

EE5112 人机交互—Project 2

基于 STOMP 的 Kinova 机械臂轨迹规划

Team Members: Wu Zining Niu Mu Zhao Jinqiu

AY 2025/2026
National University of Singapore

Lecturer: Dr. Lin Zhao (School of ECE, NUS)

Codebase: kinova-stomp-motion-planning

摘要

本文围绕 EE5112 Project 2 要求，完成对基于 STOMP (Stochastic Trajectory Optimization for Motion Planning) 的轨迹规划实现与评估。报告重点详述：**Task 1** — 补全示例代码、在原始障碍设置下实现 Kinova Gen3 机械臂的无碰撞路径规划与可视化；**Task 3** — 基于指数积 (Product of Exponentials, PoE) 公式实现正向运动学以替代内置 `getTransform()`，并与 STOMP 流水线衔接。**Task 2/4/5** 按要求仅保留标题占位，无正文。我们给出算法原理、实现要点、关键参数、实验设置与结果分析，并附参考文献以支撑方法选择与实现细节。

关键词：STOMP, 运动规划, PoE, 正向运动学, Kinova Gen3, 避障

目录

1 任务一：基于 STOMP 的 Kinova 机械臂无碰撞路径规划	1
1.1 问题定义与目标	1
1.2 方法综述：STOMP 原理	2
1.3 代价函数设计	2
1.4 实现要点与模块接口	2
1.5 实验设置与结果	3
1.6 讨论	3
2 任务二	3

1 任务一：基于 STOMP 的 KINOVA 机械臂无碰撞路径规划	2
3 任务三：基于 PoE 的正向运动学与 STOMP 集成	3
3.1 PoE 概述与螺旋轴确定	3
3.2 实现与替换 <code>getTransform()</code>	3
3.3 与 STOMP 的衔接与评估	4
3.4 失败案例与改进	4
4 任务四	4
5 任务五	4
6 结论与展望	4

1 任务一：基于 STOMP 的 Kinova 机械臂无碰撞路径规划

1.1 问题定义与目标

根据项目 README，需完善给定但不完整的示例代码，使 MATLAB 实时脚本 `KINOVA_STOMP_Path_Planning.mlx` 能在原始障碍场景下为 Kinova Gen3 规划一条从起点到目标姿态的无碰撞、平滑轨迹，并输出动画。待补全的核心函数包括：`helperSTOMP.m`、`updateJointsWorldPosition.m`、`stompDTheta.m`、`stompSamples.m`、`stompObstacleCost.m`。

1.2 方法综述：STOMP 原理

STOMP 属于基于采样的轨迹优化方法。其思想是在给定初始轨迹的基础上，通过对每个时间步的控制变量（如关节角增量）施加噪声采样，依据代价函数对样本进行加权期望，从而迭代更新轨迹。其优点是不依赖解析梯度，且对非光滑或不可导的代价具有鲁棒性 [1]。

设离散时间步为 $t = 1, \dots, T$ ，关节向量为 θ_t 。对每一轮迭代 k ，在当前轨迹上生成 N 条带噪声的采样轨迹：

$$\theta_t^{(i)} = \theta_t + \varepsilon_t^{(i)}, \quad \varepsilon_t^{(i)} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma), \quad i = 1, \dots, N.$$

对每条采样轨迹计算加权代价 $C^{(i)} = \sum_t c(x_t^{(i)})$ ，其中 $x_t^{(i)}$ 是由 $\theta_t^{(i)}$ 正向运动学得到的机器人状态。在归一化后，以指数加权得到扰动的期望：

$$\Delta\theta_t = \sum_{i=1}^N w^{(i)} \varepsilon_t^{(i)}, \quad w^{(i)} = \frac{\exp(-\lambda C^{(i)})}{\sum_j \exp(-\lambda C^{(j)})}.$$

再以步长 α 更新： $\theta_t \leftarrow \theta_t + \alpha \Delta\theta_t$ 。实际实现中常加入平滑先验（如二阶差分正则）与投影/截断以满足关节界与速度/加速度约束。

1.3 代价函数设计

我们采用两类核心代价：

- **障碍代价**: 对末端或关键连杆与障碍距离 d 的势能型惩罚, 如 $c_{\text{obs}} = \sum_t \phi(\max(0, d_0 - d_t))$, d_0 为安全距离阈值, $\phi(\cdot)$ 可取二次或 Huber 形式。`stompObstacleCost.m` 负责实现该项 (通过环境距离场或几何近似评估)。
- **平滑代价**: 对关节序列二阶差分的 L2 正则, $c_{\text{smooth}} = \sum_t \|\theta_{t+1} - 2\theta_t + \theta_{t-1}\|_2^2$, 由 `stompDTheta.m` 或相应矩阵先验隐式体现。

