講義 LECTURE

# 04 導体

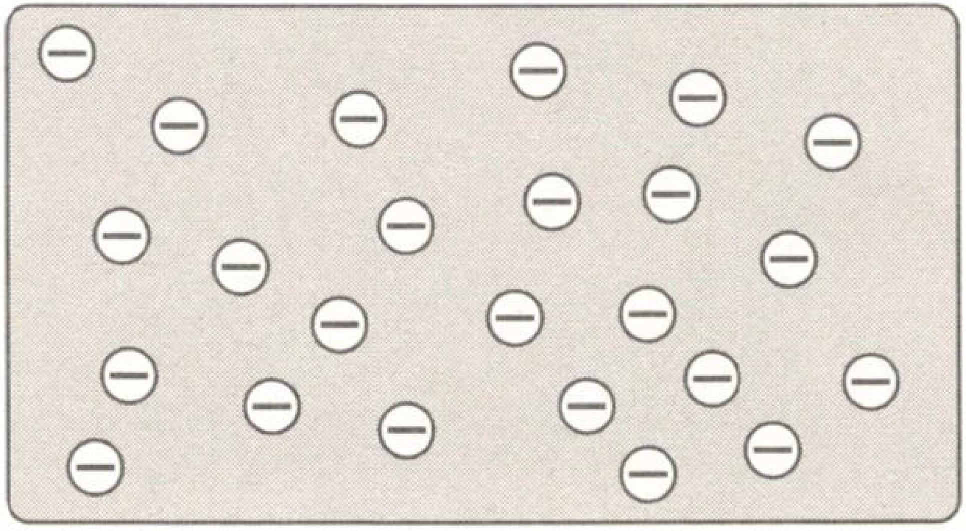
前講までで，真空中に置かれた点電荷のつくる電場と電位について，一通りのことを学んだ。静電気力の基本原理としては，これで十分である。

しかし，我々の周囲を見てみると，点電荷と呼べるようなものはほとんど存在しない。目に入るどんな小さな物質でさえ，莫大な数の原子からできている。こうした，巨視的(マクロ)な物質についての静電気力を考えるときには，クーロンの法則に加えて，何らかの法則なり考え方があった方が便利であろう。ちょうど，国家や社会を考えるときに，個人の性格以外に，国家体制や経済状況を考えるようなものである。

非常に興味深いことであるが，自然は人間の技術的挑戦を待っているかのように，物質世界を精妙に構築している。何世紀も前から知られていたことではあるが，我々の世界には，電気を通す物質(**導体**)と電気を通さない物質(**絶縁体**, あるいは**誘電体**ともいう)が存在する(さらにいえば，**半導体**も存在する)。

おおざっぱにいって，金属は電気を通すが，非金属は電気を通さない。そもそも電気を通すとは，その物質の中に自由に動ける電荷(具体的には電子)がたくさん存在するということである。

**図4-1**●金属結晶の内部には，無数の自由に動ける電子がただよっている。いわば，自由電子の海，あるいは電子ガスである。



ふつう，原子に存在する電子は，原子核のプラスの電気に引かれて，簡単には原子から離れられないはずであるが，金属の場合，軌道の外側を回る電子は，金属が結晶構造をとったとき，原子核の束縛から離れてふらふらと自由にさまよいだすのである。これを**自由電子**と呼ぶが，こうした現象の正しい説明は，量子力学によってなされなければならない。

具合のよいことに，マクロな電気現象として，導体と誘電体はそれぞれきわめて特徴的な性質を示すので，本講では導体を，講義6で誘電体を扱うことにしよう。

## ●導体の定義

導体という枠でくくりはするものの，現実の導体はさまざまである。つまり，電子が自由に動けるといっても，何の抵抗もなく氷面を滑るように動くわけではない。しかし，当面はそのようなものとしておこう。いわば，我々は現実の導体ではなく，理想的な導体，完全導体といってもよいものを想定することにする。

