◆ 不定積分の公式（不定積分の基本公式，置換積分法，部分積分法）

① $\displaystyle\int x^{\alpha}dx=\frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}$

② $\displaystyle\int e^{x}dx=e^{x}$

③ $\displaystyle\int a^{x}dx=\frac{a^{x}}{\log a}\quad(a>0)$

④ $\displaystyle\int \frac{1}{x}dx=\log|x|$

⑤ $\displaystyle\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx=\log|f(x)|$

⑥ $\displaystyle\int \sin x dx=-\cos x$

⑦ $\displaystyle\int \cos x dx=\sin x$

⑧ $\displaystyle\int \sec^{2}x dx=\tan x,\ \sec^{2}x=\frac{1}{\cos^{2}x}$

⑨ $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^{2}-x^{2}}}=\sin^{-1}\frac{x}{a}\quad(a>0)$

⑩ $\displaystyle\int \frac{1}{x^{2}+a^{2}}dx=\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}\quad(a\fallingdotseq\!\!\!\!/\ 0)$

⑪ $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^{2}+a}}dx=\log\left|x+\sqrt{x^{2}+a}\right|\quad(a\neq 0)$

⑫ $\displaystyle\int \sqrt{x^{2}+a}\,dx=\frac{1}{2}\left\{x\sqrt{x^{2}+a}+a\log\left(x+\sqrt{x^{2}+a}\right)\right\}\quad(a\neq 0)$

⑬ $\displaystyle\int \frac{1}{x^{2}-a^{2}}dx=\frac{1}{2a}\log\left|\frac{x-a}{x+a}\right|\quad(a\neq 0)$

⑭ $\displaystyle\int \sqrt{a^{2}-x^{2}}\,dx=\frac{1}{2}\left(x\sqrt{a^{2}-x^{2}}+a^{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}\right)\quad(a>0)$

◆ 置換積分法，典型的な置換パターン

⑮ $x=g(t)$ のとき $\displaystyle\int f(x)dx=\int f\big(g(t)\big)g'(t)dt$

⑯ $\displaystyle\int f(\sin x)\cos x dx$ の場合，$\sin x=t$ とおく．

⑰ $\displaystyle\int f(\cos x)\sin x dx$ の場合，$\cos x=t$ とおく．

⑱ $\displaystyle\int f(\sin x,\cos x)dx$ の場合，$\tan\frac{x}{2}=t$ とおく．

⑲ $\displaystyle\int \sqrt{a^{2}-x^{2}}\,dx$ の場合，$x=a\sin\theta$（または $x=a\cos\theta$）$(a>0)$ とおく．

◆ 部分積分法

⑳ $\displaystyle\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$

◆ 2項定理

異なる n 個のものから r 個取り出す組合せの総数を ${}_{n}\mathrm{C}_{r}$ で表すと，

$${}_{n}\mathrm{C}_{r}=\frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}=\frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$$(r!=r(r-1)\cdots 2\cdot 1,\ 0!=1)$$

$$(a+b)^{n}={}_{n}\mathrm{C}_{0}a^{n}+{}_{n}\mathrm{C}_{1}a^{n-1}b+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{r}a^{n-r}b^{r}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}b^{n}$$

• 整級数展開 •

$$f(x)=f(0)+f'(0)x+\frac{1}{2!}f''(0)x^{2}+\cdots+\frac{1}{n!}f^{(n)}(0)x^{n}+\cdots$$

$$e^{x}=1+x+\frac{1}{2!}x^{2}+\cdots+\frac{1}{n!}x^{n}+\cdots\qquad(-\infty<x<\infty)$$

$$\sin x=x-\frac{1}{3!}x^{3}+\frac{1}{5!}x^{5}-\cdots+(-1)^{m-1}\frac{x^{2m-1}}{(2m-1)!}+\cdots\qquad(-\infty<x<\infty)$$

$$\cos x=1-\frac{1}{2!}x^{2}+\frac{1}{4!}x^{4}-\cdots+(-1)^{m-1}\frac{x^{2m-2}}{(2m-2)!}+\cdots\qquad(-\infty<x<\infty)$$

$$\log(1+x)=x-\frac{x^{2}}{2}+\frac{x^{3}}{3}-\cdots+(-1)^{n-1}\frac{x^{n}}{n}+\cdots\qquad(-1<x\leqq 1)$$

$$(1+x)^{\alpha}=1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^{2}+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}x^{n}+\cdots\qquad(-1<x<1)$$