)
                    frame.SetPixel(x, y, { 230, 255, 230 }); // Золотистый цвет
            }
        }
    }
};

```

```

        else
            frame.SetPixel(x, y, { 200, 200, 200 }); // Серый цвет
    }

    int W = frame.width, H = frame.height;
    // Радиус описанной окружности
    float radius = 7.0f / 8 * ((W < H) ? W - 1 : H - 1) / 2;
    if (radius < 1) return; // Если окно очень маленькое, то ничего не рисуем
    float angle = global_angle; // Угол поворота

    // Центр описанной окружности (центра треугольника)
    struct
    {
        float x;
        float y;
    } C = { W / 2, H / 2 };

    // Вершины треугольника на окружности с радиусом `radius` и углами 0, 120
    и 240 градусов
    struct
    {
        float x;
        float y;
    } A[3] = {
        { C.x + radius * cos(angle), C.y + radius * sin(angle) },
        { C.x + radius * cos(angle + 2.0f * M_PI / 3.0f), C.y + radius *
sin(angle + 2.0f * M_PI / 3.0f) }, // Вторая вершина (угол 120 градусов)
        { C.x + radius * cos(angle + 4.0f * M_PI / 3.0f), C.y + radius *
sin(angle + 4.0f * M_PI / 3.0f) } // Третья вершина (угол 240 градусов)
    };

    // Рисуем стороны треугольника
    for (int i = 0; i < 3; i++)
    {
        int i2 = (i + 1) % 3;
        frame.DrawLine(
            int(A[i].x + 0.5f),
            int(A[i].y + 0.5f),
            int(A[i2].x + 0.5f),
            int(A[i2].y + 0.5f), COLOR(34, 139, 34)); // Зелёный цвет
    }

    // Вычисляем длины сторон треугольника
    float a = sqrt(pow(A[1].x - A[2].x, 2) + pow(A[1].y - A[2].y, 2)); //
Сторона между вершинами 1 и 2
    float b = sqrt(pow(A[0].x - A[2].x, 2) + pow(A[0].y - A[2].y, 2)); //
Сторона между вершинами 0 и 2
    float c = sqrt(pow(A[0].x - A[1].x, 2) + pow(A[0].y - A[1].y, 2)); //
Сторона между вершинами 0 и 1

    // Полупериметр
    float p = (a + b + c) / 2;

    // Площадь треугольника по формуле Герона
    float area = sqrt(p * (p - a) * (p - b) * (p - c));

    // Радиус вписанной окружности
    float r_incircle = area / p;

    // Вычисляем центр вписанной окружности (Ix, Iy)
    float Ix = (a * A[0].x + b * A[1].x + c * A[2].x) / (a + b + c);
    float Iy = (a * A[0].y + b * A[1].y + c * A[2].y) / (a + b + c);

    // Вращаем центр вписанной окружности вокруг центра треугольника (точка C)
    на угол angle
    float rotated_Ix = (Ix - C.x) * cos(angle) - (Iy - C.y) * sin(angle) +
C.x;

```

```

    float rotated_Iy = (Ix - C.x) * sin(angle) + (Iy - C.y) * cos(angle) +
C.y;

    // Рисуем вписанную окружность зелёного цвета
    frame.Circle((int)(rotated_Ix + 0.5f), (int)(rotated_Iy + 0.5f),
int(r_incircle + 0.5f), COLOR(34, 139, 34)); // Вписанная окружность

    // Внешние окружности между углами треугольника и вписанной окружностью
    for (int i = 0; i < 3; i++)
    {
        // Смещаем центр этой окружности ближе к вершине
        float direction_x = (A[i].x - rotated_Ix);
        float direction_y = (A[i].y - rotated_Iy);
        float length = sqrt(direction_x * direction_x + direction_y *
direction_y);
        direction_x /= length; // Нормализуем вектор
        direction_y /= length;

        // Центр внешней окружности на расстоянии от вписанной окружности
        float distance_to_incircle = r_incircle + (radius * 0.165f); //
Устанавливаем расстояние от вписанной окружности

        // Центр внешней окружности
        float outer_circle_x = rotated_Ix + direction_x *
distance_to_incircle;
        float outer_circle_y = rotated_Iy + direction_y *
distance_to_incircle;

        // Радиус внешней окружности: 1/4 радиуса описанной окружности
        float outer_radius = radius * 0.165f; // Динамически устанавливаем
радиус внешней окружности

        // Рисуем дополнительные окружности зелёного цвета
        frame.Circle((int)(outer_circle_x + 0.5f), (int)(outer_circle_y +
0.5f), int(outer_radius + 0.5f), COLOR(34, 139, 34));
    }

    // Рисуем описанную окружность
    frame.Circle((int)C.x, (int)C.y, int(radius + 0.5f), COLOR(0, 0, 0));

    // Рисуем пиксель, на который кликнул пользователь
    if (global_clicked_pixel.X >= 0 && global_clicked_pixel.X < W &&
        global_clicked_pixel.Y >= 0 && global_clicked_pixel.Y < H)
        frame.SetPixel(global_clicked_pixel.X, global_clicked_pixel.Y, { 34,
175, 60 }); // Пиксель зелёного цвета
    }
};

#endif // PAINTER_H

```

**Вывод:** в ходе работы изучены алгоритмы Брезенхейма растеризации графических примитивов: отрезков, окружностей. С помощью отрезков были построены и анимированы многоугольники. Собраны в изображение требуемое по варианту.