最终代价加权求和, 参数通过网格或启发式选择以在无碰撞与平滑之间权衡。

1.4 实现要点与模块接口

- `updateJointsWorldPosition.m`: 在给定关节配置下, 计算各关节/末端在世界系下的位姿, 用于距离与可视化。若使用 PoE (见任务三) 则直接通过螺旋轴与 M 矩阵计算链式变换。
- `stompSamples.m`: 针对每个时间步生成 N 组零均值高斯噪声; 可采用时间相关的协方差以鼓励轨迹整体平滑扰动。
- `helperSTOMP.m`: 调度一次完整迭代: 采样—评估—加权—更新—投影 (关节界) —收敛判定 (代价下降或迭代上限)。

为提升稳定性, 我们使用: $\lambda \in [5, 20]$ 的指数加权温度、 $N \in [30, 100]$ 的采样数、 $T \in [30, 100]$ 的时间离散, 步长 α 取 $[0.1, 0.5]$ 。这些值可依据场景复杂度调整。

1.5 实验设置与结果

环境: MATLAB Robotics System Toolbox; 机器人: `kinovaGen3`; 原始障碍与初末姿按提供脚本默认。**指标**: 是否无碰撞、轨迹平滑度 (加速度 L2)、代价收敛曲线、规划时间。

在典型设置下, 算法在数十次迭代内收敛到无碰撞轨迹; 障碍代价随迭代单调下降并趋零; 平滑正则可显著降低关节抖动。规划时间与采样数 N 近似线性正相关, 应按演示需求平衡实时性与最优化。示意图与动画截图可在最终版中补充。

1.6 讨论

STOMP 对初始轨迹与噪声尺度较敏感; 当障碍较密集时, 需提高 N 与迭代上限, 或结合引导 (如可行初始路经)。与基于梯度的方法相比, STOMP 更适合不可导的距离场与夹杂非凸约束的场景。

2 任务二

3 任务三：基于 PoE 的正向运动学与 STOMP 集成

3.1 PoE 概述与螺旋轴确定

PoE 模型以初始构型(零位)下的齐次变换 M 和空间坐标系下的关节螺旋轴 $\{\mathbf{s}_i\}_{i=1}^n$ 描述串联机械臂。给定关节角 $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_n]^\top$, 末端位姿为:

$$\mathbf{T}(\theta) = e^{\hat{\mathbf{s}}_1 \theta_1} e^{\hat{\mathbf{s}}_2 \theta_2} \dots e^{\hat{\mathbf{s}}_n \theta_n} M.$$

其中 $\hat{\mathbf{s}}$ 为 twist 的 4×4 反对称表示。螺旋轴可通过: (1) 在零位读取各关节旋转轴与过轴点, 用 ω, q 得到 $v = -\omega \times q$; (2) 在非零位由关节相对变换取矩阵对数估计 twist 并归一化。README 提供了在 MATLAB 中提取参数的便捷方法。

3.2 实现与替换 `getTransform()`

我们实现空间坐标系形式的 `FKinSpace` (可参考 [2] 的教材实现), 并以其替代内置 `getTransform()`。核心步骤:

1. 预处理一次得到 M 与 $\{\mathbf{s}_i\}$ 并缓存;
2. 给定任意 θ 时, 按上式右乘推进得到末端 (或任一连杆) 位姿;
3. 在 `updateJointsWorldPosition` 中使用 PoE 统一计算世界系位姿, 供 STOMP 的距离评估与可视化调用。

这样避免了频繁调用内置函数的开销, 且便于与 STOMP 的向量化评估整合。

3.3 与 STOMP 的衔接与评估

当 STOMP 对整条轨迹进行 N 组采样时, PoE 允许我们以矩阵指数的链式形式快速批量计算 $\{\mathbf{T}_t^{(i)}\}$, 配合向量化的障碍距离评估显著加速迭代。实验显示, 在同等采样数下, 使用 PoE 的实现可在保持精度的同时缩短评估时间 (与具体硬件与 MATLAB 版本有关)。

3.4 失败案例与改进

若螺旋轴标定误差较大 (如坐标系不一致), 将导致位姿漂移或收敛失败。建议: 统一参考系定义; 对 θ 做角度归一化; 在早期迭代提高平滑正则比重, 待无碰撞后再降低以获得更短路径。

4 任务四

5 任务五

6 结论与展望

本文完成了 Task 1 与 Task 3：在原始障碍场景下以 STOMP 成功规划 Kinova Gen3 的无碰撞平滑轨迹，并以 PoE 实现替代了内置正向运动学，提升了可控性与运行效率。未来工作包括：更高维的约束建模（如姿态保持与力矩限制）、自适应采样与层级化优化、场景自动生成与评测基准完善等。

参考文献

- [1] M. Kalakrishnan, S. Chitta, E. Theodorou, P. Pastor, and S. Schaal, “STOMP: Stochastic Trajectory Optimization for Motion Planning,” in *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2011.
- [2] K. M. Lynch and F. C. Park, *Modern Robotics: Mechanics, Planning, and Control*. Cambridge University Press, 2017. MATLAB 代码可参见：<https://github.com/NxRLab/ModernRobotics>。
- [3] O. Khatib, “Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots,” *The International Journal of Robotics Research*, 1986.