

TOÁN 10	CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC
0D6-3	TRUY CẬP https://diendangiaovientoan.vn/tai-lieu-tham-khao-d8.html ĐỂ ĐƯỢC NHIỀU HƠN

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG	1
DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC	4
DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH	5
DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC	7
DẠNG 5. MIN-MAX	9
DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC.....	9
PHẦN B. LỜI GIẢI	12
DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG	12
DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC	15
DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH	17
DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC	18
DẠNG 5. MIN-MAX	22
DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC.....	23

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG

Câu 1. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A.** $\cos(a-b) = \cos a \sin b + \sin a \sin b$. **B.** $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
C. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. **D.** $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Câu 2. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A.** $\tan(a-b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$. **B.** $\tan(a-b) = \tan a - \tan b$.
C. $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$. **D.** $\tan(a+b) = \tan a + \tan b$.

Câu 3. Biểu thức $\sin x \cos y - \cos x \sin y$ bằng

- A.** $\cos(x-y)$. **B.** $\cos(x+y)$. **C.** $\sin(x-y)$. **D.** $\sin(y-x)$.

Câu 4. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A.** $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
B. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Câu 5. (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

B. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

D. $2 \cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$.

Câu 6. Biểu thức $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây? (Giả sử biểu thức có nghĩa)

A. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$.

B. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$.

C. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$.

D. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$.

Câu 7. Rút gọn biểu thức: $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ)$, ta được:

A. $\sin 2a$.

B. $\cos 2a$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 8. Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$.

Câu 9. Đẳng thức nào sau đây là đúng.

A. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha + \frac{1}{2}$.

B. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$.

C. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha$.

D. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$.

Câu 10. (THUẬN THÀNH SỐ 2 LẦN 1_2018-2019) Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $-\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 11. Kết quả nào sau đây sai?

A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 12. Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ khi đó $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng.

A. $\frac{2}{7}$.

B. $-\frac{1}{7}$.

C. $-\frac{2}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Câu 13. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ bằng

A. $\frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$. B. $\sqrt{6}-3$. C. $\frac{1}{\sqrt{6}}-\frac{1}{2}$. D. $\sqrt{6}-\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

A. $\frac{16}{65}$. B. $-\frac{18}{65}$. C. $\frac{18}{65}$. D. $-\frac{16}{65}$.

Câu 15. (THPT Cộng Hiền - Lần 1 - 2018-2019) Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right)$?

A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$. B. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$. D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

Câu 16. Biểu thức $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17. Rút gọn biểu thức: $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ$, ta được:

A. $\cos 50^\circ$. B. $\cos 58^\circ$. C. $\sin 50^\circ$. D. $\sin 58^\circ$.

Câu 18. Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.

A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 19. Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$. Tổng $x + y$ bằng:

A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .

Câu 20. Biểu thức $A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ không phụ thuộc x và bằng:

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 21. Biết $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ và $\alpha \neq k\pi$. Giá trị của biểu thức: $A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha}$ không phụ thuộc vào α và bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{5}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 22. Nếu $\tan \frac{\beta}{2} = 4 \tan \frac{\alpha}{2}$ thì $\tan \frac{\beta - \alpha}{2}$ bằng:

A. $\frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$. B. $\frac{3 \sin \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$. C. $\frac{3 \cos \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$. D. $\frac{3 \cos \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$.

Câu 23. Cho $\cos a = \frac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \frac{3}{5}$; $\cos b < 0$. Giá trị của $\cos(a+b)$ bằng:

- A. $\frac{3}{5}\left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. B. $-\frac{3}{5}\left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. C. $\frac{3}{5}\left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. D. $-\frac{3}{5}\left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$.

Câu 24. Biết $\cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2}$ và $\sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0$; $\sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5}$ và $\cos\left(\frac{a}{2} - b\right) > 0$. Giá trị $\cos(a+b)$ bằng:

- A. $\frac{24\sqrt{3}-7}{50}$. B. $\frac{7-24\sqrt{3}}{50}$. C. $\frac{22\sqrt{3}-7}{50}$. D. $\frac{7-22\sqrt{3}}{50}$.

Câu 25. Rút gọn biểu thức: $\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x$ ta được kết quả là

- A. 0. B. $-\cos x$. C. $-2\cos x$. D. $\sin x - \cos x$.

Câu 26. Cho $\sin a = \frac{3}{5}$; $\cos a < 0$; $\cos b = \frac{3}{4}$; $\sin b > 0$. Giá trị $\sin(a-b)$ bằng:

- A. $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right)$. B. $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} - \frac{9}{4}\right)$. C. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right)$. D. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} - \frac{9}{4}\right)$.

Câu 27. Biết $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ và $\cot \alpha$, $\cot \beta$, $\cot \gamma$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tích số $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$ bằng:

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC

Câu 28. Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

- A. $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$. B. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$.
C. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$. D. $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

Câu 29. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

- A. $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2\cot x}$. B. $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 + \tan^2 x}$.
C. $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$. D. $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$.

Câu 30. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

- A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$. D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 2\cos^2 a + 1$. D. $\cos 2a = 2\sin^2 a - 1$.

Câu 32. Cho góc lượng giác a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

- A. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 1 - 2\cos^2 a$. D. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

Câu 33. (KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019) Khẳng định nào dưới đây

SAI?

- A. $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$.
 B. $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.
 C. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.
 D. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

Câu 34. Chọn đáp án đúng.

- A. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. B. $\sin 2x = \sin x \cos x$. C. $\sin 2x = 2 \cos x$. D. $\sin 2x = 2 \sin x$.

