МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

Лабораторная работа №4

по дисциплине: Системное моделирование
тема: «Уравнение Лагранжа второго рода»

Выполнил: ст. группы ПВ-223
Игнатьев Артур Олегович
Проверили:
Полунин Александр Иванович

Белгород 2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

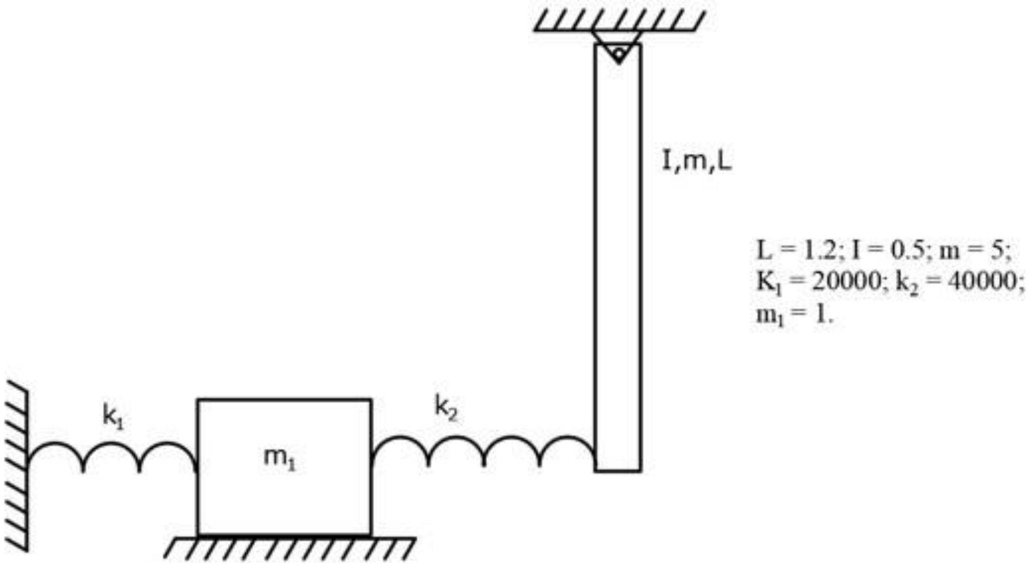
ЗАДАНИЕ

Вариант №3

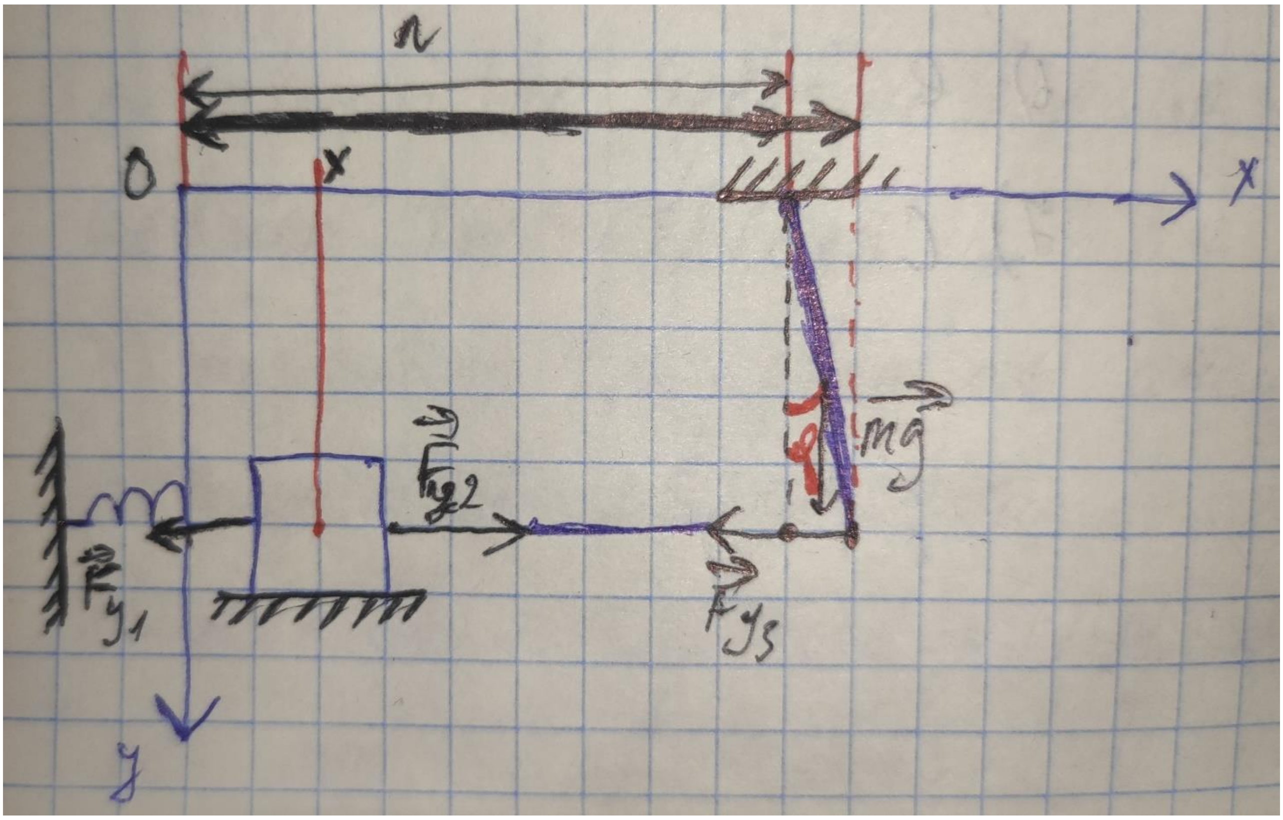
Задачи:

