

南京航空航天大学

第1页（共5页）

学年第一学期 《数理逻辑与集合论》 考试试题

考试日期： 试卷类型：A 试卷代号：

班号		学号					姓名				
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

本题分数	6 分
得 分	

一、用谓词逻辑公式表示下列命题：
每一个自然数都有唯一的后继。

本题分数	10 分
得 分	

二、 $A=\{1,2,3,4\}$ ， $R=\{<1,3>, <2,4>\}$ ， $R'=tsr(R)$ ，
求 R^{-1} ， RoR ， $t(R)$ ， R' ， A/R' 。

本题分数	10 分
得 分	

- 三、分别判断以下结论是否成立，如果成立，请证明，否则举出反例。
- 1) 若 $A \in B$ ，则 $P(A) \in P(B)$ 。
 - 2) 若 $P(A) \in P(B)$ ，则 $A \in B$ 。

本题分数	10 分
得 分	

- 四、 R 、 S 和 T 都是 A 上的关系，证明： $(R \circ S) - (R \circ T) \subseteq R \circ (S - T)$ ，并举例说明反向包含不一定成立。

本题分数	10 分
得 分	

五、 $A=\{a,b,c\}$, $B=P(A)-\{\emptyset\}-\{A\}$, 画出偏序 $\langle B, \subseteq \rangle$ 的哈斯图, 求 $\{\{a\}, \{b\}\}$ 的最大元、极大元、上界和最小上界。

本题分数	8 分
得 分	

六、 I 是正整数集合, R 是 $I \times I$ 上的二元关系,
 $R=\{ \langle \langle x,y \rangle, \langle u,v \rangle \rangle \mid xv=yu \}$, 证明: R 是等价关系。

本题分数	8 分
得 分	

七、 $\langle A, \leq \rangle$ 是偏序，定义映射 $f: A \rightarrow P(A)$ ，对 $x \in A$ ，令 $f(x) = \{y \in A \mid y \leq x\}$ 。证明：① f 是单射。
② 对任意 A 中元素 a, b ，都有 $a \leq b$ 当且仅当 $f(a) \subseteq f(b)$ 。

本题分数	8 分
得 分	

八、 $f: A \rightarrow A$ 是映射，定义映射 $C: P(A) \rightarrow P(A)$ ，对 $X \in P(A)$ ，令 $C(X) = \bigcap \{B \in P(A) \mid X \subseteq B \text{ 且对任意 } a \in B \text{ 都有 } f(a) \in B\}$ 。
证明：对任意 $X \in P(A)$ ， $Y \in P(A)$ ，以下结论成立。
① $X \subseteq C(X)$ ② $C(C(X)) \subseteq C(X)$
③ 如果 $X \subseteq Y$ ，则 $C(X) \subseteq C(Y)$ 。

九、用斜形方法证明下列推理关系：谓词逻辑系统 F^N 中只能用以

下两条定理： $\neg \exists x A(x) \vdash \forall x \neg A(x)$ 和

$\exists x \neg A(x) \vdash \neg \forall x A(x)$ (30 分)

1、 $\forall x \exists y (A(x) \wedge B(y)) \vdash \neg \exists x \neg A(x) \wedge \exists y B(y)$

2、 $\vdash (\exists x A(x) \vee \neg B) \leftrightarrow \exists x (B \rightarrow A(x))$

3、 $\neg \forall x A(x) \rightarrow \exists y B(y) \vdash \neg \forall x \exists y (A(x) \vee B(y))$

本题分数	得分
30 分	