

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных
систем



Лабораторная работа №2

по дисциплине: Теория автоматов и формальных языков
тема: «Преобразование КС-грамматик»

Выполнил: ст. группы ПВ-223

Игнатьев Артур Олегович

Проверил:

Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2024 г.

Цель работы: изучить основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научиться применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.

Вариант 3

Вариант 3
1. $E \rightarrow EabE$
2. $E \rightarrow BaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow aEAb$
5. $D \rightarrow bD$
6. $D \rightarrow C$
7. $C \rightarrow BCa$
8. $C \rightarrow CEb$
9. $A \rightarrow abC$
10. $A \rightarrow Abb$
11. $B \rightarrow aECb$
12. $B \rightarrow D$

Задание 1. Преобразовать исходную грамматику G (см. варианты заданий) в грамматику G_1 без лишних символов.

Грамматика G :

1. $E \rightarrow EabE$
2. $E \rightarrow BaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow aEAb$
5. $D \rightarrow bD$
6. $D \rightarrow C$
7. $C \rightarrow BCa$
8. $C \rightarrow CEb$
9. $A \rightarrow abC$
10. $A \rightarrow Abb$
11. $B \rightarrow aECb$
12. $B \rightarrow D$

В множество продуктивных нетерминалов P включаем нетерминал D (правило 3). Нетерминал D продуктивен, поэтому нетерминал B (правило 12). Нетерминалы D и B продуктивные, поэтому добавляем нетерминал E (правило 2). Получаем $P = \{D, B, E\}$. Увеличить множество P не можем.

Из множества всех нетерминалов исключаем все продуктивные. Получаем множество $\{C, A\}$ бесплодных нетерминалов.

Исключаем правила 4, 6, 7, 8, 9, 10 и 11. Они содержат бесплодные нетерминалы.

Получаем грамматику:

1. $E \rightarrow EabE$

2. $E \rightarrow BaD$

3. $D \rightarrow \varepsilon$

5. $D \rightarrow bD$

12. $B \rightarrow D$

Ищем достижимые символы.

$P = \{E\}$ – начальный нетерминал.

$P = \{E, B, D, a, b\}$ – все символы являются достижимыми.

Все символы являются достижимыми, значит ничего не исключаем.

Получаем грамматику G_1 :

1. $E \rightarrow EabE$

2. $E \rightarrow BaD$

3. $D \rightarrow \varepsilon$

4. $D \rightarrow bD$

5. $B \rightarrow D$

Задание 2. Преобразовать грамматику G_1 в грамматику G_2 без ε -правил.

Грамматика G_1 :

1. $E \rightarrow EabE$
2. $E \rightarrow BaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow bD$
5. $B \rightarrow D$

Ищем множество аннулирующих нетерминалов. Исключаем правила, содержащие хотя бы один терминал в правой части.

Получаем грамматику:

1. $D \rightarrow \varepsilon$
2. $B \rightarrow D$

Находим продуктивные нетерминалы из данной грамматики:

D продуктивен, по правилу $D \rightarrow \varepsilon$ (он может порождать пустую цепочку).

B продуктивен, по правилу $B \rightarrow D$. D уже продуктивен.

Получаем множество аннулирующих нетерминалов: $\{D, B\}$

Исключаем из каждого правила исходной грамматики аннулирующие нетерминалы всеми возможными способами. Полученные правила добавляем в множество правил грамматики

1. $E \rightarrow EabE$
- 2_1. $E \rightarrow BaD$
- 2_2. $E \rightarrow Ba$
- 2_3. $E \rightarrow aD$
- 2_4. $E \rightarrow a$

$$3. D \rightarrow \varepsilon$$

$$4_1. D \rightarrow bD$$

$$4_2. D \rightarrow b$$

$$5_1. B \rightarrow D$$

$$5_2. B \rightarrow \varepsilon$$

Получим грамматику G_2 исключением повторяющихся и эpsilon-правил:

$$1. E \rightarrow EabE$$

$$2_1. E \rightarrow BaD$$

$$2_2. E \rightarrow Ba$$

$$2_3. E \rightarrow aD$$

$$2_4. E \rightarrow a$$

$$4_1. D \rightarrow bD$$

$$4_2. D \rightarrow b$$

$$5_1. B \rightarrow D$$

Задание 3. Преобразовать грамматику G_1 в грамматику G_3 без цепных правил.

