# 第四章 线性空间和线性交换

## 第一节 线性空间定义

1.（1）不是；（2）是，零元素是1，a的负元素是.

2．（1）是；（2）是；（3）否；（4）否.

## 第二节 线性空间的基和维数

1. 证：设，则有

系数矩阵*A*=→，则，

故，即线性无关.

又对任意一个*A*=，若，

则可得

解得唯一的一组解为：

即任意一个*A*都可以由这组矩阵线性表出，且表达式唯一，则dim=4，且构成的一组基.

1. 解：令=,,，则由可解 得，即线性无关。又对任意一个*A*∈*V*，

*A*=，若，可解得唯一一组解为：

,,即任意一个*A*都可以由,,线性表出，且表达式唯一，则dim=3，且,,构成*V*的一组基。

1. 解：过度矩阵为：*C*=，若有一个非零向量，满足，则可得方程组对系数矩阵经初等行变换后得阶梯形方程组

可解得一般解为：

，为任一非零常数。

## 第三节Euclid空间

1. 解：（1）=，=，=.

因为==，故.

（2）设与都正交的向量为，则可得

经过初等行变换可得阶梯形矩阵：

解得一般解为，其中为自由变量。

1. 解：，=.

，=.

，

=.

1. 解：*A*=→，

取为自由变量，解得，

一个基础解系为，，将它们标准正交化，

，，

，，

.

4.证：

1. A正交，则则

5.解：通过得

解得

6.证：因为，故对任意，有，则一定有

## 第四节 线性变换

1.解：

所求矩阵为



故所求矩阵为

2.解：

故所求的矩阵为

1. 已知则