

| | |
|----------------|--|
| TOÁN 10 | GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG |
| 0D6-2 | TRUY CẬP https://diendangiaovientoan.vn/tai-lieu-tham-khao-d8.html ĐỂ ĐƯỢC NHIỀU HƠN |

Contents

| | |
|--|----|
| PHẦN A. CÂU HỎI..... | 1 |
| DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC..... | 1 |
| DẠNG 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT..... | 2 |
| DẠNG 3. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC..... | 3 |
| DẠNG 4. RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC..... | 6 |
| PHẦN B. LỜI GIẢI..... | 9 |
| DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC..... | 9 |
| DẠNG 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT..... | 10 |
| DẠNG 3. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC..... | 11 |
| DẠNG 4. RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC..... | 15 |

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

- Câu 1.** Cho $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Kết quả đúng là
A. $\sin a > 0, \cos a > 0$. **B.** $\sin a < 0, \cos a < 0$. **C.** $\sin a > 0, \cos a < 0$. **D.** $\sin a < 0, \cos a > 0$.
- Câu 2.** Trong các giá trị sau, $\sin \alpha$ có thể nhận giá trị nào?
A. $-0,7$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 3.** Cho $2\pi < a < \frac{5\pi}{2}$. Chọn khẳng định đúng.
A. $\tan a > 0, \cot a < 0$. **B.** $\tan a < 0, \cot a < 0$.
C. $\tan a > 0, \cot a > 0$. **D.** $\tan a < 0, \cot a > 0$.
- Câu 4.** Ở góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.
A. $\cot \alpha < 0$. **B.** $\sin \alpha > 0$. **C.** $\cos \alpha < 0$. **D.** $\tan \alpha < 0$.
- Câu 5.** Ở góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác. hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.
A. $\cot \alpha > 0$. **B.** $\tan \alpha > 0$. **C.** $\sin \alpha > 0$. **D.** $\cos \alpha > 0$.
- Câu 6.** Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Xét câu nào sau đây đúng?
A. $\tan \alpha > 0$. **B.** $\cot \alpha > 0$. **C.** $\cos \alpha > 0$. **D.** $\sin \alpha > 0$.
- Câu 7.** Xét câu nào sau đây đúng?

A. $\cos^2 45^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{3} \cos 60^\circ\right)$.

B. Hai câu A và

C. Nếu a âm thì ít nhất một trong hai số $\cos a, \sin a$ phải âm.

D. Nếu a dương thì $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$.

Câu 8. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là:

A. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$. B. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$.

C. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha > 0$. D. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$.

Câu 9. Xét các mệnh đề sau:

I. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. II. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. III. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$.

Mệnh đề nào **sai**?

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. Chỉ II và III.

D. Cả I, II và III.

Câu 10. Xét các mệnh đề sau đây:

I. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. II. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. III. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ II và III.

B. Cả I, II và III.

C. Chỉ I.

D. Chỉ I và II.

Câu 11. Cho góc lượng giác α $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Xét dấu $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ và $\tan(-\alpha)$. Chọn kết quả đúng.

A. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$.

DẠNG 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT

Câu 12. Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

A. $\cot \alpha = \tan \beta$.

B. $\cos \alpha = \sin \beta$.

C. $\cos \beta = \sin \alpha$.

D. $\sin \alpha = -\cos \beta$.

Câu 13. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$.

B. $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$.

C. $\sin(180^\circ - a) = \sin a$.

D. $\sin(180^\circ - a) = \cos a$.

Câu 14. Chọn đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau

A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$.

C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Câu 15. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\cos(-x) = -\cos x$.

B. $\sin(x - \pi) = \sin x$.

C. $\cos(\pi - x) = -\cos x$.

D. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$. B. $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$. C. $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$. D. $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$.

Câu 17. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(-x) = -\sin x$.

B. $\cos(-x) = -\cos x$.

C. $\cot(-x) = \cot x$.

D. $\tan(-x) = \tan x$.

Câu 18. Chọn hệ thức **sai** trong các hệ thức sau.

A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

B. $\sin(3\pi - x) = \sin x$.

C. $\cos(3\pi - x) = \cos x$.

D. $\cos(-x) = \cos x$.

Câu 19. $\cos(x + 2017\pi)$ bằng kết quả nào sau đây?

