

Giáo dục

Phương trình đường tròn: lý thuyết, công thức và cách giải các dạng toán



THPT Sóc Trăng ✉ • 30/12/2021

Phương trình đường tròn: lý thuyết, công thức và cách giải các dạng toán

Phương trình đường tròn: lý thuyết, công thức và cách giải các dạng toán là phần kiến thức Toán 10, phân môn Hình học vô cùng quan trọng. Nhằm giúp quý thầy cô và các bạn học sinh có thêm nguồn tư liệu quý trong việc dạy và học, THPT Sóc Trăng đã chia sẻ bài viết sau đây. Cùng tìm hiểu nhé !

I. LÝ THUYẾT VỀ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Bài viết gần đây



Cổ Ngân là ai?
Profile thông tin đời tư của nữ người mẫu

🕒 32 phút trước



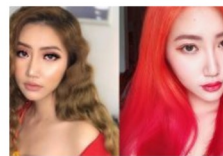
Thiệp Trung thu 2022 đẹp Thiệp chúc mừng Trung thu 2022

🕒 1 giờ trước



Rhymastic là ai?
Tiểu sử, sự nghiệp, đời tư, hôn nhân của nam rapper

🕒 1 giờ trước



Orange là ai? Tiểu sử, sự nghiệp và đời tư nữ ca sĩ

🕒 2 giờ trước

1. Lập phương trình đường tròn có tâm và bán kính cho trước

Bạn đang xem: [Phương trình đường tròn: lý thuyết, công thức và cách giải các dạng toán](#)

Phương trình đường tròn có tâm $I(a;b)$, bán kính là :



Tìm hiểu thêm

Phát lại

$$(x-a)^2+(y-b)^2$$

2. Nhận xét

Phương trình đường tròn $(x-a)^2+(y-b)^2$ có thể được viết dưới dạng

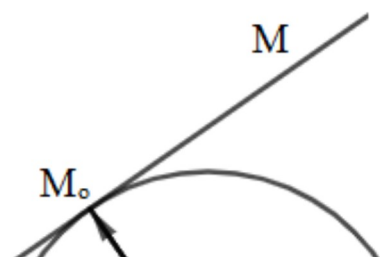
$$x^2+y^2-2ax-2by+c=0$$

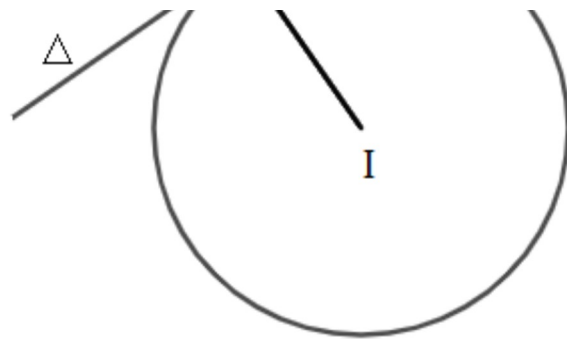
trong đó $c=a^2+b^2-R^2$

Ngược lại, phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình của đường tròn (C) khi và chỉ khi $a^2+b^2-c>0$. Khi đó đường tròn có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$

3. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Cho điểm $M_0(x_0;y_0)$ nằm trên đường tròn (C) tâm $I(a;b)$. Gọi Δ là tiếp tuyến với tại M_0





Ta có M_0 thuộc Δ và vectơ $\overrightarrow{IM_0} = (x_0 - a; y_0 - b)$ là vectơ pháp tuyến của Δ

Do đó Δ có phương trình là:

$$(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$$

Phương trình này là phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ tại điểm M_0 nằm trên đường tròn.