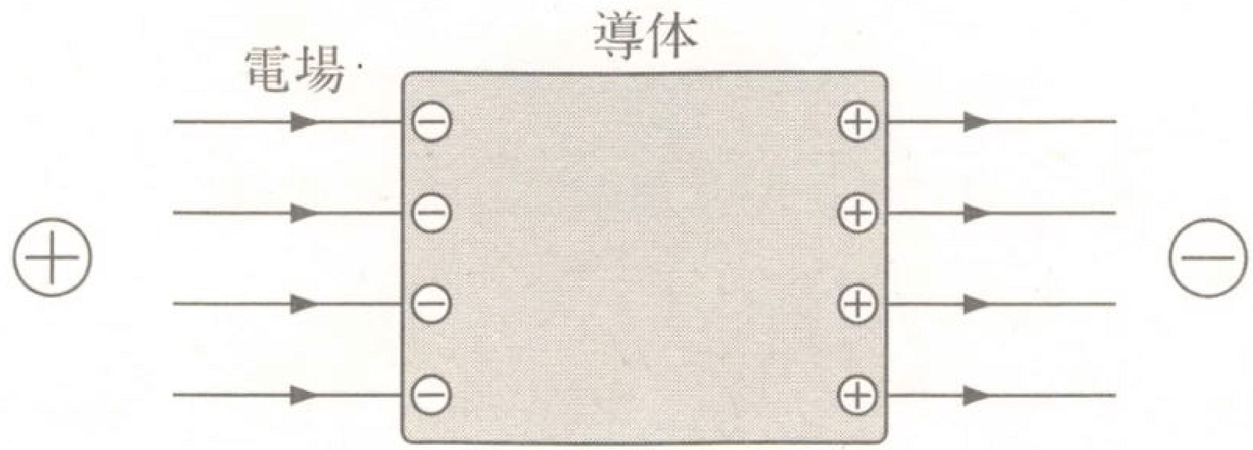
すると，(完全)導体の定義は次のようになるだろう。

内部に十分な量の自由に動ける電荷があり，少しでも力が働けば，それらの自由電荷はすみやかに運動する。このような物質を(完全)導体という。

現実の金属では，自由に動ける電荷はマイナスの電子であるが，かりに自由に動けるプラスの電荷があっても事情は同じなので，上のような表現にしておく。

さて，このような導体を，外から加えられた電場の中に置いてみよう。

**図4-2**●外部からかけられた電場によって，自由電子は左側の表面に集まる。その分，右側の表面にはプラスが現れる。




そうすると，とうぜんのことながら，導体内部の自由電荷は，この電場の力を受けてすみやかに移動するだろう。自由電荷をマイナスの電荷

をもった自由電子としておくと，自由電子は図のように電場のプラス側の金属表面に集まるであろう。このとき，自由電子は，金属の内部で静止することがないのは明らかである。力，すなわち電場があれば自由にすみやかに動くのだから，必ず金属表面まで動いてくるはずである。

自由電子は，さらに金属表面から飛び出そうとするが，そのためにはきわめて大きな力が必要なので，ふつうは金属表面で止まってしまう。

導体に電場をかけた直後，こうした自由電子の移動がすみやかに起こり，やがてどこかでつりあいの状況が出現するだろう。我々は，目下，静電気力だけを扱っているので，電子が移動中の(すなわち電流が流れる)状況はしばらくおいておき，最終的にすべての電子が静止した状況だけを考察しよう。

自由電子が静止するということは，もはや電場がない，ということである(少しでも電場が残っていれば，それに応じて自由電子は動く)。

重要!