A. $-\cos x$.

B. $-\sin x$.

C. $\sin x$.

D. $\cos x$.

DẠNG 3. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 20. Giá trị của $\cot 1458^\circ$ là

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$.

Câu 21. Giá trị $\cot \frac{89\pi}{6}$ là

A. $\sqrt{3}$.

B. $-\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Giá trị của $\tan 180^\circ$ là

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. Không xác định.

Câu 23. Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

A. $\cot \alpha = 2$.

B. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$.

C. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

D. $\cot \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 24. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

A. $\frac{4}{5}$.

B. $-\frac{4}{5}$.

C. $\pm \frac{4}{5}$.

D. $\frac{16}{25}$.

Câu 25. Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

B. $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$.

C. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

D. $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Câu 26. Tính α biết $\cos \alpha = 1$

A. $\alpha = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $\alpha = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\alpha = -\pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 27. Cho $\tan \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó:

A. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$.

B. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$.

C. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$.

D. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$.

Câu 28. Cho $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Giá trị của $\tan 15^\circ$ bằng:

A. $\sqrt{3} - 2$

B. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

C. $2 - \sqrt{3}$

D. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

Câu 29. Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

B. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

D. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Câu 30. Cho $\tan \alpha = \sqrt{5}$, với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó $\cos \alpha$ bằng:

A. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 31. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cot \alpha$.

A. $\cot \alpha = \frac{3}{4}$.

B. $\cot \alpha = \frac{4}{3}$.

C. $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$.

D. $\cot \alpha = -\frac{3}{4}$.

Câu 32. Trên nửa đường tròn đơn vị cho góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\cos \alpha < 0$. Tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{-2\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{-2}{5}$.

D. 1.

Câu 33. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó $\cos \alpha$ có giá trị là.

A. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{8}{9}$.

D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 34. Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng:

A. $2\sqrt{19}$.

B. $-2\sqrt{19}$.

C. $-\sqrt{19}$.

D. $\sqrt{19}$.

Câu 35. Nếu $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{2}$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{13}{4}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Câu 36. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của $\sin x$.

A. $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{6}$.

B. $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{6}$.

C. $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4}$.

D. $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4}$.

Câu 37. Cho $\sin x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của $\cos^2 x$.

A. $\cos^2 x = \frac{3}{4}$

B. $\cos^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\cos^2 x = \frac{1}{4}$

D. $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

Câu 38. Cho $P = \frac{3\sin x - \cos x}{\sin x + 2\cos x}$ với $\tan x = 2$. Giá trị của P bằng

A. $\frac{8}{9}$.

B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{8}}{9}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Câu 39. Cho $\sin x = \frac{1}{2}$ và $\cos x$ nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ bằng

A. $-2 - \sqrt{3}$

B. $2 + \sqrt{3}$

C. $-2 + \sqrt{3}$

D. $2 - \sqrt{3}$

Câu 40. Cho $\tan x = 2$. Giá trị biểu thức $P = \frac{4\sin x + 5\cos x}{2\sin x - 3\cos x}$ là

A. 2.

B. 13.

C. -9.

D. -2.

Câu 41. Cho tam giác ABC đều. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$

A. $P = \frac{3}{2}$.

B. $P = -\frac{3}{2}$.

C. $P = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $P = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 42. Cho $\tan a = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{2\sin a - \cos a}{\sin a + \cos a}$.

A. $P = 2$.

B. $P = 1$.

C. $P = \frac{5}{3}$.

D. $P = -1$.

Câu 43. Cho cung lượng giác có số đo x thỏa mãn $\tan x = 2$. Giá trị của biểu thức $M = \frac{\sin x - 3\cos^3 x}{5\sin^3 x - 2\cos x}$ bằng

A. $\frac{7}{30}$.

B. $\frac{7}{32}$.

C. $\frac{7}{33}$.

D. $\frac{7}{31}$.

Câu 44. Cho $\sin x = \frac{1}{2}$ và $\cos x$ nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ bằng

A. $-2 - \sqrt{3}$.

B. $2 + \sqrt{3}$.

C. $-2 + \sqrt{3}$.

D. $2 - \sqrt{3}$.

Câu 45. Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cos 750^\circ + \sin 420^\circ}{\sin(-330^\circ) - \cos(-390^\circ)}$ bằng

A. $-3 - \sqrt{3}$. B. $2 - 3\sqrt{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$. D. $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Câu 46. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}$ là:

A. $\frac{2}{57}$. B. $-\frac{2}{57}$. C. $\frac{4}{57}$. D. $-\frac{4}{57}$.

Câu 47. Cho $\tan \alpha = 2$. Giá trị của $A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ là:

A. 5. B. $\frac{5}{3}$. C. 7. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 48. Giá trị của $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng

A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 49. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$, ta có A bằng

A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 50. Biểu thức $B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$ có kết quả rút gọn bằng

A. -1. B. 1. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 51. Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\cos \alpha + \sin \alpha$ bằng

A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1 - \sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Câu 52. Cho biết $\cot x = \frac{1}{2}$. Giá trị biểu thức $A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}$ bằng

A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

DẠNG 4. RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 53. Trong các công thức sau, công thức nào sai?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. B. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$.
 C. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$. D. $\tan \alpha + \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$.

Câu 54. Biểu thức rút gọn của $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$ bằng:

A. $\tan^6 a$. B. $\cos^6 a$. C. $\tan^4 a$. D. $\sin^6 a$.

Câu 55. Biểu thức $D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$ không phụ thuộc x và bằng

A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

Câu 56. Biểu thức $A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$ rút gọn bằng:

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 57. Biểu thức $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$ có kết quả rút gọn bằng

- A. $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$. B. $\frac{1}{2} \cos^2 55^\circ$. C. $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$. D. $\frac{1}{2} \sin^2 65^\circ$.

Câu 58. Đơn giản biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta có

- A. $A = \cos x + \sin x$. B. $A = \cos x - \sin x$. C. $A = \sin x - \cos x$. D. $A = -\sin x - \cos x$.

Câu 59. Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Trong các kết quả sau, kết quả nào sai?

- A. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{4}$. B. $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.
C. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$. D. $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$.

Câu 60. Biểu thức:

$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$ có kết quả thu gọn bằng:

- A. $-\sin \alpha$. B. $\sin \alpha$. C. $-\cos \alpha$. D. $\cos \alpha$.

Câu 61. Đơn giản biểu thức $A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$, ta có

- A. $A = \sin^2 x$. B. $A = \cos^2 x$. C. $A = -\sin^2 x$. D. $A = -\cos^2 x$.

Câu 62. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, ta có:

- A. $A = 2\sin \alpha$. B. $A = 2\cos \alpha$. C. $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Câu 63. Biểu thức $P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ có biểu thức rút gọn là

- A. $P = 2\sin x$. B. $P = -2\sin x$. C. $P = 0$. D. $P = -2\cot x$.

Câu 64. Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $A + B + C = \pi$. B. $\cos(A + B) = \cos C$. C. $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$. D. $\sin(A + B) = \sin C$.

Câu 65. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta có

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$. B. $A = 2\sin \alpha$. C. $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Câu 66. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$.

B. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}.$

C. $\cot(A+B) = -\cot C.$

D. $\tan(A+B) = \tan C.$

Câu 67. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x.$

A. $A = -1.$

B. $A = 1.$

C. $A = 4.$

D. $A = -4.$

Câu 68. Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{4}.$

D. $-\frac{1}{4}.$

Câu 69. Biểu thức $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y$ không phụ thuộc vào x, y và bằng

A. 2.

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Câu 70. Biểu thức $C = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$ có giá trị không đổi và bằng

A. 2.

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Câu 71. Hệ thức nào **sai** trong bốn hệ thức sau:

A. $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y.$

B. $\left(\frac{\sqrt{1 + \sin a}}{\sqrt{1 - \sin a}} - \sqrt{\frac{1 - \sin a}{1 + \sin a}} \right)^2 = 4 \tan^2 a.$

C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}.$

D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}.$

Câu 72. Nếu biết $3 \sin^4 x + 2 \cos^4 x = \frac{98}{81}$ thì giá trị biểu thức $A = 2 \sin^4 x + 3 \cos^4 x$ bằng

A. $\frac{101}{81}$ hay $\frac{601}{504}.$

B. $\frac{103}{81}$ hay $\frac{603}{405}.$

C. $\frac{105}{81}$ hay $\frac{605}{504}.$

D. $\frac{107}{81}$ hay $\frac{607}{405}.$

Câu 73. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $3 \sin x + 2 \cos x$ bằng