Грамматика G_1 :

1. $E \rightarrow EabE$
2. $E \rightarrow BaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow bD$
5. $B \rightarrow D$

Для каждого нетерминала находим множество нетерминалов, доступных только для применения цепных правил:

$$ME = \emptyset$$

$$MD = \emptyset$$

$$MB = \{ D \}$$

Исключаем из грамматики цепные правила и добавляем новые правила:

1. $E \rightarrow EabE$
2. $E \rightarrow BaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow bD$
5. $B \rightarrow bD$
6. $B \rightarrow \varepsilon$

Получаем грамматику G_3 :

1. $E \rightarrow EabE$

2. $E \rightarrow BaD$

3. $D \rightarrow \varepsilon$

4. $D \rightarrow bD$

5. $B \rightarrow bD$

6. $B \rightarrow \varepsilon$

Задание 4. Преобразовать грамматику G_1 в грамматику G_4 без левой рекурсии.

1. $E \rightarrow EabE$ – левая рекурсия
2. $E \rightarrow BaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow bD$
5. $B \rightarrow D$

Заменим правило с левой рекурсией на 3 новых правила и получим грамматику G_4 :

- 1_1. $E' \rightarrow abEE'$
- 1_2. $E' \rightarrow \varepsilon$
- 1_3. $E \rightarrow BaDE'$
2. $E \rightarrow BaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow bD$
5. $B \rightarrow D$

Задание 5. Преобразовать грамматику G_1 в грамматику G_5 без несаморекурсивных нетерминалов.

1. $E \rightarrow EabE$
2. $E \rightarrow BaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow bD$
5. $B \rightarrow D$ – несаморекурсивный нетерминал

Исключаем правило 5. Имеем одно вхождение В в правило 2. Заменяем его на содержимое правила 5. Получаем грамматику G_5 :

1. $E \rightarrow EabE$
2. $E \rightarrow DaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow bD$

Задание 6. Получить грамматику G_6 , эквивалентную грамматике G_1 , в которой правая часть каждого правила состоит либо из одного терминала, либо двух нетерминалов.

Используем грамматику G_5 , так как в ней нет цепных правил.

1. $E \rightarrow EabE$
2. $E \rightarrow DaD$
3. $D \rightarrow \varepsilon$
4. $D \rightarrow bD$

Устраним в G_5 все эпсилон-правила:

1. $E \rightarrow EabE$
2. $E \rightarrow DaD$
3. $E \rightarrow a$
4. $E \rightarrow Da$
5. $E \rightarrow aD$
6. $D \rightarrow bD$
7. $D \rightarrow b$

Преобразуем данную грамматику в НФХ:

Исходная грамматика			
$E \rightarrow EabE$	$E \rightarrow EN_1$	$E \rightarrow EN_1$	$E \rightarrow EN_1$
$E \rightarrow DaD$	$N_1 \rightarrow abE$	$N_1 \rightarrow aN_3$	$N_1 \rightarrow N_4N_3$
$E \rightarrow a$	$E \rightarrow DN_2$	$N_3 \rightarrow bE$	$N_4 \rightarrow a$
$E \rightarrow Da$	$N_2 \rightarrow aD$	$E \rightarrow DN_2$	$N_3 \rightarrow N_5E$
$E \rightarrow aD$	$E \rightarrow a$	$N_2 \rightarrow aD$	$N_5 \rightarrow b$
$D \rightarrow bD$	$E \rightarrow Da$	$E \rightarrow a$	$E \rightarrow DN_2$
$D \rightarrow b$	$E \rightarrow aD$	$E \rightarrow Da$	$N_2 \rightarrow N_4D$
	$D \rightarrow bD$	$E \rightarrow aD$	$E \rightarrow a$
	$D \rightarrow b$	$D \rightarrow bD$	$E \rightarrow DN_4$
		$D \rightarrow b$	$E \rightarrow N_4D$
			$D \rightarrow N_5D$
			$D \rightarrow b$

