力学１　課題１

1. x 軸正方向を東、y 軸正方向を北、z 軸正方向を上に向けてとる。次の a)、b) のベクトルの大きさと、その方向の単位ベクトルの x、y、z 成分を求めよ。
   a)　北西へ 20 km、上へ 5 km。
   b)　南東へ 10 m、下へ 10 m。

2. 船 A の速度を、$\left|\mathbf{v}_a\right| = 40$ km/h で南東向き、船 B の速度を、$\left|\mathbf{v}_b\right| = 30$ km/h で西向きとするとき、船 A の船 B に対する相対速度（$\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b$）の x、y、z 成分と大きさを求めよ。座標軸の取り方は１．と同様とする。

3. 大きさが $\sqrt{3}$ のベクトル $\mathbf{A}$ があり、x 軸、y 軸、z 軸となす角度がすべて等しい。$\mathbf{A}$ の x、y、z 成分 A_x、A_y、A_z を求めよ。ただし、$\mathrm{A}_x > 0$とする。

4. 質点の位置ベクトルが次の a)、b)のように与えられている。それぞれの場合の速度ベクトルと加速度ベクトルを求めよ。t は時間、$\mathbf{i}$、$\mathbf{j}$、$\mathbf{k}$ はそれぞれ x 軸、y 軸、z 軸に沿った単位ベクトルとする。
   a)　$\boldsymbol{r} = 10\,t\,\boldsymbol{i} + 20\,t^2\,\boldsymbol{j} + 30\,\boldsymbol{k}$
   b)　$\boldsymbol{r} = (5\cos 1\,0\,t)\,\boldsymbol{i} + (10\sin 1\,0\,t)\,\boldsymbol{j} + 12\,t\,\boldsymbol{k}$

力学１　課題２

1. x軸上を一定の加速度 $\alpha\ (\alpha > 0)$ で運動している質点の位置 x を時刻 t の関数として表せ．ただし $t = 0$ で $x = x_0$ ，$\frac{dx}{dt} = v_0$ とする．

2. xy 平面上で原点を中心とした半径 r [m]の円周上を一定の速さで 1 秒間に 20 回転している質点がある．次の物理量を求めよ．単位も記すこと．円周率 π は π のままでよい．1）円運動の周期，2）角速度，3）質点の速さ（速度の絶対値），4）質点の加速度の大きさ．

3. 上記 2. において，運動が xy 平面上で原点を中心とした半径 r の円周上で反時計回りに行われている場合について，次の問いに答えよ．
   1) $t = 0$ で質点の位置ベクトル $\vec{\boldsymbol{r}} = (r,\ 0)$ とするとき，時刻 t における質点の位置ベクトル $\vec{\boldsymbol{r}}$ の x 成分 $x(t)$ および y 成分 $y(t)$ を時刻 t の関数として表せ.
   2) 質点に働いている力 $\vec{\boldsymbol{F}}$ が $\vec{\boldsymbol{F}} = m\vec{\boldsymbol{a}}$ （$\vec{\boldsymbol{a}}$ は質点の加速度、mは質量）として表される場合、力 $\vec{\boldsymbol{F}}$ のx 成分 $F_x(t)$ および y 成分 $F_{\mathrm{y}}(t)$ を時刻 t の関数として表せ.

力学１　課題３

1. ３次元直交座標系におけるある質点の座標 $(x,\ y,\ z)$ の各成分をそれぞれ３次元極座標 (r, θ, φ) を用いて表せ.

2. ３次元直交座標系におけるある質点の加速度$(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$の各成分をそれぞれ３次元極座標 (r, θ, φ) とその時間微分 $\left(\dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}\right)$ 及び$(\ddot{r}, \ddot{\theta}, \ddot{\varphi})$を用いて表せ.

3. ３次元空間中の２つの質点が、お互いの距離Rを一定に保って運動しているとき、この２つの質点系の自由度はいくらか.

4. ある平面上を運動する質点の軌道が極座標(r, θ)を用いて $r = f(\theta)$で与えられている.質点の速さ$|\vec{v}|$を，$f(\theta)$，$f'(\theta) = df(\theta)/d\theta$，$\dot{\theta}$の関数として求めよ.