A. $\frac{5 - \sqrt{7}}{4}$ hay $\frac{5 + \sqrt{7}}{4}.$

B. $\frac{5 - \sqrt{5}}{7}$ hay $\frac{5 + \sqrt{5}}{4}.$

C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$ hay $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}.$

D. $\frac{3 - \sqrt{2}}{5}$ hay $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}.$

Câu 74. Biết $\tan x = \frac{2b}{a-c}$. Giá trị của biểu thức $A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x$ bằng

A. $-a.$

B. $a.$

C. $-b.$

D. $b.$

Câu 75. Nếu biết $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$ thì biểu thức $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$ bằng

A. $\frac{1}{(a+b)^2}.$

B. $\frac{1}{a^2 + b^2}.$

C. $\frac{1}{(a+b)^3}.$

D. $\frac{1}{a^3 + b^3}.$

- Câu 76.** Với mọi α , biểu thức: $A = \cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right)$ nhận giá trị bằng:
- A. -10. B. 10. C. 0. D. 5.
- Câu 77.** Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng
- A. 2. B. -2. C. 1. D. 0.
- Câu 78.** Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$ bằng:
- A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.
- Câu 79.** Cho tam giác ABC và các mệnh đề:
- (I) $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ (II) $\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$ (III) $\cos(A+B-C) - \cos 2C = 0$
- Mệnh đề đúng là:
- A. Chỉ (I). B. (II) và (III). C. (I) và (II). D. Chỉ (III).
- Câu 80.** Rút gọn biểu thức $A = \cos(\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(2\pi - \alpha)$ ta được
- A. $A = \cos \alpha$. B. $A = -\cos \alpha$. C. $A = \sin \alpha$. D. $A = 3 \cos \alpha$.

PHẦN B. LỜI GIẢI

DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Chọn C

Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \sin a > 0, \cos a < 0$.

Câu 2. Chọn A.

Vì $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$. Nên ta chọn A.

Câu 3. Chọn C

Đặt $a = b + 2\pi$

$$2\pi < a < \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow 2\pi < b + 2\pi < \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < b < \frac{\pi}{2}$$

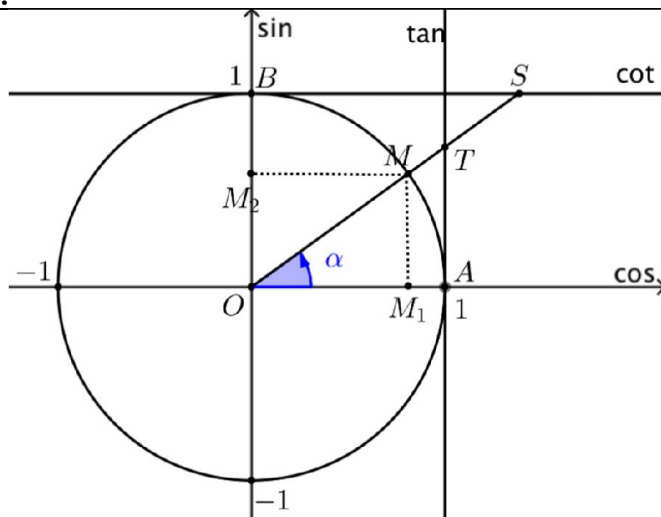
Có $\tan a = \tan(b + 2\pi) = \tan b > 0$

$$\cot a = \frac{1}{\tan a} > 0.$$

Vậy $\tan a > 0, \cot a > 0$.

Câu 4. Chọn B

Nhìn vào đường tròn lượng giác:



-Ta thấy ở góc phần tư thứ nhất thì: $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0; \tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$
 \Rightarrow chỉ có câu A thỏa mãn.

Câu 5. Chọn D

- Ở góc phần tư thứ tư thì: $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0; \tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.
 \Rightarrow chỉ có C thỏa mãn.

Câu 6. Chọn C

$\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} < \alpha < 2\pi$ nên α thuộc cung phần tư thứ IV vì vậy đáp án đúng là A

Câu 7. Chọn A

A sai vì $\alpha = \frac{-7\pi}{4}$ nhưng $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.

B sai vì $\alpha = \frac{5\pi}{4}$ nhưng $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} < 0$.

C đúng vì $\cos^2 45^\circ = \frac{1}{2}, \sin\left(\frac{\pi}{3} \cos 60^\circ\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

Câu 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$

Câu 9. Chọn C

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên α thuộc cung phần tư thứ IV nên chỉ II, II sai.