II. CÁC DẠNG TOÁN VỀ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Lập phương trình đường tròn

Cách giải 1:

- Tìm tọa độ tâm $I(a; b)$ của đường tròn (C)
- Tìm bán kính R của (C)
- Viết phương trình (C) theo dạng: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ (1)

Chú ý:

- (C) đi qua A, B $\Leftrightarrow IA^2 = IB^2 = R^2$.
- (C) đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng Δ tại A $\Leftrightarrow IA = d(I, \Delta)$.
- (C) tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2

$$\Leftrightarrow d(I, \Delta_1) = d(I, \Delta_2) = R$$

Cách giải 2:

- Gọi phương trình đường tròn (C) là $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (2)
- Từ điều kiện của đề bài đưa đến hệ phương trình với ba ẩn số là: a, b, c
- Giải hệ phương trình tìm a, b, c để thay vào (2), ta được phương trình đường tròn (C)

Dạng 2: Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Loại 1: Lập phương trình tiếp tuyến tại điểm $M_0(x_0; y_0)$ thuộc đường tròn (C)

- Tìm tọa độ tâm I(a,b) của đường tròn (C)
- Phương trình tiếp tuyến với (C) tại $M_0(x_0; y_0)$ có dạng:

$$(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$$

Loại 2: Lập phương trình tiếp tuyến của Δ với (C) khi chưa biết tiếp điểm:
dùng điều kiện tiếp xúc với đường tròn (C) tâm I, bán kính R $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$

Dạng 3: Nhận dạng một phương trình bậc 2 là phương trình đường tròn.
Tìm tâm và bán kính của đường tròn

Cách giải 1:

- Đưa phương trình về dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (1)
- Xét dấu biểu thức: $a^2 + b^2 - c$
- Nếu $M > 0$ thì (1) là phương trình đường tròn tâm I(a;b), bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

Cách giải 2:

Đưa phương trình về dạng: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = m$ (2)

Nếu $m > 0$ thì (2) là phương trình đường tròn tâm I(a;b), bán kính $R = \sqrt{m}$

III. BÀI TẬP VỀ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Bài 1 (trang 83 SGK Hình học 10): Tìm tâm và bán kính của các đường tròn sau:

a, $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$

b, $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y - 11 = 0$

c, $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$

Lời giải

a, Cách 1: hệ số $a = 1, b = 1, c = -2$.

Tâm $I(1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + 1^2 - (-2)} = 2$.

Cách 2: $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Nên tâm $I(1; 1)$, bán kính $R = 2$.

b, Chia vế trái cho 16 ta có: $x^2 + y^2 + x - \frac{1}{2}y - \frac{11}{16} = 0$

Khi đó có các hệ số $a = -\frac{1}{2}; b = \frac{1}{4}; c = -\frac{11}{16}$.

Vậy đường tròn có tâm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$;

Bán kính $R = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(-\frac{11}{16}\right)} = 1$.

c, $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$.

Tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = \sqrt{16} = 4$.

Bài 2 (trang 83 SGK Hình học 10): Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a, (C) có tâm $I(-2; 3)$ và đi qua $M(2; -3)$;

b, (C) có tâm $I(-1; 2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $x - 2y + 7 = 0$

c, (C) có đường kính AB với $A = (1; 1)$ và $B = (7; 5)$.

Lời giải

a, Đường tròn (C) có tâm $I(-2; 3)$ và đi qua điểm $M(2; -3)$ nên có bán kính:

$$R = IM \Leftrightarrow R^2 = IM^2 = (4)^2 + (6)^2 = 52.$$

Phương trình của (C) là:

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 52$$

b, Khoảng cách từ $I(-1; 2)$ đến $\Delta: x - 2y + 7 = 0$ là:

$$d(I, \Delta) = \frac{|(-1) - 2 \cdot 2 + 7|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Mà (C) tiếp xúc với } d \text{ nên } R = d(I, \Delta) = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Phương trình của (C) là: } (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = \frac{16}{5}.$$

$$\text{c, Ta có: } \overline{AB} = (6; 4) \Rightarrow |\overline{AB}| = AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}.$$

$$AB \text{ là đường kính} \Rightarrow R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{52}}{2} = \frac{2\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13} \Rightarrow R^2 = 13.$$

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I$ là tâm của (C)

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 7}{2} = 4 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I = (4; 3).$$

$$\text{Phương trình của (C) là: } (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 13.$$