Câu 35. Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị của $\sin 2x$ là

- A. $\frac{24}{25}$. B. $-\frac{24}{25}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 36. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 37. Biết rằng $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \sin^2 2x$, với a, b là các số thực. Tính $T = 3a + 4b$.

- A. $T = -7$. B. $T = 1$. C. $T = 0$. D. $T = 7$.

Câu 38. Cho $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan \alpha + \cot \alpha$

- A. $A = \frac{4}{3}$. B. $A = \frac{2}{3}$. C. $A = \frac{8}{3}$. D. $A = \frac{16}{3}$.

Câu 39. Cho a, b là hai góc nhọn. Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng

- A. $-\frac{119}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{113}{144}$. D. $-\frac{117}{144}$.

Câu 40. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ SỐ 5) Cho số thực α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính

$(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$

- A. $\frac{25}{128}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{255}{128}$. D. $\frac{225}{128}$.

Câu 41. Cho $\cot a = 15$, giá trị $\sin 2a$ có thể nhận giá trị nào dưới đây:

- A. $\frac{11}{113}$. B. $\frac{13}{113}$. C. $\frac{15}{113}$. D. $\frac{17}{113}$.

DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH

Câu 42. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$. B. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$.

$$\text{C. } \sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]. \quad \text{D. } \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)].$$

Câu 43. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

A. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

B. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$.

D. $\cos a + \cos b = 2 \cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$.

Câu 44. Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

B. $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

D. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

Câu 45. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}$ ($\sin 2x \neq 0; 2 \sin x + 1 \neq 0$) ta được:

A. $A = \cot 6x$.

B. $A = \cot 3x$.

C. $A = \cot 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 46. Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $-\frac{3}{2} \cos 2a$.

B. $\frac{1}{2} \cos 2a$.

C. $-\frac{2}{3} \cos 2a$.

D. $-\frac{1}{2} \cos 2a$.

Câu 47. Biến đổi biểu thức $\sin \alpha - 1$ thành tích.

A. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$.

B. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 48. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a}$.

A. $P = \tan a$.

B. $P = \cot a$.

C. $P = \cot 3a$.

D. $P = \tan 3a$.

Câu 49. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Tính giá trị biểu thức

$P = \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

A. $P = 1$.

B. $P = 0$.

C. $P = \sqrt{3}$.

D. $P = -\sqrt{3}$.

Câu 50. Giá trị đúng của $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 51. Giá trị đúng của $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$ bằng:

A. $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$.

B. $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$.

C. $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$.

D. $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

Câu 52. Biểu thức $A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng:

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Câu 53. Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng:

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 54. Tích số $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$ bằng:

- A. $\frac{1}{8}$. B. $-\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 55. Giá trị đúng của biểu thức $A = \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ}$ bằng:

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{6}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Câu 56. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng:

- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Câu 57. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

- A. $A = \tan 6x$. B. $A = \tan 3x$.
C. $A = \tan 2x$. D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 58. Biến đổi biểu thức $\sin a + 1$ thành tích.

- A. $\sin a + 1 = 2 \sin\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$. B. $\sin a + 1 = 2 \cos\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.
C. $\sin a + 1 = 2 \sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$. D. $\sin a + 1 = 2 \cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$.

DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 59. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $A = \frac{1}{3}$. B. $A = -\frac{1}{3}$. C. $A = 3$. D. $A = -3$.

Câu 60. Cho $\cos x = \frac{1}{3}$ $\left(-\frac{\pi}{2} < x < 0\right)$. Giá trị của $\tan 2x$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$. C. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Câu 61. Cho $\cos x = 0$. Tính $A = \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.

- Câu 62.** (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?
- A. $P = \frac{19}{13}$. B. $P = \frac{25}{13}$. C. $P = -\frac{25}{13}$. D. $P = -\frac{19}{13}$.
- Câu 63.** Cho $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$ với $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$, $(k, l \in \mathbb{Z})$. Ta có
- A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$. B. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$.
C. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. D. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.
- Câu 64.** Biết rằng $\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\cos(ax)}{b - \sin(ax)}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.
- A. $P = 4$. B. $P = 1$. C. $P = 2$. D. $P = 3$.
- Câu 65.** Cho $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$.
- A. $P = \frac{7}{18}$. B. $P = \frac{7}{9}$. C. $P = \frac{5}{9}$. D. $P = \frac{5}{18}$.
- Câu 66.** Cho $\tan x = 2$ ($\pi < x < \frac{3\pi}{2}$). Giá trị của $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là
- A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. B. $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. C. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. D. $\frac{-2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.
- Câu 67.** Tổng $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$ bằng:
- A. 4. B. -4. C. 8. D. -8.
- Câu 68.** Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a + b)$ là:
- A. $\frac{2\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{3\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{5\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$.
- Câu 69.** Biểu thức $A = \frac{2 \cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2 \sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}$ có kết quả rút gọn là:
- A. $\frac{\cos(4\alpha + 30^\circ)}{\cos(4\alpha - 30^\circ)}$. B. $\frac{\cos(4\alpha - 30^\circ)}{\cos(4\alpha + 30^\circ)}$. C. $\frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}$. D. $\frac{\sin(4\alpha - 30^\circ)}{\sin(4\alpha + 30^\circ)}$.
- Câu 70.** Kết quả nào sau đây SAI?
- A. $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ$. B. $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}$.
C. $\cos 20^\circ + 2 \sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2} \sin 65^\circ$. D. $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.
- Câu 71.** Nếu $5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta)$ thì:
- A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. B. $\tan(\alpha + \beta) = 3 \tan \beta$.

C. $\tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta$. **D.** $\tan(\alpha + \beta) = 5 \tan \beta$.

Câu 72. Cho biểu thức $A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b$. Hãy chọn kết quả đúng:

- A.** $A = 2 \cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a+b)$. **B.** $A = 2 \sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$.
C. $A = 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$. **D.** $A = 2 \sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a+b)$.