Câu 10. Chọn B

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \pi < \left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < \frac{3\pi}{2}$ nên đáp án là D

Câu 11. Chọn C

Ta có $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \begin{cases} \pi < \alpha + \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{2} \\ -\pi < -\alpha < -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$.

DẠNG 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT

Câu 12. Chọn D

Thường nhớ: các góc phụ nhau có các giá trị lượng giác bằng chéo nhau
Nghĩa là $\cos \alpha = \sin \beta$; $\cot \alpha = \tan \beta$ và ngược lại.

Câu 13. Chọn C.

Theo công thức.

Câu 14. Chọn D.

Câu 15. Chọn C

Ta có $\cos(\pi - x) = -\cos x$.

Câu 16. Chọn C

Để thấy C sai vì $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$.

Câu 17. Chọn A

Ta có: $\sin(-x) = -\sin x$.

Câu 18. Chọn C

$\cos(3\pi - x) = \cos(\pi - x) = -\cos x$.

Câu 19. Chọn A

Ta có $\cos(x + 2017\pi) = -\cos x$.

DẠNG 3. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 20. Chọn D

$\cot 1458^\circ = \cot(4.360^\circ + 18^\circ) = \cot 18^\circ = \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}$.

Câu 21. Chọn B

Biến đổi $\cot \frac{89\pi}{6} = \cot\left(-\frac{\pi}{6} + 15\pi\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\cot \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$.

Câu 22. Chọn B

Biến đổi $\tan 180^\circ = \tan(0^\circ + 180^\circ) = \tan 0^\circ = 0$.

Câu 23. Chọn A

Ta có: $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$.

Câu 24. Chọn B.

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$.

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 25. Chọn C

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0$. Suy ra, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 26. Chọn C

Ta có: $\cos \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 27.**Chọn C**

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{25} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{41}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{25}{41} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{5}{\sqrt{41}}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{41} = \frac{16}{41} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{\sqrt{41}}$$

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha > 0 \rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}} \\ \sin \alpha < 0 \rightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}} \end{cases}$$

Câu 28.**Chọn C**

$$\tan^2 15^\circ = \frac{1}{\cos^2 15^\circ} - 1 = \frac{4}{2 + \sqrt{3}} - 1 = (2 - \sqrt{3})^2 \Rightarrow \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}.$$

Câu 29. Chọn D

$$\text{Với } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \tan \alpha < 0.$$

$$\text{Ta có } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{25}{4} - 1 = \frac{21}{4} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{2}.$$

Câu 30. Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + (\sqrt{5})^2 = 6.$$

$$\text{Mặt khác } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \text{ nên } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 31. Chọn C

$$\text{Ta có: } 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{16}{9} \Rightarrow \cot \alpha = \pm \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vì } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \text{ nên } \cot \alpha = -\frac{4}{3}.$$

Câu 32. Chọn A

$$\text{Có } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha, \text{ mà } \sin \alpha = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \cos^2 \alpha = \frac{5}{9}, \text{ có } \cos \alpha < 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Có } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 33. Chọn D

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ nên } \cos \alpha < 0.$$

$$\text{Ta có } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} (l) \\ \cos \alpha = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} (tm) \end{cases}$$

Câu 34.**Chọn A**

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$$

Vì

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}$$

$$\text{Suy ra } \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha} = 2\sqrt{19}.$$

Câu 35. Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow 1 + \sin 2\alpha = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{5}{4}.$$

Câu 36. Chọn C

$$\text{Từ } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} - \sin x \quad (1).$$

Mặt khác: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (2)$. Thế (1) vào (2) ta được:

$$\sin^2 x + \left(\frac{1}{2} - \sin x\right)^2 = 1 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vì } 0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin x > 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4}.$$

Câu 37. Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Câu 38. Chọn D

$$\text{Ta có } P = \frac{3\sin x - \cos x}{\sin x + 2\cos x} = \frac{3\tan x - 1}{\tan x + 2} = \frac{3 \cdot 2 - 1}{2 + 2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 39. Chọn AVì $\cos x$ nhận giá trị âm.

