# 第五章 相似矩阵与矩阵的对角化

## 第一节 特征值与特征向量

1.（1）解： ==，所以A的特征值为3，（二重）对

（3E-A）X=,

得到一个基础解系：(是A的属于的全部特征向量.对于，解方程组

（E-A）X==,

得到一个基础解系：，，则X=是A的属于的全部特征向量.

(2)解：==,所以A的特征值为.对，解方程组

=,

得到一个基础解系：向量.对于解方程组

,

得到一个基础解系：=()是A的属于=1的全部特征向量.对于

=

得到一个基础解系：

X=

(3)解：所以A的特征为（二重）.对

=,

得到一个基础解系：X=的全部特征向量.对于，解方程组

X=,

得到一个基础解系：

X=是A的属于.

2.解：B的特征值为-4，-6，-12.

因为A-5E的特征值为-4，-6，-3，则==-72.

3.解:,

由于是A的一个二重特征值，则一定是的一个根，带入解的x=4，则，即另一个特征值为对于，解方程组

=

解得是对应的特征空间的基.对于，解方程组

解得=是对应的特征子空间的基.

4.证：（1）设是A的任一特征根，则是的特征根，因为=0,有=0，则一定有=0，即A的特征根全为0.

(2)类似的，知-是的特征根.因为,由-=0，则一定有.或者，即A的特征值为0或1.

(3)类似的，知是的特征根，因为，有，，则一定有.或者，即A的特征值为-1或1.

## 第二节 相似矩阵

1. 证：若 A可逆，则BA=BA=,即 AB BA.
2. 由条件知,,可逆.

于是 可逆，且

则

## 第三节 矩阵对角化

1.

1. ，所以A的特征值为可对角化。

对于解方程组得到一个基础解系：

对于，解方程组得到一个基础解系：

对于解方程组得到一个基础解系：显然是线性无关的，令

则

1. 所以A的特征值为（二重）

对解方程组得到一个基础解系：

对于，解方程组得到一个基础解系：，显然是线性无关的，故A可对角化，令则

1. 则A的特征值为（二重），由于所有的几何重数为，故A不能对角化。

2.解：由于

由B可知是A的一个二重特征值，则是的一个根，代入解得a=5，则又因为是另一个特征值，故b=6

对，解方程组得到一个基础解系：

对，解方程组得到一个基础解系：

可令则又因为,则