Câu 73. Xác định hệ thức **SAI** trong các hệ thức sau:

- A.** $\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$.
B. $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
C. $\cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \sin^2 a$.
D. $\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$.

DẠNG 5. MIN-MAX

Câu 74. Giá trị nhỏ nhất của $\sin^6 x + \cos^6 x$ là

- A.** 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 75. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ bằng:

- A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 76. Cho $M = 3 \sin x + 4 \cos x$. Chọn khẳng định đúng.

- A.** $-5 \leq M \leq 5$. **B.** $M > 5$. **C.** $M \geq 5$. **D.** $M \leq 5$.

Câu 77. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^6 x - \cos^6 x$ bằng:

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 78. Cho biểu thức $M = \frac{1 + \tan x^3}{(1 + \tan x)^3}$, $\left(x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$, mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **đúng**?

- A.** $M \leq 1$. **B.** $M \geq \frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{4} \leq M \leq 1$. **D.** $M < 1$.

Câu 79. Cho $M = 6 \cos^2 x + 5 \sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

- A.** 11. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 80. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 7 \cos^2 x - 2 \sin^2 x$ là

- A.** -2. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 16.

DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC

Câu 81. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì.

- A.** $\sin 2A + \sin 2B > 2 \sin C$. **B.** $\sin 2A + \sin 2B \leq 2 \sin C$.
C. $\sin 2A + \sin 2B \geq 2 \sin C$. **D.** $\sin 2A + \sin 2B = 2 \sin C$.

Câu 82. Một tam giác ABC có các góc A, B, C thỏa mãn $\sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0$ thì tam giác đó có gì đặc biệt?

- A. Tam giác đó vuông. B. Tam giác đó đều.
C. Tam giác đó cân. D. Không có gì đặc biệt.

Câu 83. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng :

- A. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$. B. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên.
C. 1. D. -1.

Câu 84. Cho A, B, C là ba góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$; $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 85. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

- A. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$. B. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$.
C. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos \frac{C}{2}$. D. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$.

Câu 86. A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy tìm hệ thức **sai**:

- A. $\sin A = -\sin(2A + B + C)$. B. $\sin A = -\cos \frac{3A + B + C}{2}$.
C. $\cos C = \sin \frac{A + B + 3C}{2}$. D. $\sin C = \sin(A + B + 2C)$.

Câu 87. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

- A. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$. B. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$.
C. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$. D. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$.

Câu 88. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

- A. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$. B. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos \frac{C}{2}$.
C. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$. D. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\sin \frac{C}{2}$.

Câu 89. Nếu $a = 2b$ và $a + b + c = \pi$. Hãy chọn kết quả **đúng**.

- A. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin 2a$. B. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin^2 a$.
C. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos^2 a$. D. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos 2a$.

Câu 90. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì:

- A. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$. B. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
C. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$. D.
 $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$.

Câu 91. A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ hệ thức **sai**:

- A. $\cot\left(\frac{4A+B+C}{2}\right) = -\tan \frac{3A}{2}$. B. $\cos\left(\frac{A-2B+C}{2}\right) = -\sin B$.

C. $\sin\left(\frac{A+B-3C}{2}\right) = \cos 2C.$

D. $\tan\left(\frac{A+B+6C}{2}\right) = -\cot \frac{5C}{2}.$

Câu 92. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC khi đó.

A. $\cos C = \cos(A+B).$ **B.** $\tan C = \tan(A+B).$

C. $\cot C = -\cot(A+B).$ **D.** $\sin C = -\sin(A+B).$

Câu 93. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A$ bằng

A. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên. **B.** 1.

C. -1. **D.** $(\cot A \cot B \cot C)^2.$

Câu 94. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

A. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}.$ **B.** $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}.$

C. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot A \cot B \cot C.$ **D.** $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot A \cot B \cot C.$

Câu 95. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

A. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + \cos A \cos B \cos C.$

B. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - \cos A \cos B \cos C.$

C. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + 2 \cos A \cos B \cos C.$

D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cos B \cos C.$

Câu 96. Hãy chỉ ra công thức sai, nếu A, B, C là ba góc của một tam giác.

A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}.$

B. $\cos B \cos C - \sin B \sin C + \cos A = 0.$

C. $\sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = \cos \frac{A}{2}.$

D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C = 1.$

Câu 97. Cho tam giác ABC có $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A .

B. Tam giác ABC cân tại A .

C. Tam giác ABC đều. **D.** Tam giác ABC là tam giác tù.

Câu 98. Cho bất đẳng thức $\cos 2A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 \cos 2B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$ với A, B, C là ba góc của tam giác ABC . Khẳng định đúng là:

A. $B + C = 120^\circ.$

B. $B + C = 130^\circ.$

C. $A + B = 120^\circ.$

D. $A + C = 140^\circ.$

Câu 99. Cho A, B, C là các góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}, \tan B = \frac{1}{5}, \tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng:

A. $\frac{\pi}{6}.$

B. $\frac{\pi}{5}.$

C. $\frac{\pi}{4}.$

D. $\frac{\pi}{3}.$

Câu 100. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

A. $\sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C.$

B. $\cos(A+B-C) = -\cos 2C.$

C. $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}.$

D. $\cot \frac{A+B+2C}{2} = \tan \frac{C}{2}.$

Câu 101. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức **SAI**.

A. $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}.$ **B.** $\cos(A+B+2C) = -\cos C.$

C. $\sin(A+C) = -\sin B.$ **D.** $\cos(A+B) = -\cos C.$

Câu 102. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Hệ thức nào sau đây **SAI**?