Bài 3 (trang 84 SGK Hình học 10): Lập phương trình đường tròn đi qua ba điểm:

a, $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(1; -3)$

b, $M(-2; 4)$, $N(5; 5)$, $P(6; -2)$

Lời giải

a, Phương trình đường tròn (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Vì $A, B, C \in (C)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1 + 4 - 2a - 4b + c = 0 \\ 25 + 4 - 10a - 4b + c = 0 \\ 1 + 9 - 2a + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b - c = 5 \\ 10a + 4b - c = 29 \\ 2a - 6b - c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

b, Phương trình đường tròn (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

$$M(-2; 4) \in (C) \Leftrightarrow 4 + 16 + 4a - 8b + c = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a - 8b + c = -20 \quad (1)$$

$$N(5; 5) \in (C) \Leftrightarrow 25 + 25 - 10a - 10b + c = 0$$

$$\Leftrightarrow 10a + 10b - c = 50 \quad (2)$$

$$C(1; -3) \in (C) \Leftrightarrow 36 + 4 - 12a + 4b + c = 0$$

$$\Leftrightarrow 12a - 4b - c = 40 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -20 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$.

Bài 4 (trang 84 SGK Hình học 10): Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy và qua điểm M(2; 1).

Lời giải

Phương trình đường tròn tâm I(a; b) có dạng:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \quad (*)$$

Do đường tròn tiếp xúc với cả hai trục tọa độ Ox, Oy nên:

$$d(I; Ox) = d(I; Oy) = R \Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{1}} = \frac{|a|}{\sqrt{1}} = R \Rightarrow R^2 = a^2 \text{ và } |a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ b = -a \end{cases}$$

TH1: $a = b$.

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow (x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$$

$$\text{Mà: } M(2; 1) \in (C) \text{ nên } (2 - a)^2 + (1 - a)^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4a + a^2 + 1 - 2a + a^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 1 \\ a = b = 5 \end{cases}$$

TH2: $b = -a$.

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow (x - a)^2 + (y + a)^2 = a^2$$

$$\text{Mà: } M(2; 1) \in (C) \text{ nên } (2 - a)^2 + (1 + a)^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4a + a^2 + 1 + 2a + a^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a + 5 = 0 \quad (\text{Vô nghiệm}).$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn điều kiện của đề bài:

$$(C_1): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1.$$

$$(C_2): (x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25.$$

Bài 5 (trang 84 SGK Hình học 10): Lập phương trình của đường tròn tiếp

xúc với các trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng $4x - 2y - 8 = 0$

Lời giải

Phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$ có dạng:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

Đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy nên:

$$d(I; Ox) = d(I; Oy) = R$$

$$\Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{1}} = \frac{|a|}{\sqrt{1}} \Leftrightarrow |a| = |b| = R \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}$$

* Trường hợp $a = b$ Ta có $I \in (d): 4x - 2y - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow 4a - 2b - 8 = 0 \Leftrightarrow 4a - 2a - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow a = 4. \text{ Vậy } b = 4$$

Phương trình của $(C_1): (x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16.$

* Trường hợp $a = -b$ Ta có $I \in (d): 4x - 2y - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow 4a + 2b - 8 = 0 \Leftrightarrow 4a + 2a - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{4}{3}. \text{ Vậy } b = -\frac{4}{3}$$

Phương trình của $(C_1): (x - \frac{4}{3})^2 + (y + \frac{4}{3})^2 = \frac{16}{9}.$

Vậy là THPT Sóc Trăng đã gửi tới quý thầy cô cùng các bạn chuyên đề về phương trình đường tròn: lý thuyết, công thức và cách giải các dạng toán. Hi vọng, đây sẽ là nguồn tư liệu hữu ích giúp các bạn dạy và học tốt hơn. Cảm ơn các bạn đã theo dõi bài viết! Xem thêm **cách viết phương trình tham số** tại đường link này nhé!

Đăng bởi: **THPT Sóc Trăng**

Chuyên mục: **Giáo dục**

Bản quyền bài viết thuộc trường THPT Sóc Trăng. Mọi hành vi sao chép đều

là gian lận!

Nguồn chia sẻ: Trường THPT Thành Phố Sóc Trăng (thptsoctrang.edu.vn)



Tìm hiểu thêm