

南京航空航天大学

第 1 页 (共 5 页)

学年第一学期 《数理逻辑与集合论》 考试试题 A

考试日期： 年 月 日 试卷类型： 试卷代号：

班号	学号					姓名					
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

本题分数	6 分
得 分	

一、用谓词逻辑公式表示下列命题：
并不是所有的自然数都有两个不同的因子。

本题分数	10 分
得 分	

二、 R 是自然数集合上的二元关系， $R=\{<x,y> \mid x+2y=5\}$ ，
求 R^{-1} ， R^2 ， $s(R)$ ， $t(R)$ ， $R\oplus R$ 。

本题分数	10 分
得 分	

三、用外延法证明：① $(A-B)-C=A-(B \cup C)$

②若 $A \cup B = A \cap B$ ，则 $A=B$ 。

本题分数	10 分
得 分	

四、 N 是自然数集合， $f: N \times N \rightarrow N$ ， $f(\langle x, y \rangle) = 2x + y$ ，请问 f 是单射吗？ f 是满射吗？请证明你的结论。

本题分数	10 分
得 分	

五、 R 和 S 都是集合 A 上的偏序关系, 证明: $R \cap S$ 也是 A 上的偏序关系。

本题分数	8 分
得 分	

六、 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, R 是 A 上的关系, $R = \{<1, 2>, <4, 5>\}$, 求 $A/(tsr(R))$ 。并求出 A 的划分 $A/(tsr(R))$ 的所有加细。

(A 的划分 P 是划分 Q 的加细 当且仅当 对任意 $x \in P$ 都存在 $y \in Q$ 使得 $x \subseteq y$)

本题分数	8 分
得 分	

七、 R 和 S 都是 A 上的关系, $R \subseteq S$, 证明: 对任意自然数 n 都有 $R^n \subseteq S^n$ 。

本题分数	8 分
得 分	

八、 R 是集合 A 上的等价关系，
自然映射 $g: A \rightarrow A/R$ 定义为: 对 $a \in A$, 令 $g(a)=[a]_R$ 。
映射 $f: A \rightarrow B$ 满足条件: 对任意 $\langle x,y \rangle \in R$ 都有 $f(x)=f(y)$ 。
证明: 存在映射 $f^*: A/R \rightarrow B$ 使得 $f=f^* \circ g$ 。(其中 \circ 是映射的复合
即 $f^* \circ g = \{ \langle x,y \rangle \mid \text{存在 } z \text{ 使得 } \langle x,z \rangle \in g \text{ 且 } \langle z,y \rangle \in f^* \}$)

九、用斜形方法证明下列推理关系：第 1 题只能用推理规则；第 2

题和第 3 题可用命题逻辑自然推理系统中的所有定理以及谓

词逻辑自然推理系统中的以下两条定理：

1、 $\exists x A(x) \vdash \exists x \neg A(x)$ 和 $\exists x \neg A(x) \vdash \neg \forall x A(x)$ (30 分)

1、 $\vdash [(D \wedge B) \rightarrow C] \leftrightarrow [(D \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)]$

2、 $A \rightarrow \neg \exists x \neg B(x) \vdash \forall x (A \rightarrow B(x))$ 其中 x 不在 A 中出现

3、 $\forall x C(x) \vee \forall y B(y) \vdash \forall x \forall y (C(x) \vee B(y))$

本题分数	得分
30 分	