

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»  
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и  
автоматизированных систем

Лабораторная работа 3  
по дисциплине: Системное моделирование  
тема: «Линеаризация»

Выполнил: ст. группы ПВ-223

Игнатъев Артур Олегович

Проверили:

Полунин Александр Иванович

Белгород 2024 г.

## ЗАДАНИЕ

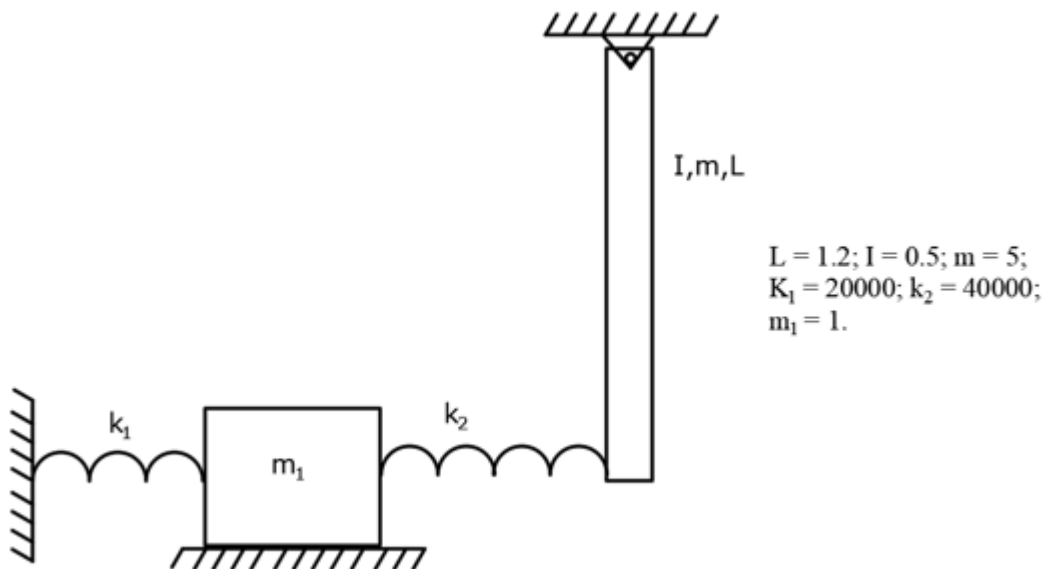
### Вариант №3

Задачи:

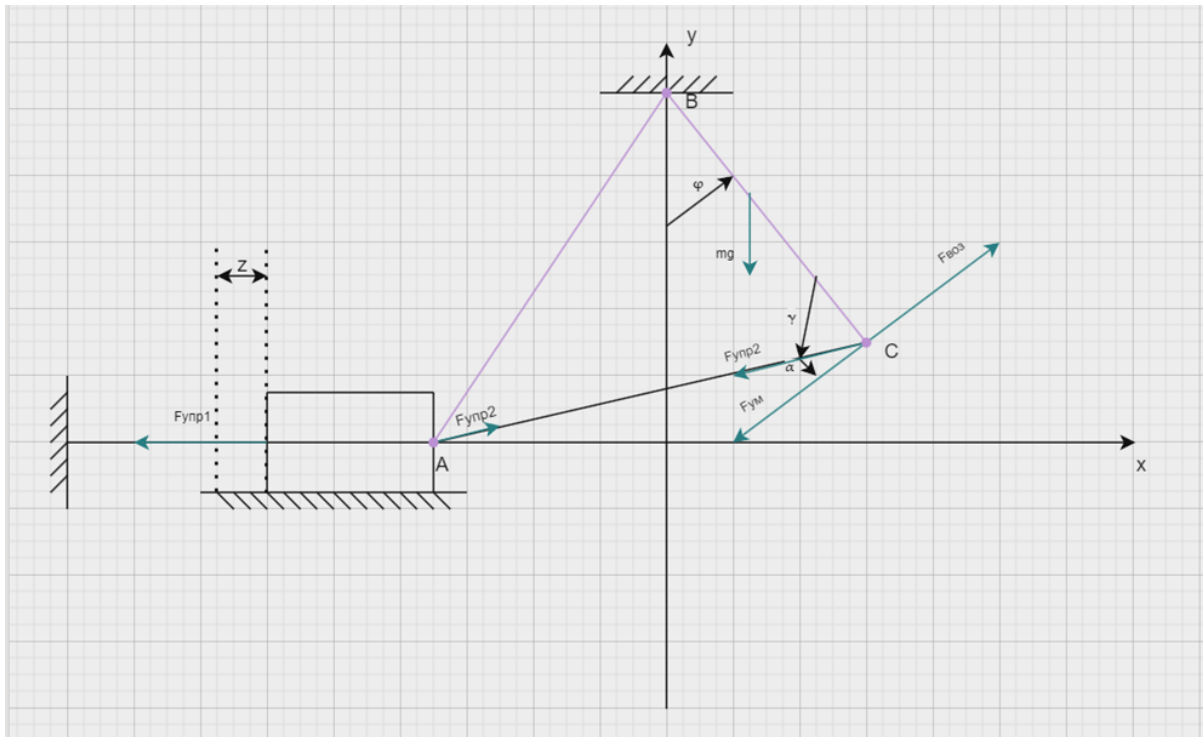
1. Разработать математическую модель, описывающую поведение элементов механической системы в статике при действии возмущающей силы или момента (конкретный вариант табл. 1). Если в системе есть угловое движение, то возмущением является момент, приложенный к элементу с угловым движением, если нет, то сила, приложенная к элементу с линейным движением.