$$\text{Ta có: } \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3}$$

Câu 40. Chọn CTa có: $\tan x = 2 \Rightarrow \cos x \neq 0$. Chia tử và mẫu cho $\cos x$

$$\text{Suy ra: } P = \frac{4 \sin x + 5 \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x} = \frac{4 \tan x + 5}{2 \tan x - 3} = \frac{4 \cdot 2 + 5}{2 \cdot 2 - 3} = 13.$$

Câu 41. Chọn B

$$\text{Ta có: } P = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}) = 3 \cos 120^\circ = -\frac{3}{2}$$

Câu 42. Chọn B

$$\text{Ta có: } P = \frac{2 \sin a - \cos a}{\sin a + \cos a} = \frac{2 \tan a - 1}{\tan a + 1} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 1} = 1.$$

Câu 43. Chọn A

$$\text{Do } \tan x = 2 \Rightarrow \cos x \neq 0.$$

$$\text{Ta có } M = \frac{\sin x - 3 \cos^3 x}{5 \sin^3 x - 2 \cos x} = \frac{\tan x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - 3}{5 \tan^3 x - \frac{2}{\cos^2 x}} = \frac{\tan x (1 + \tan^2 x) - 3}{5 \tan^3 x - 2(1 + \tan^2 x)} = \frac{7}{30}.$$

Câu 44. Chọn A

$$\text{Vì } \cos x \text{ nhận giá trị âm nên ta có } \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3}.$$

Câu 45. Chọn A.

$$A = \frac{\cos 30^\circ + \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ - \cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -3 - \sqrt{3}.$$

Câu 46. Chọn B.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vì } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}. \text{ Vậy } \tan \alpha = -\frac{3}{4} \text{ và } \cot \alpha = -\frac{4}{3}.$$

$$E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha} = \frac{-\frac{4}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)}{-\frac{3}{4} + 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)} = -\frac{2}{57}.$$

Câu 47. Chọn C.

$$A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{3 \tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = 7.$$

Câu 48. Chọn C.

$$A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$\Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) = 2.$$

Câu 49. Chọn C.

$$A = \frac{-\sin 234^\circ + \sin 126^\circ}{\cos 54^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ \Leftrightarrow A = \frac{-2 \cos 180^\circ \cdot \sin 54^\circ}{-2 \sin 90^\circ \sin(-36^\circ)} \cdot \tan 36^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-1 \cdot \sin 54^\circ}{1 \sin(-36^\circ)} \cdot \frac{\sin 36^\circ}{\cos 36^\circ} \Leftrightarrow A = 1.$$

Câu 50. Chọn B.

$$B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 46^\circ) \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \tan 72^\circ \Leftrightarrow B = \frac{2 \cot 44^\circ \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - 1 \Leftrightarrow B = 2 - 1 = 1.$$

Câu 51. Chọn A

Do $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ nên $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha < 0$. Từ đó

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Như vậy, } \cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 52. Chọn C

$$A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x} = \frac{\frac{2}{\sin^2 x}}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2(1 + \cot^2 x)}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2\left(1 + \frac{1}{4}\right)}{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = 10.$$

DẠNG 4. RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 53. Chọn D

$$\text{D sai vì: } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right).$$

Câu 54. Chọn A

$$A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a} \Leftrightarrow A = \frac{\sin^2 a \left(\frac{1}{\cos^2 a} - 1 \right)}{\cos^2 \left(\frac{1}{\sin^2 a} - 1 \right)} = \frac{\tan^2 a \cdot \tan^2 a}{\cot^2 a} = \tan^6 a.$$

Câu 55. Chọn A

$$D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x = \cos^2 x + 2 + \cot^2 x (\cos^2 x - 1)$$

$$= \cos^2 x + 2 - \cot^2 x \cdot \sin^2 x = \cos^2 x + 2 - \cos^2 x = 2.$$

Câu 56. Chọn A

$$A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)} \Leftrightarrow A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \sin 58^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \cos 58^\circ}{\tan 32^\circ}$$

$$A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \cos 32^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \sin 32^\circ}{\tan 32^\circ} = -\sin^2 32^\circ - \cos^2 32^\circ = -1.$$

Câu 57. Chọn C.

$$A = \frac{\sin 155^\circ \cdot \cos 115^\circ + \cot 42^\circ \cdot \cot 48^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \cot(-145^\circ) + \tan 17^\circ \cdot \cot 17^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{\sin 25^\circ \cdot (-\sin 25^\circ) + \cot 42^\circ \cdot \tan 42^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \tan 55^\circ + 1}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-\sin^2 25^\circ + 1}{2} \Leftrightarrow A = \frac{\cos^2 25^\circ}{2}.$$

Câu 58. Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x} = \frac{2\cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} \\ &= \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x \end{aligned}$$

Như vậy, $A = \cos x - \sin x$.

