

# 2023.11.13 力学Ⅱ 中間試験問題 担当：伊藤孝寛、原田俊太

## 注意事項

- 教科書、ノート、配布資料等の持ち込みは認めない。
- 解答用紙2枚ともに授業科目名(力学Ⅱ)、教員名(伊藤孝寛)、名前、学生番号、所属(工1-マテなど)を記入すること。
- 問題番号を必ず記入し、解答部分には下線などを引き採点の際確認がしやすいようにすること。
- 解答用紙の裏も使用してよいが、その場合は裏にも解答があることを表面に明記すること。
- 解答を得た道筋を明確に記載していない場合は点数を与えない。
- 30分以内の遅刻は受験を認める。なお受験者は試験終了まで退室を許可しない。

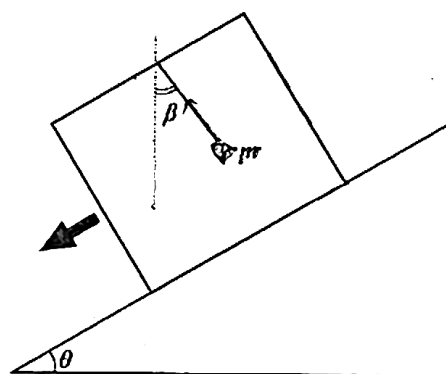
(＊問題文にない物理量を用いる必要がある場合は定義した上で用いること。)

問1. 以下に与えられる水平面内における力  $F$  が保存力であるか否かを答えよ。また、保存力である場合はその力によるポテンシャル  $U$  を  $x, y$  の関数として示せ。ここで、原点におけるポテンシャルは  $U = 0$  とする。

- (1)  $F = (0, -mg)$   $g$ : 重力加速度,  $m$ : 質点の質量
- (2)  $F = (2kxy, kx^2)$   $k$ : 正の定数
- (3)  $F = (xy, y^2)$

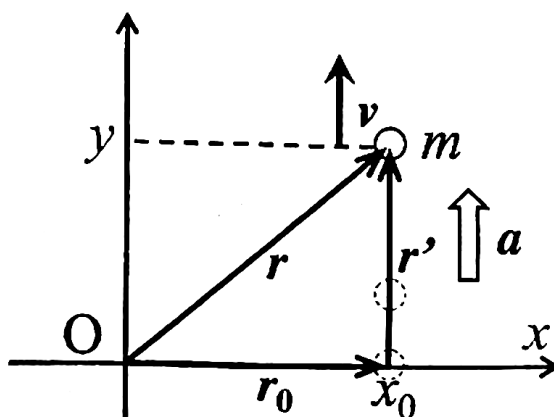
問2. 右図のように、傾斜角  $\theta$  [rad] のなめらかな斜面がある。この斜面上を、振り子をつけた箱が一定の加速度で斜面に沿って降りているとき、箱の中の振り子は鉛直線に対して角  $\beta$  [rad] をなして静止していた。振り子の糸の張力を  $T$  [N]、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>]、質点の質量を  $m$  [kg] として以下の問いに答えよ。ただし、斜面は静止しているものとする。

- (1) 箱と振り子全体の加速度  $a$  [m/s<sup>2</sup>] を  $g$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (2) 水平方向および垂直方向の張力の大きさ  $T \cos \beta$  [N] および  $T \sin \beta$  [N] を  $m, g, \theta$  を用いて表せ。
- (3) 振り子の角度  $\beta$  [rad] を求めよ。

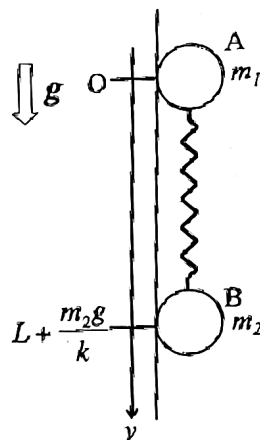


問3. 等加速度直線運動をする質量  $m$  [kg] の質点がある。時刻  $t = 0$  [s] における質点の位置が  $r_0(x_0, 0, 0)$ 、加速度が  $a(0, a, 0)$  となるように座標軸を設定した。質点の初速度は0である。以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻  $t$  における質点の速度  $v$  は  $(0, v, 0)$ 、位置  $r$  は  $(x_0, y, 0)$  のように表すことができるとする。このときの  $v$  および  $y$  を  $a$  と  $t$  を用いて表せ。
- (2) 時刻  $t$  における質点の原点に対する角運動量  $L(L_x, L_y, L_z)$  を求めよ。
- (3) 時刻  $t$  における質点の位置  $r_0$  に対する角運動量  $L'(L'_x, L'_y, L'_z)$  を求めよ。
- (4) 時刻  $t$  において質点に働く力の原点に対するモーメント  $N(N_x, N_y, N_z)$  を求めよ。

