

①

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ker } T \text{ の基底 } \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{null } T = 2$$

$$\text{Im } T \text{ の基底 } = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{rank } T = 2$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{あるいは} \\ \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad \because \text{Im } T = \mathbb{R}^2 \end{array} \right)$$

$$\textcircled{2} \quad a) \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(b) \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\stackrel{5.2.1}{\Rightarrow} B = \bar{Q}^T A P \quad ; \quad \bar{Q}^T = \frac{1}{\det Q} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/2 & -3/2 & -3/2 \\ 5/2 & 7/2 & 9/2 \end{bmatrix}$$

$$(c) \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5.2.1

$$\Rightarrow B = \bar{Q}' A P$$

$$= A P$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 9 & 6 & 11 \end{bmatrix}$$

$$(d) \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 5.2.1 \\ = 1 \end{matrix} \quad B = \tilde{Q}^T A P = \tilde{Q}^T \begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 9 & 6 & 11 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 9 & 6 & 11 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -6 & -3 & -6 \\ 12 & 9 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -\frac{3}{2} & -3 \\ 6 & \frac{9}{2} & 8 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{3} \quad T(1) = x^2$$

$$T(x) = 2x - 1 + 17x^2$$

$$\begin{aligned} T(x^2) &= 24(2x - 1) + (17)^2 x^2 \\ &= \underline{48x - 24 + 289x^2} \end{aligned}$$

$$\text{表現行列} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -24 \\ 0 & 2 & 48 \\ 1 & 17 & 289 \end{bmatrix}$$

//