## ●導体の性質

## ●導体の性質

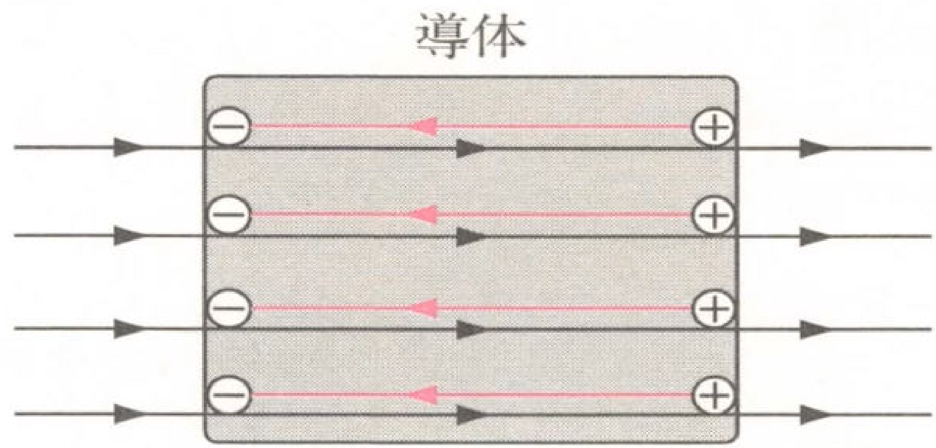
重要!

そこで，導体の定義から，次の結論が必然的に導かれる。

（自由電荷が静止している状況においては）導体の内部に電場は存在しない。

この事実は，直感的には，次のように理解しておけばよい。

**図4-3**●導体の内部では，外部からの電場と，移動した電荷⊕と⊖がつくる電場が打ち消し合い，電場が0になる。




図において，自由電子の移動によって，金属の左表面がマイナスに帯電するが，金属の右表面はその分，電子が不足して，プラスに帯電する。そこで，外部の電場を考えなければ，金属の右表面から左表面に向かって，金属の内部の電荷がつくる電場が生じるであろう。この内部の電荷

がつくる電場が，ちょうど外部の電場と打ち消し合うのである（導体の定義において，自由電荷が「十分な量」なければならないとしたのは，そうでないと外部の電場を打ち消せないからである）。