Câu 59. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{6}{4} \Rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{7}{8}}{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = 14$$

Như vậy, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$ là kết quả sai.

Câu 60. Chọn B

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos(1,5\pi) - \cos\left(\alpha + 2003\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

$$A = \cos \alpha - 2\sin(\alpha - \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cot \alpha$$

$$A = \cos \alpha + 2\sin \alpha - 0 - \sin \alpha - \sin \alpha \cdot \cot \alpha = \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha.$$

Câu 61. Chọn A

$$A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x) = \cot^2 x - \cos^2 x + 1 - \cot^2 x = \sin^2 x.$$

Câu 62. Chọn A.

$$A = \sin \alpha + \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha \Leftrightarrow A = 2\sin \alpha.$$

Câu 63. Chọn B

$$P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x - \sin x - \cot x + \cot x = -2\sin x.$$

Câu 64. Chọn B

Xét tam giác ABC ta có:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = \pi \Leftrightarrow \widehat{A} + \widehat{B} = \pi - \widehat{C}.$$

$$\Rightarrow \cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C.$$

Câu 65. Chọn D.

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha - \sin \alpha = 0.$$

Câu 66. Chọn D

Do A, B, C là ba góc của một tam giác nên $A + B + C = \pi \Leftrightarrow A + B = \pi - C$

$$\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}.$$

$$\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \tan\frac{C}{2}.$$

$$\cot(A+B) = \cot(\pi - C) = -\cot C.$$

$$\tan(A+B) = \tan(\pi - C) = -\tan C \neq \tan C. \text{ Chọn D}$$

Trong tam giác ABC ta có $A+B+C = \pi \Leftrightarrow A+B = \pi - C$

$$\text{Do đó } \tan(A+B) = \tan(\pi - C) = -\tan C.$$

Câu 67. Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 + 3\sin^2 x \cos^2 x \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + 3\sin^2 x \cos^2 x = 1. \end{aligned}$$

Câu 68. Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \tan^2 x} \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2 \\ &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{(1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2 - (1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{-4 \tan^2 x}{4 \tan^2 x} = -1. \end{aligned}$$

Câu 69. Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } B &= \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \frac{\cos^2 x \cdot \cos^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} \\ &= \frac{\cos^2 x (1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\sin^2 y (\cos^2 x - 1)}{(1 - \cos^2 x) \sin^2 y} = -1. \end{aligned}$$

Câu 70. Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C &= 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x) \\ &= 2[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x]^2 - [(\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x] \\ &= 2[1 - \sin^2 x \cos^2 x]^2 - [(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2[1 - \sin^2 x \cos^2 x]^2 - [1 - 2\sin^2 x \cos^2 x]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x \cos^4 x) - (1 - 4\sin^2 x \cos^2 x + 4\sin^4 x \cos^4 x) + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 1 \end{aligned}$$

Câu 71. Chọn D

$$\text{A đúng vì } VT = \frac{\tan x + \tan y}{\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan y}} = \tan x \cdot \tan y = VP$$

B đúng vì

$$VT = \frac{1 + \sin a}{1 - \sin a} + \frac{1 - \sin a}{1 + \sin a} - 2 = \frac{(1 + \sin a)^2 + (1 - \sin a)^2}{1 - \sin^2 a} - 2 = \frac{2 + 2\sin^2 a}{\cos^2 a} - 2 = 4 \tan^2 a = VP$$

$$\text{C đúng vì } VT = \frac{-\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha} = VP.$$

