

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
"Белгородский государственный технологический университет им. В. Г.
Шухова"
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

Институт энергетики, информационных технологий и управляющих
систем

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники
и автоматизированных систем

Лабораторная работа № 1.2
по дисциплине дискретная математика
тема: Нормальные формы Кантора

Выполнил: студент группы ПВ-223

Игнатьев Артур Олегович

Проверил: доцент

Рязанов Юрий Дмитриевич

старший преподаватель

Бондаренко Татьяна Владимировна

Белгород 2022

Лабораторная работа № 1.2

Тема: Нормальные формы Кантора

Цель работы: изучить способы получения различных нормальных форм Кантора множества, заданного произвольным теоретико-множественным выражением.

Задания

1. Представить множество, заданное исходным выражением (см. табл. 1), в нормальной форме Кантора.
2. Получить совершенную нормальную форму Кантора множества, заданного исходным выражением.
3. Получить сокращенную нормальную форму Кантора множества, заданного исходным выражением.
4. Получить тупиковые нормальные формы Кантора множества, заданного исходным выражением. Выбрать минимальную нормальную форму Кантора.

Вариант 3

$$(\overline{A\Delta C} - B\Delta(C - A)\Delta B) \cap D$$

Решение заданий:

1. Представить множество, заданное исходным выражением (см. табл. 1), в нормальной форме Кантора.

$$\begin{aligned}
 & \overline{(A \Delta C)} - B \Delta (C - A) \Delta B) \cap D = \\
 & = (((\bar{A} \cup C) \cap (\bar{C} \cup A)) \cap \bar{B} \Delta (C \cap \bar{A}) \Delta B) \cap D = \\
 & = ((\bar{A} \cap \bar{C} \cup A \cap C) \cap \bar{B} \Delta (C \cap \bar{A}) \Delta B) \cap D = \\
 & = ((\bar{A} \cap \bar{C} \cap \bar{B} \cup A \cap C \cap \bar{B}) \Delta (C \cap \bar{A}) \Delta B) \cap D = \\
 & = ((\bar{A} \cap \bar{C} \cap \bar{B} \cup A \cap C \cap \bar{B}) \Delta (C \cap \bar{A} \cap \bar{B} \cup \bar{C} \cap B \cup A \cap B)) \cap D = \\
 & = (((\bar{A} \cap \bar{C} \cap \bar{B} \cup A \cap C \cap \bar{B}) \cap \overline{(C \cap \bar{A} \cap \bar{B} \cup \bar{C} \cap B \cup A \cap B)}) \cup ((C \\
 & \quad \cap \bar{A} \cap \bar{B} \cup \bar{C} \cap B \cup A \cap B) \cap \overline{(\bar{A} \cap \bar{C} \cap \bar{B} \cup A \cap C \cap \bar{B})))) \\
 & \quad \cap D = \\
 & = (((((\bar{A} \cap \bar{C} \cap \bar{B}) \cup (A \cap C \cap \bar{B})) \cap (\bar{C} \cup A \cup B) \cap (C \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \\
 & \quad \cup \bar{B})) \cup (((C \cap \bar{A} \cap \bar{B}) \cup (\bar{C} \cap B) \cup (A \cap B)) \cap (A \cup C \\
 & \quad \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{C} \cup B)))) \cap D = \\
 & = ((\bar{A} \cap \bar{C} \cap \bar{B}) \cup (A \cap C \cap \bar{B}) \cup (C \cap \bar{A} \cap \bar{B}) \cup (\bar{C} \cap B) \cup (A \cap B)) \\
 & \quad \cap D = \\
 & = \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap C \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup A \cap B \cap D
 \end{aligned}$$

2. Получить совершенную нормальную форму Кантора множества, заданного исходным выражением.

