南京信息工程大学试卷

2017 － 2018 学年 第 二 学期 线性代数 课程期末试卷（B 卷）

本试卷共 2 页；考试时间 120 分钟；任课教师__________；出卷时间 2018 年 6 月

__________ 学院 __________ 专业 ______ 班

学号__________ 姓名__________ **得分**________

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、 设向量 $a=(2,3,4)^T, b=(1,-1,0)^T$，则 a 与 b 的内积 $[a,b]=$__________.

2、 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}=$__________.

3、 设 A 为三阶方阵，且 $|A|=\dfrac{1}{3}$，则 $\left|4A-(3A^*)^{-1}\right|=$__________.

4、 3 阶矩阵 A 有特征值 $1,-2,3$，则 $|A+2A^*|=$__________.

5、 设 A 为 n 阶方阵，且 $R(A)=n-1$，则 $|A|=$__________.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设 A，B 均为 n 阶可逆矩阵，以下等式正确的是（　　）

(A) $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$；　(B) $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$；

(C) $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$；　(D) $(AB)^*=B^*A^*$.

2、设 A 是 3 阶矩阵，将 A 的第 1 列与第 2 列互换得到 B，再把 B 的第 2 列加到第 3 列得到 C，则满足 $AQ=C$ 的可逆矩阵 Q 为（　　）

(A) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$；　(B) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$；　(C) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$；　(D) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3、设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，向量 β_1 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示，向量 β_2 不能由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示，则必有（　　）

(A) $\alpha_1,\alpha_2,\beta_1$ 线性无关；　(B) $\alpha_1,\alpha_2,\beta_2$ 线性无关；

(C) $\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2$ 线性相关；　(D) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1+\beta_2$ 线性相关.

4、 A，B 是 n 阶矩阵，且 A、B 相似，则（　　）

(A) A，B 的特征矩阵相同；　(B) A，B 相似于同一个对角阵；

(C) A，B 的特征方程相同；　　(D) 存在正交阵 Q，使得 $Q^{-1}AQ=Q^{T}AQ=B$.

5、设 A 是 n 阶方阵，且 $R(A)=n-1$，α_1,α_2 是 $Ax=b$ 的两个不同的解向量，则 $Ax=0$ 的通解为(　　)

(A) $k\alpha_1$；　(B) $k(\alpha_1-\alpha_2)$；　(C) $k(\alpha_1+\alpha_2)$；　(D) $k\alpha_2$.

三、计算题(每小题 6 分，共 18 分)

1、设行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & -1 & 4 \end{vmatrix}$，求 $A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}$.

2、已知 $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$，　求 $|A^8|$.

3、设二次型 $f(x_1,x_2)=\begin{vmatrix} -2 & 3 & x_1 \\ 3 & -5 & x_2 \\ x_1 & x_2 & 0 \end{vmatrix}$，求此二次型对应的矩阵.

四、设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$，且满足 $AX=2X+B$，求矩阵 X.（本题 10 分）

五、求非齐次线性方程组的 $\begin{cases} -2x_1+x_2+x_3=-2 \\ x_1-2x_2+x_3=1 \\ x_1+x_2-2x_3=1 \end{cases}$ 的通解.（本题 10 分）

六、设向量组 $\alpha_1=(1,1,0)^T$，$\alpha_2=(1,0,-1)^T$，$\alpha_3=(0,1,1)^T$，$\alpha_4=(1,1,k)^T$ 的秩为 2，

(1) 求 k；

(2) 求此向量组的一个极大线性无关组，并把其余向量用该极大线性无关组线性表示.

(本题 10 分)

七、设 η 为线性方程组 $AX=b(b\neq 0)$ 的一个解，$\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_{n-r}$ 为对应齐次线性方程组 $AX=0$ 的基础解系，证明：$\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_{n-r},\eta$ 线性无关.（本题 10 分）

八、设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2-x_2^2+ax_3^2+2x_1x_2-8x_1x_3+2x_2x_3$ 的秩为 2.

(1) 求 a 的值；

(2) 求正交变换 $x=Qy$，把 $f(x_1,x_2,x_3)$ 化成标准形.（本题 12 分）