2024 年度 線形代数 (イェーリッシュ) 宿題 2

次の問に答えよ。

(1) 次の置換 σ を巡回置換の積に分解せよ. また置換 σ の符号を求めよ.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 2 & 5 & 7 & 6 & 8 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 次の条件を満たす置換 τ を求めよ.

$$(1 \quad 2)\, \tau = (1 \quad 2 \quad 3).$$

(3) 次の行列 A の行列式を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 17 & 17 & 34 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

(4) 次の行列 B の行列式を求めよ. 答えは, 「$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$」の形で表せ.

$$B = \begin{bmatrix} x-1 & x & x \\ x+1 & x & x-1 \\ x & x & x+1 \end{bmatrix}$$

(5) 次の行列 C の行列式を求めよ.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

(6) 次の行列 D の第 3 列に関する余因子展開を書け.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 4 & x \\ -1 & 2 & y \\ 1 & 0 & z \end{bmatrix}$$

(7) 次の連立 1 次方程式をクラーメルの公式を用いて解け.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & a & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(8) 次の行列 F の余因子行列を求めよ. またそれを用いて F の逆行列を求めよ.

$$F = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(9) 次の行列 G の行列式を求めよ.

$$G = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3^2 & 3^3 \\ 4 & 1 & 4^2 & 4^3 \\ 5 & 1 & 5^2 & 5^3 \\ 6 & 1 & 6^2 & 6^3 \end{bmatrix}$$

(10) H が 4 次正方行列で, $\det(H) = 2$ を満たすとする. H の余因子行列の行列式を求めよ.