Câu 72. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin^4 x - \cos^4 x = \frac{98}{81} - A \Leftrightarrow \cos 2x = A - \frac{98}{81}$$

$$5(\sin^4 x + \cos^4 x) = \frac{98}{81} + A \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{1}{5} \left(\frac{98}{81} + A \right) \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2x = \frac{1}{5} \left(\frac{98}{81} + A \right)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(A - \frac{98}{81} \right)^2 = \frac{2}{5} \left(A + \frac{98}{81} \right) = \frac{2}{5} \left(A - \frac{98}{81} \right) + \frac{392}{405}$$

$$\text{Đặt } A - \frac{98}{81} = t \Rightarrow t^2 - \frac{2}{5}t + \frac{13}{405} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{13}{45} \\ t = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$+) t = \frac{13}{45} \Rightarrow A = \frac{607}{405}$$

$$+) t = \frac{1}{9} \Rightarrow A = \frac{107}{81}.$$

Câu 73. Chọn A

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x = -\frac{3}{4} \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{3}{8}$$

$$\text{Khi đó } \sin x, \cos x \text{ là nghiệm của phương trình } X^2 - \frac{1}{2}X - \frac{3}{8} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sin x + \cos x) = 1$$

$$+) \text{ Với } \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3 \sin x + 2 \cos x = \frac{5+\sqrt{7}}{4}$$

$$+) \text{ Với } \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3 \sin x + 2 \cos x = \frac{5-\sqrt{7}}{4}.$$

Câu 74. Chọn B

$$A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cos x + c \sin^2 x \Leftrightarrow \frac{A}{\cos^2 x} = a + 2b \tan x + c \tan^2 x$$

$$\Leftrightarrow A(1 + \tan^2 x) = a + 2b \tan x + c \tan^2 x \Leftrightarrow A \left(1 + \left(\frac{2b}{a-c} \right)^2 \right) = a + 2b \frac{2b}{a-c} + c \left(\frac{2b}{a-c} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow A \frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2(a-c) + c4b^2}{(a-c)^2}$$

$$\Leftrightarrow A \frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2a}{(a-c)^2} = \frac{a((a-c)^2 + 4b^2)}{(a-c)^2} \Leftrightarrow A = a.$$

Câu 75. Chọn C

$$\text{Đặt } \cos^2 \alpha = t \Rightarrow \frac{(1-t)^2}{a} + \frac{t^2}{b} = \frac{1}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow b(1-t)^2 + at^2 = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow at^2 + bt^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2b(a+b)t + b^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{b}{a+b}$$

$$\text{Suy ra } \cos^2 \alpha = \frac{b}{a+b}; \sin^2 \alpha = \frac{a}{a+b}$$

$$\text{Vậy: } \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3} = \frac{a}{(a+b)^4} + \frac{b}{(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}.$$

Câu 76. Chọn C

$$A = \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right)$$

$$A = \left[\cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right) \right] + \dots + \left[\cos \left(\alpha + \frac{4\pi}{5} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{5\pi}{5} \right) \right]$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{9\pi}{10} + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{7\pi}{10} + \dots + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{\pi}{10}$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(\cos \frac{9\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{5\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{10} \right)$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi}{5} + 2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{2} \right) \Leftrightarrow A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cdot 0 = 0.$$

Câu 77. Chọn A

$$A = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{3\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{5\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{7\pi}{4}}{2} = 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4} \right)$$

$$= 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \right) = 2.$$

Câu 78. Chọn D

$$A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan(8^\circ + 360^\circ)} + \frac{2 \sin(30^\circ + 7.360^\circ) \cdot \cos(8^\circ + 180^\circ)}{2 \cos(-82^\circ + 2.360^\circ) + \cos(90^\circ + 8^\circ)} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} + \frac{-2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos 82^\circ - \sin 8^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos(90^\circ - 8^\circ) - \sin 8^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \sin 8^\circ - \sin 8^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \cot 8^\circ - \frac{1 \cdot \cos 8^\circ}{\sin 8^\circ} = \cot 8^\circ - \cot 8^\circ = 0.$$

Câu 79. Chọn C

$$\text{+) Ta có: } A + B + C = \pi \Leftrightarrow B + C = \pi - A \Leftrightarrow \frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$$

$$(I) \cos \left(\frac{B+C}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2} \text{ nên (I) đúng}$$

$$\text{+) Tương tự ta có: } \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$$

$$\tan \frac{A+B}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \cot \frac{C}{2} \Leftrightarrow \tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$$

nên (II) đúng.

+) Ta có

$$A+B-C = \pi - 2C \rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos(2C)$$

$$\Leftrightarrow \cos(A+B-C) + \cos(2C) = 0$$

nên (III) sai.

Câu 80. Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left[\pi + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right] = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \\ \sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha \end{cases} \Rightarrow A = -\cot \alpha \cdot \sin \alpha = -\cos \alpha$$