$$\begin{aligned}
& \overline{((A \Delta C) - B \Delta (C - A) \Delta B)} \cap D = \\
& = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cap \overline{D} \cap ((\overline{(\emptyset \Delta \emptyset)} - \emptyset \Delta (\emptyset - \emptyset) \Delta \emptyset) \cap \emptyset) \\
& \cup \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cap D \cap ((\overline{(\emptyset \Delta \emptyset)} - \emptyset \Delta (\emptyset - \emptyset) \Delta \emptyset) \cap U) \\
& \cup \overline{A} \cap \overline{B} \cap C \cap \overline{D} \cap ((\overline{(\emptyset \Delta U)} - \emptyset \Delta (U - \emptyset) \Delta \emptyset) \cap \emptyset) \\
& \cup \overline{A} \cap \overline{B} \cap C \cap D \cap ((\overline{(\emptyset \Delta U)} - \emptyset \Delta (U - \emptyset) \Delta \emptyset) \cap U) \\
& \cup \overline{A} \cap B \cap \overline{C} \cap \overline{D} \cap ((\overline{(\emptyset \Delta \emptyset)} - U \Delta (\emptyset - \emptyset) \Delta U) \cap \emptyset) \\
& \cup \overline{A} \cap B \cap \overline{C} \cap D \cap ((\overline{(\emptyset \Delta \emptyset)} - U \Delta (\emptyset - \emptyset) \Delta U) \cap U) \\
& \cup \overline{A} \cap B \cap C \cap \overline{D} \cap ((\overline{(\emptyset \Delta U)} - U \Delta (U - \emptyset) \Delta U) \cap \emptyset) \\
& \cup \overline{A} \cap B \cap C \cap D \cap ((\overline{(\emptyset \Delta U)} - U \Delta (U - \emptyset) \Delta U) \cap U) \\
& \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cap \overline{D} \cap ((\overline{(U \Delta \emptyset)} - \emptyset \Delta (\emptyset - U) \Delta \emptyset) \cap \emptyset) \\
& \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cap D \cap ((\overline{(U \Delta \emptyset)} - \emptyset \Delta (\emptyset - U) \Delta \emptyset) \cap U) \\
& \cup A \cap \overline{B} \cap C \cap \overline{D} \cap ((\overline{(U \Delta U)} - \emptyset \Delta (U - U) \Delta \emptyset) \cap \emptyset) \\
& \cup A \cap \overline{B} \cap C \cap D \cap ((\overline{(U \Delta U)} - \emptyset \Delta (U - U) \Delta \emptyset) \cap U) \\
& \cup A \cap B \cap \overline{C} \cap \overline{D} \cap ((\overline{(U \Delta \emptyset)} - U \Delta (\emptyset - U) \Delta U) \cap \emptyset) \\
& \cup A \cap B \cap \overline{C} \cap D \cap ((\overline{(U \Delta \emptyset)} - U \Delta (\emptyset - U) \Delta U) \cap U) \\
& \cup A \cap B \cap C \cap \overline{D} \cap ((\overline{(U \Delta U)} - U \Delta (U - U) \Delta U) \cap \emptyset) \\
& \cup A \cap B \cap C \cap D \cap ((\overline{(U \Delta U)} - U \Delta (U - U) \Delta U) \cap U) = \\
& = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cap \overline{D} \cap \emptyset \\
& \cup \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cap D \cap U
\end{aligned}$$

$$\cup \bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cap \bar{D} \cap \emptyset$$

$$\cup \bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cap D \cap U$$

$$\cup \bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cap \bar{D} \cap \emptyset$$

$$\cup \bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cap D \cap U$$

$$\cup \bar{A} \cap B \cap C \cap \bar{D} \cap \emptyset$$

$$\cup \bar{A} \cap B \cap C \cap D \cap \emptyset$$

$$\cup A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap \bar{D} \cap \emptyset$$

$$\cup A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap D \cap \emptyset$$

$$\cup A \cap \bar{B} \cap C \cap \bar{D} \cap \emptyset$$

$$\cup A \cap \bar{B} \cap C \cap D \cap U$$

$$\cup A \cap B \cap \bar{C} \cap \bar{D} \cap \emptyset$$

$$\cup A \cap B \cap \bar{C} \cap D \cap U$$

$$\cup A \cap B \cap C \cap \bar{D} \cap \emptyset$$

$$\cup A \cap B \cap C \cap D \cap U =$$

$$= \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cap D \cup \bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cap D \cup A \cap \bar{B} \cap C \cap D \cup A \cap B \cap \bar{C} \cap D \cup A \cap B \cap C \cap D$$

3. Получить сокращенную нормальную форму Кантора множества, заданного исходным выражением.

$$\begin{aligned} & \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cap D \cup \bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cap D \cup A \cap \bar{B} \cap C \cap D \cup A \cap B \\ & \cap \bar{C} \cap D \cup A \cap B \cap C \cap D \\ & = 0001 \cup 0011 \cup 0101 \cup 1011 \cup 1101 \cup 1111 \end{aligned}$$

Номер группы				
0	1	2	3	4
	0001+	0011+ 0101+	1011+ 1101+	1111+
	00-1 0-01	-011 -101	1-11 11-1	

Сокращенная НФК:

$$\bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D \cup A \cap C \cap D$$

4. Получить тупиковые нормальные формы Кантора множества, заданного исходным выражением. Выбрать минимальную нормальную форму Кантора.