導体の内部で電場 $\boldsymbol{E}$ が，

$$\boldsymbol{E} = 0$$

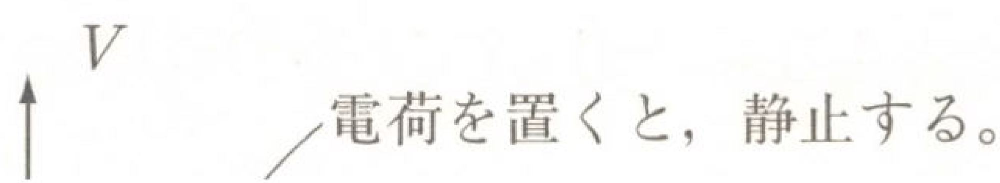
であれば，電位はどうなっているであろう？

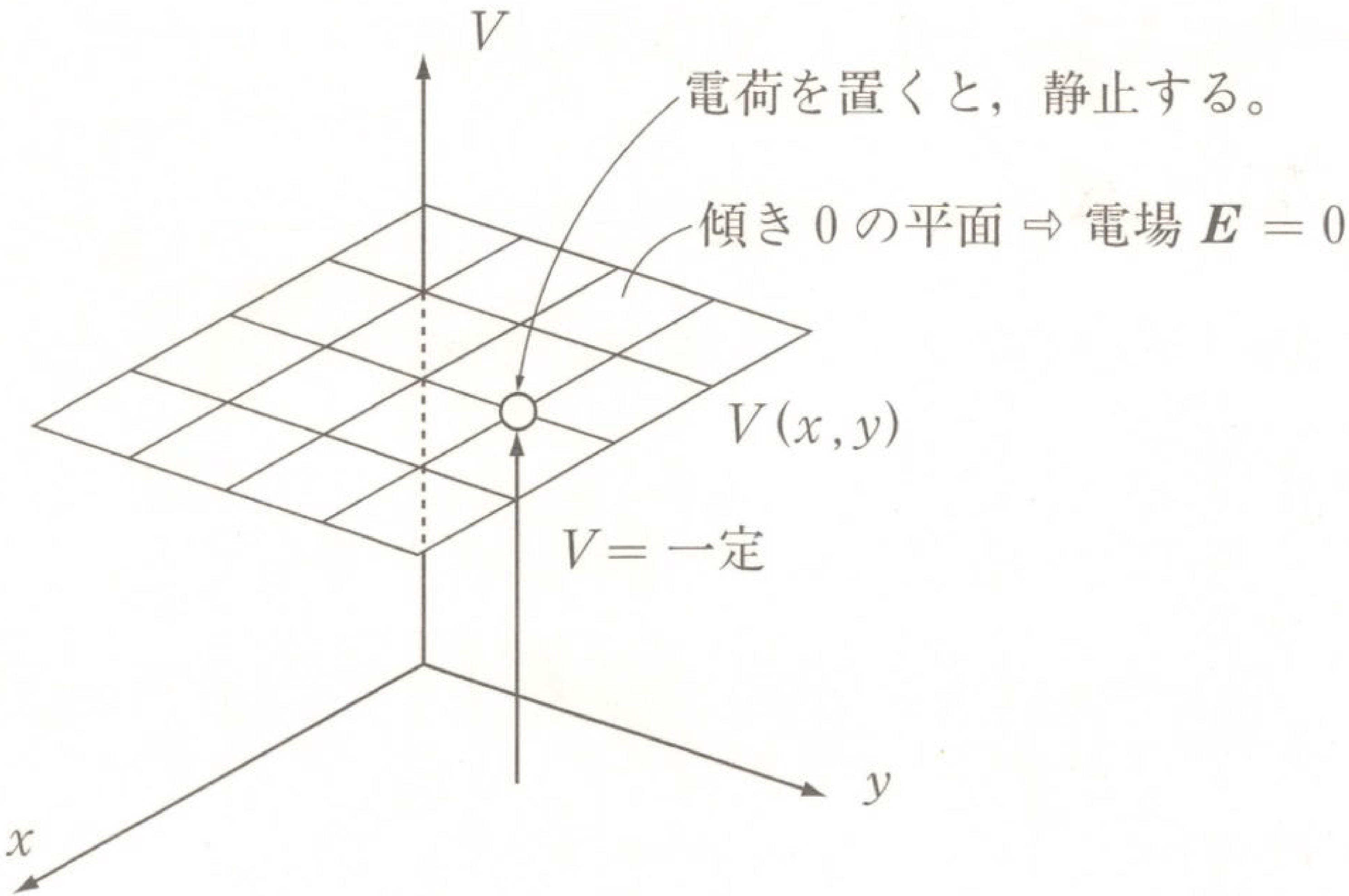
$$\boldsymbol{E} = -\mathrm{grad}\, V$$

より，

$$\mathrm{grad}\, V = 0$$

**図4-4●**$\boldsymbol{E} = 0$ とは，電位の傾き（$\mathrm{grad}\, V$）が 0，すなわち，電位が一定ということである（図は 2 次元空間の場合）。






これは，電位の傾斜がないということだから，答えはすぐに出て，

$$V = \text{一定}$$

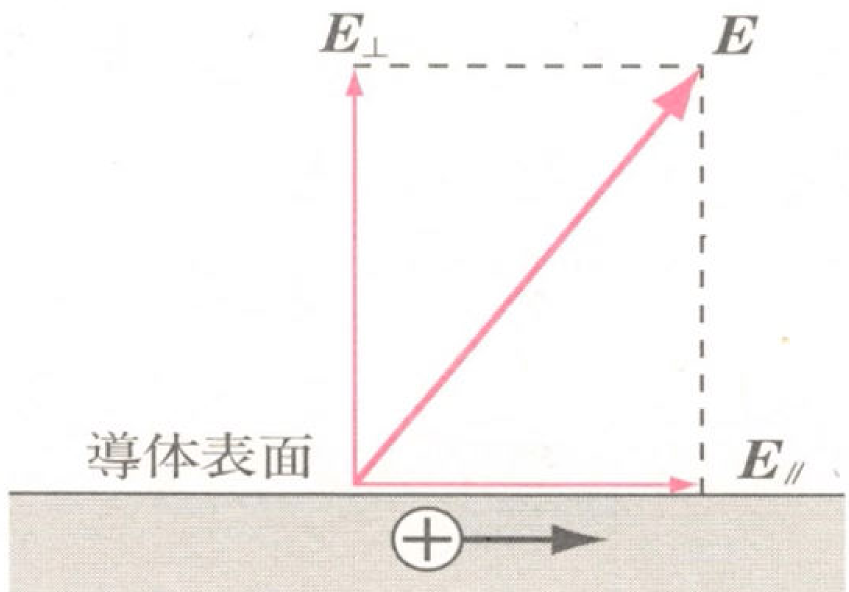
ということになる。すなわち，

（自由電荷が静止している状況においては）導体の内部の電位はどこも等しい。

# ●導体表面の電場

次に導体の表面で電場がどのようになっているかを調べよう。

図4-5●導体表面に平行な電場の成分 $\boldsymbol{E}_{/\!/}$ があると，導体表面の自由電荷はそれによって動かされてしまう。