A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}.$

B. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$

C. $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C.$

D. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1.$

PHẦN B. LỜI GIẢI

DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG

Câu 1. **Chọn D**

Công thức cộng: $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$

Câu 2. **Chọn B.**

Ta có $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$

Câu 3. **Chọn C**

Áp dụng công thức cộng lượng giác ta có đáp án.

C.

Câu 4. **Chọn A.**

Ta có công thức đúng là: $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$

Câu 5. **Chọn B**

Câu A, D là công thức biến đổi đúng

Câu C là công thức cộng đúng

Câu B sai vì $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b.$

Câu 6. **Chọn C.**

Ta có: $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\sin a \cos b - \cos a \sin b}$ (Chia cả tử và mẫu cho $\cos a \cos b$)

$$= \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}.$$

Câu 7. **Chọn C.**

Ta có: $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ) = \sin[(a-17^\circ) - (a+13^\circ)]$

$$= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}.$$

Câu 8. **Chọn C.**

$$\begin{aligned}\cos \frac{37\pi}{12} &= \cos \left(2\pi + \pi + \frac{\pi}{12} \right) = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{12} \right) = -\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) = -\cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= -\left(\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.\end{aligned}$$

Câu 9. Chọn D

$$\text{Ta có } \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha.$$

Câu 10. Chọn D

$$\text{Ta có } \tan \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2-1}{1+2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 11. Chọn C

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \sin 2x + \cos 2x &= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \sin 2x + \sin \frac{\pi}{4} \cos 2x \right) \\ &= \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \neq \sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)\end{aligned}$$

Câu 12. Chọn D

$$\text{Từ } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm \frac{4}{5}.$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ nên } \cos x = -\frac{4}{5} \text{ do đó } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{Ta có: } \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{3}{4} + 1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{7}.$$

Câu 13. Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ (vì } 0 < \alpha < \frac{1}{2} \text{ nên } \cos \alpha > 0).$$

$$\text{Ta có: } \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2} = \frac{2 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}}.$$

Câu 14. Chọn D

$$\sin \alpha = \frac{5}{13}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right) \text{ nên } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13} \right)^2} = -\frac{12}{13}.$$

$$\cos \beta = \frac{3}{5}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2} \right) \text{ nên } \sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5} \right)^2} = \frac{4}{5}.$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{16}{65}.$$

Câu 15. Chọn A

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$. Do $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos \alpha < 0$ nên $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

$$\text{Vậy: } \cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cos \frac{21\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{21\pi}{4} = \frac{-4}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{3}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{10}.$$

Câu 16. Chọn A.

$$\begin{aligned} M &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(23^\circ - 360^\circ) + \sin(-53^\circ + 360^\circ) \cdot \sin(90^\circ + 23^\circ) \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin 23^\circ + \sin(-53^\circ) \cdot \cos 23^\circ = \sin(23^\circ - 53^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 17. Chọn D.

$$\text{Ta có: } \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ = \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \sin 54^\circ \cdot \sin 4^\circ = \cos 58^\circ.$$

Câu 18. Chọn B.

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = 1, \text{ suy ra } a+b = \frac{\pi}{4}$$

Câu 19. Chọn C.

Ta có:

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = -1, \text{ suy ra } x+y = \frac{3\pi}{4}.$$

Câu 20. Chọn C.

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos^2 x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x\right)^2 \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Câu 21. Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \sin \beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{5}, \text{ thay vào biểu thức } A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sqrt{3}}.$$

Câu 22. Chọn A.

Ta có:

$$\tan \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{\tan \frac{\beta}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\beta}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + 4 \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$$

Câu 23. Chọn A.

Ta có:

$$\begin{cases} \cos a = \frac{3}{4} \\ \sin a > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\begin{cases} \sin b = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos b = -\sqrt{1 - \sin^2 b} = -\frac{4}{5} \\ \cos b < 0 \end{cases}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$$

Câu 24. Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) = \sqrt{1 - \cos^2\left(a - \frac{b}{2}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5} \\ \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) = \sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{a}{2} - b\right)} = \frac{4}{5}.$$

$$\cos \frac{a+b}{2} = \cos\left(a - \frac{b}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) + \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) \sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 4}{10}.$$

$$\cos(a+b) = 2 \cos^2 \frac{a+b}{2} - 1 = \frac{24\sqrt{3} - 7}{50}.$$

Câu 25. Chọn C.

$$\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x = -\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \cos x = -2 \cos x$$

Câu 26. Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \sin a = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\frac{4}{5} \\ \cos a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos b = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin b = \sqrt{1 - \cos^2 b} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \sin b > 0 \end{cases}$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right).$$

Câu 27. Chọn C.

Ta có :

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}, \text{ suy ra } \cot \beta = \tan(\alpha + \gamma) = \frac{\tan \alpha + \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \tan \gamma} = \frac{\cot \alpha + \cot \gamma}{\cot \alpha \cot \gamma - 1} = \frac{2 \cot \beta}{\cot \alpha \cot \gamma - 1}$$

$$\Rightarrow \cot \alpha \cot \gamma = 3.$$

DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC

Câu 28. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}.$$

Câu 29. Chọn B.

Công thức đúng là $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$.

Câu 30. Chọn B.

Ta có $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$.

Câu 31. Chọn A

Câu 32.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2 \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1$.

Câu 33. Chọn B

Có $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ nên đáp án **B** sai.

Câu 34. Chọn A

Câu 35. Chọn B

Ta có $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5}$ vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \Rightarrow \sin x < 0$.

Vậy $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}$.

Câu 36. Chọn D

Ta có $\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{-3}{4}$

Câu 37. Chọn C

Ta có $\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$
 $= 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$.