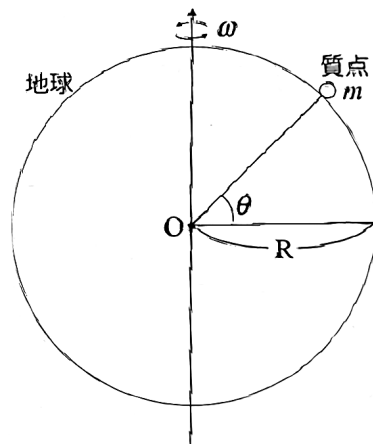


問4. ばね定数  $k$  [N/m], 自然長  $L$  [m] のばねでつながれた質量  $m_1$  [kg],  $m_2$  [kg] の2つの質点 A, B がある. 図のように時刻  $t = 0$  [s] においてばねを鉛直にして質点 A を固定したところ質点 B がぶら下がった状態で全体が静止した. このときのばねの自然長からの伸びは  $m_2 g / k$  [m] であった. 時刻  $t = 0$  [s] における質点 A の位置を原点として鉛直下向きに  $y$  軸を設定する. 時刻  $t = 0$  [s] に質点 A の固定を静かに解除し, 全体を落下させた.  $y$  軸下向きにかかる重力加速度を  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として, 以下の問いに答えよ.



- (1) 質点 A, B の重心の位置を  $Y$ , 全体の質量を  $M$  とするとき, 重心の運動方程式を書け.
- (2) 重心の位置  $Y$  を時刻  $t$  の関数として表せ.
- (3) 質点 A に対する質点 B の相対位置  $y = y_B - y_A$ , 換算質量  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  とするとき, 質点 A に対する質点 B の相対運動の運動方程式を書け.
- (4) 質点 A に対する質点 B の相対位置  $y$  を時刻  $t$  の関数として表せ.
- (5) 質点 A の位置  $y_A$  と質点 B の位置  $y_B$  を時刻  $t$  の関数として表せ.

問5. 地球は地軸の周りに自転している. 自転の角速度を  $\omega$  [rad/s], 地球の半径を  $R$  [m] として, 地心緯度  $\theta$  [rad] において質量  $m$  [kg] の質点の運動を回転座標系で考える. 以下の問いに答えよ. ここで, 地表における地心方向の重力加速度を  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする.



- (1) 質点が地表で静止しているとき, 質点を受ける力のベクトルを模式図に作図し, それぞれの力の名称を答えよ.
- (2) 質点が地表で静止しているとき, 質点を受ける見かけの重力加速度  $g'$  [m/s<sup>2</sup>] を  $g, \omega, R, \theta$  を用いて表せ.

次に, 赤道面を  $xy$  平面と考えて, 地軸の北極方向を  $z$  軸プラス方向にとる. ここで, 質量  $m$  [kg] の質点に対して赤道上 ( $\theta = 0$  [rad]) で地表に沿って東向き (反時計回り方向) に滑らかに初速  $v$  [m/s] を与える場合を回転座標系で考える. 以下の問いに答えよ.

- (3) 初速  $v$  を与えた瞬間に, 質点を受けるコリオリの力  $F_C$  の向きと大きさをそれぞれ答えよ. 向きについては, 作図により明確に示すこと.
- (4) (3) において, 初速  $v = 100$  m/s, 質点の質量を  $m = 1$  kg とするとき, コリオリの力の大きさ [N] を具体的に求めよ. ここで, 地球半径  $R = 6.4 \times 10^3$  km とし, 地球の自転周期は1日として考えて良い.
- (5) 赤道上で地表に沿って北向きに滑らかに初速を与えると, 質点を受けるコリオリの力はどのようなか. 定義式などを用いて考察せよ.