線形代数学 I　　中間試験　　　　　　　　　　　　担当: 南　　5/23/2024

＊ I. II. III. の解答は解答用紙 1 枚目の表裏に書くこと.

I　以下の行列を求めよ.

(1) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$　　(2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

II　以下の行列式を計算せよ.

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$　　(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & x & 0 & -1 \\ 3 & y & 2 & 3 \\ -2 & z & 1 & 0 \end{vmatrix}$

III　次の行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

＊ IV. V. VI. の解答は解答用紙 2 枚目の表裏に書くこと.

IV　A を n 次行列とするとき, A が正則であるための条件を A を用いてあらわせ. またこのとき $|A^{-1}|$ 求めよ.

V　A, B, D を n 次行列, O を n 次の零行列とするとき $\begin{vmatrix} A & B \\ O & D \end{vmatrix} = |A|\,|D|$ が成り立つ. このとき $\begin{vmatrix} O & D \\ A & B \end{vmatrix}$ を求めよ.

VI　空間内で同一直線上にない 3 点 (x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3) を通る平面の方程式が

$$0 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x \\ y_1 & y_2 & y_3 & y \\ z_1 & z_2 & z_3 & z \end{vmatrix}$$

で与えられることを証明せよ.