Грамматика G_6 :

1. $E \rightarrow EN$
2. $N_1 \rightarrow N_4N_3$
3. $N_4 \rightarrow a$
4. $N_3 \rightarrow N_5E$
5. $N_5 \rightarrow b$
6. $E \rightarrow DN_2$
7. $N_2 \rightarrow N_4D$
8. $E \rightarrow a$
9. $E \rightarrow DN_4$
10. $E \rightarrow N_4D$
11. $D \rightarrow N_5D$
12. $D \rightarrow b$

Задание 7. Получить грамматику G_7 , эквивалентную грамматике G_1 , в которой правая часть каждого правила начинается терминалом.

Используем грамматику G_4 , так как в ней нет левой рекурсии.

$$1. E' \rightarrow abEE'$$

$$2. E' \rightarrow \varepsilon$$

$$3. E \rightarrow BaDE'$$

$$4. E \rightarrow BaD$$

$$5. D \rightarrow \varepsilon$$

$$6. D \rightarrow bD$$

$$7. B \rightarrow D$$

Устраним в G_4 все эпсилон-правила:

$$1_1. E' \rightarrow abEE'$$

$$1_1_2 E' \rightarrow abE$$

$$2. E' \rightarrow \varepsilon$$

$$3_1. E \rightarrow BaDE'$$

$$3_2. E \rightarrow BaD$$

$$3_3. E \rightarrow aDE'$$

$$3_4. E \rightarrow BaE'$$

$$3_5. E \rightarrow Ba$$

$$3_6. E \rightarrow aE'$$

$$3_7. E \rightarrow aD$$

$$3_8. E \rightarrow a$$

$$4_1. E \rightarrow BaD$$

$$4_2. E \rightarrow Ba$$

$$4_3. E \rightarrow aD$$

$$4_4. E \rightarrow a$$

5. $D \rightarrow \varepsilon$
- 6_1. $D \rightarrow bD$
- 6_2. $D \rightarrow b$
7. $B \rightarrow D$
1. $E' \rightarrow abEE'$
2. $E' \rightarrow abE$
3. $E \rightarrow BaDE'$
4. $E \rightarrow BaD$
5. $E \rightarrow aDE'$
6. $E \rightarrow BaE'$
7. $E \rightarrow Ba$
8. $E \rightarrow aE'$
9. $E \rightarrow aD$
10. $E \rightarrow a$
11. $D \rightarrow bD$
12. $D \rightarrow b$
13. $B \rightarrow D$

Выполняем замену края:

1. $E' \rightarrow abEE'$
2. $E' \rightarrow abE$
3. $E \rightarrow DaDE'$
4. $E \rightarrow DaD$
5. $E \rightarrow aDE'$
6. $E \rightarrow DaE'$
7. $E \rightarrow Da$
8. $E \rightarrow aE'$
9. $E \rightarrow aD$

$$10. E \rightarrow a$$

$$11. D \rightarrow bD$$

$$12. D \rightarrow b$$

$$13. B \rightarrow D$$

$$1. E' \rightarrow abEE'$$

$$2. E' \rightarrow abE$$

$$3. E \rightarrow bDaDE'$$

$$3_1. E \rightarrow baDE'$$

$$4. E \rightarrow bDaD$$

$$4_1. E \rightarrow baD$$

$$5. E \rightarrow aDE'$$

$$6. E \rightarrow bDaE'$$

$$6_1. E \rightarrow baE'$$

$$7. E \rightarrow bDa$$

$$7_1. E \rightarrow ba$$

$$8. E \rightarrow aE'$$

$$9. E \rightarrow aD$$

$$10. E \rightarrow a$$

$$11. D \rightarrow bD$$

$$12. D \rightarrow b$$

$$13. B \rightarrow bD$$

$$13_1. B \rightarrow b$$

Грамматика G_7 :