Vậy $a = 1, b = -\frac{3}{4}$. Do đó $T = 3a + 4b = 0$.

Câu 38. Chọn C

$A = \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{8}{3}$.

Câu 39. Chọn A

Từ $\cos a = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = -\frac{7}{9}$

$\cos b = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 2b = 2 \cos^2 b - 1 = -\frac{7}{8}$

Ta có $\cos(a+b) \cos(a-b) = \frac{1}{2} (\cos 2a + \cos 2b) = \frac{1}{2} \left(-\frac{7}{9} - \frac{7}{8}\right) = -\frac{119}{144}$.

Câu 40. Ta có $(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha = 2 \sin 2\alpha (\cos 2\alpha + 1) \cos \alpha = 4 \sin \alpha \cos \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha + 1) \cos \alpha$
 $= 4 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) (2 - 2 \sin^2 \alpha) = 8 (1 - \sin^2 \alpha)^2 \sin \alpha = 8 \left(1 - \frac{1}{16}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{225}{128}$.

Câu 41. Chọn C.

$\cot a = 15 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 a} = 226 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 a = \frac{1}{226} \\ \cos^2 a = \frac{225}{226} \end{cases} \Rightarrow \sin 2a = \pm \frac{15}{113}$.

DẠNG 3. ỨNG DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH

Câu 42. Chọn B

$$\text{Ta có } \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)].$$

Câu 43. Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}.$$

Câu 44. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}.$$

Câu 45. Chọn C

$$A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x} = \frac{2 \cos 2x \sin x + \cos 2x}{2 \sin 2x \sin x + \sin 2x} = \frac{\cos 2x(1 + 2 \sin x)}{\sin 2x(1 + 2 \sin x)} = \cot 2x.$$

Câu 46. Chọn D

$$\text{Ta có: } \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi}{2} - \cos 2a \right] = -\frac{1}{2} \cos 2a.$$

Câu 47. Chọn B

$$\sin \alpha - 1 = \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{2} = 2 \cos \frac{\alpha + \frac{\pi}{2}}{2} \sin \frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2} = 2 \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right).$$

Câu 48. Chọn C

$$\begin{aligned} P &= \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a} = \frac{2 \cos 3a \cos a + 2 \cos 3a}{2 \sin 3a \cos a + 2 \sin 3a} \\ &= \frac{2 \cos 3a (\cos a + 1)}{2 \sin 3a (\cos a + 1)} = \frac{\cos 3a}{\sin 3a} = \cot 3a. \end{aligned}$$

Câu 49. Chọn A

$$\text{Ta có } P = \sin(30^\circ + 60^\circ) = \sin 90^\circ = 1.$$

Câu 50. Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{\pi}{7} \left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)}{\sin \frac{\pi}{7}} \\ &= \frac{\sin \frac{3\pi}{7} + \sin \left(-\frac{\pi}{7} \right) + \sin \frac{5\pi}{7} + \sin \left(-\frac{3\pi}{7} \right) + \sin \pi + \sin \left(-\frac{5\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{\sin \left(-\frac{\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 51. Chọn A.

$$\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{7\pi}{24}} = \frac{\sqrt{3}}{\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4}} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{3}).$$

Câu 52. Chọn A.

$$A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ = \frac{1 - 4 \sin 10^\circ \cdot \sin 70^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 80^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = 1.$$

Câu 53. Chọn C.

$$\begin{aligned}\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ &= \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{1}{2} (\cos 120^\circ + \cos 20^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \left(-\frac{\cos 10^\circ}{2} + \frac{\cos 30^\circ + \cos 10^\circ}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16}.\end{aligned}$$

Câu 54. Chọn A.

$$\begin{aligned}\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{4 \sin \frac{\pi}{7}} \\ &= -\frac{\sin \frac{8\pi}{7}}{8 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{8}.\end{aligned}$$

Câu 55. Chọn D.

$$\begin{aligned}A &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\frac{\sin 70^\circ}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{\sin 110^\circ}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ}}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{1}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{1}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3} \cos 40^\circ} + \frac{2}{\cos 50^\circ} = 2 \left(\frac{\cos 50^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) \\ &= 2 \left(\frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) = 4 \frac{\sin 100^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2} (\cos 10^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{8 \cos 10^\circ}{\sqrt{3} \cos 10^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

Câu 56. Chọn D.

Ta có :

$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2} (\cos 2a + \cos 2b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{144}.$$

Câu 57. Chọn C.

Ta có :

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x (2 \cos x + 1)}{\cos 2x (2 \cos x + 1)} = \tan 2x.$$

Câu 58. Chọn D.

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \sin a + 1 &= 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} + \sin^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{a}{2} = \left(\sin \frac{a}{2} + \cos \frac{a}{2} \right)^2 = 2 \sin^2 \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \\ &= 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{a}{2} \right) = 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right).\end{aligned}$$

DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 59. Chọn A

Vì góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$ suy ra $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$.

$$\text{Do } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ nên } \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Biểu thức $A = \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\frac{\alpha}{2} - 1}{\tan\frac{\alpha}{2} + 1}$.

Do đó $\tan\frac{\alpha}{2} = 2$.

Vậy biểu thức $A = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$.

