線形代数学 I 期末試験解答

Jacques Garrigue, 2017 年 8 月 4 日

問 1 24 点

$$(1)\ \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -4 & 7 & -1 \\ -1 & 4 & -1 \end{bmatrix} \qquad (2)\ \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1 & -7 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad (3)\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -1 & 1 \\ -6 & 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

積で検算するといい.

問 2 18 点

問 1 の簡約化を見直すと (1) -3 (2) 8 (3) 1.

問 3 18 点

$$\sigma\cdot\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (1\ 6\ 2\ 5) \qquad \mathrm{sgn}(\sigma\cdot\tau) = (-1)^3 = -1$$

問 4 20 点

列の足し算や引き算で直接に計算できる.

$$D_n = \begin{vmatrix} x & a & \dots & \dots & a \\ a & x & a & \dots & a \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a & \dots & a & x & a \\ a & \dots & \dots & a & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+(n-1)a & a & \dots & \dots & a \\ \vdots & x & a & \dots & a \\ \vdots & a & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & x & a \\ x+(n-1)a & a & \dots & a & x \end{vmatrix} = (x+(n-1)a)\begin{vmatrix} 1 & a & \dots & \dots & a \\ \vdots & x & a & \dots & a \\ \vdots & a & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & x & a \\ 1 & a & \dots & a & x \end{vmatrix}$$

$$= (x+(n-1)a)\begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & x-a & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & x-a & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & x-a \end{vmatrix} = (x+(n-1)a)(x-a)^{n-1}$$

$f(a,n) = (n-1)a$ で解になる.

問 5 20 点

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -4 & 0 \\ 2 & -4 & -1 & 0 \\ -4 & -1 & 2 & 0 \\ -4 & 8 & 2 & -9 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\tilde{A} = -\frac{1}{9}\tilde{A}$$

A^{-1} を掃き出し法で計算し, $\tilde{A} = \det(A)A^{-1}$ で計算しても正解.

注　前期の成績は中間 40%, 期末 60%で計算されている. 合格の目安は平均 55 点です。