# 第二章 矩阵

## 第二节 矩阵的运算

1.2A-3B=

2.

3.

1. -2

4. 解：因为 A与B 可交换，所以 AB=BA ，又因为 A是对角矩阵，所以可得

其中主对角线的元素都相等，对于非主对角元应有

当i=j时B也是对角矩阵。

5.

6.因为

所以为对称矩阵，为反对称矩阵。

7.

8.充分性：若AB可交换，则即AB对称。

必要性：若AB对称，即AB可交换。

## 第三节 可逆矩阵

1.

3.

1. 直接计算
2. 设

4.

1. 所以A可逆并且
2. −3E)(A+E)=(A+E)(A-3E)=E 所以A+E和A-3E均可逆且互逆。

6.证： A(A-E)=0两边取行列式可以得到，或者

此时一定有，则 A可逆，故原式两边左乘 即得 A=E。

## 第四节 分块矩阵

1.

2. 所以A可逆且

3.因为

4.令

又

所以

## 第五节 矩阵的初等变换

1.

2.解：因为AX=B+X则

则或者

所以

## 第六节 矩阵的秩

1.

1. rank（A）=2
2. rank（A）=3

2.

1. 若 AB=0，则由推论 2.4 知 rank(A)+ rank(B)s，又已知rank(B)=s，则rank(A)，则只能rank(A)=0，因此只能A=0.
2. 若 AB=B，则(A-E)B=0，同上推出 A-E=0，故A=E

3.必要性.若 AB=0，则由推论 2.4 知 rank(A)+rank(B)又因为B为非零矩阵，则一定有rank(B)>0 ,故rank(A)<n.充分性.  若rank(A)<n，则 Ax=0有非零解，则一定可以找到一组非零解使得非零矩阵，满足 AB=0.

4.

1. 若rank(A)=n，，则，故；

若rank(A)=n-1，由于，则，若，另一方面，，则存在n-1阶子式不为0，则，故

若rank(A)<n-1，则A的所有n-1阶子式都为0，故

1. 当rank(A)=n时 A可逆 同时左乘得

当rank(A)n时 rank(A)所以

综上所述

5.  已知A(A-E)=0,其中 A和 A-E都是n方阵，则由推论 2.4 知 rank(A)+rank(A-E).另一方面,rank(A)+rank(A-E)=rank(A)+rank(E-A)rank(A+E-A)=rank(E)=n,则得到rank(A)+rank(A-E)=n.

6.  已知(A+E)(A-E)=0,其中A+E和A-E都是n方阵，则由推论 2.4 知 rank(A+E)+rank(A-E)n，另一方面，rank(A+E)+rank(A-E)=rank(A+E)+rank(E-A)rank(A+E+E-A)=rank(2E)=n,则得到rank(A+E)+rank(A+E)+rank(A-E)=n.