2024 年度 線形代数 (イェーリッシュ) 期末試験 (7 月 24 日実施)

- 終了時間の前に退出を希望する場合は挙手で知らせること.
- 開始の合図があるまで開いてはいけない.

2024 年度 線形代数 (イェーリッシュ) 中間試験 (7月 24 日実施)

次の問 (1) ～ (10) に答えよ (25 点満点)。

(1) (2 点) 次の置換 σ を巡回置換の積に分解せよ. また置換 σ の符号を求めよ.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 4 & 5 & 6 & 3 & 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

(2) (1 点) 次の条件を満たす置換 τ を求めよ.

$$\tau\ (1\quad 3) = (1\quad 3)\ (1\quad 2).$$

(3) (2 点) 次の行列 A の行列式を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 19 & 38 & 57 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4) (2 点) 次の行列 B の行列式を求めよ. 答えは, 「$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$」の形で表せ.

$$B = \begin{bmatrix} x-1 & x & x+1 \\ x & x & x+1 \\ x+1 & x-2 & 1 \end{bmatrix}$$

(5) (3 点) 次の行列 C の行列式を求めよ.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(6) (1 点) 次の行列 D の第 1 行に関する余因子展開を書け．ただし，2 次の行列式を計算する必要はない．

$$D = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(7) (4 点) 次の連立 1 次方程式をクラーメルの公式を用いて解け．

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(8) (3 点) 次の行列 F の余因子行列を求めよ．またそれを用いて F の逆行列を求めよ．

$$F = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

(9) (3 点) 次の行列 G の行列式を求めよ．

$$G = \begin{bmatrix} 2^3 & 2^2 & 1 & 2 \\ -3^3 & 3^2 & 1 & -3 \\ 7^3 & 7^2 & 1 & 7 \\ 5^3 & 5^2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

(10) (4 点) H が 3 次正方行列で，${}^tH = -H$ を満たすとする．$\det H = 0$ を示せ．