Простые импликанты	Конституенты					
	0001	0011	0101	1011	1101	1111
a = 00-1	+	+				
b = 0-01	+		+			
c = -011		+		+		
d = -101			+		+	
e = 1-11				+		+
f = 11-1					+	+

Следуя таблице, составим и упростим выражение:

$$\begin{aligned}
 & (a \cup b) \cap (a \cup c) \cap (b \cup d) \cap (c \cup e) \cap (d \cup f) \cap (e \cup f) = \\
 & = (a \cup a \cap b \cup a \cap c \cup b \cap c) \cap (b \cup d) \cap (c \cup e) \cap (f \cup f \cap d \cup f \cap e \cup d \cap e) = \\
 & = (a \cap b \cup a \cap b \cap c \cup b \cap c \cup a \cap d \cup a \cap b \cap d \cup a \cap c \cap d \cup b \cap c \cap d) \\
 & \quad \cap (c \cap f \cup c \cap d \cap f \cup c \cap e \cap f \cup c \cap d \cap e \cup e \cap f \cup e \cap d \cap f \cup d \cap e) = \\
 & = a \cap b \cap c \cap f \cup a \cap b \cap c \cap d \cap f \cup a \cap b \cap c \cap e \cap f \cup a \cap b \cap c \cap d \\
 & \quad \cap e \cup a \cap b \cap e \cap f \cup a \cap b \cap d \cap e \cap f \cup a \cap b \cap d \cap e \cup a \\
 & \quad \cap b \cap c \cap d \cap e \cap f \cup b \cap c \cap f \cup b \cap c \cap d \cap f \cup b \cap c \cap e \\
 & \quad \cap f \cup b \cap c \cap d \cap e \cup b \cap c \cap d \cap e \cap f \cup b \cap c \cap d \cap e \cup a \\
 & \quad \cap c \cap d \cap f \cup a \cap c \cap d \cap e \cap f \cup a \cap c \cap d \cap e \cup a \cap d \cap e \\
 & \quad \cap f \cup a \cap d \cap e
 \end{aligned}$$

Получили наборы объединений простых импликант:

$$\begin{aligned}
 a \cup b \cup c \cup f &= \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup A \cap C \cap D \\
 a \cup b \cup c \cup d \cup f &= \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap C \\
 &\quad \cap D
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a \cup b \cup c \cup e \cup f \\
&= \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup A \cap B \cap D \cup A \cap C \\
&\quad \cap D
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a \cup b \cup c \cup d \cup e \\
&= \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \\
&\quad \cap D
\end{aligned}$$

$$a \cup b \cup e \cup f = \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup A \cap B \cap D \cup A \cap C \cap D$$

$$\begin{aligned}
a \cup b \cup d \cup e \cup f \\
&= \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D \cup A \cap C \\
&\quad \cap D
\end{aligned}$$

$$a \cup b \cup d \cup e = \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D$$

$$\begin{aligned}
a \cup b \cup c \cup d \cup e \cup f \\
&= \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \\
&\quad \cap D \cup A \cap C \cap D
\end{aligned}$$

$$b \cup c \cup f = \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup A \cap C \cap D$$

$$b \cup c \cup d \cup f = \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap C \cap D$$

$$b \cup c \cup e \cup f = \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup A \cap B \cap D \cup A \cap C \cap D$$

$$b \cup c \cup d \cup e = \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup A \cap B \cap D \cup A \cap C \cap D$$

$$\begin{aligned}
b \cup c \cup e \cup f \\
&= \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D \cup A \cap C \\
&\quad \cap D
\end{aligned}$$

$$b \cup c \cup d \cup e \cup f = \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D$$

$$a \cup c \cup d \cup f = \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap C \cap D$$

$$a \cup c \cup d \cup e \cup f$$

$$= \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D \cup A \cap C \cap D$$

$$a \cup c \cup d \cup e = \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D$$

$$a \cup d \cup e \cup f = \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D \cup A \cap C \cap D$$

$$a \cup d \cup e = \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D$$

Следуя свойству того, что из тупиковых НФК нельзя исключать импликанты, получим:

$$a \cup d \cup e = \bar{A} \cap \bar{B} \cap D \cup C \cap \bar{B} \cap D \cup A \cap B \cap D$$

$$b \cup c \cup f = \bar{A} \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{C} \cap B \cap D \cup A \cap C \cap D$$

Вывод: на этой лабораторной работе я изучил способы получения различных нормальных форм Кантора множества, заданного произвольным теоретико-множественным выражением.