線形代数学 I 期末テスト (17/07/28)

担当教員:藤原 一宏

問題 0.1. 次の行列 A, B の逆行列が存在するかどうかを判定し, 存在する時にはそれを求め A. 理由を明記し, 計算のあらましも説明すること.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 \\ -2 & 2 & -6 \\ 4 & 1 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

問題 0.2. 次の行列 A の行列式を求めよ. 途中の計算のあらましも説明すること.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 8 & 6 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

問題 0.3. 次の連立方程式に関する設問に答えよ.

(1) 次の連立一次方程式を行列の掃き出しを使って解け.途中の計算のあらましも説明すること.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 4z = 4 \\ x - 2y + 3z = -3. \end{cases}$$

(2) 次の x,y,z,w に関する連立一次方程式が解を持つために a,b,c が満たす必要かつ十分条件は何か. 途中の計算のあらましも説明すること.

$$\begin{cases} 2x + 3y - z + 2w = a \\ 4x + 5y + 2z = b \\ 2x + 5y - 9z + 10w = c. \end{cases}$$

問題 0.4. 以下の問題に答えよ.

(1) A, B を空間内の二点, $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$ とする. $\mathbf{x}(t) = \mathbf{a} + t(\mathbf{b} - \mathbf{a})$ は det $(\mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{x}(t)) = 0$

を満たすことを示せ.

(2) α,β,γ を異なる実数とするとき, 三点 $P(1,\alpha,\alpha^2)$, $P(1,\beta,\beta^2)$, $P(1,\gamma,\gamma^2)$ は一直線上にないことを示せ.