（質点の位置ベクトル）

ベクトルの（時間による）積分

$$\boxed{\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}}$$

$$\int \vec{A}dt = \int (A_x\,\vec{i} + A_y\,\vec{j} + A_z\,\vec{k})\,dt$$

$$= \int (A_x\,\vec{i})\,dt + \int (A_y\,\vec{j})\,dt + \int (A_z\,\vec{k})\,dt$$

$$= \left(\int A_x\,dt\right)\vec{i} + \left(\int A_y\,dt\right)\vec{j} + \left(\int A_z\,dt\right)\vec{k}$$

$$\vec{a}_0 = a_{x0}\,\vec{i} + a_{y0}\,\vec{j} + a_{z0}\,\vec{k}$$ ← 加速度が定ベクトルの場合

$$\int \vec{a}_0 dt = \int (a_{x0}\,\vec{i} + a_{y0}\,\vec{j} + a_{z0}\,\vec{k})dt$$

$$= \int (a_{x0}\,\vec{i})dt + \int (a_{y0}\,\vec{j})dt + \int (a_{z0}\,\vec{k})dt$$

$$= \int a_{x0}\,dt\,\vec{i} + \int a_{y0}\,dt\,\vec{j} + \int a_{z0}\,dt\,\vec{k}$$ 各成分ごとに積分を行う

$$= a_{x0}\int dt\,\vec{i} + a_{y0}\int dt\,\vec{j} + a_{z0}\int dt\,\vec{k}$$ C_x, C_y, C_z はそれぞれの成分における積分定数

$$= a_{x0}(t + C_x)\,\vec{i} + a_{y0}(t + C_y)\vec{j} + a_{z0}(t + C_z)\vec{k}$$

$$= a_{x0}t\,\vec{i} + a_{y0}t\,\vec{j} + a_{z0}t\,\vec{k} + a_{x0}C_x\,\vec{i} + a_{y0}C_y\vec{j} + a_{z0}C_z\vec{k}$$

$$= (a_{x0}\,\vec{i} + a_{y0}\,\vec{j} + a_{z0}\,\vec{k})t + \underbrace{a_{x0}C_x\,\vec{i} + a_{y0}C_y\vec{j} + a_{z0}C_z\vec{k}}_{t=0\text{ における速度ベクトル }\vec{v}_0}$$

$$= \vec{a}_0 t + \vec{v}_0 = \vec{v}\,(t)$$

もう一度積分すると位置ベクトルが出る。（時間について2次関数）

$$\vec{a}_0 = a_{x0}\,\vec{i} + a_{y0}\,\vec{j} + a_{z0}\,\vec{k}$$

a_{x0}　がゼロの場合？

定数の不定積分（原始関数）

$$\int a_{x0}\,dt \longrightarrow a_{x0}t + C_x$$

a_{x0} を∫の前に出すことが、
$a_{x0} \neq 0$ を想定した操作。

原始関数として不十分

$$a_{x0}\int dt \xrightarrow{?} a_{x0}(t + D_x)$$

$a_{x0} \neq 0$ の場合に $D_x = \frac{C_x}{a_{x0}}$ と考えると

a_{x0}がゼロの場合の積分定数を考慮する必要があるのに、
前に出したことで不定積分による積分定数と掛け合わせて、
積分定数がゼロとなって消えてしまうことになる。

$$a_{x0}\left(t + \frac{C_x}{a_{x0}}\right)$$

$a_{x0} = 0$ の場合は

$$\vec{a}_0 = a_{x0}\,\vec{i} + a_{y0}\,\vec{j} + a_{z0}\,\vec{k}$$

$$\int \vec{a}_0 dt = \int (a_{x0}\,\vec{i} + a_{y0}\,\vec{j} + a_{z0}\,\vec{k})dt$$

$$= \int (a_{x0}\,\vec{i})dt + \int (a_{y0}\,\vec{j})dt + \int (a_{z0}\,\vec{k})dt$$

$$= \int a_{x0}\,dt\;\vec{i} + \int a_{y0}\,dt\;\vec{j} + \int a_{z0}\,dt\;\vec{k}$$

各成分ごとに積分を行う

$$= (a_{x0}t + C_x)\,\vec{i} + (a_{y0}t + C_y)\vec{j} + (a_{z0}t + C_z)\vec{k}$$

C_x, C_y, C_z はそれぞれの成分における積分定数

$$= a_{x0}t\,\vec{i} + a_{y0}t\,\vec{j} + a_{z0}t\,\vec{k} + C_x\,\vec{i} + C_y\vec{j} + C_z\vec{k}$$

$$= (a_{x0}\,\vec{i} + a_{y0}\,\vec{j} + a_{z0}\,\vec{k})t + \underbrace{C_x\,\vec{i} + C_y\vec{j} + C_z\vec{k}}_{t=0\text{ における速度ベクトル }\vec{v}_0}$$

$$= \vec{a}_0 t + \vec{v}_0 = \vec{v}\,(t)$$

もう一度積分すると位置ベクトルが出る。（時間について2次関数）

（ある質点の位置ベクトル $(\vec{r})$ の）

時間 t による微分、積分

↑

１変数（スカラー）

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = \big(x(t), y(t), z(t)\big)$$

（空間内で定義できる関数の）

空間による微分、積分

スカラー関数 $F = F(\underline{x, y, z}, t)$

ベクトル関数 $\vec{F} = \vec{F}(\underline{x, y, z}, t) = \big(F_x(x, y, z, t), F_y(x, y, z, t), F_z(x, y, z, t)\big)$

↑

多変数