$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

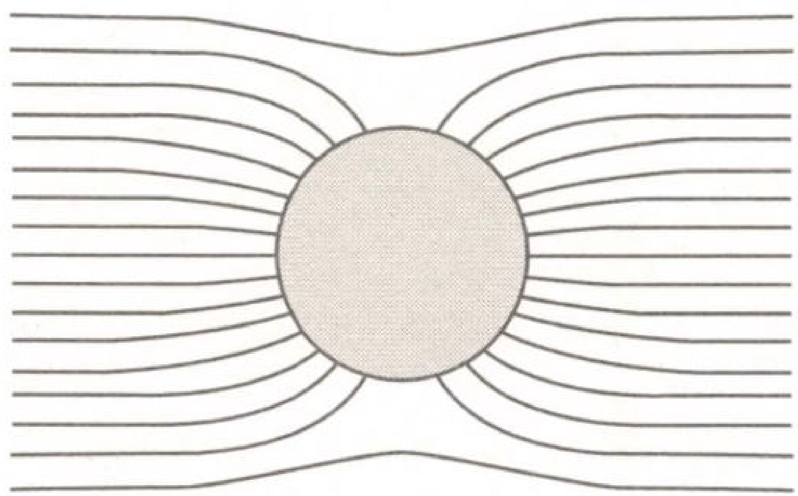
導体の表面に電荷が分布している場合（クーロンの法則あるいはdiv $\boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$ より），そこには必ず電場があるはずである。その電場ベクトルを，図のように，導体の表面に平行な成分と垂直な方向の成分に分解してみよう。すると，電荷は(導体の外には出られないが)，表面上は自由に動けるはずだから，電場の表面に平行な成分によって動かされてしまうだろう。

このことから，表面の電荷が静止しているかぎり，

電場は導体表面に必ず垂直になっていなければならない

ことが分かる。

図4-6●一様な電場の中に導体球を置いたときの電場の様子。

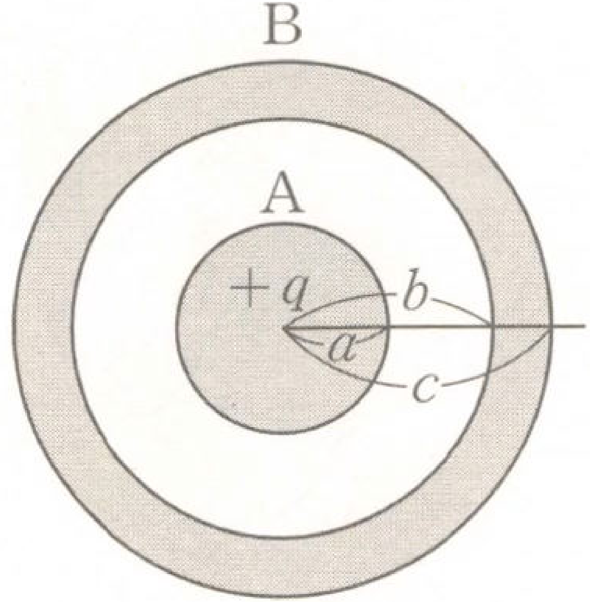


それゆえ，さまざまな形状の導体を外部電場の中におくと，導体の形状に応じて，電場(あるいは電気力線)の形は，金属表面で垂直になろうとしてゆがむことになる。一様な電場の中に，球形の導体を置いた場合の例を，図に示した。