$$1. E' \rightarrow abEE'$$

$$2. E' \rightarrow abE$$

$$3. E \rightarrow bDaDE'$$

$$3_1. E \rightarrow baDE'$$

$$4. E \rightarrow bDaD$$

$$4_1. E \rightarrow baD$$

$$5. E \rightarrow aDE'$$

$$6. E \rightarrow bDaE'$$

$$6_1. E \rightarrow baE'$$

$$7. E \rightarrow bDa$$

$$7_1. E \rightarrow ba$$

$$8. E \rightarrow aE'$$

$$9. E \rightarrow aD$$

$$10. E \rightarrow a$$

$$11. D \rightarrow bD$$

$$12. D \rightarrow b$$

$$13. B \rightarrow bD$$

$$13_1. B \rightarrow b$$

Задание 8. Получить грамматику G_8 , эквивалентную грамматике G_1 , в которой правая часть каждого не ε -правила начинается терминалом и любые два правила с одинаковой левой частью различаются первым символом в правой части.

Используем грамматику G_5 приведенную в НФГ(во время решения выяснилось, что данную грамматику невозможно преобразовать к искомой. Если удалить из приведенной грамматики G_5 правила 9 и 7 то искомую грамматику возможно будет найти)

Грамматика G_5 приведенная в НФГ(удалены некоторые правила):

1. $E \rightarrow aDabE$
2. $E \rightarrow aabE$
3. $E \rightarrow bDaD$
4. $E \rightarrow baD$
5. $E \rightarrow bDN$
6. $E \rightarrow bN$
8. $E \rightarrow a$
9. $D \rightarrow b$
10. $N \rightarrow a$

Выполним левую факторизацию:

1. $E \rightarrow aG_1$
2. $G_1 \rightarrow DabE$
3. $G_1 \rightarrow abE$
4. $G_1 \rightarrow \varepsilon$
5. $E \rightarrow bG_2$
6. $G_2 \rightarrow DaD$

$$7. G_2 \rightarrow aD$$

$$8. G_2 \rightarrow DN$$

$$9. G_2 \rightarrow N$$

$$10. D \rightarrow b$$

$$11. N \rightarrow a$$

Выполним замену:

$$1. E \rightarrow aG_1$$

$$2. G_1 \rightarrow babE$$

$$3. G_1 \rightarrow abE$$

$$4. G_1 \rightarrow \varepsilon$$

$$5. E \rightarrow bG_2$$

$$6. G_2 \rightarrow bab$$

$$7. G_2 \rightarrow ab$$

$$8. G_2 \rightarrow ba$$

$$9. G_2 \rightarrow a$$

$$10. D \rightarrow b$$

$$11. N \rightarrow a$$

Выполним левую факторизацию:

$$1. E \rightarrow aG_1$$

$$2. G_1 \rightarrow babE$$

$$3. G_1 \rightarrow abE$$

$$4. G_1 \rightarrow \varepsilon$$

$$5. E \rightarrow bG_2$$

$$6. G_2 \rightarrow bG_3$$

$$7. G_3 \rightarrow ab$$

$$8. G_3 \rightarrow a$$

$$9. G_2 \rightarrow aG_4$$

$$10. G_4 \rightarrow b$$

$$11. G_4 \rightarrow \varepsilon$$

$$11. D \rightarrow b$$

$$12. N \rightarrow a$$

Выполним левую факторизацию:

$$1. E \rightarrow aG_1$$

$$2. G_1 \rightarrow babE$$

$$3. G_1 \rightarrow abE$$

$$4. G_1 \rightarrow \varepsilon$$

$$5. E \rightarrow bG_2$$

$$6. G_2 \rightarrow bG_3$$

$$7. G_3 \rightarrow aG_5$$

$$8. G_5 \rightarrow b$$

$$9. G_5 \rightarrow \varepsilon$$

$$10. G_2 \rightarrow aG_4$$

$$11. G_4 \rightarrow b$$

$$12. G_4 \rightarrow \varepsilon$$

$$13. D \rightarrow b$$

$$14. N \rightarrow a$$

Грамматика G_8 :

