2024 年度 線形代数 (イェーリッシュ) 宿題 1

次の問に答えよ。

(1) 成分が $a_{ij} = \delta_{3-i,j}$ の行列 $A = [a_{ij}]_{2\times 2}$ を具体的に書け.

(2) 正方行列 A が $-A = {}^t A$ を満たすとき, A を交代行列という. 次の正方行列が交代行列であるような a, b, c を求めよ.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & b \\ c & a & b \\ 1 & 1 & a \end{bmatrix}$$

(3) 正方行列 $A = [a_{ij}]_{2\times 2}$, $B = [b_{ij}]_{2\times 2}$, $C = [c_{ij}]_{2\times 2}$ に対して,

$$A(BC) = (AB)C$$

を示せ.

(4) 次の行列 A に対し, A^2, A^3, A^4 を計算せよ.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(5) 次の行列 A,B に対して, 積 AB を計算せよ.

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(6) 次の行列 A,B に対して, 積 AB を計算せよ.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(7) 行列 $A = [a_{ij}]_{2\times 2}$ を次のように行ベクトルに分割する:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}.$$

次の積

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} A$$

を

$$\begin{bmatrix} \alpha\mathbf{a}_1 + \beta\mathbf{a}_2 \\ \gamma\mathbf{a}_1 + \delta\mathbf{a}_2 \end{bmatrix}$$

の形で表せ.

(8) 次の行列が簡約行列になるような変数 s, t, u を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & s \\ 0 & t & 0 & 1 \\ u & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(9) 次の連立一次方程式を解け.

$$\begin{bmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(10) 次の行列

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

の逆行列を求めよ.