力学１　課題４

（以下の問題では重力加速度をgとする.）

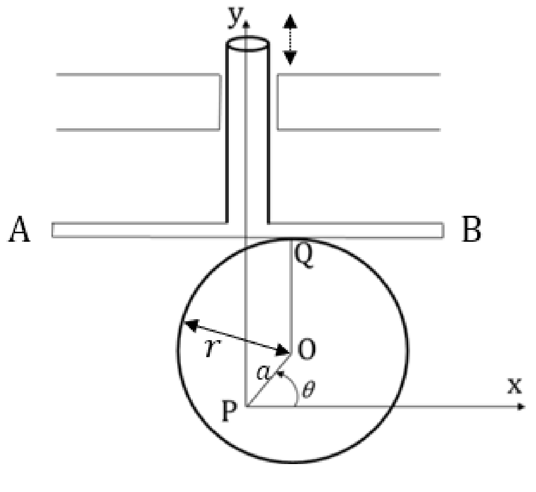
1. 質量m の質点を速さ v_0 ，迎角 θ で投げ上げた．空気の抵抗は働かないとする．質点の運動は xy 平面内行われるとし, x 軸方向を水平方向, y 軸の正の向きを鉛直上向きとする．迎角 θ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ は x 軸の正の方向から測った角度とする.

   1) 投げ上げた後の質点の x 方向および y 方向の運動方程式を示せ.

   2) $t = 0$ で質点の位置は $(x, y) = (0, 0)$ ，質点の速さは $|v| = v_0$ とする．質点が最高点に到達したときの質点の x 座標および y 座標を求めよ.

2. ひもの長さ L の振り子の先端に質量m のおもりが取り付けてある．ひもはたるむことがなく，ひもの質量は無視できるものとする．おもりの運動は，ある鉛直平面内で行われるものとする．鉛直方向とひものなす角度を θ，ひもの張力を Tとして、おもりの軌道に対して接線方向および法線方向の運動方程式を示せ.

3. 次の図のように半径rの円板が中心からaだけ離れた点 P を中心として一定の角速度ωで xy面内を回転している（$\theta = \omega t$）．また、板 AB は円板と接していてy軸方向で上下運動を行う．座標原点を点 P にとり、水平方向右にx軸の正方向、鉛直上向きをy軸正方向とする．以下の問いに答えよ.（教科書第 1 章演習問題 10）



(1) 円板と板 AB が接する点を Q とする．ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ （$= \overrightarrow{\mathrm{PO}} + \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$）を時間の関数として表せ.

(2) 板 AB の上下運動の速度と加速度を求めよ.

力学１　課題５

質量m のある物体が重力と空気の抵抗力$\vec{\boldsymbol{F}}_\mathrm{V}$を受けながら運動している．空気の抵抗力 $\vec{\boldsymbol{F}}_\mathrm{V}$の大きさは，物体の速さに比例（$|\vec{\boldsymbol{F}}_\mathrm{V}| = \gamma\ |\vec{\boldsymbol{v}}|$）しているとする（$\gamma$ は正の定数）．鉛直方向に x 軸をとり下向きを正とする．物体は x 軸上を運動しており，風は吹いていないとする．重力加速度はgとし，積分定数は各自で設定すること．

（1）物体の運動方程式を，物体のx軸方向の速さ $v(t)\ (=\dot{x}(t))$ の，時間tに関する１階微分方程式として表せ.

（2）(1) の微分方程式の一般解を求めることにより $v(t)$ を時間t の関数として表せ.

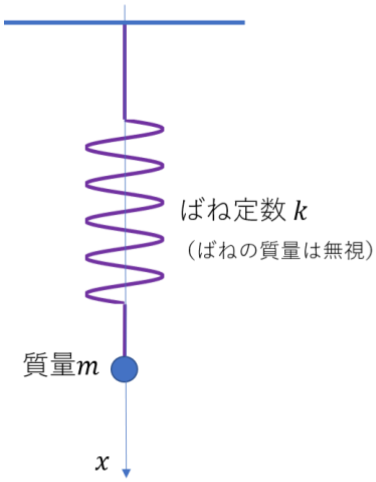
（3）(2)で求めた$v(t)$において、$t \to \infty$の極限における$v(t)$（終端速度）を求めよ.

（4）(2)で求めた$v(t)$を時間tで積分することにより、物体の位置 $x(t)$ を求めよ.

力学１　課題６

質量 m のある物体が下図のように質量の無視できるばね（ばね定数 k ）につるされている．鉛直方向下向きに x 軸の正方向をとる．x 軸の原点（$x = 0$ ）を下の（1）と（2）のようにとる場合，（1）と（2）のそれぞれについて物体の運動方程式を示し，それを解くことによって物体の位置 $x(t)$ を求めよ．重力加速度は g とし，微分方程式を解く際の任意定数は各自で設定すること．

（1）ばねが自然長の場合の物体の位置を原点とする．
（2）重力とばねによる力が釣り合っている位置を原点とする．



力学 1　課題 7

1. x 軸上を運動する質量 m の質点があり，ばねによる復元力 $-m\omega^2 x$ 、空気による抵抗力$-2m\gamma\dot{x}$ および 外力 $mF_0\cos\omega_0 t$ が働いている．

   (1) 質点の運動方程式を x に関する微分方程式として示せ.