Câu 60. Chọn B

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin x = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (\text{vì } -\frac{\pi}{2} < x < 0).$$

$$\Rightarrow \tan x = -2\sqrt{2} \Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{-4\sqrt{2}}{-7} = \frac{4\sqrt{2}}{7}.$$

Câu 61. Chọn A

Ta có $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = -1$. Sử dụng công thức hạ bậc và công thức biến đổi tổng thành tích ta được:

$$A = \frac{1 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 - \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}{2} = 1 - \cos 2x \cos \frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Câu 62.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{\tan \alpha} + 3 \tan \alpha}{\frac{2}{\tan \alpha} + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 + 3 \cdot \frac{5}{4}}{2 + \frac{5}{4}} = \frac{19}{13}$$

Câu 63. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\sin(2\alpha + \beta) - \sin \beta] = \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \sin[(\alpha + \beta) + \alpha] = 3 \sin \beta \Leftrightarrow \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + \beta) = 3 \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \cos \alpha + \sin \alpha = \frac{3 \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} \quad (\text{vì } \cos(\alpha + \beta) \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{3 \sin \beta}{\cos \alpha \cos(\alpha + \beta)} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (*) \quad (\text{vì } \cos \alpha \neq 0)$$

$$\text{Mà } \frac{\sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} = \sin \alpha \quad (\text{từ giả thiết}), \text{ suy ra } (*) \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{3 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \tan \alpha$$

$$\text{Vậy } \tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha.$$

Câu 64. Chọn D

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } & \frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x}}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} \\
 & = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{\cos^2 2x} = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{1 - \sin^2 2x} \\
 & = \frac{\cos 2x}{1 - \sin^2 2x}. \text{ Vậy } a = 2, b = 1. \text{ Suy ra } P = a + b = 3.
 \end{aligned}$$

Câu 65. Chọn D

$$\text{Ta có } P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha = \frac{1}{2}(\cos 2\alpha + \cos 4\alpha) = \frac{1}{2}(2 \cos^2 2\alpha + \cos 2\alpha - 1) = \frac{1}{2} \left[2 \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{2}{3} - 1 \right] = \frac{5}{18}$$

Câu 66. Chọn B

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \text{ suy ra } \sin x < 0, \cos x < 0.$$

$$\text{Ta có: } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Do } \cos x < 0 \text{ nên nhận } \cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}} \right) \cdot \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{\sqrt{5}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$$

Câu 67. Chọn C.

$$\begin{aligned}
 A &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ \\
 &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ \\
 &= \tan 9^\circ + \tan 81^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ.
 \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned}
 \tan 9^\circ - \tan 27^\circ + \tan 81^\circ - \tan 63^\circ &= \frac{-\sin 18^\circ}{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} + \frac{\sin 18^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ} \\
 &= \sin 18^\circ \left(\frac{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \right) = \frac{\sin 18^\circ (\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \sin 9^\circ \cdot \sin 27^\circ)}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \\
 &= \frac{4 \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{(\cos 72^\circ + \cos 90^\circ)(\cos 36^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{4 \sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = 4.
 \end{aligned}$$

$$\tan 15^\circ + \cot 15^\circ = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4.$$

Vậy $A = 8$.

Câu 68. Chọn C.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 < a < \frac{\pi}{2} \\ \sin a = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \begin{cases} 0 < b < \frac{\pi}{2} \\ \sin b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\sin 2(a+b) = 2 \sin(a+b) \cdot \cos(a+b) = 2(\sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a)(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b)$$

$$= \frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}.$$

Câu 69. Chọn C.

Ta có :

$$A = \frac{2 \cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2 \sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1} = \frac{\cos 4\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha}{\sqrt{3} \sin 4\alpha - \cos 4\alpha} = \frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}.$$

Câu 70. Chọn A.

$$\text{Ta có : } \frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ} \Leftrightarrow \sin 9^\circ \cdot \sin 81^\circ - \sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 72^\circ - \cos 90^\circ) - \frac{1}{2}(\cos 36^\circ - \cos 60^\circ) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 72^\circ - 2 \cos 36^\circ + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^2 36^\circ - 2 \cos 36^\circ - 1 = 0 \text{ (đúng vì } \cos 36^\circ = \frac{1+\sqrt{5}}{4} \text{)}. \text{ Suy ra B đúng.}$$

Tương tự, ta cũng chứng minh được các biểu thức ở C và D đúng.

Biểu thức ở đáp án A sai.

Câu 71. Chọn C.

Ta có :

$$5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta) \Leftrightarrow 5 \sin[(\alpha + \beta) - \beta] = 3 \sin[(\alpha + \beta) + \beta]$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta - 5 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta = 3 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta + 3 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta = 8 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta \Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = 4 \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta.$$

Câu 72. Chọn D.

Ta có :

$$A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b = \sin^2(a+b) - \frac{1 - \cos 2a}{2} - \frac{1 - \cos 2b}{2}$$

$$= \sin^2(a+b) - 1 + \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = -\cos^2(a+b) + \cos(a+b) \cos(a-b)$$

$$= \cos(a+b) [\cos(a-b) - \cos(a+b)] = 2 \sin a \sin b \cos(a+b).$$

Câu 73. Chọn D.

Ta có :

$$\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \cos 40^\circ + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos 40^\circ \cos \alpha + \sin 40^\circ \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}. \quad A$$

đúng.

$$\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \quad B \text{ đúng.}$$

$$\cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \cos^2 x + \cos(a+x) [-2 \cos a \cos x + \cos(a+x)]$$

$$= \cos^2 x - \cos(a+x) \cos(a-x)$$

$$= \cos^2 x - \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2x) = \cos^2 x - \cos^2 a - \cos^2 x + 1 = \sin^2 a. \quad C \text{ đúng.}$$

$$\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \sin^2 x + \sin(a-x) (2 \sin x \cos a + \sin(a-x))$$

$$= \sin^2 x + \sin(a-x) \sin(a+x) = \sin^2 x + \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 2a)$$

$$= \sin^2 x - \cos^2 a - \sin^2 x + 1 = \sin^2 a. \text{ D sai.}$$

DẠNG 5. MIN-MAX

Câu 74. Chọn C

$$\text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \geq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \sin^2 2x = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 75.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } M = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$\text{Vì } 0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 1.$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 76.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$M = 5 \left(\frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x \right) = 5 \sin(x+a) \text{ với } \cos a = \frac{3}{5}; \sin a = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Ta có: } -1 \leq \sin(x+a) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq 5 \sin(x+a) \leq 5.$$