**演習問題 4-1**

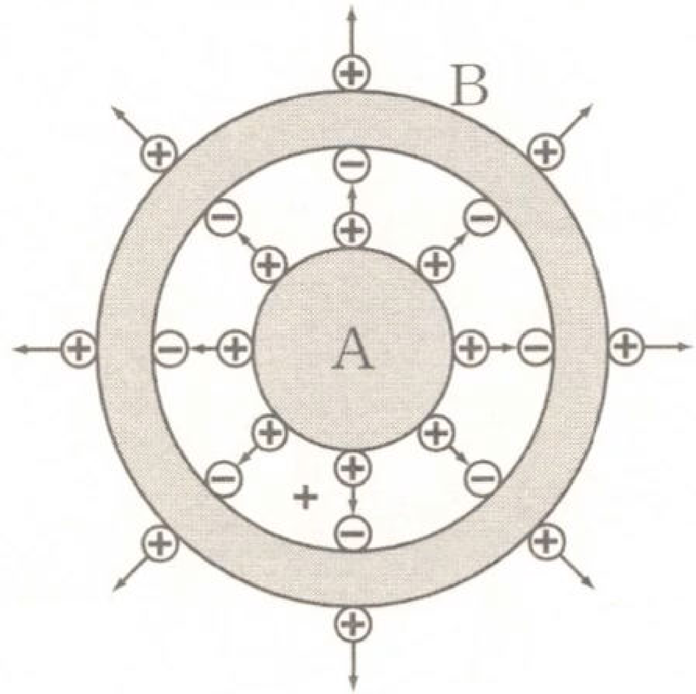
図のように，半径 $a$ の導体球 A と，内半径 $b$，外半径 $c$ の導体球殻 B が，同じ点を中心にして固定されている。導体球 A に正の電気量 $q$ を与えたとき，導体球 A と導体球殻 B の電位はそれぞれいくらになるか。ただし，空間は真空で，導体球殻 B は帯電しておらず，電位の基準(電位＝0 の点)は導体から無限に離れた点とする。

図4-7




**解答&解説** 導体球殻 B の外部，内部とも電界と電位が球対称になることは明らかである。

図4-8●電荷は導体表面に球対称に分布する。




まず，電荷の分布がどのようになっているかを，直感的に見ておこう。

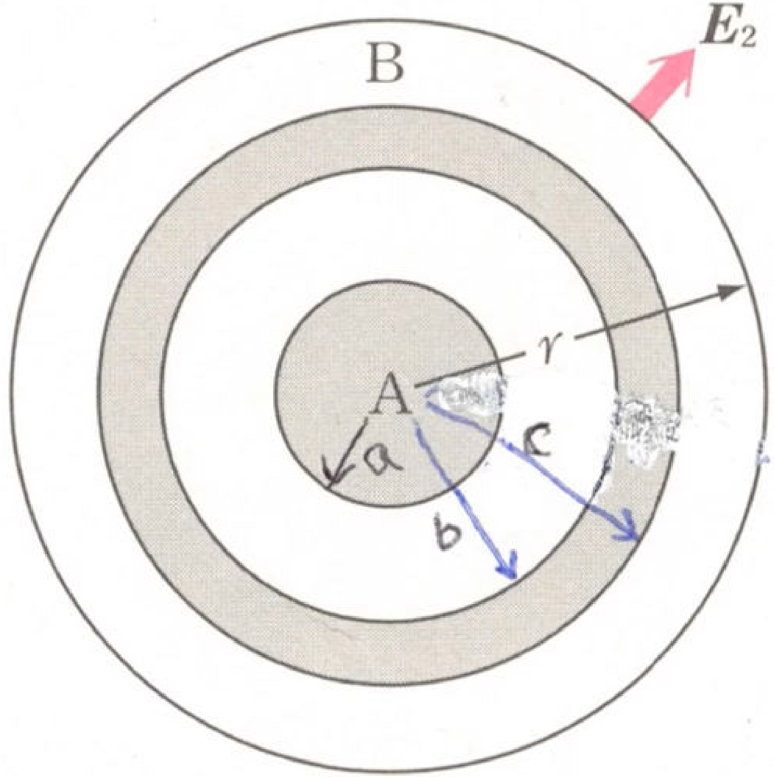
導体球Aに与えられた電荷 $q$ は，もちろん球の表面に一様に分布するはずである。この電荷によって，導体球殻Bの内面には等量のマイナスの電荷が引き寄せられるはずである。そうすると，導体球殻Bの外面は不足したマイナス分だけ等量のプラス電荷が分布することになるだろう。

