

## 練習問題

2021/05/21

問【1】は表面に解答してください。

【1】3点  $O(0, 0, 0)$ ,  $P(1, 1, 1)$ ,  $Q(1, -1, 2)$ , スカラー場  $\phi = -2x + y + 2z$ , ベクトル場  $f = (x^2 + y^2 + z^2)i + (2xy + x + z)j + (2xz - x - y)k$  について, 次の各問に答えよ。

- (1)  $\text{grad}\phi$ ,  $\text{div}f$ ,  $\text{rot}f$  を計算せよ。
- (2) 三角形  $OPQ$  の面積および単位法線ベクトルを求めよ。
- (3) 次の線積分の値を求めよ。

a.  $\int_{OP} f \cdot dr$

b.  $\int_{PQ} \phi ds$

c.  $\int_{OP} f \cdot dr + \int_{PQ} f \cdot dr + \int_{QO} f \cdot dr$

問【2】は裏面に解答してください。

【2】 $r = xi + yj + zk$  とおく。また, 閉曲線  $C_1$ , 曲面  $S_1$ ,  $S_2$  を次のように定義する。

$$C_1: x^2 + y^2 = 4, z = 2$$

$$S_1: C_1 \text{ を境界線とする円板}$$

$$S_2: x^2 + y^2 = z^2, 0 \leq z \leq 2$$

- (1)  $r = |r|$  ( $\neq 0$ ) としたとき,  $\nabla^2 \log r = \frac{1}{r^2}$  を証明せよ。なお,  $\nabla r = \frac{r}{r}$  の関係は証明

なく用いてよい。

- (2) 次の線積分および面積分の値を求めよ。

a.  $\int_{C_1} r \cdot dr$

b.  $\int_{S_1} r \cdot dS$

c.  $\int_{S_2} r \cdot dS$