二〇二〇～ 二〇二一学年　第 二学期《高等数学 I》期中考试模拟卷

考试日期： 2021 年 4 月 20 日 试卷类型：A　　试卷代号：

学号：　　　　　　　　　　　　　　　　　　姓名：

题号	一	二	三 1	2	3	4	5	四	五	六	七	八	总分
得分													

本题分数	21	一：填空题
得　分		

1、设$z=xy+xF(\frac{y}{x})$，*其中*$F(\mu)$*为可微函数，则*$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}$=______________

2、函数$z=x^2+y^2$在点（1,2）处沿从点（1,2）到点（2,2+$\sqrt{3}$）的方向的方向导数为______________。

3、V: $\sqrt{x^2+y^2}\le z\le\sqrt{2-x^2-y^2}$，*计算三重积分*$\mathrm{I}=\iiint_{\mathrm{V}}(\mathrm{x}+\mathrm{z})\mathrm{dv}=$

______________。

4、若$\mathrm{u}=\arcsin\frac{\mathrm{z}}{\mathrm{x}+\mathrm{y}}$,则$\mathrm{du}=$ ______________。

5、L为在抛物线$2x=\pi y^2$上由点（0,0）到（$\frac{\pi}{2}$，1）的一段弧，计算曲线积分

$\int_L(2xy^3-y^2cosx)dx+(1-2ysinx+3x^2y^2)dy=$ ______________。

6、设D是第一象限由曲线2xy=1, 4xy=1与直线y=x, y=$\sqrt{3}$x围成的平面区域，函数f(x, y)在D上连续，则用极坐标表示$\iint_D$f(x, y)dxdy=______________。

7、设平面区域D由曲线y=$\sqrt{3(1-x^2)}$与直线$\mathrm{y}=\sqrt{3}\mathrm{x}$及y轴围成，二重积分

$\iint_D x^2\ dxdy=$ _____________。

本题分数	6
得　　分	

二：选择题

1、设函数f(x, y) $=\sqrt{|xy|}$，则f(x, y)在(0, 0)点（ ）

（A）连续，且可偏导；

（B）沿任意方向的方向导数都存在；

（C）可微，且$df|_{(0,0)}=0$；

（D）$f_x(x,y)$和$f(x,y)$在点(0,0)处连续

2、设函数Q(x, y)=$\frac{x}{y^2}$.如果对上半平面(y>0)内的任意有向光滑封闭曲线C都有

$\oint_c$ P(x, y)dx+Q(x, y)dy=0,那么函数P(x, y)可取为（ ）

A.　$y-\frac{x^2}{y^3}$　　B. $\frac{1}{y}-\frac{x^2}{y^3}$　　C. $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$　　D. $x-\frac{1}{y}$

本题分数	35
得　　分	

三：计算题

1、设函数$f(\mu,v,\omega)$二阶偏导数连续，$z=f(x,x+y,xy)$,求混合偏导数$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

2、设二元函数$z=f(x,y)$满足方程$F(x+z,xy)0$,且$f(x,y)$, $F(s,t)$均具有连续的一阶偏导数，且$f_2+F_1+yf_2F_2-xf_1F_2\neq 0$,求$\frac{dx}{dz}$

3、求函数u=2x+y^2z在点$(1,-1,-1)$沿椭圆面$x^2+2y^2+3z^2=6$外法线方向的方向导数及切平面方程。

4、设平面区域D由曲线$y=\sqrt{3(1-x^2)}$与直线$y=\sqrt{3}x$及y轴围成，计算二重积分$\iint_D x^2\,dxdy$

5、$\iiint_{\frac{x^2}{c^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{a^2}}\left[\frac{(x-a)^2}{a^2}+\frac{(y-\sqrt{2}b)^2}{b^2}+\frac{(z-c)^2}{c^2}\right]dxdydz$

本题分数	7
得　　分	

四

$\sum$ 为抛物面$z=2-(x^2+y^2)$*在xoy面*上方的部分，计算曲面积分：$\iint\limits_{\Sigma} x^2+y^2 dS$

本题分数	7
得　　分	

五：

设$f(x,y)=x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$，讨论$f(x,y)$在原点$(0,0)$处的：

（1）连续性　（2）偏导数存在性　（3）可微性　（4）沿方向$\mathbf{n}=\{cos\alpha, sin\alpha\}$的方向导数的存在性，对存在情形计算出结果

本题分数	7
得　　分	

六：

求函数$\mu = x + 3z$在曲线$\begin{cases} x + 2y - 3z = 2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$上的最大值与最小值

本题分数	8
得　　分	

七：

设函数$Q(x, y)$在xoy面上具有一阶偏导数，积分$\int_L 3x^2ydx + Q(x, y)dy$与路径无关，且对任意t，恒有$\int_{(0,0)}^{(t,1)} 3x^2ydx + Q(x, y)dy = \int_{(0,0)}^{(1,t)} 3x^2ydx + Q(x, y)dy$, 求$Q(x, y)$

本题分数	9
得　　分	

八：

假设f(x)在区间[0，1]上连续，证明：$\int_0^1 dx \int_x^1 dy \int_x^y f(x)f(y)f(z)dz = \frac{1}{3!}\left(\int_0^1 f(t)dt\right)^3$