しかし，導体球殻Bの外から見ると，これらの導体がもっている電荷は合計 $q$ であるから，けっきょく状況は，実習問題3-1 P.43 とあまり変わらないということになる。違いは，導体が存在する部分だけ電場がないと

いう，その点だけである。

以上のイメージを捉えておいて，やはりガウスの法則によって，電場を先に求めることにしよう。

**図4-8**●半径 $r$ の球の内部に存在する電荷の合計は$+q$




導体球と導体球殻の中心からの距離を $r$ で表し，まず $c \leqq r$（導体球殻の外側）の空間を考えよう。

半径 $r$ の球面を想定すると，この球面の中に存在する電荷の合計は $q$ である。そこで，この球面上の電場の大きさを $E_2(r)$ として，この球に

である。そこで，この球面上の電場の大きさを $E_2(r)$ として，この球にガウスの法則を適用すると，

$$4\pi r^2 E_2(r) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

よって，

$$E_2(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

ゆえに，この空間での電位を $V_2(r)$ とすると，

$E = -\dfrac{dV}{dr}$

$$V_2(r) = -\int \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\mathrm{d}r + C_2 \quad (C_2 \text{ は積分定数})$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C_2$$

境界条件として，$r=\infty$ で $V_2(\infty)=0$ とすれば，$C_2=0$ となるから，

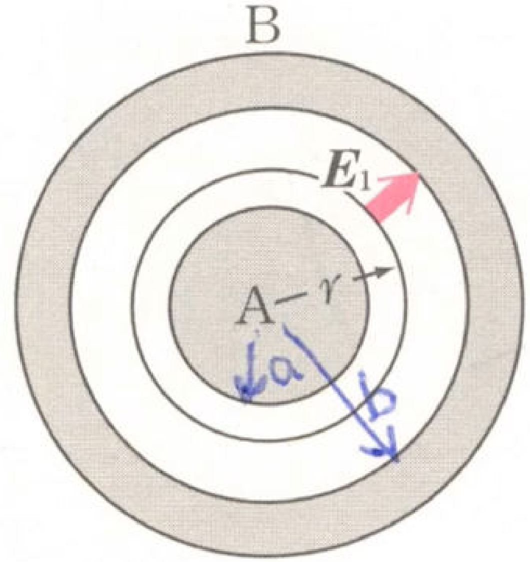
$$V_2(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

となり，けっきょく，$r=0$ の中心に電荷 $q$ の点電荷があるときの電位と同じになる。

導体球殻Bの電位 $V_B$ は，$r=c$ での $V_2$ と一致しなければいけないから，

$$V_B = V_2(r=c) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c} \quad \cdots\cdots(答)$$

**図4-10**●この場合も，半径 $r$ の球の内部に存在する電荷は $+q$




次は，導体球Aと導体球殻Bの間の空間（$a \leqq r \leqq b$）に，ガウスの法則を適用しよう。半径 $r$ の球面をとり，その球面上での電場の大きさを $E_1(r)$ とすると，この球の内部にある電荷の総量は，やはり $q$ だから，結果は外の空間と同じことになり，　$E_1(r) = q/4\pi\varepsilon_0 r^2$

$$V_1(r) = -\int E_1(r)\,\mathrm{d}r + C_1 \quad (C_1 は積分定数)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C_1$$

