南京航空航天大学

2020~2021 学年第一学期 **《工科数学分析》期中模拟试题**

试卷类型：闭卷模拟 **命题/审题：航天学院学习部**

班级： 学号： 姓名： 分数：

一. 填空题

1. 写出函数 Z=f(x，y)在（x_0，y_0）处可微的定义：______________

2. 曲线 $\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \\ Ax+By+Cz=0 \end{cases}$ 所围成平面区域的面积为______________

3. 直线 $\dfrac{x}{0}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$ 绕oz轴旋转一周，则旋转面方程为

4. 曲面 $z=((x+1)^2+y^2)$ 到平面 $2x+2y-z-2=0$ 的距离的最小值为

5. 函数 $u=xy^2z^3$ 在点 $(1,2,-1)$ 处沿曲面 $x^2+y^2=5$ 的外法向的方向导数为______________

6. $z=f(\dfrac{y}{x})+g(e^x,\sin y)$，$f$ 的二阶导数连续，g 的二阶偏导数连续，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$______________

7. 已知 f（x，y）$=x+y+\iint\limits_D f(u,v)dudv, D$：$x^2+y^2\le 2(x+y)$（$f(x,y)$ 在 D 上连续），
   则 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy=$

8. 设函数 $f(x,y)$ 在积分区域上连续，将累次积分
   $I=\int_{-2}^{0}dx\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{1-(x+1)^2}}f(x,y)dy+\int_0^2 dx\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{1-(x+1)^2}}f(x,y)dy$
   化为极坐标系中累次积分 $I=$

二. 计算题

1. 把函数 $f(x)=(x-1)^2$ 在 $(0,\ 1)$ 上展开成余弦级数，

2. 求 $1+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{5^2}+\ldots\ldots$

3. 求证两直线 $\begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x+y-z-2=0 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x+2y-z-2=0 \\ x+2y+2z+4=0 \end{cases}$ 异面，并求其间最短的距离及公垂线方程

12 在以点$P_1(0,0),P_2(1,0),P_3(0,1)$为顶点的三角形闭域上求出点$P$，使它到三个顶点的距离平方和为

4. 最大

（1）$\iint\limits_D \frac{yd\sigma}{(1+x^2+y^2)^{3/2}}$， $D:0\le x\le 1,0\le y\le 1$；

5.

设平面区域$D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1,x\ge 0.y\ge 0\right\}$. 求$\iint\limits_D \left(\sin^2 x+\cos^2 y\right)e^{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$.

6.

三．证明题

1. 证明（1）$\vec{a}\times\vec{p},\vec{a}\times\vec{q},\vec{a}\times\vec{r}$这三个向量共面.

2. (2) 若$\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{c}+\vec{c}\times\vec{a}=\vec{0}$ 则 $\vec{a}$，$\vec{b}$ $\vec{c}$三向量共面.

3. 对于（2），若$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$分别是A,B,C的矢径，证明：A,B,C共线

4.

证明：椭球面$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$与平面$Ax+By+Cz=0$相交所成椭圆的面积为

$$S=\pi\sqrt{\frac{(A^2+B^2+C^2)a^2b^2c^2}{A^2a^2+B^2b^2+C^2c^2}}.$$

5. 讨论函数$f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}},x^2+y^2\ne 0\\ 0,x^2+y^2=0\end{cases}$在（0，0）的连续性，偏导数存在性，可微处方向导数存在性及偏导数连续性