   (2) (1) の運動方程式の一般解を求めよ.

力学１　課題８

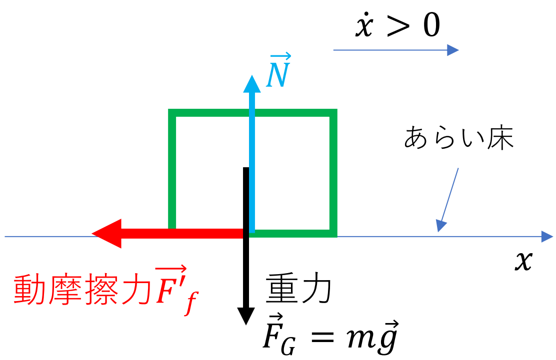
1. 水平な台の上に質量 m の質点が置かれている．この台がある振幅 A（A は定数）で上下に単振動するとき，質点が台から離れないためには，台の振動の周期 T に条件が必要である．この条件を求めよ．重力加速度の大きさは g とする．

力学１　課題９

1. 保存力とはどのような力か簡潔に説明せよ．また、重力以外の保存力の例を挙げよ．

2. MKS 単位系において、仕事、運動エネルギー、重力によるポテンシャルの 3 つの物理量の単位を示せ．

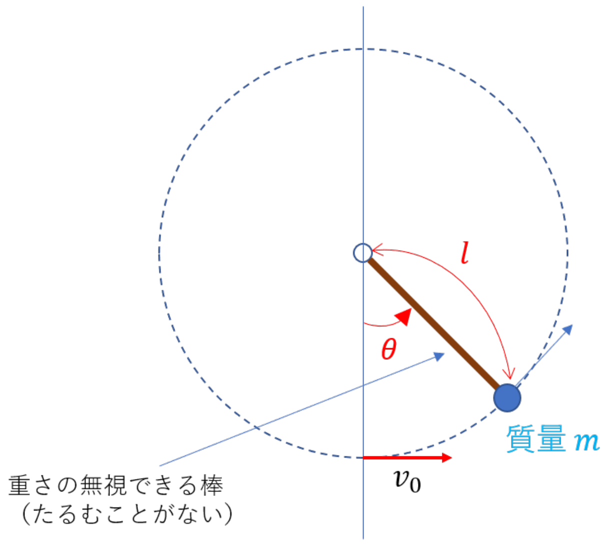
3. 下図のように、あらい床の上をx軸正の向きに運動している質量 m の物体がある．物体は $t = 0$ において、$\dot{x} = v_0$ （$v_0 > 0$）で運動をはじめた．物体が止まるまでに動摩擦力が物体にした仕事を求めよ（正負に注意）．動摩擦力の大きさは一定とし、動摩擦係数は μ' とする．重力加速度の大きさは g とする．



力学１　課題 10

1. 質量 m の質点が振幅 A 、角振動数 ω で単振動を行っている．質点の力学的エネルギーが保存することを示せ．

2. 下図のように、質量 m の質点が、長さl の質量の無視できる棒（たるむことがない）の先端に固定されている．棒は、もう一方の先端を中心にしてある鉛直面内で回転運動を行う．質点は、最下点（$\theta = 0$ ）において初速 v_0 で運動をはじめた．質点が最上点（$\theta = \pi$ ）まで到達するための初速 v_0 の条件を求めよ．また、質点が長さl の質量の無視できる糸につるされている場合に、糸がたるむことなく質点が最上点まで到達するための初速 v_0 の条件と比較せよ．重力加速度の大きさは g とする．



1. 質量 m の質点を速さ v_0 ，迎角 θ で投げ上げた．質点には重力 $m\vec{g}$ と空気による抵抗力が働いている．空気の抵抗力 $\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{V}}$ の大きさは，物体の速さに比例（ $|\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{V}}| = \gamma\ |\vec{\boldsymbol{v}}|$ ）しており，向きは質点の速度 $\vec{\boldsymbol{v}}$ と逆向きとする（γ は正の定数）．質点の運動は xy 平面内で行われるとし, x 軸方向を水平方向, y 軸の正の向きを鉛直上向きとする. 迎角 θ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ は x 軸の正の方向から測った角度とする.

   1) 投げ上げた後の質点の x 方向および y 方向の運動方程式を示せ.

   2) $t = 0$ で質点の位置は $(x, y) = (0, 0)$ ，質点の速さは $|v| = v_0$ とする．質点が最高点に到達したときの質点の x 座標および y 座標を求めよ.