ポイントは，積分定数 $C_1$ がいくらになるかということだけである。

電位 $V_1(r)$ は，$r=b$ で導体球殻 B の電位と一致しなければならないから，

$$V_1(r=b) = V_B$$

より，

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 b}+C_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c}$$

$$\therefore \quad C_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \quad \text{（この値は負である）}$$

よって，

$$V_1(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

つまり，$V_1$ は，導体球殻 B がない場合と比べて，$C_1$ だけ電位が低くなっている。その理由は，導体球殻 B の存在する空間の電位が一定だか

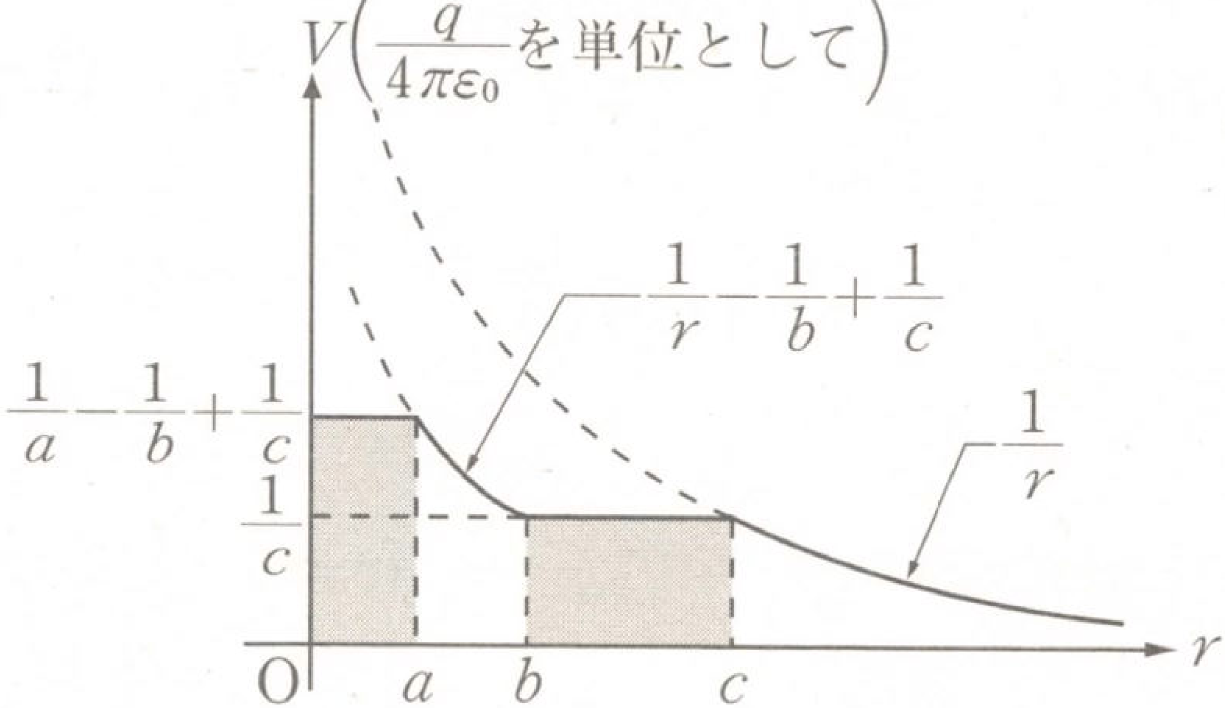
らである。

導体球 A の電位 $V_A$ は，$r=a$ での $V_1$ と一致しなければならないから，

$$V_A = V_1(r=a) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \quad \cdots\cdots(答)$$

全体の様子をイメージするため，図を描いておこう。

**図4-11** ● $b$–$c$ 間が等電位になるため，$a$–$b$ 間は $\frac{1}{r}$ より $-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ だけ電位が低くなっている。




◆