2. Разработать программу на основании математической модели, отладить ее и произвести расчёты, при каком значении возмущающей силы или момента происходит бифуркация поведения элементов системы, т.е. статическое состояние переходит в динамическое, возникает движение элементов системы.

3



1. Разработать математическую модель, описывающую поведение элементов механической системы в статике при действии возмущающей силы или момента (конкретный вариант табл. 1). Если в системе есть угловое движение, то возмущением является момент, приложенный к элементу с угловым движением, если нет, то сила приложенная к элементу с линейным движением



Данная система имеет две степень свободы. Угловую координату, задающую отклонение балки от вертикали, обозначим через  $\varphi$ , положительное направление против часовой стрелки. Чтобы составить уравнение равновесия нужно знать моменты всех сил.

$$F_{упр1} = k_1 * z$$

$$F_{упр2} = k_2 * \Delta$$

Значение  $\Delta$  найдем как разницу длины пружины в деформированном и недеформированном состояниях

$$\Delta = CA - n$$

Величину  $CA$  найдем как расстояние между точками  $C$  и  $A$ . Для этого введем систему координат  $Oxy$ .

Тогда координаты точек:

$$C\{L\sin(\varphi); L\cos(\varphi)\}$$

$$A\{-n + z; 0\}$$

$$B\{0, L\}$$

А длинна:

$$CA = \sqrt{(L\sin(\varphi) + n - z)^2 + (L\cos(\varphi) - 0)^2}$$

Компонента  $F_{ум}$  силы  $F_y$ , перпендикулярная балке, создает вращающий момент. Поэтому надо найти проекцию силы  $F_y$  на перпендикуляр к балке. Обозначим угол между  $F_y$  и перпендикуляром через  $\alpha$ . Величину  $\alpha$  можно найти, вычислив угол  $\gamma$  между вектором силы  $F_y$  и балкой. Используем для этого теорему косинусов. Имеем:

$$AB = \sqrt{n^2 + L^2}$$

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC * CB * \cos(\gamma)$$

$$\cos(\gamma) = \frac{AC^2 + CB^2 - AB^2}{2 * AC * CB}$$

$$\gamma = \arccos\left(\frac{AC^2 + CB^2 - AB^2}{2 * AC * CB}\right)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \gamma$$

$$F_{\text{ум}} = F_{\text{упр2}} * \cos(\alpha)$$

$$M_{\text{упр2}} = -F_{\text{ум}} * L$$

Момент силы  $F_{\text{в03}}$  находим по формуле:

$$M_{\text{в03}} = F_{\text{в03}}(t) * L$$

Компонент гравитационной силы, создающей вращающий момент, вычислим по зависимости

$$F_{mg} = mg * \sin(\varphi)$$

а момент этой силы

$$M_g = -\frac{L}{2} mg * \sin(\varphi)$$

При линеаризации считаем, что угол  $\varphi$  мал, а значит, применим:  $\sin(\varphi) = \varphi$ ,  $\cos(\varphi) = 1$ . Считаем, что балка всегда перпендикулярна пружине.

Величину смещения правого края пружины, прикрепленной к балке можно приближенно записать:

$$\Delta_2 = L * \sin(\varphi) = L * \varphi$$

Тогда величина смещения левого края пружины:

$$\Delta_1 = z$$

Тогда формулы для сил упругости имеют вид:

$$F_{\text{упр1}} = -k_1 * z$$

$$F_{\text{упр2}} = k_2 * (L * \varphi - z)$$

Момент силы упругости:

$$M_{\text{упр}} = F_{\text{упр2}} * L = (k_2 * (L * \varphi - z)) * L$$

Момент гравитационной силы:

$$F_{mg} = mg * \sin(\varphi) = m * g * \varphi$$

$$M_g = -mg * \varphi$$

Момент силы воздействия:

$$M_{\text{в03}} = F_{\text{в03}} * L$$

Конечная система уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_g + M_{\text{в03}} + M_{\text{упр2}}}{J} = \frac{-mg * \varphi + F_{\text{в03}} * L - (k_2 * (L * \varphi - z)) * L}{J} \\ \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F_{\text{упр1}} + F_{\text{упр2}}}{m_1} = \frac{-k_1 * \Delta_1 + k_2 * (L * \varphi - z)}{m_1} \end{cases}$$