1) Разработать математическую модель, описывающую поведение элементов механической системы (конкретный вариант табл. 1) и расчетный алгоритм.

3



1 Разработать математическую модель, описывающую поведение элементов механической системы (конкретный вариант табл. 1) и расчетный алгоритм.



Считаем, что угол ϕ мал, а значит по первому замечательному пределу: $\sin(\phi) = \phi$, $\cos(\phi) = 1$.

Тогда:

Растяжение первой пружины:

$$\Delta l_1 = x$$

$$\Delta l_2 = L\phi - x$$

Кинетическая энергия системы:

$$T = \frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}$$

Потенциальная энергия системы:

$$\Pi = \frac{k_1 x^2}{2} + \frac{k_2(L\phi - x)^2}{2} + \mathrm{mg}\frac{L}{2}(1 - cos(\phi))$$

Составим уравнения Лагранжа второго рода:

Для кинетической энергии:

$$Q_\phi^T = \frac{d}{dt}\frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{\dot{\phi}} - \frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{d\phi}$$

$$Q_x^T = \frac{d}{dt}\frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{\dot{x}} - \frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{dx}$$

Для потенциальной энергии:

$$Q_\phi^\Pi = -\frac{d\left(\frac{k_1 x^2}{2} + \frac{k_2(L\phi - x)^2}{2} + mg\frac{L}{2}(1 - cos(\phi))\right)}{d\phi}$$

$$Q_x^\Pi = -\frac{d\left(\frac{k_1 x^2}{2} + \frac{k_2(L\phi - x)^2}{2} + mg\frac{L}{2}(1 - cos(\phi))\right)}{dx}$$

$$Q_\phi^\Pi = -k_2 L(L\phi - x) - mg\frac{L}{2}\Phi$$

$$Q_x^\Pi = -k_1 x + k_2(L\phi - x)$$

Составим дифференциальные уравнения:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{\dot{\phi}} - \frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{d\phi} = -k_2L(L\phi - x) - mg\frac{L}{2}\,\Phi \\ \frac{d}{dt}\frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{\dot{x}} - \frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{dx} = -k_1x + k_2(L\phi - x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{\dot{\phi}} = -k_2L(L\phi - x) - mg\frac{L}{2}\Phi \\ \frac{d}{dt}\frac{d\left(\frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}\right)}{\dot{x}} = -k_1x + k_2(L\phi - x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I * \ddot{\phi} = -k_2L(L\phi - x) - mg\frac{L}{2}\Phi \\ m_1 * \ddot{x} = -k_1x + k_2(L\phi - x) \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{-k_2L(L\phi - x) - mg\frac{L}{2}\Phi}{I} \\ \ddot{x} = \frac{-k_1x + k_2(L\phi - x)}{m_1} \end{cases}$$