Câu 77.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có.

$$M = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x)$$

$$= -\cos 2x (1 - \sin^2 x \cos^2 x)$$

$$= -\cos 2x \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x \right)$$

$$= -\cos 2x \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x \right) \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ (do } \cos 2x \leq 1).$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 78.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = \tan x, t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$\text{Ta có: } M = \frac{1+t^3}{(1+t)^3} = \frac{t^2-t+1}{t^2+2t+1} \Rightarrow (M-1)t^2 + (2M+1)t + M-1 = 0. (*)$$

Với $M = 1$ thì (*) có nghiệm $t = 0$.

Với $M \neq 1$ đề (*) có nghiệm khác -1 thì.

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (2M+1)^2 - 4(M-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 12M - 3 \geq 0 \Leftrightarrow M \geq \frac{1}{4}.$$

$$\text{Và } (M-1)(-1)^2 + (2M+1)(-1) + (-1) - 1 \neq 0 \Leftrightarrow M \neq 4.$$

Câu 79.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$M = 6(1 - \sin^2 x) + 5\sin^2 x = 6 - \sin^2 x$$

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in R$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -\sin^2 x \geq -1, \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 6 - \sin^2 x \geq 5, \forall x \in R.$$

Gía trị lớn nhất là 6.

Câu 80.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$M = 7(1 - \sin^2 x) - 2\sin^2 x = 7 - 9\sin^2 x$$

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -9\sin^2 x \geq -9, \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow 7 \geq 7 - 2\sin^2 x \geq -2.$$

Gía trị lớn nhất là 7.

DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC

Câu 81. Chọn B.

$$\text{Ta có: } \sin 2A + \sin 2B = 2\sin(A+B) \cdot \cos(A-B) = 2\sin(\pi - C) \cdot \cos(A-B)$$

$$= 2\sin C \cdot \cos(A-B) \leq 2\sin C. \text{ Dấu đẳng thức xảy ra khi } \cos(A-B) = 1 \Leftrightarrow A = B.$$

Câu 82. Chọn C

$$\text{Ta có } \sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2}} = \frac{\sin \frac{B}{2}}{\cos^2 \frac{B}{2}}.$$

$$\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{A}{2}\right) = \tan \frac{B}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{B}{2}\right) \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} = \tan \frac{B}{2} \Leftrightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{2} \Leftrightarrow A = B.$$

Câu 83. Chọn C

Ta có $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$

$$= \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan C \cdot \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C}.$$

$$\text{Mặt khác } \tan A + \tan B + \tan C = \tan(A+B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C$$

$$= \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = -\tan(C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \cdot \tan A \cdot \tan B.$$

$$\text{Nên } \cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1.$$

Câu 84. Chọn B

$$\text{Ta có } \tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{7}{9}.$$

$$\text{Suy ra } \tan(A+B+C) = \tan\left[(A+B)+C\right] = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{8}} = 1$$

$$\text{Vậy } A+B+C = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 85.**Hướng dẫn giải****Chọn D**

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A+B)$.

$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}$. Do đó $\frac{C}{2}$ và $\frac{A+B}{2}$ là 2 góc phụ nhau.

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}; \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A+B}{2}; \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{A+B}{2}; \cot \frac{C}{2} = \tan \frac{A+B}{2}.$$

Câu 86. Chọn D

$$\sin(A+B+2C) = \sin(180^\circ - C + 2C) = \sin(180^\circ + C) = -\sin C.$$

Câu 87. Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \tan A + \tan B + \tan C &= (\tan A + \tan B) + \tan C = \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cos B} + \frac{\sin C}{\cos C} \\ &= \sin C \cdot \left(\frac{-\cos(A+B) + \cos A \cos B}{\cos A \cos B \cos C} \right) = \frac{\sin A \sin B \sin C}{\cos A \cos B \cos C} = \tan A \tan B \tan C. \end{aligned}$$

Câu 88.**Hướng dẫn giải****Chọn A**

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A+B)$.

$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}$. Do đó $\frac{C}{2}$ và $\frac{A+B}{2}$ là 2 góc phụ nhau.

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}; \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A+B}{2}; \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{A+B}{2}; \cot \frac{C}{2} = \tan \frac{A+B}{2}.$$

Câu 89. Chọn B

$$a+b+c = \pi, a = 2b \Rightarrow b = \frac{a}{2}; c = \pi - \frac{3a}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin b(\sin b + \sin c) &= \sin^2 b + \sin b \sin c = \frac{1 - \cos 2b}{2} + \frac{\cos(b-c) - \cos(b+c)}{2} \\ &= \frac{1 - \cos a - \cos(\pi - a) + \cos(2a - \pi)}{2} = \frac{1 - \cos 2a}{2} = \sin^2 a. \end{aligned}$$

Câu 90. Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C &= (\sin 2A + \sin 2B) + \sin 2C \\ &= 2 \sin(A+B) \cos(A-B) + 2 \sin C \cos C = 2 \sin C \cos(A-B) + 2 \sin C \cos C \\ &= 2 \sin C (\cos(A-B) + \cos C) = 4 \sin C \cos(A-B-C) \cos(A-B+C) \\ &= 4 \sin C \cos \frac{A-B-C}{2} \cos \frac{A-B+C}{2} = 4 \sin C \cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - B\right) = 4 \sin C \sin A \sin B. \end{aligned}$$

Câu 91. Chọn B

$$\cos \frac{A-2B+C}{2} = \cos \frac{180^\circ - B - 2B}{2} = \cos \left(90^\circ - \frac{3B}{2} \right) = \sin \frac{3B}{2}.$$

Câu 92. Chọn C

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C=180^\circ \Rightarrow C=180^\circ-(A+B)$.