1. $E \rightarrow aG_1$

2. $G_1 \rightarrow babE$

3. $G_1 \rightarrow abE$

4. $G_1 \rightarrow \varepsilon$

5. $E \rightarrow bG_2$

6. $G_2 \rightarrow bG_3$

7. $G_3 \rightarrow aG_5$

8. $G_5 \rightarrow b$

9. $G_5 \rightarrow \varepsilon$

10. $G_2 \rightarrow aG_4$

11. $G_4 \rightarrow b$

12. $G_4 \rightarrow \varepsilon$

13. $D \rightarrow b$

14. $N \rightarrow a$

Задание 9. Получить грамматику G_9 , эквивалентную грамматике G_1 , в которой правая часть каждого правила не содержит двух стоящих рядом нетерминалов.

Используем грамматику G_6 :

1. $E \rightarrow EN_1$
2. $N_1 \rightarrow N_4N_3$
3. $N_4 \rightarrow a$
4. $N_3 \rightarrow N_5E$
5. $N_5 \rightarrow b$
6. $E \rightarrow DN_2$
7. $N_2 \rightarrow N_4D$
8. $E \rightarrow a$
9. $E \rightarrow DN_4$
10. $E \rightarrow N_4D$
11. $D \rightarrow N_5D$
12. $D \rightarrow b$

Выполним преобразования в правилах с различными нетерминалами N в левой части:

2. $N_1 \rightarrow aN_3$
3. $N_4 \rightarrow a$
4. $N_3 \rightarrow bE$
5. $N_5 \rightarrow b$
7. $N_2 \rightarrow aD$

Получаем грамматику G_9 :

1. $E \rightarrow EaN_3$

2. $N_1 \rightarrow aN_3$

3. $N_4 \rightarrow a$

4. $N_3 \rightarrow bE$

5. $N_5 \rightarrow b$

6. $E \rightarrow DaD$

7. $N_2 \rightarrow aD$

8. $E \rightarrow a$

9. $E \rightarrow Da$

10. $E \rightarrow aD$

11. $D \rightarrow bD$

12. $D \rightarrow b$

Задание 10. Получить грамматику G_{10} , эквивалентную грамматике G_1 , в которой любой символ занимает либо только крайнюю правую позицию в правых частях правил, либо находится левее самого правого символа в правых частях правил.

Используем грамматику G_4 :

$$1. E' \rightarrow abEE'$$

$$2. E' \rightarrow \varepsilon$$

$$3. E \rightarrow BaDE'$$

$$4. E \rightarrow BaD$$

$$5. D \rightarrow \varepsilon$$

$$6. D \rightarrow bD$$

$$7. B \rightarrow D$$

Заменяем D в грамматике 3 на B , так как это нарушает условия задачи:

$$1. E' \rightarrow abEE'$$

$$2. E' \rightarrow \varepsilon$$

$$3. E \rightarrow BaBE'$$

$$4. E \rightarrow BaD$$

$$5. D \rightarrow \varepsilon$$

$$6. D \rightarrow bD$$

$$7. B \rightarrow D$$

Получаем грамматику G_{10} :

1. $E' \rightarrow abEE'$

2. $E' \rightarrow \varepsilon$

3. $E \rightarrow BaBE'$

4. $E \rightarrow BaD$

5. $D \rightarrow \varepsilon$

6. $D \rightarrow bD$

7. $B \rightarrow D$

Вывод: в ходе лабораторной работы были изучены основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научились применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.