

### Задача 11-3 Преломление... звука

Так как и звук, и свет являются волнами (конечно, разной природы), то законы распространения звука и света аналогичны. Например, в однородных средах и свет, и звук распространяются прямолинейно; преломление световых и звуковых лучей подчиняется закону Снеллиуса и т.д.

#### Часть 1. Скорость звука в воздухе.

Скорость звука в газе (молярная масса которого равна  $M$ ) зависит от давления  $P$  и плотности газа  $\rho$  по формуле, которую можно представить в виде

$$c = AP^\alpha \rho^\beta \quad c = A \sqrt{P} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad (1)$$

Здесь  $A$  - безразмерный коэффициент пропорциональности.

- 1.1 Используя метод размерностей, определите показатели степеней  $\alpha, \beta$  в этой формуле.
- 1.2 Найдите зависимость скорости звука в газе от абсолютной температуры  $T$ . Считайте, что коэффициент  $A$  в формуле (1) известен.
- 1.3 Пусть скорость звука при температуре  $T_0$  равна  $c_0$ . Произвольную температуру представим в виде  $T = T_0 + \Delta T$ . Получите формулу для зависимости скорости звука от величины  $\Delta T$ . В этой формуле все параметры должны быть точно известны.

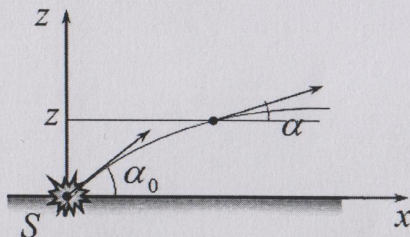
#### Часть 2. Распространение звука в неоднородно нагретой атмосфере.

Пусть температура воздуха изменяется с высотой  $z$  по закону

$$T = T_0 + \gamma z \quad (2)$$

Параметры этой зависимости считайте известными, параметр  $\gamma$  может быть как положительным, так и отрицательным.

При распространении звука в описанной атмосфере звуковые лучи слегка искривляются. Пусть источник звука  $S$  находится на поверхности земли, которую будем считать плоской. Совместим с этим источником начало системы координат  $(x, z)$ , как показано на рисунке. Рассмотрим звуковой луч, выходящий из источника под углом  $\alpha_0$  к горизонту.



- 2.1 Нарисуйте схематически семейство лучей, выходящих из источника в двух случаях: если параметр  $\gamma$  в формуле (2) положительный  $\gamma > 0$ ; если он отрицательный  $\gamma < 0$ .

Далее будем считать, температура воздуха у поверхности земли равна  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  (при этой температуре скорость звука равна  $c_0 = 340 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ) и уменьшается на  $1^\circ\text{C}$  при подъеме на каждые 100 метров.

- 2.2 Получите зависимость скорости звука от высоты при заданных условиях  $c(z)$ . Рассчитайте численные значения параметров в полученной формуле.

Математические подсказки.

1. При малом изменении температуры траекторию луча можно приближенно считать параболой, описываемой функцией  $z(x)$ . Кроме того, рассматриваются лучи, распространяющиеся под малыми углами  $\alpha$  к горизонту. В этом приближении (с точностью до малых второго порядка  $\alpha^2$ ) справедливы приближенные формулы

$$\begin{aligned} \lg \alpha &\approx \sin \alpha \approx \alpha \\ \cos \alpha &\approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

2.3 Запишите в явном виде квадратичную функцию  $z = f(x)$ , график которой проходит через начало координат.

2.4 Выразите ее производную  $f'(x)$  как функцию  $z$ .

*В дальнейшем используйте полученное соотношение для описания траекторий лучей в квадратичном приближении.*

- 2.5 Получите уравнение луча, выходящего из источника под углом  $\alpha_0$  к горизонту, используя квадратичное приближение.
- 2.6 На каком максимальном расстоянии от источника может услышать звук человек, уши которого находятся на высоте 2,0 м над поверхностью земли? Затуханием звука в воздухе можно пренебречь.

#### Часть 3. Не кричите против ветра!

В данной части задачи температуру воздуха будем считать постоянной и равной  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ .

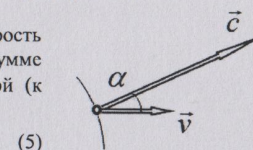
Но над поверхностью земли дует постоянный ветер, скорость которого направлена горизонтально и возрастает с высотой по линейному закону

$$v(z) = v_0 + \beta z. \quad (4)$$

Где  $v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ,  $\beta = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{с}^{-1}$  - постоянные величины. Источник звука по-прежнему находится на поверхности земли, используйте прежнюю систему координат.

При распространении звука в движущемся воздухе скорость распространения звукового волнового фронта равна сумме скоростей звука в неподвижном воздухе  $c_0$  и нормальной (к волновому фронту) составляющей скорости ветра  $\vec{v}$

$$c = c_0 + v \cos \alpha$$



- 3.1 Нарисуйте схематически семейство звуковых лучей, распространяющихся от источника под разными углами как по ветру, так и против ветра.
- 3.2 Пусть звуковой луч на высоте  $z$  распространяется под углом  $\alpha$  к горизонту. Получите уравнение, описывающее изменение угла  $\alpha$  при малом изменении высоты  $\Delta z$ .
- 3.3 Получите функцию  $z(x)$ , описывающую траекторию луча, вышедшего под углом  $\alpha_0$  из источника в квадратичном приближении. Рассмотрите лучи, распространяющиеся по ветру и против ветра.
- 3.4 На основании вашего решения задачи, кратко сформулируйте основную причину того, что по ветру звук распространяется дальше, чем против ветра.