Do đó $(A+B)$ và C là 2 góc bù nhau.

$$\sin C = \sin(A+B); \cos C = -\cos(A+B).$$

$$\tan C = -\tan(A+B); \cot C = \cot(A+B)$$

Câu 93. Chọn B.

Ta có : $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$.

$$= \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan C \cdot \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C}.$$

Mặt khác : $\tan A + \tan B + \tan C = \tan(A+B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C$.

$$= \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C.$$

$$= -\tan C(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \tan A \cdot \tan B.$$

$$\text{Nên } \cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1.$$

Câu 94. Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} &= \left(\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} \right) + \cot \frac{C}{2} = \frac{\sin \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} \right)}{\sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} + \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}} \\ &= \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\sin \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\cos \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} \right) + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} \\ &= \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}. \end{aligned}$$

Câu 95. Chọn C.

Ta có :

$$\begin{aligned} \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C &= \frac{1 + \cos 2A}{2} + \frac{1 + \cos 2B}{2} + \cos^2 C \\ &= 1 + \cos(A+B)\cos(A-B) + \cos^2 C = 1 - \cos C \cos(A-B) - \cos C \cos(A+B) \\ &= 1 - \cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)] = 1 + 2 \cos A \cos B \cos C. \end{aligned}$$

Câu 96.**Hướng dẫn giải**

Chọn C

$$\cos(A+B) = -\cos C \Rightarrow \cos A \cdot \cos B + \cos C = \sin A \cdot \sin B$$

$$\Rightarrow \cos^2 A \cdot \cos^2 B + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C + \cos^2 C = \sin^2 A \cdot \sin^2 B = (1 - \cos^2 A)(1 - \cos^2 B)$$

$$= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B + \cos^2 A \cdot \cos^2 B$$

$$\Rightarrow \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C = 1$$

Câu 97. Chọn A

$$\text{Ta có } \sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} \Leftrightarrow \sin A = \frac{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}{2 \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}} \Leftrightarrow \sin A = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \Leftrightarrow 2 \sin^2 \frac{A}{2} = 1 \quad (\cos \frac{A}{2} \neq 0 \text{ vì } 0^\circ < A < 180^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \cos A = 0 \Rightarrow A = 90^\circ \text{ suy ra tam giác ABC vuông tại } A.$$

Câu 98. Chọn A

$$\text{Từ giả thiết suy ra: } 2 \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 - 4 \sin^2 B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} + 4 \sin^2 B - 4 \sin B + 1 \leq \frac{3}{4} \quad (*)$$

$$\text{AD BĐT Cauchy thì } \cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} \geq \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } 4 \sin^2 B - 4 \sin B + 1 = (2 \sin B - 1)^2 \geq 0 \quad (2)$$

Từ (*), (1) và (2) suy ra bất đẳng thức thỏa mãn khi và chỉ khi dấu bằng ở (1) và (2) xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 A = \frac{1}{64 \cos^4 A} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos A = \frac{1}{2} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = 60^\circ \\ \widehat{B} = 30^\circ \\ \widehat{C} = 90^\circ \end{cases}$$

Nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 120^\circ$ **Chọn A.**

Câu 99. Chọn C.

$$\tan(A+B+C) = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} + \tan C}{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} \cdot \tan C} = 1 \text{ suy ra } A+B+C = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 100. Chọn D.

Ta có:

$$A+B+C = \pi \Rightarrow \frac{A+B+3C}{2} = \frac{\pi}{2} + C \Rightarrow \sin \frac{A+B+3C}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + C \right) = \cos C. \text{ A đúng.}$$

$$A+B-C = \pi - 2C \Rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos 2C. \text{ B đúng.}$$

$$\frac{A+B-2C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \Rightarrow \tan \frac{A+B-2C}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \right) = \cot \frac{3C}{2}. \text{ C đúng.}$$

$$\frac{A+B+2C}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \Rightarrow \cot \frac{A+B+2C}{2} = \cot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \right) = -\tan \frac{C}{2}. \text{ D sai.}$$

Câu 101. Chọn C.

Ta có:

$$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \Rightarrow \cos \frac{A+B}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$A+B+2C = \pi + C \Rightarrow \cos(A+B+2C) = \cos(\pi + C) = -\cos C. \text{ B đúng.}$$

$$A+C = \pi - B \Rightarrow \sin(A+C) = \sin(\pi - B) = \sin B. \text{ C sai.}$$

$$A + B = \pi - C \Rightarrow \cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C. \text{ D đúng.}$$

Câu 102. Chọn C.

Ta có :

$$+ \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$+ \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \Leftrightarrow -\tan A(1 - \tan B \tan C) = \tan B + \tan C$$

$$\Leftrightarrow \tan A = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C} \Leftrightarrow \tan A = -\tan(B + C). \text{ B đúng.}$$

$$+ \cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C \Leftrightarrow \cot A(\cot B \cot C - 1) = \cot B + \cot C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cot A} = \frac{\cot B \cot C - 1}{\cot B + \cot C} \Leftrightarrow \tan A = \cot(B + C). \text{ C sai.}$$

$$+ \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1 \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \left(\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) = 1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\tan \frac{A}{2}} = \frac{\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}}{1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}} \Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} = \tan \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right). \text{ D đúng.}$$