

線形代数学 I 中間試験

Jacques Garrigue, 2017 年 6 月 16 日

問 1

$$A = \begin{bmatrix} a & 2 & b \\ 1 & c & 3 \end{bmatrix} \text{ のとき, } 3^t A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ を計算せよ.}$$

問 2

A が以下の形の n 次正方行列のとき, A^2 , A^3 および A^n を計算せよ.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & a_{n-1} & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & a_n \\ a_1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

A^n の計算を証明せよ.

問 3

$$(1) \vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ が空間の基底であることを示せ.}$$

$$(2) \vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ を } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ の線形結合として表現せよ}$$

(3) \vec{a} と \vec{x} で張る平面の法線ベクトルを与えよ

問 4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \text{ および } \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \text{ を掃き出し法で計算せよ.}$$

問 5

以下の連立 1 次方程式について, 係数行列および拡大係数行列の階数と方程式の一般解を求めよ.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ x - y = 4 \\ x - z = 1 \\ 2x - y + 3z = 11 \end{cases}$$